ROZPRAVY

ČESKÉ AKADEMIE CÍSAŘE FRANTIŠKA JOSEFA

PRO VĚDY, SLOVESNOST A UMĚNÍ.

TŘÍDA II.

(MATHEMATICKO-PŘÍRODNICKÁ.)

ROČNÍK XXI.

(1912.)

Smithsonian Institution
AUG 17 1921
252897
National Museum.

V PRAZE.
NÁKLADEM ČESKÉ AKADEMIE CÍSAŘE FRANTIŠKA JOSEFA
PRO VĚDY, SLOVESNOST A UMĚNÍ.
1912.

ROZPRAVY

ČESKÉ AKADEMIE CÍSAŘE FRANTIŠKA JOSEFA

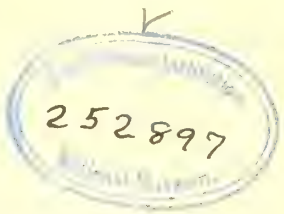
PRO VĚDY, SLOVESNOST A UMĚNÍ.

TŘÍDA II.

(MATHEMATICKO-PŘÍRODNICKÁ.)

ROČNÍK XXI.

(1912.)



V PRAZE.
NÁKLADEM ČESKÉ AKADEMIE CÍSAŘE FRANTIŠKA JOSEFA
PRO VĚDY, SLOVESNOST A UMĚNÍ.
1912.

TISKEM ALOISA WIESNERA V PRAZE,
KNIHTISKAŘE ČESKÉ AKADEMIE CÍSAŘE FRANTIŠKA JOSEFA PRO VĚDY, SLOVESNOST A UMĚNÍ
A C. K. ČESKÉ VYSOKÉ ŠKOLY TECHNICKÉ V PRAZE.

Obsah XXI. ročníku.

Číslo

Vojtěch Rosický. Příspěvek k morfologii miargyritu ..... 1.
Prof. *Bedřich Procházka* a Dr. *František Kadeřávek.* Příspěvek k sestrojení společné obalové plochy rozvinutelné dvou obecných ploch druhého stupně ..... 2.
Rudolf Dostál. O korrelačním vztahu mezi systemem lodyžním a kořenovým ..... 3.
Prof. *Bedřich Procházka.* Doplněk ku článku: „Příspěvek k sestrojování os plochy druhého stupně" ..... 4.
Dr. *Ad. Ambrož.* Denitrobakterium thermophilum spec. nova, jako příspěvek ku biologii bakterií thermofilních I. ..... 5.
Ladislav Pračka. Pozorování měn světlosti hvězd proměnných. Část třetí ..... 6.
J. Sobotka. K analytickému řešení problemu Apollonického na kouli 7.
Dr. *B. Němec.* Příspěvky k poznání nižších hub. IV. Olpidium Brassicae Wor. a dva nové druhy rodu Entophlyctis ..... 8.
J. Sobotka. Analytické úvahy o koulích dotýkajících se čtyř daných koulí ..... 9.
Dr. *Josef Woldřich.* Geologické a tektonické studie v Karpatech sev. od Dobšiné ..... 10.
Dr. *František Rádl.* Poznámka k theorii rovnic differenciálních lineárních ..... 11.
J. Sobotka. Dodatky k analytickým úvahám o kružnicích a koulích Apolloniových a isogonálných ..... 12.
J. Sobotka. K Joachimsthalovu řešení problému normál ..... 13.
Dr. *Rudolf Hac.* Kvantitativné dělení železa a hliníku guanidinem 14.
A. Fersman. O plstnatých asbestech českých a moravských ..... 15.
F. Slavík. Zprávy mineralogické ..... 16.
L. Kaplanová. Příspěvek k morfologii českých pyrargyritů ..... 17.
Dr. *Fr. Velísek.* Rhombické dělení ploch geodetickými kruhy, při němž k témuž úhlu souřadnému náleží ∞^1 lin. elementů ..... 18.

Číslo

Dr. *Jaromír Bulíř.* Složení mastných olejů ze semen rostlin Illic. verum Hook a Illic. religiosum Sieb ..... 19.
J. Sobotka. K problému normál při ellipse a hyperbole ..... 20.
Dr. *Jan Šebor.* O sklech olovnato-borových ..... 21.
Ladislav Pračka. Vyšetření doby oběhu a měny světlosti Cepheidy 76. 1907 *SU* Aurigae ..... 22.
A. Hofmann. Žíly zlatonosného křemene u Libčic blíže Nového Knína 23.
Prof. *Fr. Novotný.* Proud třífásový při nestejném zatížení fází. Řešení symmetrické ..... 24.
Dr. *B. Němec.* Zúrodnění u křivatce ..... 25.
B. Ježek. Vrbait, nový thallnatý minerál z Allcharu v Macedonii.. 26.
Fr. Křchlík. Analysa vrbaitu ..... 27.
Rudolf Sokol. Tarasy středního Labe v Čechách. I. ..... 28.
Prof. Dr. *Karel Domin.* Morfologická studie o kalíšku a číšce Rosaceí na základě sezelenalých květů u Potentilla aurea L. ..... 29.
Radim Kettner. O některých vyvřelinách z povltavského algonkia . 30.
Prof. *Vincenc Jarolímek.* Některé druhy kuželoseček imaginárných.. 31.
A. Hofmann a *F. Slavík.* O zlatonosném obvodu Kasejovickém. I... 32.
Karel Holub. Doplňky ku fauně eulomového horizontu v okolí Rokycan 33.
Dr. *Vladimír Václav Heinrich.* Theorie periodických pohybů typu $^5/_3$ v asteroidickém problému tří těles ..... 34.
Dr. *Bohumil Němec.* Příspěvky k poznání nižších hub. V. Anisomyxa plantaginis n. g. n. sp. ..... 35.
Dr. *Václav Posejpal.* O pravděpodobném účinku magnetického pole na Voltův effekt. Část druhá ..... 36.
Dr. *Jos. Woldřich.* Montanisticko-geologické studie sev. od Dobšiné v Uhrách ..... 37.
Dr. *Ot. Lešer.* Cyklopie u embrya člověcího 6 *mm* dlouhého ..... 38.
Josef Kadlec. O pohybech různých kapalin v kapillárách účinkem elektrických sil ..... 39.
Dr. *Vítězslav Veselý.* Další příspěvek k seznání barviv rosaminových 40.
Dr. *František Záviška.* O ohybu elektromagnetických vln na dvou parallelních, kruhových válcích ..... 41.
Dr. *Boh. Bydžovský.* Dvojnásobné body křivek šestého stupně ..... 42.
Dr. *Bohumil Němec.* Příspěvky k poznání nižších hub. VI. Nová Saprolegniacea ..... 43.

Příspěvek k morfologii miargyritu.

Podává **VOJTĚCH ROSICKÝ** v Praze.

Se 4 obrazci v textu a 2 tabulemi.

(Předloženo dne 12. ledna 1912.)

Práce tato vznikla na základě studia miargyritu příbramského, rozšířena pak byla i na krystaly z Braünsdorfu a Felsöbanye. Veškerý material krystalový, pocházející jednak ze sbírek universitních, jednak ze sbírek Musea království Českého, svěřen mi byl p. dv. radou prof. Dr. K. V r b o u ku prozkoumání, začež jemu tuto uctivý dík vyslovuji. Krystaly příbramské mnou nyní spracované, byly již před více lety p. dv. radou V r b o u měřeny a propočítány.

Miargyrit po stránce krystalografické skytá při měření i vyčíslování tvarů mnohonásobné obtíže. Již orientace na krystalech tohoto dosti vzácného nerostu bývá nesnadná, an habitus jeho velmi jest kolísavý nejen na jedné a téže lokalitě, leč i v jedné drůze; nezřídka převládají neb alespoň značně vyvinuty jsou plochy řidších tvarů, kdežto nejobyčejnější z ploch, typicky rýhovaný orthopinakoid a basis, celkem ustupují. Jindy žádný tvar nepřevládá, za to vyniká a krystalu vzhled udává jedno či více pásem obyčejně silně rýhovaných. Druhou potíží jest těsný srůst krystalů v drůzy, tak že vývin jich jest jen z části krystalonomický, krom toho pak četnými nepravidelnostmi růstovými porušený.

Jak svého času S a m o j l o f byl na barytu[1]) ukázal, mají substance, netvořící dvojčetné srůsty, silnou náklonnost ku srůstu paralelnímu respective hypoparalelnímu. Vlastnost tato jest u miargyritu vyvinuta v míře zvláště nápadné, a způsobuje při měření veliké překážky. Objevuje se na krystalech jeho nezřídka vyšinutí celých komplexů ploch ze zon a normální polohy až i o více stupňů. Při tom plochy takové bývají zhusta dokonalého vývinu a dobře reflektují. Dále lze pozorovati zvláště

[1]) Матеріялы къ кристаллографіи барита. Москва 1901.

na plochách pásma orthodiagonálního c (0 = 001), a (∞ 0 = 100), o (— 10 = = $\bar{1}$01) rozbití ploch ve dvě i více partií, jež má za následek zmnožení reflexů a malou spolehlivost měření. Mám za to, že všechny tyto anomalie mají svou příčinu v hypoparalelním srůstu, neboť plochy partií, z normalní polohy vyšinutých, mezi sebou jsou v orientaci zákonné. Nejlépe lze poruchy růstové přehlédnouti, provádíme-li měření na goniometru dvojkruhovém a data zaneseme do projekce. Plochy partií hypoparalelních leží opodál normalních posic, stačí však provésti na projekci přeložení anomalně ležícího komplexu bodů v patřičném směru, aby všechny tyto přešly v posice normalní. K poslednímu tomuto úkolu zvláště dobře se hodí W u l f f o v a síť, pomocí jíž lze diskussi tuto lehce a při tom značně přesně provésti. Lze míti důvodně za to, že četné netypické tvary krystalové řady miargyritu mají svůj původ v plochách následkem hypoparalelního srůstu anomalně orientovaných.

Další nemenší potíží jest i silně vyvinuté rýhování kombinační hlavně ve třech zonách: v orthodiagonalní [a c o],[1]) v podélné paralelní [a ω] (∞ 0 : 01) a příčné paralelní [o b] (— 10 : 0 ∞). Ve všech těchto třech zonách jsou řídké plochy hladké; velkou většinou jsou hruběji či jemněji dle os zon těch rýhované, tak že plochy mnohých tvarů zcela v rýhování tom skryty jsou. Jako u jiných nerostů, tak i u margyritu, jsou pásma hustě rýhovaná náchylna ku tvoření vicinal, které typické tvary provázejí, nezřídka tyto však svým vývinem a reflexem předčí a zatlačují neb konečně i zcela nahražují. Přirozeno, že při zjišťování tvarů, a zvláště při zavádění tvarů nových za těchto všech překážek nutno si počínati s největší opatrností a reservou. Jimi též lze snadno si vysvětliti často i značnější difference, jež mezi hodnotami měřenými a počítanými se jeví.

Reflexy rýhovaných zon jsou různé. Někdy pozorujeme souvislý pruh signalů velmi matných, dohromady splývajících, z něhož odrážejí se více či méně zřetelně reflexy lépe vyvinutých plošek, v rýhování často takořka skrytých. Jindy pruh skládá se z hustě seřazených, leč od sebe zřetelně se odlišujících reflexů namnoze dobré jakkosti, tak že bývá někdy velmi těžko se rozhodnouti, který z reflexů náleží tvaru typickému a který nikoli; pomáhává v tom případě empirií potvrzené pravidlo, že v bezprostřední blízkosti reflexů typických ploch jest často pruh světelný přerušen, ony tedy isolovaně v pásmu umístěny bývají.

Není nemožno, že mnohé rýhování nemá příčinu svou v kombinační repetici, leč v účinku vnějších sil a v přítomnosti skluzných ploch, jak vytkl M ü g g e.[2])

Všechna měření prováděl jsem na dvojkruhovém goniometru G o l d s c h m i d t o v ě. Jednak možno jím proměniti velkou část krystalu bez přelepování — což zvláště výhodou bylo pro krystaly nepatrných roz-

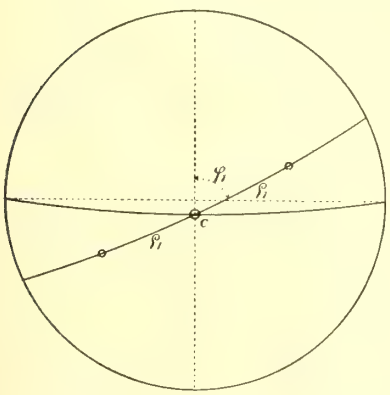
[1]) Postavení M i l l e r - L e w i s o v o.

[2]) N. Jahrb. 1898. I. 100.

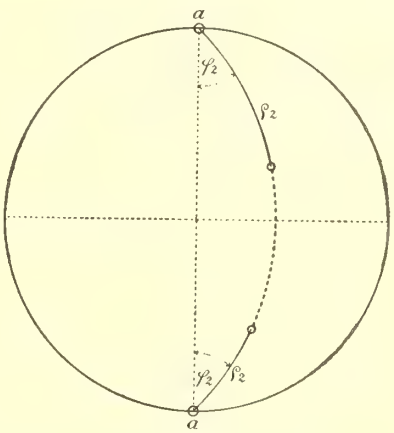
měrů, dále pak výborná optika přístroje umožňuje ještě tam zjistiti zřetelný signal, kde jiné instrumenty dovolují přibližná měření na třpyt pomocí nasazené lupy. Poněvadž velká většina ploch neposkytovala při zvětšujícím systemu čoček žádných reflexů, užil jsem při všech měřeních systemu zmenšujícího.

Orientaci krystalů na goniometru volil jsem různou. Normální posice, s vertikalním pásmem v aequatoru při postavení Miller-Lewisově pro nedostatek prismat nelze užíti; stavěl jsem tudíž do polu buď basis *c* (0), nebo *a* (∞ 0), *o* (—10), či konečně *b* (0 ∞); v posledním případě fungovala totiž zona orthodiagonální za aequator. Výběr posic dál se dle dokonalosti té které plochy a vývinu krystalu. Při měření odečítal jsem na kruhu vertikalním i horizontalním, jako při obyčejném měření dvojkruhovém. Hodnoty, odečtené na kruhu horizontalním, přímo udávaly úhlovou vzdálenost dotyčných ploch od polu; jsou zaneseny do tabell úhlů jakožto měřené sklony ku ploše do polu dané. Pro počet však jsou velmi výhodny i hodnoty získané na kruhu vertikalním, třeba že by nebyly v přímé souvislosti s posičním úhlem φ Goldschmidtových „Winkeltabellen". Počet na základě odečtených hodnot na obou kruzích byl arci různý dle zvolené orientace krystalu na goniometru:

a) *c* (0) v polu (obr. 1.), hlavní poledník jest zona orthodiagonální; odečtením obou úhlů obdržíme distanci od *c* (ϱ_1) a odchylku od poledníku (φ_1). Tím jsou dokonale určeny trojce sférické mezi měřenou plochou a třemi pinakoidy (distance *ĉa* mohla vždy býti měřena), z čehož lze symbol plochy krátkou manipulací vypočísti.



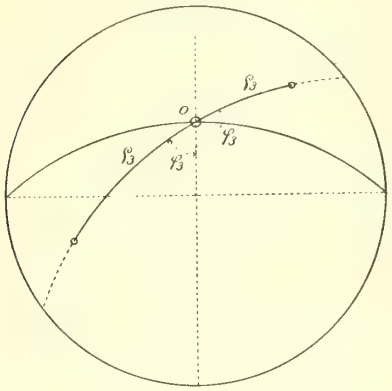
Obr. 1.



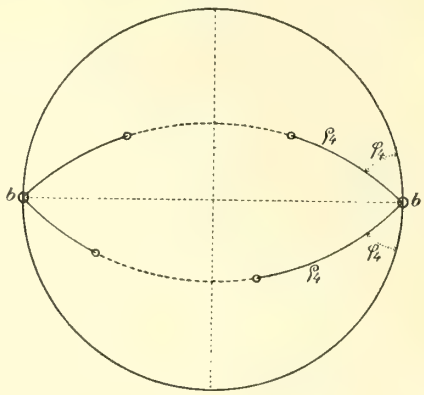
Obr. 2.

b) *a* (∞ 0) v polu (obr. 2.), hlavní poledník jest zona orthodiagonální. Distance ploch od *a* (ϱ_2) a odchylka od poledníku (φ_2) určují analogicky sférické trojce jak v případu *a*). Hodnota φ_2 jest zároveň η_0, ϱ_2 pak ($90^0 - \xi$) tabell Goldschmidtových h.

c) *o* (— 10) v polu (obr. 3.), hlavní poledník jest zona orthodiagonalní; posice tato volena byla celkem zřídka, spíše jen výjimečně. Při změřené distanci $\hat{oc}$ resp. $\hat{oa}$ jsou hodnotami φ_3 a ϱ_3 taktéž sférické trojce dobře určeny.



Obr. 3.



Obr. 4.

d) *b* (0 ∞) v polu (obr. 4.), t. j. orthodiagonální zona jest v aequatoru. Hlavní poledník jest zona vertikalní $[\hat{ba}]$. Jak z výkresu patrno, jest $\varrho_4 = (90^0 - \eta)$, $\varphi_4 = (90^0 - \xi_0)$ tabell Goldschmidtových.

Lewis[1]) rozeznával na krystalech miargyritu 7 různých typů:

1. Obyčejný typ Braünsdorfský: velké *a*, *o*, *c*, menší plochy *d*, *s*, *t*. Plochy poslednější, promítajíce se s analogickým pásmem zadním dolením, podmiňují klínovité ukončení na polech osy $\mathfrak{b}$. Plochy pásma *d s t* bývají někdy zřetelně vyvinuty, značně široky, nebo hustě rýhovány a v sebe přecházející.

2. Vedle ploch pásma souměrnosti jsou vyvinuty i velké plochy ξ.

3. *a o c* veliké, *d g* postejné; habitus tento upomíná na krystaly soustavy rhombické.

4. Pásma $[d\ s\ t]$ a $[\beta\ z\ k\ t]$ jsou velmi vyvinutá. Vedle nich bývají *x* nebo β, po případě obojí.

5. Velikou basí jest typ basalně tabulkovitý. Zona $[o\ p\ g]$ převládá nad $[d\ s\ t]$.

6. Habitus t. zv. Kenngottitový: Basis veliká, ostatní plochy jsou vesměs malé a náležejí zoně $[o\ p\ g]$ resp. $[d\ s\ t]$.

7. Malé krystaly, omezené dobře vyvinutými plochami *o* a *b*, s velikými plochami *g*. *a* má podobu trojce, *c* chybí, zona $[d\ s\ t]$ jest podřízeně vyvinuta.

Krystalky, jež jsem měřil, a jež jsem viděl vyobrazeny v literatuře, rozdělil bych co do habitu ve tři skupiny:

---

[1]) Z. f. Kr. VIII. 1884. 355.

1. Habitus *isometrický*: všechny tři rozměry asi stejné. Zona makrodiagonální zpravidla převládá, t. j. plochy *c*, *a*, *o* dominují. Jindy zvláště rozlehlými jsou plochy pásma [*d s t*], *A*, *g*, *i*, *s* a j. Tohoto vývinu bylo většina mnou měřených krystalů všech tří lokalit.

2. Habitus *tabulkový*: plochou tabulkovitosti jest obyčejně basis, daleko řidčeji orthopinakoid neb orthodoma *o*. Sem náleží též habitus Kenngottitový, popsaný původně Kenngottem[1]) a Haidingerem[2]) jakožto nový nerostný druh. Blízkou příbuznost Kenngottitu a miargyritu tušil již Weisbach[3]) v prvé své práci z r. 1865 (mluvil o isomorfii obou), v práci pak druhé (1877, 1878)[4]) mluví již o Kenngottitu jakožto pouhé odrůdě miargyritu.

3. Habitus *sloupcový*, zonou sloupcovitosti jest zona orthopyramid [*o g A*]. Tento vývin našel jsem toliko v literatuře uvedený,[5]) sám neměl jsem příležitost jej pozorovati.

Následkem obvyklého, těsného srůstu do drůz jest velká většina krystalů jen malou částí krystalonomicky vyvinuta. Řidší jest vývin celé poloviny krystalu (jednoho polu osy $\mathfrak{b}$) neb dokonce s více stran.

Na všech měřených krystalech, jichž úhrnem bylo *16* (5 z Příbramě, 6 z Braünsdorfu, 5 z Felsöbanye) zjistil jsem 42 tvary typické (5 z nich jest nových) a 4 tvary nejisté (tři nové).

Tvary ty jsou (hvězdičkou označené jsou pro miargyrit nové):

a) *Zajištěné*:

	Písmeno	Značka Goldsch.	Millerova
1.	*c*	0	001
2.	*a*	∞ 0	100
3.	β	$0^1/_3$	013
4.	ω	01	011
5.	*m*	10	101
6.	λ	$^1/_2$0	102
7.	ϑ	$^1/_3$0	103
8.	*G*	$^1/_5$0	105
9.	*M*	— $^1/_3$0	$\bar{1}03$
10.	*u*	— $^2/_3$0	$\bar{2}03$
11.	*o*	— 10	$\bar{1}01$
12.	*R*	— 20	$\bar{2}01$
13.	*N*	— 30	$\bar{3}01$
14.	*t*	1	111
15.	*h*	$^1/_3$	113
16.	*A*	— 1	$\bar{1}11$

[1]) Pog. An. 1856. *98*. 165.
[2]) Sitzber. W. Ak. *22*. 1856. 236.
[3]) Pog. An. 1865. *125*. 441.
[4]) Wiedem. An. II. 1877. 458; Z. f. Kr. II. 1878. 55.
[5]) Na př. u Weisbacha, Pog. An. *125*. 1865, obr. 9., 14., 15.

	Písmeno	Značka Goldsch.	Millerova
17.	*τ	$-1^1/_8$	$\bar{8}18$
18.	p	$-1^1/_6$	$\bar{6}16$
19.	π	$-1^1/_5$	$\bar{5}15$
20.	γ	$-1^1/_4$	$\bar{4}14$
21.	g	$-1^1/_3$	$\bar{3}13$
22.	χ	$-1^1/_2$	$\bar{2}12$
23.	C	81	811
24.	D	71	711
25.	η	61	611
26.	F	51	511
27.	f	$^9/_2 1$	922
28.	φ	41	411
29.	d	31	311
30.	ε	$^5/_2 1$	522
31.	*Q	$^7/_3 1$	733
32.	*Y	$^{11}/_5 1$	11 . 5 . 5
33.	s	21	211
34.	*j	$^5/_3 1$	533
35.	*Γ	$^1/_3 1$	133
36.	x	$-^1/_2 1$	$\bar{1}22$
37.	σ	-21	$\bar{2}11$
38.	i	-31	$\bar{3}11$
39.	ψ	$-^4/_3\,^1/_3$	$\bar{4}13$
40.	ξ	$-^2/_3\,^1/_3$	$\bar{2}13$
41.	k	$^1/_4\,^1/_2$	124
42.	ζ	$-^2/_5\,^1/_5$	$\bar{2}15$

b) *Nezajištěné*:

43.	*Ω	$^2/_5\,^3/_5$	235
44.	α	$-^2/_3 1$	$\bar{2}33$
45.	*ω	$-^5/_2 1$	$\bar{5}22$
46.	*Φ	$-^1/_3\,^1/_9$	$\bar{3}19$.

Z netypických, vicinalních tvarů, jichž velké množství bylo nalezeno na zkoumaném materialu, několikráte se opakovaly $-^1/_{10}0 =$ $= (\bar{1} . 0 . 10)$ a $^1/_9 1 = (199)$.

Jak z neuveřejněných zápisků jsem zjistil, našel V r b a z tvarů nových již dříve na krystalech příbramských: $^5/_3 1 = (533)$, $^1/_3 1 = (133)$ a jedenkráte vicinalu $^2/_{25} . 0 = (2 . 0 . 25)$.

Nové tvary.

Z přečetných tvarů, jež lze na krystalech miargyritu zvláště v rýhovaných zonách [*a c o*], [*a d s t*] a [*o g A*]nalézti v posicích nových, zařadil jsem mezi jisté nové tvary jen ty, jež skytaly reflexy alespoň zřetelné, umožňující bezpečné odečtení, jež byly zřetelně vyvinuty nebo, byly-li skryty v rýhování zon, vícekráte se opakovaly a konečně, diskutovány dle methody Goldschmidtovy, dávaly výsledky uspokojivé. Tvary, jichž plochy nevyhovovaly v některém směru, nebo při nichž se úhly měřené a počítané silně rozcházely, zařazeny mezi nejisté.

a) *V pásmu* [*o g A*]:

τ — $1^1/_8$ ($\bar{8}18$) byla nalezena na 3 krystalech třemi plochami: na 2. kr. z Braünsdorfu, 1. a 2. kr. z Felsöbanye. Plochy jsou skryty v rýhování zony, reflex jich jest sice málo jasný, leč zřetelný.

$\tau : a = 51^0\,30'$ měř., $52^0\,01'$ poč.
$: b = 74^0\,30'$ „ $74^0\,22'$ „

b) *V pásmu* [*a d s t*]:

Q $^7/_3 1$ (733) na 3 krystalech z Příbramě č. 1., 2., 3. úhrnem čtyřmi plochami skrytými v rýhování pásma. Na posledním z krystalů jsou reflexy dobré, tvar pak přítomen dvěmi plochami.

$Q : a = 51^0\,56'$ měř., $51^0\,31^1/_2'$ poč.
$: c = 70^0\,15'$ „ $69^0\,49^2/_3'$ „

Y $^{11}/_5 1$ (11 . 5 . 5) nalezen byl na 3. a 4. krystalu z Příbramě dvěmi, v rýhování skrytými plochami. Reflex jedné z nich slušný, druhé chatrný.

$Y : a = 53^0\,31'$ měř., $53^0\,03'$ poč.

j $^5/_3 1$ (533) nalezen na dvou krystalech příbramských (č. 4., 6.) třemi plochami, v rýhování ukrytými. Slušný reflex skytaly dvě plošky kr. č. 6.

$j : c = 69^0\,23'$ měř., $69^0\,19'$ poč.
$: a = 59^0\,33'$ „ $59^0\,48^2/_3$ „

Γ $^1/_3 1$ (133) nalezen byl na 1. kr. z Příbramě a 3. z Braünsdorfu úhrnem dvěmi, v komb. rýhování skrytými ploškami. Reflexy jich jsou slušné.

$\Gamma : c = 70^0\,01'$ měř., $70^0\,05'$ poč.
$: a = 80^0\,35'$ „ $81^0\,08^1/_3'$ „
$: o = 82^0\,10'$ „ $81^0\,27'$ „

Ku srovnání budiž uvedena ještě tabella úhlů, sestavená dle vzoru Eaklova: z hodnot na krystalu měřených vypočítány byly φ a ϱ a srovnány s hodnotami z parametrů počítanými.

Písmeno	Značka	Z měření poč.		Z param. poč.	
τ	$-1^1/_8$	$\varphi = 66^0\,35'$,	$\varrho = 42^0\,17'$,	$\varphi = 66^0\,21^1/_3'$,	$\varrho = 42^0\,12'$
Q	$^7/_3 1$	$39^0\,30'$,	$75^0\,14'$,	$40^0\,02^1/_2'$,	$75^0\,15^1/_2'$
Y	$^{11}/_5 1$	$38^0\,01'$,	$74^0\,53'$,	$38^0\,29^2/_3'$,	$74^0\,56^2/_3'$
j	$^5/_3 1$	$31^0\,54'$,	$74^0\,12'$,	$31^0\,36'$,	$73^0\,41'$
Γ	$^1/_3 1$	$9^0\,30'$,	$71^0\,10'$,	$9^0\,21^2/_3'$,	$71^0\,16'$.

Z dříve známých, leč nezajištěných tvarů pozoroval jsem vícekráte α $-^2/_3 1$, stanovený W e i s b a c h e m a jím na výkresu velkými plochami vyznačený. Tvar tento vzal L e w i s v pochybnost poukazuje k tomu, že týž byl W e i s b a c h e m toliko přibližně měřen, hodnoty pak měřené a počítané nedobře souhlasily. Dle R a t h a tvar tento často převládá, jeví však v úklonech svých kolísání značná. L e w i s považuje jej za totožný s x $(-^1/_2 1)$ začasté arci z normalní posice vychýlený. Já našel tvar ten na třech krystalech braünsdorfských s reflexy vždy neurčitými, rozmazanými; ve shodě s pozorováním L e w i s o v ý m přítomen byl tvar ten toliko na straně, na níž chybělo x, není tudíž domněnka L e w i s o v a pravděnepodobná. Diskusse zony činí jej arci možným a pravděpodobným. Úhly jeví kolísání částečně dosti značné (zvl. $\alpha : a$):

$$\begin{aligned} \alpha : c &= 72^0\,55' \text{ měř.}, & 72^0\,57^2/_3' \text{ poč.} \\ : a &= 81^0\,45' \;\;,, & 80^0\,42^2/_3' \;\;,, \\ : o &= 69^0\,08' \;\;,, & 69^0\,31' \;\;,, \end{aligned}$$

Θ $-^5/_2 1$ $(\bar{5}22)$ odpovídá tvaru ε v předním hořením oktantu. Nalezen byl jednou na 3. krystalu z Příbramě v podobě úzké, leč zřetelně vyvinuté plošky, odnímající hranu $i : \sigma$. Reflex jest slušný, vzdor tomu však shoda měřeného a počítaného úhlu $\widehat{\Theta a}$ není dobrá, taktéž diskusse nemluví nikterak přesvědčivě pro tvar ten.

$$\begin{aligned} \Theta : c &= 80^0\,09' \text{ měř.}, & 80^0\,22' \text{ poč.} \\ : \bar{a} &= 54^0\,43' \;\;,, & 53^0\,09^2/_3' \;\;,, \end{aligned}$$

Ω $^2/_5$ $^3/_5$ (235) nalezen byl na krystalu z Felsöbanye č. 1. jednou, zřetelně vyvinutou a dosti dobře reflektující plochou v pásmu mezi k a β. Pro nesouhlas úhlu měřeného $\Omega : o$ a ξ_0[1]) s počítanými hodnotami považuji tvar ten prozatím za nezajištěný.

$$\begin{aligned} \Omega : b &= 32^0\,58' \text{ měř.}, & 33^0\,07^1/_3' \text{ poč.} \\ : o &= 77^0\,20' \;\;,, & 78^0\,21' \;\;,, \\ \xi_0 &= 27^0\,46' \;\;,, & 28^0\,35' \;\;,, \end{aligned}$$

Φ $-^1/_3$ $^1/_9$ $(\bar{3}19)$ nalezen byl na krystalu z Braünsdorfu č. 2. dvěmi zřetelnými, leč chatrně reflektujícími ploškami. Následkem toho úhly měřené a počítané značně se rozcházejí. Ve prospěch tvaru mluví jen ta okolnost, že leží na průsečíku zon $[M\,l]$ a $[t\,\beta]$. Nutno vyčkati jejího potvrzení.

---

[1]) Získána měřením dle způsobu *d*) obr. 4.

$\Phi : a = 79^0\,27'$ měř., $80^0\,31'$ poč.
η_0[1]) $= 18^0\,04'$ „ $17^0\,55'$ „

Z přečetných vicinal uvedeny buďtež toliko dvě vícekráte se vyskytnuvší:

V pásmu orthodiagonalním doma $-{}^1/_{10}0$ ($\bar{1}\,.\,0\,.\,10$) nalezeno bylo na 5. a 6. kryst, z Braünsdorfu a 5. z Felsöbanye. Ve všech případech skryto jest v kombinačním rýhování base. Reflex v jednom případě jest dobrý v ostatních chatrný, ač zřetelný. Úhly měřené i počítané pěkně souhlasí. Proti typičnosti tvaru mluví toliko diskusse zony.

$-{}^1/_{10}0 : \bar{a} = 93^0\,08'$ měř., $93^0\,04^2/_3$ poč.

Druhá vicinala, ${}^1/_9 1$ nalezena byla v pásmu $[t\,\omega]$ na 1. a 5. kryst. příbramském a 1. braünsdorfském třemi plochami. Zvláště na kr. z Příbramě č. 5. jest přítomen tvar ten širokou, hladkou a od sousedních ploch t a i dobře odlišenou plochou; reflex její jest dobrý. Na druhých dvou krystalech jsou plošky této vicinaly skryty v hustém rýhování a mají signal méně dobrý. Na základě diskusse zony nutno míti za to, že jedná se o tvar vicinální ku ω (01) resp. o vychýlenou polohu tohoto tvaru; pro to mluví hlavně ta okolnost, že nikdy na straně, kde tato vicinala jest vyvinuta, ω se nenachází.

${}^1/_9 1 : c = 70^0\,20'$ měř., $70^0\,33'$ poč.; $\omega : c = 70^0\,50'$ poč.
$: a = 85^0\,08'$ „ $85^0\,09'$ „ $: a = 87^0\,11'$ „

Následující tabella udává hodnoty Goldschmidtových, „Winkeltabellen“ pro tvary nové a pro dřívější známý tvar α. (Tečka za číslem značí, že ca + 30″ bylo zanedbáno).

Písmeno	Symbol Goldsch.	Symbol Millerův	φ	ϱ	ξ_0	η_0	ξ	η	x'	y'	d'
τ	$-1^1/_8$	$\bar{8}18$	$66^0\,21'$.	$42^0\,12'$	$39^0\,43'$	$19^0\,59'$	$37^0\,59'$	$15^0\,38'$	0·8307	0·3637	0·9068
Q	${}^7/_3 1$	733	$40^0\,02'$.	$75^0\,15'$.	$67^0\,45'$.	$71^0\,02'$	$38^0\,28'$.	$47^0\,46'$	2·4450	2·9096	3·8005
Y	${}^{11}/_5 1$	11 . 5 . 5	$38^0\,29'$.	$74^0\,56'$.	$66^0\,37'$.	$71^0\,02'$	$36^0\,57'$	$49^0\,05'$.	2·3109	2·9096	3·7175
j	${}^5/_3 1$	533	$31^0\,36'$	$73^0\,41'$	$60^0\,48'$.	$71^0\,02'$	$30^0\,11'$.	$54^0\,49'$.	1·7899	2·9096	3·4161
Γ	${}^1/_3 1$	133	$9^0\,21'$.	$71^0\,16'$	$25^0\,37'$.	$71^0\,02'$	$8^0\,51'$.	$69^0\,08'$	0·4796	2·9096	3·1378
Ω	${}^2/_5\,{}^3/_5$	235	$17^0\,20'$.	$61^0\,20'$	$28^0\,35'$.	$60^0\,11'$.	$15^0\,09'$.	$56^0\,52'$.	0·5451	1·7457	1·8288
α	$-{}^2/_3 1$	$\bar{2}33$	$9^0\,48'$.	$71^0\,17'$.	$26^0\,42'$.	$71^0\,02'$	$9^0\,17'$.	$68^0\,57'$	0·5031	2·9096	2·9524
Θ	$-{}^5/_2 1$	$\bar{5}22$	$38^0\,23'$	$74^0\,55'$.	$66^0\,32'$.	$71^0\,02'$	$36^0\,50'$.	$49^0\,11'$.	2·3048	2·9096	3·7118
Φ	$-{}^1/_3\,{}^1/_9$	$\bar{3}19$	$28^0\,30'$.	$20^0\,12'$	$9^0\,57'$.	$17^0\,55'$	$9^0\,29'$	$17^0\,39'$.	0·1756	0·3233	0·3679

[1]) Získána měřením dle způsobu *b*) obr. text. 2.

Ostatní tvary.

V orthodiagonalním pásmu měřených mnou krystalů nejčastější i největší bývají plochy tvarů *a*, *c*, *o*. Jejich reflexy bývají někdy ostré, jindy, následkem rýhování, rozmazané a následkem rozbití ploch zmnožené.

c (0) bývá zparvidla hustě rýhovaná dle orthodiagonaly 𝔟, zřídka a zcela podružně dle hrany $c : \omega$. Vicinaly, provázející *c*, leží v pásmu orthodiagonalním.

a (∞ 0) rýhována jest jednak dle orthodiagonaly, jednak dle os obou zon $[a\,\omega]$. Rýhování poslednější jest silnější obyčejně prvého. Řečené tři systemy rýh se na *a* nikdy neprotínají. Vicinaly ku *a* uloženy jsou v zonách $[a\,\omega]$.

o (— 10) jeví více méně zřetelné rýhování dle 𝔟, přecházeje řadou vicinalních orthodomat do base; obyčejně však zřetelnější jest rýhování dle osy pásma $[o\,A]$. Vicinaly ku *o* leží v tomto pásmu.

Ostatní pozorovaná orthodomata předních i zadních oktantů leží skoro vesměs v kombinačním rýhování ploch *a*, *c*, *o* s reflexy tu zřetelnějšími, tu nejasnými a od souvislého pruhu světelného matně se odrážejícími. Toliko jednou *R* (— 20) nalezeno bylo jakožto úzká, leč ostře ohraničená plocha na kryst. z Braünsdorfu č. 1., na témž taktéž osamocená plocha *N* (30); *M* ($-\frac{1}{3}0$) zřetelně od okolních ploch jest odlišena na 5 kryst. z Braünsdorfu, ϑ ($\frac{1}{3}0$) na 3. kryst. z Felsöbanye, *m* (10) na 2. krystalu z Braünsdorfu. *m* a ϑ nalezeny byly v poloze anomalní, vychýlené, jak hodnoty měřené resp. počítané, k nim se vztahující, dokazují.

Klinodomata β a ω bývají zřetelně vyvinuta a často dobře reflektují; někdy jsou nahražena vicinalami. Jsou pravidlem prosta rýhování; někdy však ω rýhováno bývá dle osy pásma $[a\,\omega]$, na β pak krystalu z Braünsdorfu č. 1. shledáno bylo zřetelné rýhování v zoně $[\beta\,\chi]$, méně zřetelné v zoně $[\beta\,c]$. Oba systemy se nekříží, leč stýkají se na ploše hranicí nerovnou.

V pásmu $[a\,\omega]$ jsou plochy většinou skryty v hustém rýhování dle osy pásma, splývajíce v zaoblinu souvislou; řidčeji odděleny jsou jednotlivé hladké plochy zřetelně od sebe. V zonách prvějšího rázu spatřujeme hojné vicinaly blíže *a*, dále u *C*, *d*, *s*, *t*; nejednou jsou plochy ty vicinalami zcela zastupovány.

Reflexy ploch pásma toho bývají slušné až i velmi dobré — zvláště *d*, *s*, *t*, σ, *i* mívají pěkný lesk. V hustě rýhovaných zonách bývají arci reflexy rozmazané až matné, splývající takřka v souvislé pruhy světelné. Takové táhnou se někdy od *a* až ku *t*, jindy mezi bližšími si body, na př *d* a *s*. *A* má zpravidla reflex nejasný následkem rýhování v zoně $[A\,\omega]$; zhusta tvar ten zastoupen jest vicinalami či vychýlen z normalní posice. *x* nebylo nikdy nalezeno samostatně vyvinuto, vždy ukryto bylo v kombinačním rýhování pásma.

Taktéž zona [o A] bývá nejčastěji rýhována rovnoběžně s osou zony. Slušné až i pěkné reflexy poskytují plochy p, γ, g, χ. Vicinalami nejvíce jest provázena plocha g.

Ostatní plochy, neležící v pásmech výše vytčených, na př. ψ, ξ, ζ, k, h řidčeji přicházejí, za to však mívají přes svou často nepatrnou rozlohu zřetelné omezení a namnoze ostrý, jasný reflex.

Miargyrit z Příbramě.

První, jenž miargyrit z Příbramě uvedl, byl Reuss.[1]) Týž popsal kus ze sbírky Layerovy, věnovaný Zippem Museu království Českého. Praví o něm: „Na jemnozrnném křemeni i v něm, pospolu s červenohnědým blejnem a zrnitým, do dutin v čočkovité rhomboědry vykrystalovaným sideritem, sedí kusové, rozhlodané a nezřetelně krystalické partie miargyritu, posázené tu a tam šedobílými krystaly křemene a uzavírající rozhlodané misky antimonu a allemontitu. Jsou-li partie ty původní, s křemenem a ocelkem současné útvary, nebo vznikly-li teprve pozdějším rozkladem, jsouce snad v genetickém spojení s řečenými antimon obsahujícími nerosty, nelze následkem nedostatku potřebného materialu rozhodnouti.“

Dle veškeré pravděpodobnosti jest tento vzorek Reussem popsaný totožný se vzorkem Musea král. Českého č. 8849. Popis svrchu podaný plně se na vzorek ten hodí, připomněl bych ještě jen výskyt jakýchsi blíže neurčitelných perimorfos.

První analysu miargyritu, ač velmi neúplnou, podal Helmhacker,[2]) jenž určil:

S	20·86%
Sb	38·42%
Ag	34·87%
Úhrnem	94·15%,

$$h = 5{\cdot}3.$$

Později provedl přesnou analysu příbramského miargyritu R. Andreach,[3]) jenž shledal:

S	21·68%
Sb	41·15%
Ag	36·71%
Fe	Sledy
Úhrnem	99·54%.

[1]) Sitzber. Wiener Ak. Math. Cl. *22*. 1856. 208.
[2]) Berg- u. Hüttenm. Jhb. der Berg-Akad. etc. *13*. 379.
[3]) Tsch. m. p. M. IV. 1882. 185 v práci Rumpfově.

h dle Rumpfa = 5·0725, 5·0823, střed 5·0774.

Krystalografickou zprávu publikoval dosud jen K. Vrba,[1]) popsav pseudomorfosy (asi) maskasitu po miargyritu. Na těchto vyskytly se tvary (přepsáno na posici Miller-Lewisovu a s užitím písmen, v této práci přijatých): *c* (0), *a* (∞ 0), *o* (— 10), *d* (31), *u* (— $^2/_3$0). Pseudomorfosy tyto pocházejí ze žíly Klementské, jsou temné, na lomu kovově lesklé, spížově žluté. Dle snadné rozložitelnosti materialu možno souditi na maskasit. Plochy pseudomorfos těch byly chatrného vývinu, proto musely býti zastavovány toliko pomocí lupy na třpyt.

Dříve, nežli přistoupím ku výpisu jednotlivých krystalů měřených, budiž učiněna zmínka o vzorcích miargyritu, chovaných ve sbírkách musejních i mineralogického ústavu české university.

Vzorek č. 8300. (Mus., sbírka Layerova): Na bílém, křemitém podkladě narůstá drůza nepříliš zřetelných, z části lesklých, většinou však rozhlodaných a matných krystalků miargyritu. Mezi nimi vrostly jsou útvary perimorfosám nějakým podobné, tvořené bělošedou, velmi křehkou křemitou korou.

Vzorek č. 7716. (Mus.). Krystaly miargyritu jsou tombakově žlutě naběhlé, silného lesku kovového. V drůzovitých dutinkách nachází se hnědě naběhlé, vláskovité stříbro. Do miargyritu vrůstají zrna oranžového sfaleritu. Křemen tvoří krystaly bělavé až skoro čiré, dosahující velikosti $^1/_2$ *cm*; přimíseno jest něco ocelku a galenitu.

Vzorek č. 12.666. (Mus.). Křemitý podklad jest jemně zrnitý, protkaný žilkami bledého, krystalického ocelku a čirého až bělošedého, krystalického křemene. V dutině slzovitého tvaru asi 28 *mm* dlouhé a 13 *mm* široké, vyložené bělavým, jemně krystalovaným křemenem, nachází se jednak velký, rozražený krystal pyrargyritu, vyplňující přes $^3/_4$ celé dutiny, jednak — v užším konci této — drůza těsně srostlých drobounkých, silně lesklých krystalů miargyritu.

Vzorek č. 4129. (Univ.): V jemnozrnném sfaleritu jsou velké dutiny vyloženy hrubě krystalovaným galenitem se zprohýbanými plochami, pokrytými bílým, drůzovitým křemenem. V dutinách nalézají se těsně srostlé drůzy nepatrných, většinou matných krystalů miargyritu.

Vzorek, z něhož vzaty byly krystalky ku měření, skládá se z hrubozrnného, bílého dolomitického vápence, promíseného ocelkem, v němž zarostla jest dutá pecka celistvého, do dutiny velmi jemně vykrystalovaného miargyritu. Krystaly jsou velmi těsně srostlé, drobounké a silně lesklé.

Charakteristické pro příbramský miargyrit jest — pokud na základě měření šesti krystalků lze vypozorovati — bohatost zony [*a* ω] oproti chudosti zony [*o A*], z níž často na krystalech toliko tvar *g* jest vyvinut, někdy pak i ten chybí. Skoro konstantní jest výskyt ploch ψ a *i*, z nichž

[1]) Z. f. Kr. V. 1881. 429.

poslednější bývá značných rozměrů i dokonalosti. Kolísání úklonů orthopinakoidu *a* k plochám ostatním bývá velmi značné. Habitus všech krystalů jest isometrický.

V následujících popisech krystalů příbramských i druhých dvou lokalit udávána bude — vedle kombinace i poměrná velikost ploch. Dle Goldschmidtova vzoru roztříděny jsou tvary ve tři kategorie: do 1. náležejí tvary na krystalu dominující a udávající jeho habitus a typ. Do 2. náležejí ony, jež jsou značně vyvinuty, ač nepřevládají a o habitu resp. typu nerozhodují. Do oddělení třetího čítány jsou ostatní, v kombinaci podružné tvary. Z těchto oddílů stačí arci uvésti toliko prvé dva, ježto zbývající tvary eo ipso do oddělení 3. připadají.

Kr. 1. asi 1 *mm* veliký, většinou lesklý.

Kombinace: *c a* (*ω*) *o t C d Q s Γ i.*

Velikost ploch: I. *c o* II. *a i.*

Jedna z ploch orthopinakoidalných ($\bar{a}$), dobře reflektující, jest značně vychýlena z polohy normalní:

$$o : \bar{a} = 49^0\,15'\ \text{měř.},\ 50^0\,17'\ \text{poč.}\quad \text{Diff.} + 1^0\,02',$$
$$: c = 48^0\,13'\ ,,\ 48^0\,20'\ ,,\ ,,\ + 0^0\,07'.$$

Leží tedy *o* a *c* normalně. U tohoto krystalu jest pravdě podobno, že příčina výchylky spočívá v poruše růstu, vzniklé těsným srůstem krystalů v drůze. Protiplocha *a* jest v posici skoro normalní:

$$a : c = 81^0\,39'\ \text{měř.},\ 81^0\,23'\ \text{poč.}\quad \text{Diff.} - 0^0\,16'.$$

Plochy tvaru *i* jsou velké, leč jen malá část jedné z nich jest lesklá a v posici skoro normalní; ostatek téže a celá druhá jsou matné a v anomalní posici. Pokud z reflexů velmi slabých a rozmazaných lze seznati, jest rozdíl v úklonech ku basi obou částí plochy dotyčné ca 10°; pro přílišnou neurčitost reflexů nelze však symboly části té vypočísti. *ω* nahraženo jest vicinalou $^1/_9 1$ (proto ve výčtu tvarů dáno *ω* do závorek), mnohé pak plochy, na př. *C*, *d* jsou následkem porušeného růstu krystalu vyšinuty. Tab. I., obr. 1.

Kr. 2.[1]) Kombinace *c a o t i.*

Kr. 3. Velikost asi 1 *mm*, silně lesklý.

Kombinace: *c a ω o t g χ* (*φ*?) *d ε Q s σ* (*Θ*) *i ψ k.*

Velikost ploch: I. *c a o* II. *t g i*

V závorkách uveden tvar *φ*, vychýlený z posice normalní ca o 2°, a nezajištěný tvar *Θ*. Mezi $\bar{a}$ a *d* jednoho z dolních oktantů nalézá se dosti rozlehlá, jemně dle osy pásma rýhovaná partie, skytající souvislý světelný pruh. Tab. I., obr. 2.

Kr. 4. Velikost $^3/_4$ *mm*. Lesklý.

Kombinace: *c a o t h* (*f*) *d Q Y s j i k ψ.*

---

[1]) Dle sdělení p. dv. rady dra K. Vrby.

Velikost ploch: I. *c a t* II. *i k*,

a krásně se třpytí a jest takořka prost rýhování. Pyramida *t* provázena jest zřetelně reflektujícími vicinalami o symbolech blízkých $^5/_4 1$ a $^4/_3 1$. Tab. I., obr. 3.

Kr. 5. Velikost skoro 1 *mm*; ze značné části odlomen.

Kombinace: *c* (*ω*) *o t s i ψ*.

Velikost ploch: I. *c* II. *o i* (*ω*) *t s*.

o má — následkem zlomení — reflex dvojitý. Difference mezi oběma signaly činí 0° 48′. Plochy jedno pásmo tvořící *s t* (*ω*) *i* jsou široké, vesměs dobře reflektující, ostře (bez kombinační repetice) od sebe odděleny a slabounce dle osy pásma rýhovány. Tvar *ω* není vyvinut sám, leč zastoupen širokou a dobrou vicinalou $^1/_9 1$, jak o tom výše již zmínka byla učiněna.

Kr. 6. Velikost sotva $^1/_2$ *mm*, lesklý, toliko částečně vyvinutý.

Kombinace: *c a m λ ϑ o t h* (*g*?) *f φ d Y s j i ψ* (*ξ*) *k*.

Velikost ploch: I. *c a* II. *o i d*.

Zvláště silně vyvinuto jest na krystalu zadní dolní pásmo [*a t*], hustě rýhované.

Dle orthodiagonaly hustě rýhovaná basis *c* nalézá se v kombinační repetici s předními orthodomaty *m λ ϑ* a s některými vicinalními. *g* a *ξ* podobny jsou spíše slabě lesklým hranám s reflexy velmi chabými: odtuď chatrná shoda úhlů měřených a počítaných. Není bez zajímavosti konečně zmnožený a velmi nejasný reflex, ležící asi v místech tvaru $^2/_3$, dosud neznámého. Plocha však zřejmě není vyvinuta.

Tabella úhlů měřených na krystalech příbramských.

			Měřeno	Počítáno	Počet hran	Číslo kryst.
c (0)	: *ϑ*	$^1/_3 0$	(ca 17$^3/_4$°	17°	1	6.
	: *λ*	$^1/_2 0$	24° 05′	24° 08′	1	6.
	: *m*	10	39° 55′	40° —	1	6.
	: *a*	∞ 0	81° 33′	81° 22′	4	1, 3, 4, 6.
	: *o*	— 10	48° 17′	48° 20′	6	1, 3, 4, 5, 6.
	: *g*	— $1^1/_3$	57° 59′	57° 49′	2	3, 6.
	: *χ*	— $1^1/_2$	63° 16′	63° 43′	2	3.
	: *s*	21	69° 32′	69° 32′	3	4, 5, 6.
	: *t*	1	69° 18′	69° 18′	8	1, 3, 4, 5, 6.
	: *ω*	01	70° 44′	70° 50′	2	3.
	: *σ*	— 21	78° 19′	78° 25$^1/_2$′	1	3.
	: *i*	— 31	81° 57′	82° 08′	7	1, 3, 4, 5, 6.
	: *ψ*	— $^4/_3$ $^1/_3$	63° 11′	63° 16′	5	3, 4, 5, 6.
	: *ξ*	— $^2/_3$ $^1/_3$	(ca 53° —	51° 56′	1	6.)
	: *h*	$^1/_3$	44° 15′	43° 57 $^1/_2$′	3	4, 6.
	: *k*	$^1/_4$ $^1/_2$	54° 41′	54° 36′	5	3, 4, 6.
a ∞ 0	: *f*	$^9/_2 1$	33° 40′	33° 55′	2	4, 6.

			Měřeno	Počítáno	Počet hran	Číslo kryst.
$a \infty 0$	: φ	41	37° 10′	37° —	1	6.
	: d	31	44° 59′	44° 47′	4	3, 4.
	: ε	$^5/_2 1$	49° 43′	49° 42′	2	3, 4.
	: s	21	55° 20′	55° 28′	3	3, 4.
	: t	1	69° 43′	69° 45′	2	4, 6.
	: ω	01	87° 29′	87° 11′	1	3.
	: h	$^1/_3$	71° 16′	71° —	2	4, 6.
	: k	$^1/_4 ^1/_2$	77° 25′	77° 18′	3	4, 6.
$\bar{a} \bar{\infty} 0$	: o	— 10	50° 07′	50° 17′	1	4.
	: g	$-1^1/_3$	58° 54′	59° 12′	2	3, 6.
	: χ	$-1^1/_2$	64° 37′	64° 48′	1	3.
	: i	— 31	47° 45′	47° 44′	6	3, 4, 6.
	: σ	— 21	59° 14′	59° 30′	1	3.
	: ψ	$-^4/_3 ^1/_3$	50° 11′	50° 16′	6	3, 4, 6.
	: ξ	$-^2/_3 ^1/_3$	(ca 69° —	70° 09′	1	6.)
$o - 10$	: i	— 31	(ca $52^1/_2{}^0$	52° 04′	1	1.)
	: t	1	89° 09′	89° 14′	3	1.
	: s	21	99° 10′	99° 0′	2	1.
	: d	31	(ca 107°	106° 07′	1	1.)
	: C	81	(ca $121^1/_2{}^0$	120° 28′	1	1.)

Miargyrit z Braünsdorfu.

Kr. 1. Pochází ze vzorku č. 8948. (Mus., sbírka Nosticova.) Na křemenitém podkladě, promíseném arsenopyritem a jemně jehličkovitým antimonitem jest drůzovitý povlak zřetelně vykrystalovaného, bělavého křemene. Na něm narostly jsou černé, často pestře naběhlé krystaly miargyritu, až 1 *cm* velké, hojně rýhované a hypoparalelně srostlé. Měřený krystal jest asi 2 *mm* veliký, habitu isometrického; jest narostlý jedním polem osy $\mathfrak{b}$. Pásmo [*a c o*] jest kol dokola vyvinuto.

Kombinace: *c a β ω m λ o R N t* (*A*) *π γ g χ d s* (*α*) (*x*).

Velikost ploch: I. *c a o* II. *t χ d s.*

Velmi silně jsou vyvinuty všechny tři nejdůležitější zony: orthodiagonální [*a c o*], [*o A*], [*a ω*]. V prvé z nich jsou orthodomata *m λ* skryta v rýhování; poslednější skytá špatný, toliko přibližně měřitelný reflex. Ze dvou zřetelně vyvinutých zadních orthodomat *R* a *N* jest toto od normalní polohy odchýleno. Stejně jest tomu i u *ω*, *A* a *x*, kteréžto dvě poslední plochy velmi nezřetelně jsou vyvinuty, alternujíce v hrubém kombinačním rýhování. O rýhování *β* byla již výše učiněna zmínka. Tab. I., obr. 4.

Kr. 2. Pochází ze vzorku č. 13733. (Mus., sbírka Wraného.) V dutině, vyložené asi 1½ *cm* silnou, drůzovitě vykrystalovanou vrstvou kře-

mene, narostly jsou skupiny krystalů miargyritu až přes $^1/_2$ *cm* velikých, Tyto jsou z části lesklé, většinou však nahlodané, nelesklé až zcela matné, s povrchem jakoby jemnými sazemi poprášeným a chomáčky žlutohnědě naběhlého, vláskovitého stříbra porostlým. Stříbro jest zajistě původu druhotného, vzniknuvši z rozkládajícího se miargyritu, jak právě nahlodaný povrch krystalů jeho nasvědčuje.

Měřený krystal jest asi 1 *mm* veliký, lesklý, z drůzy těsně srostlých jedinců pocházející; jest proto neúplně vyvinut. Růstu jest značně porušeného, celé partie jsou hypoparalelně přirostly.

Kombinace: *a β m o t τ p* (*γ*) *g χ η d s Φ*.

Největších rozměrů na úlomku tomto dosahuje *a*, *s*; v rýhování mezi nimi skryt jest *η*. V jednom z oktantů nalézá se malá rýhovaná partie, skytající souvislý světelný pruh mezi *A* a *ω*, plochy tyto však samy nejsou zřejmě vyvinuty. Tab. I., obr. 5.

Kr. 3. Pochází ze vzorku č. 573. (Mus., Seidlerova sbírka.) Na zrnitě křemitém podkladu jest kora jemně krystalovaného křemene, na němž narostly jsou krásně vyvinuté, ve skupiny více méně paralelně narostlé, silně lesklé krystaly miargyritu pospolu s pyrargyritem.

Měřený krystal jest skoro se všech stran vyvinutý, dosti značných rozměrů: dle à $2^1/_2$ *mm*, dle ƀ 3 *mm*, dle ć 2 *mm*. Habitus jest isometrický. Krystal sestává ze dvou, hypoparalelně srostlých částí, jak zvláště na *a* a *o* zřejmo jest, any plochy ty vypadají jako by byly rozraženy.

Kombinace: *c a β ω m ϑ o t h A p π γ g χ C η d s Γ x σ ψ* (*α*).

Velikost ploch: I. *c a o g* II. *A β s d*.

Krystal jest silného lesku, leč — následkem hustého rýhování mnohých ploch a zborcení jsou signaly namnoze neurčité. Dokonale reflektují *g*, *χ*, *η*, *s*, *A*; poslední plocha jest velmi jemně rýhována dle osy pásma [*A ω*]. *x* jest skryto v rýhování a reflektuje slušně. *C*, *d*, *s* jsou provázeny, z části i zatlačovány vicinalami s reflexy více méně dokonalými:

C : vic. = 1° 21′ směrem ku *a*
d : vic. = 1° 05′ „ „ *C*
s : vic. = 0° 55′ „ „ *d*.

Taktéž při *o* nalézají se vicinaly, blížící se symbolům — $1^1/_{20}$, — $1^1/_{27}$. Na vicinalní zastoupení nutno konečně svésti též špatnou shodu měřeného a počítaného úhlu tvaru ϑ $^1/_3$0 (diff. asi 1°).

Kr. 4. Pochází ze vzorku č. 3613. (Univ.) V celistvé hornině křemité jest dutina štěrbinovitá, vyložená drůzou bílého, krystalovaného křemene; na tomto narůstají krystaly miargyritu, spojené v těsné shluky. Většinou jsou matné.

Měřený krystal jest nepatrný, největší rozměr jest $^1/_2$ *mm*; jest lesklý a toliko z části vyvinut.

Kombinace: *c a o A p g χ η d s x* (*α*).

Velikost ploch: I. *c a o s* II. *g d*.

V hrubém rýhování base uloženo jest vicinalní orthodoma $^1/_6$ 0. Celý krystal má stavbu velice porušenou, což patrno jest nejlépe ze zony [*o A*]. Na jednu stranu od *o* svírá tato zona s orthodomatickým pásmem 90° 17′, na druhou 91° 53′, tedy skoro o 2° jest odchýlena od úhlu pravého. Mezi *o* a *p* nalézá se řada vicinalních orthopyramid se slušnými reflexy, leč složitými symboly (na př. jedna z nich svírá s *o* 7° 04′ a blíží se posici — $1^1/_{18}$). Pro porušenou stavbu krystalu nebylo možno měřené hodnoty pojati do tabelly úhlů.

Kr. 5. Tento i následující krystal nalézá se na drůze značně velikých, dohromady těsně srostlých krystalů. Drůza ta jest bez podkladu a náleží sbírkám musejním (č. 9681.) Oba krystaly měřeny byly bez oddělení od drůzy.

Měřený krystal jest asi 3 *mm* veliký, z části toliko volný. Silné rýhování, zborcení ploch a hypoparalelní srůst jsou na něm velmi hojny.

Kombinace: *c a M β ω o t A γ g χ D d ξ.*

Velikost ploch: I. *c a o g* II. *A.*

Zvláště mohutně vyvinuta jsou pásma: orthodomatické a orthopyramidalní [*o A*]. Basis *c* jest v hrubém kombinačním rýhování s plochým vicinalním orthodomatem $-^1/_{10}0$. *D* a *d* jsou skryty v rýhování zony [*a ω*], *ω* pak vychýleno o 30′ dále od base; *x* jest jemně rýhováno dle osy zony [*ω A*]. Zajímavý jest nález dosti ostře vyvinuté, poněkud zborcené plošky s reflexem isolovaným, leč rozmazaným. Posice této plochy odpovídá symbolu $^3/_{11}\,^3/_4$. Jest pravděpodobno, že jedná se o plochu nového tvaru $^1/_4\,^3/_4$, a že komplikovaný symbol jest toliko následkem nerovnosti a špatného reflexu plochy té. Na obr. 6., tab. 1. označen jest tvar ten znaménkem ?.

Kr. 6. pocházející z téže drůzy jako předešlý, jest taktéž toliko z části volný a krystalonomicky vyvinut. Velikost asi 3 *mm*. Vývinem ploch podobá se předešlému.

Kombinace: *c a β ω o t γ g χ C φ d ε s x i ξ.*

Velikost ploch: I. *c o* II. *a t γ g φ.*

Basis zborcená střídá se v hrubém rýhování s vicinalou $-^1/_{10}0$. *g* jest hrubě rýhováno a vicinalami provázeno, tak že měření úklonu jeho jest valně nespolehlivo. V blízkosti *a* v zoně [*a ω*] jsou velmi příkré pyramidy vicinální, na př. *20.1.* Mezi dvěma plochama *t* (111) a ($\bar{1}1\bar{1}$) pozorována byla hustě rýhovaná, lesklá ploška, skytající souvislý pruh reflexů, táhnoucí se přes posici nevyvinutého *b* 0 ∞. *C*, nalézající se v hustém kombinačním rýhování, má reflex dosti dobrý, přes to však shoda měřeného a počítaného úhlu jest špatná.

Tabella úhlů měřených na krystalech braünsdorfských.

		Měřeno	Počítáno	Počet hran	Číslo kryst.
c 0 : *ϑ*	$^1/_3$0	(ca 18° —	17° —	1	3.)
: *m*	10	40° 13′	40° —	1	3.

			Měřeno	Počítáno	Počet hran	Číslo kryst.
	: a	∞ 0	81° 25′	81° 22′	9	1, 3, 5.
	: M	— $^1/_3$0	18° 21′	18° 34′	1	5.
	: o	— 10	48° 19′	48° 20′	4	1, 3, 5, 6.
	: R	— 20	69° 40′	69° 44′	1	1
	: π	— $1^1/_5$	52° 39′	52° 39$^1/_2$′	4	1, 3.
	: γ	— $1^1/_4$	54° 30′	54° 33′	4	1, 3, 5.
	: g	— $1^1/_3$	57° 40′	57° 49′	5	1, 3, 5.
	: χ	— $1^1/_2$	63° 42′	63° 43′	3	1, 3, 5.
	: A	— 1	74° 13′	74° 16′	5	3, 5.
	: C	81	75° 13′	75° 13′	2	3.
	: η	61	73° 44′	73° 47$^1/_2$′	4	3.
	: d	31	70° 30′	70° 34′	3	3.
	: s	21	69° 31′	69° 32′	2	3.
	: ω	01	70° 49′	70° 50′	1	3.
	: x	— $^1/_2$1	72° 20′	72° 22′	1	3.
	: σ	— 21	78° 15′	78° 25$^1/_2$′	2	3.
	: β	$0^1/_3$	43° 54′	43° 48′	4	3, 5.
	: h	$^1/_3$	44° 06′	43° 57$^1/_2$′	1	3.
	: ξ	— $^2/_5$ $^1/_5$	36° 07′	36° 17$^1/_2$′	1	5.
$a \infty$ 0	: m	10	41° 27′	41° 23′	3	1, 2, 3.
	: λ	$^1/_2$0	(ca 58$^1/_2$°	57° 15′	1	1.)
	: ϑ	$^1/_3$0	(ca 63$^1/_3$°	64° 23′	1	3.)
	: C	81	21° 24′	21° —	2	3.
	: D	71	24° 06′	23° 38′	1	5.
	: η	61	27° 09′	26° 58′	5	2, 3.
	: d	31	44° 44′	44° 47′	8	1, 2, 3, 5.
	: s	21	55° 30′	55° 28′	5	1, 2, 3.
	: t	1	69° 43′	69° 45′	8	1, 2, 3, 5.
	: ω	01	87° —	87° 11′	2	1, 3.
	: h	$^1/_3$	71° 05′	71° —	1	5.
	: β	$0^1/_3$	83° 48′	83° 48′	10	1, 2, 3, 5.
$\bar{a} \overline{\infty}$ 0	: M	— $^1/_3$0	80° 04′	80° 03′	1	5.
	: o	— 10	50° 14′	50° 17′	9	1, 2, 3, 5, 6.
	: R	— 20	28° 51′	28° 53′	2	1.
	: N	— 30	(ca 20$^1/_4$°	19° 31′	1	1.)
	: p	— $1^1/_6$	53° 13′	53° 14′	1	2.
	: π	— $1^1/_5$	54° 20′	54° 19′	4	1, 3.
	: γ	— $1^1/_4$	56° —	56° 07′	5	1, 3, 5.
	: g	— $1^1/_3$	59° 08′	59° 12′	10	1, 2, 3, 5.
	: χ	— $1^1/_2$	64° 52′	64° 48′	6	1, 2, 3, 5.
	: A	— 1	74° 42′	74° 54′	6	1, 3, 5.
	: σ	— 21	59° 44′	59° 30′	1	3.
	: x	— $^1/_2$1	83° 42′	83° 43′	2	1, 3.

			Měřeno	Počítáno	Počet hran	Číslo kryst.
$\bar{a}\,\bar{\infty}\,0$	: ζ	$-{}^{2}/_{5}\,{}^{1}/_{5}$	78° 06′	78° 14′	1	5.
$o-10$	: γ	$-1^{1}/_{4}$	29° 05′	29° 13′	1	6.
	: g	$-1^{1}/_{3}$	36° 30′	36° 43′	2	6.
	: χ	$-1^{1}/_{2}$	48° 07′	48° 13′	2	6.
	: i	-31	52° 06′	52° 03′	1	6.
	: x	$-{}^{1}/_{2}1$	71° 21′	71° 25′	2	6.
	: ω	01	77° 50′	77° 25′	1	6.
	: t	1	89° 22′	89° 14′	2	6.
	: s	21	98° 58′	99° 0′	4	4, 6.
	: ε	${}^{5}/_{2}1$	102° 57′	102° 52′	1	6.
	: d	31	106° 10′	106° 07′	2	4, 6.
	: φ	41	111° 19′	111° 06′	1	6.
	: C	81	(ca 120°	120° 28′	1	6.)
	: β	$0^{1}/_{3}$	61° 25′	61° 22′	2	6.
	: ζ	$-{}^{2}/_{5}\,{}^{1}/_{5}$	38° 46′	38° 38½′	2	6.
$b\,0\,\infty$	: C	81	(ca 69°	70° 11′	1	6.)
	: φ	41	55° 23′	55° 19′	1	6.
	: d	31	48° 05′	48° 14′	1	6.
	: ε	${}^{5}/_{2}1$	43° 39′	43° 51′	1	6.
	: s	21	39° —	38° 50′	1	6.
	: t	1	27° 19°	27° 28′	1	6.

Miargyrit z Felsöbanye.

Ve sbírkách Musea království Českého nalézá se skvostný vzorek velmi bohatý na krystaly diaforitu, promísené skupinkami těsně srostlých krystalků miargyritu. Z tohoto vzorku, z Felsöbanye pocházejícího, vzato následujících 5 krystalů ku měření.

Kr. 1. Jest úlomkem většího krystalu, hypoparalelně srostlým s krystalkem menším s převládající basí. Velikost většího individua jest něco přes 1 *mm*. Habitus jeho jest nápadný dvěmi velikými, leč zcela matnými plochami A (— 1). Jedna z nich skytá sotva patrné rozjasnění pole, druhá vůbec se netřpytí. Od ploch těch rozbíhají se dvě silně rýhované zony [$A\ o$] a [$A\ a$].

Kombinace: $a\ \beta\ u\ o\ t\ A\ \tau\ \pi\ \gamma\ \chi\ \eta\ s\ \sigma\ k\ \Omega$.

Velikost ploch: I. A II. $o\ t\ \chi\ s\ \sigma$.

Plochy orthodiagonalního pásma jsou — vyjma o — špatně vyvinuty a reflektují matně až rozmazaně. Obě rýhované zony [$a\ \omega$] a [$o\ A$] chovají v sobě řadu tvarů vicinalních, hl. v blízkosti o, t, d. U posledního tvaru jest to vicinala ${}^{10}/_{3}1$, jež skytá reflex dobrý a vyvinuta jest zřetelnou ploškou. β nalézající se v pásmu $s\ k$ a s novou plochou Ω jest na-

hrazeno vicinalou, vychýlenou z posice asi 3° směrem zony $[t\,\beta]$. Tab. I., obr. 7.

Na menším, hypoparalelně narostlém jedinci (na obr. 7. nevykresleném) převládá *c*; vedle ní nacházíme β a rýhovanou zonu $[a\,t]$.

Kr. 2. Jest asi 1 *mm* veliký, lesklý, leč růstu tak porušeného, že jediná zona není bez vychýlení a zmnožených signálů ploch. Zvláště mocné poruchy týkají se zony $[o\,A]$. Habitus jest isometrický.

Kombinace: *c a* β (ω) *o* $(t\,\tau)$ *p* π γ *g* φ *d* (*s*).

Velikost ploch: I. *c* γ *o* II. *a* π *g* φ *d*.

V závorkách uvedené tvary ω *t* τ *s* vyvinuty jsou na partiích zvláště porušeného růstu a jevily značné úchylky od normalních posic. Úhly, měřené na tomto krystalu, nebyly vůbec pojaty do tabelly úhlů. Tab. I., obr. 8.

Kr. 3. Na rozdíl od ostatních mnou měřených felsöbanských krystalů jest tento habitu tence tabulkového, typu basalního, připomínaje tak olovo obsahující varietu miargyritu „Kenngottit". Šířka tabulky obnáší asi $^3/_4$ *mm*.

Kombinace: *c a* β ω *m* ϑ *G* γ *g* φ *d s*.

Velikost ploch: I. *c* II. ϑ.

c jest rýhováno dle $\mathfrak{b}$ a má dosti široký schod tvořený hl. ϑ; *G* a *m* skryty jsou v rýhování. Zajímavo jest, že tento zcela odchylný typ srostlý byl pospolu s krystaly isometrickými v těsnou drůzu. Tab. I., obr 9.

Kr. 4. Velikost necelý 1 *mm*. Habitus isometrický.

Kombinace: *c a* β ω *m o t h* γ *g* χ φ *d s* σ *i*.

Velikost ploch: I. *a c g* II. β ω φ *d*.

V rýhování *c* : *a* skrývá se ploška blízká *n* 30, jejíž posice vede k symbolu $^{10}/_3 0$.

$$^{10}/_3 0 : a = 16^0 \text{ měř.}, \quad n : a = 17^0\,53' \text{ poč.}$$

o, φ a j. plochy s reflexy někdy dobrými bývají vychýleny z normalní posice.

Kr. 5. Velikost asi 1 *mm*, silně lesklý, habitu isometrického. Zarostlý jest jedním polem osy $\mathfrak{b}$, pásmo orthodiagonální kolem dokola vyvinuto.

Kombinace: *c a* β ω *m o t* γ *g* χ η φ *d s* σ *i*.

Velikost ploch: I. *a c* ω γ II. β *o* φ *d s*.

Plochy jsou hustě rýhované, zvl. v zonách $[o\,A]$ a $[a\,\omega]$. Hojné jsou též na tomto krystalu růstové poruchy a v důsledku toho časem značné úchylky ploch z jich posic zákonných. Tak na př. dobře reflektující *d* jest ze své posice více nežli o 1° vychýlen. V rýhování *c* : *o* nalézá se vicinalní tvar $-^1/_{10}0$ s dobrým reflexem. Na obr. 10., tab. I., znázorňujícím dle možnosti věrně přirozený vývin krystalu, vynechány býti musily úhrnem tři zřetelně vyvinuté plošky pásma $[\omega\,\sigma]$, jež byly zcela matné a tudíž neurčitelné.

Tabella úhlů měřených na krystalech felsöbanských.

		Měřeno	Počítáno	Počet hran	Číslo kryst.
$c\,0 : G$	$^1/_5 0$	10° 45′	10° 36′	1	3.
$: \vartheta$	$^1/_3 0$	17° 30′	17° —	1	3.
$: m$	10	40° 08′	40° —	2	3, 4.
$: a$	$\infty\,0$	81° 27′	81° 22′	6	3, 4, 5.
$: o$	-10	(ca 48° —	48° 20′	1	4.)
$: \gamma$	$-1^1/_4$	54° 30′	54° 33′	2	3, 4.
$: g$	$-1^1/_3$	57° 35′	57° 49′	2	3, 4.
$: \varphi$	41	71° 56′	71° 45′	2	3, 4
$: d$	31	70° 20′	70° 34′	3	3, 4.
$: s$	21	69° 41′	69° 32′	2	3, 4.
$: \omega$	01	70° 42′	70° 50′	3	3, 4.
$: \beta$	$0^1/_3$	43° 35′	43° 48′	3	3, 4.
$a\,\infty\,0 : m$	10	41° 20′	41° 23′	2	4, 5.
$: \varphi$	41	(ca $36^1/_4{}^0$	37° —	1	4.)
$: d$	31	44° 42′	44° 47′	1	4.
$: s$	21	55° 32′	55° 28′	2	4.
$: \omega$	01	87° 10′	87° 11′	2	4.
$: \beta$	$0^1/_3$	83° 43′	83° 48′	3	4.
$: o$	-10	50° 20′	50° 17′	2	5.
$: \chi$	$-1^1/_2$	64° 29′	64° 48′	1	4.
$: i$	-31	47° 41′	47° 44′	1	4.
$: \sigma$	-21	59° 15′	59° 30′	1	4.
$o-10 : u$	$-^2/_3 0$	(ca $13^1/_2{}^0$	13° 01′	1	1.)
$: \gamma$	$-1^1/_4$	28° 56′	29° 13′	1	1.)
$: \chi$	$-1^1/_2$	48° 13′	48° 03′	1	1.
$: \sigma$	-21	57° 20′	57° $19^1/_2$′	1	1.
$: t$	1	89° 28′	89° 14′	1	1.
$: s$	21	98° 51′	99° 0′	2	1.
$: \eta$	61	117° 18′	117° $09^1/_2$′	1	1.
$: k$	$^1/_4\,^1/_2$	73° —	73° 28′	1	1.
$b\,0\,\infty : \omega$	01	19° 11′	19° 08′	5	4, 5.
$: \beta$	$0^1/_3$	46° 06′	46° 08′	6	1, 4, 5.
$: \chi$	$-1^1/_2$	41° 59′	41° 47′	2	1, 5.
$: g$	$-1^1/_3$	53° 16′	53° 17′	1	5.
$: \gamma$	$-1^1/_4$	60° 54′	60° 47′	4	1, 5.
$: \pi$	$-1^1/_5$	(ca 65°	65° 53′	1	1.)
$: \eta$	61	64° 34′	64° 37′	1	5.
$: \varphi$	41	55° 35′	55° 19′	2	4, 5.
$: s$	21	39° 01′	38° 50′	2	1, 5.
$: t$	1	27° 30′	27° 28′	2	1, 5.
$: \sigma$	-21	35° 30′	35° 26′	2	1, 5.

		Měřeno	Počítáno	Počet hran	Číslo kryst.
$b\,0\,\infty : i$	— 31	45° 37′	45° 35′	2	4, 5.
$: h$	$^1/_3$	48° 44′	48° 50′	1	4.
$: k$	$^1/_4\,^1/_2$	36° 08′	36° 30′	1	1.

O krystalové řadě miargyritu.

K povšechným úsudkům o krystalové řadě miargyritu nutno v úvahu vzíti všechny kombinace a údaje, jež byly kdy zvláště o rozloze tvarů zaznamenány. Již více pracemi Goldschmidta a jeho školy byla zjištěna platnost empirického pravidla, že nejdůležitější plochy jsou ze všech nejčastější a též v kombinacích převládají. Jinou cestou ku zjištění nejdůležitějších tvarů jest diskusse na základě komplikace, jak ji byl Goldschmidt do krystalografie zavedl. Nejlépe arci jest obě ty cesty sjednotiti v methodu jedinou v ten smysl, že statistiku hojnosti a velikosti ploch učiníme podkladem diskussi komplikační.

Bude tudíž kapitola tato obsahovati:

1. Seznam kombinací s uvedením naleziska, autora a citátem práce; seřazení zvoleno dle nalezisk.

2. Přehled velikostí ploch dominujících a pro kombinaci ještě důležitých (I. a II. velikost).

Ad 1. Seznam kombinací obsahuje jednak kombinace uvedené jinými autory, jednak zde popsané. Z literatury arci mohly býti v úvahu vzaty jen ty údaje, jež vztahují se na jednotlivé krystaly. Z toho důvodu nemohla býti pojata do seznamu na př. data Krennerova[1]) o Felsöbanském miargyritu, ježto autor ten omezil se toliko na výčet tvarů, neuváděje ani kombinací ani charakteristiky ploch. Všech v úvahu vzatých kombinací jest 69.

Seznam kombinací.

Nalezisko	Číslo	Kombinace	Autor; citát	Tab.	Obr.
Příbram	1.	$c\,a\,u\,o\,d$	*Vrba*, Z. f. Kr. V. 1881. 429.	XII.	12.
	2.	$c\,a\,(\omega)\,o\,t\,C\,d\,Q\,s\,\Gamma\,i$	*Rosický* (kr. 1.)	I.	1.
	3.	$c\,a\,o\,t\,i$	Sdělení prof. *Vrby* (kr. 2.)	—	—
	4.	$c\,a\,\omega\,o\,t\,g\,\chi\,(\varphi)\,d\,\varepsilon\,Q\,s\,\sigma\,(\Theta)\,i\,\psi\,k$	*Rosický* (kr. 3.)	I.	2.

[1]) A Magyar Tud. Ak. Ertesitöje 1879. 13. 10—12. Za laskavé zprávy o práci této, psané v jazyce maďarském, vděčím p. dru K. Zimanyimu v Budapešti.

Nalezisko	Číslo	Kombinace	Autor; citát	Tab.	Obr.
Příbram	5.	*c a o t h (f) d Q Y s j i k ψ*	*Rosický* (kr. 4.)	I.	3.
	6.	*c (ω) o t s i ψ*	„ (kr. 5.)	—	—
	7.	*c a m λ ϑ o t h (g) f φ d Y s j i ψ ξ k*	„ (kr. 6.)	—	—
Felsőbanya	8.	*a β u o t A τ π γ χ η s σ k Ω*	*Rosický* (kr. 1.)	1.	7.
	9.	*c a β (ω) o (t) (τ) p π γ g φ d (s)*	„ (kr. 2.)	I.	8.
	10.	*c a β ω m ϑ G γ g φ d s*	„ (kr. 3.)	I.	9.
	11.	*c a β ω m o t h γ g χ φ d s σ i*	„ (kr. 4.)	—	—
	12.	*c a β ω m o t γ g χ η φ d s σ i*	„ (kr. 5.)	I.	10.
Nagybanya	13.	*c a β ω o t A p π γ g χ φ d s x σ i*	*Löw*, Földtani Közlöny XL. 1910. 674.	—	53.
Braünsdorf	14.	*c a ω o g d*	*Naumann* Pog. An. *16.* 1829	VI.	12.
	15.	*c a ω n m o p g d*	„	VI.	13.
	16.	*c a b o f d s e*	„	VI.	14,15.
	17.	*c a b β λ o t π g B d s α*	*Weisbach*, Pag. An. *125.* 1865. 441.	—	9.
	18.	*c a b (m) o (t) g φ ξ δ μ*	„	—	10.
	19.	*c a m o π g η F d s α*	„	—	11.
	20.	*c a ω o R t g F s*	„	—	12.
	21.	*c a β m o A g s*	*Weisbach*, Wiedem. An. II. 1877. 458.	—	—
	22.	*c a b h g J C η φ d ε s i*	*Rath* Z. f. Kr. VIII. 1884. 25.—38.	—	—
	23.	*c a b β ω m o t p g χ d s α ξ k z γ*	„	I.	1 *a, b.*
	24.	*c a b o t p g d s α*	„	I.	2.
	25.	*c a b m G M o R t h η d s ψ ξ k*	*Lewis* Z. f. Kr. VIII. 1884. 355.	—	8.
	26.	*c a ω o N t h g η f φ d s q ψ ξ w*	„	—	9.
	27.	*c a ω G o t A p g d s* ($^{17}/_{6}$1)	„	—	—
	28.	*c a β L λ m M o t h p π γ g f d s x σ i z* ($^{1}/_{16}{}^{3}/_{8}$)	„	—	10.
	29.	*c a β ω L λ m M o R t h p π γ g f d s x σ i k z* ($^{1}/_{16}{}^{3}/_{8}$)	„	—	—
	30.	*c a b ω o p g d s*	„	—	11.

Nalezisko	Číslo	Kombinace	Autor; citát	Tab.	Obr.
Braüns-	31.	*c a β ω o t h (π) g η φ d x*	*Lewis* Z. f. Kr. VIII.		
dorf		*σ i k z* (— $1^1/_{12}$) (ϱ)	1884. 355.	—	12.
	32.	*c b β ω m o t h s x σ k z*	(*Miller-Lewis*)	—	13.
	33.	*c a β M o t p g s x σ i*	*Lewis*	—	—
	34.	*c a β ω o p g η φ d s x σ i k z*	(*Miller-Lewis*)	—	14.
	35.	*a b o t g d s*	*Lewis*	—	15.
	36.	*ω t g d s x σ i k*	,,	—	6.
	37.	*c a m o π g*	,,	—	16.
	38.	*c a M t o d s*	,,	—	17.
	39.	*c a ω m ϰ o t p g d ε s X x* ($^2/_5$0?)	,,	—	—
	40.	*a ω m o t r p g d s x* (— 12 . 7) ($^4/_3$ $^1/_2$)	,,	—	—
	41.	*c a M o t d s*	,,	—	—
	42.	*c a b ◢ β ω o t γ g χ η d s x σ i k ξ* (—$^1/_9$), (—$^1/_{10}$ $^1/_5$)	*Friedländer-Lewis* (viz *Groth*, Mineraliensaml. Strassburg).	IV.	39.
	43.	*c a β ω m λ o R N t A π γ g χ d s* (α) (x)	*Rosický* (kr. 1.)	I.	4.
	44.	*a β m o t τ p g χ η d s Φ*	,, (kr. 2.)	I.	5.
	45.	*c a β ω m ϑ o t h A p π γ g χ C η d s Γ x σ ψ* (α)	,, (kr. 3.)	—	—
	46.	*c a o A p g χ η d s x* (α)	,, (kr. 4.)	—	—
	47.	*c a M β ω o t A γ g χ D d ζ*	,, (kr. 5.)	I.	6.
	48.	*c a β ω o t γ g χ C φ d ε s x i ζ*	,, (kr. 6.)	—	—
Parenos,	49.	*c a F d s ξ*	*Weisbach*, Pog. An.		
Potosi,			1865. *125*. 441.	—	13.
Mexiko	50.	*c a o g α*	,,	—	14.
	51.	*c a b β ω o t g d*	,,	—	15.
Veta,	52.	*c a β ω m o t h g ε s x σ i ψ k P*	*Eakle*, Z. f. Kr. *31*.		
Negra,			1899. 209—215.	III.	1.
Som-	53.	*c a m o t K A ƒ φ s i k H*	,,	III.	2.
brelo,	54.	*c a ω o ƒ φ ε Z ψ k*	,,	—	—
Zaca-	55.	*c a β o t s x i*	,,	—	—
tesas	56.	*c a o t s X i k T*	,,	—	—
	57.	*c a ω m M o t K h g C φ d s σ i ψ k P*	,,	III.	3.
	58.	*c a ω o d k T*	,,	—	—

Nalezisko	Číslo	Kombinace	Autor; citát	Tab.	Obr.
Veta,	59.	*c a ω o t K g χ s X x σ i q Z ψ k*	*Eakle*, Z. f. Kr. *31.*		
Negra,			1899. 209—215.	III.	4.
Som-	60.	*c a ω o t g f x i k*	,,	—	—
brelo,	61.	*c a ω x o g C D x i ψ k W*	,,	—	—
Zaca-	62.	*c a o U V T*	,,	—	—
tesas	63.	*c a o N t i ψ k*	,,	—	—
	64.	*c a o t D s i ψ k*	,,	—	—
	65.	*c a ω o t γ g χ D φ s X x σ i ψ k P*	,,	III.	5.
Au-	66.	*b t χ d s x σ ζ*	*Spencer*, Min. Mag.		
llagas,			1907. XIV. 340.	—	—
Potori,	67.	*c t h s x k*	,,	—	—
Bolivie	68.	*c t h d s x*	,,	—	—
	69.	*c a t g d s*	,,	—	—

V seznamu tomto označil jsem tvary písmeny, v práci této užívanými; na tato tudíž přepsal jsem eventuelní jiné značení autorů. Vypuštěny byly ze seznamu kombinace Millerovy, jež nebyly Lewisem verifikovány. U těch pak, kde se tak stalo, označil jsem jako autory Millera-Lewise. Dále vynechány kombinace, uváděné Mohsem a Kenngottem (pro „Kenngottit"). Kombinaci Friedländrovu uvádím doplněnou nálezy Lewisovými a Miersovými pode jménem Friedländer-Lewis. Posice ovšem všade míněna Miller-Lewisova.

Následující přehled obsahuje jednotlivé tvary, seřazené dle hojnosti výskytu v popsaných kombinacích.[1])

Písmeno	Značka Goldschm.	Millerova	Hojnost	%
a	∞ 0	100	63	90·3
c	0	001	63	90·3
o	— 10	$\bar{1}01$	60	86·9
s	21	211	53	76·8
t	1	111	52	75·4
d	31	311	48	69·6
g	$-1^1/_3$	$\bar{3}13$	46	66·7

[1]) Jinou statistiku hojnosti ploch podal Samojlof ve své studii o barytu. Uvádí, na kolika lokalitách ten který tvar se vyskytl. Statistika taková jest spolehlivá arci jen u nerostu velmi rozšířeného (Samojlof béře v úvahu 252 lokalit) a svědčí spíše o rozšířenosti nežli o hojnosti tvarů. Podobná, provedená na miargyritu, uvedena jest v závěru této práce.

Písmeno	Značka Goldschm.	Millerova	Hojnost	%
ω	01	011	34	49·3
k	$^1/_4\,^1/_2$	124	26	37·7
x	$-\,^1/_2 1$	$\bar{1}22$	24	34·8
β	$0^1/_3$	013	24	34·8
i	$-\,31$	$\bar{3}11$	22	31·9
m	10	101	22	31·9
σ	$-\,21$	$\bar{2}11$	19	27·5
φ	41	411	17	24·6
χ	$-\,1^1/_2$	$\bar{2}12$	17	24·6
p	$-\,1^1/_6$	$\bar{6}16$	16	23·2
ψ	$-\,^4/_3\,^1/_3$	$\bar{4}13$	15	21·7
h	$^1/_3$	113	15	21·7
b	$0\,\infty$	010	14	20·3
γ	$-\,1^1/_4$	$\bar{4}14$	14	20·3
η	61	611	12	17·4
π	$-\,1^1/_5$	$\bar{5}15$	11	15·9
ε	$^5/_2 1$	522	10	14·5
f	$^9/_2 1$	922	9	13·—
A	$-\,1$	$\bar{1}\bar{1}1$	9	13·—
M	$-\,^1/_3 0$	$\bar{1}03$	8	11·6
z	$^1/_7\,^3/_7$	137	6	8·7
C	81	811	6	8·7
ξ	$-\,^2/_3\,^1/_3$	$\bar{2}13$	6	8·7

Ostatní tvary, v tabelle kombinací uvedené, vyskytují se zřídka.

Jak z tabelly patrno, možno rozeznávati dle hojnosti výskytu tři oddělení tvarů; do prvého náležejí *a*, *c*, *o*, zvláště posíleny průseky nejdůležitějších zon. Dominantou mezi *a* a *c* jest *o*. Mezi prvým a druhým oddělením jest značný skok v procentech výskytu.

Do oddělení druhého náležejí: plochy pásma [*a* ω] *s*, *t*, *d* a z pásma [*o A*] *g*. Za tímto jest opět náhlé klesnutí procentních hodnot; tvary pak následující náležejí do

oddělení třetího; z nich vyniká hlavně ω. Nápadným jest hojný výskyt některých pyramid, na př. *k*, *x*, kdežto *A* jest podružného významu, ač by právě tento tvar dle umístění svého na průsečíku silných zon zdál se býti velmi důležitým.

Vicinaly hromadí se hlavně kolem ploch prvého a druhého oddělení.

2. Statistiky velikostí ploch bylo použito Goldschmidtem a Schröderem[1]) v práci o korundu. Jak autoři tito dokládají, skytá sestavení statistiky té z literatury dosti značné potíže jednak pro relativnost pojmu „velikosti", jednak pro nejistotu, zda autor obrázku podal podobu krystalu co do rozlohy ploch pokud možno věrně dle přírody.

[1]) Tsch. m. p. M. *29*. 1910. 483.

Přes to lze za to míti, že byly plochy největší na krystalu též na výkrese jako největší vyznačeny, tak že celkový obraz, jejž ze statistiky obdržíme, jest správný.

Následující tabella sestavena jest jednak z vlastních pozorování, jednak založena jest na diskussi výkresů dřívějších autorů. Při rozvržení ploch do jednotlivých kategorií bylo šetřeno těchže zásad, jaké při popisu jednotlivých krystalů byly vytčeny.

Přehled velikostí ploch.

Naleziště	Č.	I.	II.	Autor a rok	Tab.	Obr.
Příbram	1.	*c*	*o d*	*Vrba* 1881.	XII	12.
	2.	*c o*	*a i*	*Rosický*, kr. 1.	I.	1.
	3.	*c a o*	*t g i*	„ kr. 3.	I.	2.
	4.	*c a t*	*i k*	„ kr. 4.	I.	3.
	5.	*c*	*o i* (ω) *t s*	„ kr. 5.	—	—
	6.	*c a*	*o d i*	„ kr. 6.	—	—
Felsö-banya	7.	*A*	*o t χ s σ*	*Rosický*, kr. 1.	I.	7.
	8.	*c o γ*	*a π g φ d*	„ kr. 2.	I.	8.
	9.	*c*	*ϑ*	„ kr. 3.	I.	9.
	10.	*c a g*	*β ω φ d*	„ kr. 4.	—	—
	11.	*c a ω γ*	*β o φ d s*	„ kr. 5.	I.	10.
Nagy-banya	12.	*c a o d*	*p g s*	*Löw*, 1910.	—	53.
Braüns-dorf	13.	*g d*	*c a ω o*	*Naumann*, 1829.	VI.	12.
	14.	*g d*	*c a ω*	„	VI.	13.
	15.	*c a d*	*b o f e*	„	VI.	14, 15.
	16.	*c a o π g α*	*β*	*Weisbach*, 1865.	—	9.
	17.	*c o g*	*b a δ*	„	—	10.
	18.	*c a o*	*π g α*	„	—	11.
	19.	*c a s*	*b ω o g F*	„	—	12.
	20.	*c*	*a o g d s*	*Weisbach*, 1877.	—	5.
	21.	*c o γ g*	*a ω t d s*	*Friedländer*, 1878.	IV.	39.
	22.	*c a o g*	*b p d s α*	*v. Rath*, 1884.	I.	1 *a*, *b*
	23.	*c a o s*	*b d*	„	I.	2.
	24.	*c a d*	*b m o s ξ k*	*Lewis*, 1884.	—	8.
	25.	*c a o s ξ*	*N d*	„	—	9.
	26.	*a o d s x*	*β g*	„	—	10.

Naleziště	Č.	I.	II.	Autor a rok	Tab.	Obr.
Braüns-	27.	*c*	*a b o g d s*	*Lewis*, 1884.	—	11.
dorf	28.	*c*	*a o t g d x z*	,,	—	12.
	29.	*c m o s x*	*a β ω t h*	,,	—	13.
	30.	*a b o*	*g d s*	,,	—	15.
	31.	*c*	*o π g*	,,	—	16.
	32.	*c a d*	*o s*	,,	—	17.
	33.	*c a o*	*t χ d s*	*Rosický*, kr. 1.	I.	4.
	34.	*c a o g*	*β A d s*	,, kr. 3.	—	—
	35.	*c a o s*	*g d*	,, kr. 4.	—	—
	36.	*c a o g*	*A*	,, kr. 5.	I.	6.
	37.	*c o*	*a t γ g φ*	,, kr. 6.	—	—
Parenos	38.	*c*	*a F d s*	*Weisbach*, 1865.	—	13.
Potosi	39.	*o*	*c a g α*	,,	—	14.
	40.	*c o g*	*a β d*	,,	—	15.
Veta,	41.	*c a*	*o t g ε s x i k*	*Eakle*, 1899.	III.	1.
Negra,	42.	*c a o t*	*A f φ s i k*	,,	III.	2.
Zaca-	43.	*c a*	*ω o t h g φ d s σ i k*	,,	III.	3.
tecas	44.	*c a o*	*g s x k*	,,	III.	4.
	45.	*c x*	*a t s σ i ψ*	,,	III.	5.

Následující přehled podává výsledek statistiky. Čísla ve sloupci předposledním udávají, kolikráte v oněch 45ti diskutovaných kombinacích nabyl ten který tvar alespoň velikosti stupně druhého, k týmž pak číslům vztahují se i hodnoty procentní sloupce posledního.

	Značka Goldschm.	Miller.	I.	II.	Úhrnem	%
c	0	001	39	3	42	93·3
a	∞ 0	100	25	15	40	88·9
o	— 10	$\bar{1}01$	24	16	40	88·9
g	— $1^1/_3$	$\bar{3}13$	10	17	27	60·—
d	31	311	7	19	26	57·8
s	21	211	6	19	25	55·6
t	1	111	2	11	13	28·9
ω	01	011	1	8	9	20·0
i	— 31	$\bar{3}11$	—	9	9	20·0
b	0 ∞	010	1	7	8	17·8
β	$0^1/_3$	013	—	7	7	15 6.

Podobně jako ve statistice o hojnosti ploch, i v této lze tři skupiny rozeznávati, oddělené od sebe značnějšími skoky hodnot procentních.

Do prvé náležejí tvary *c*, *a*, *o*, do druhé *g*, *d*, *s*; do třetí ostatní, na prvém místě s *t* a *ω*. Jak patrno, kryjí se dokonale výsledky obou statistik, toliko *t* v prvější náleželo skupině druhé, v této jest v čele skupiny třetí. Odchylka ta jest pochopitelná, uvážíme-li, že *t* náleží zoně s vyvinutým, obyčejně hustým rýhováním, čímž pravá rozloha ploch bývá zastřena. Pravděpodobně má pak vliv dosti rušivý i celkem malý počet diskutovaných kombinací. Přes to potvrzuje výsledek obou statistik stkvěle pravidlo Goldschmidtovo, že nejhojnější tvary, krystalograficky nejdůležitější, v kombinacích dominují.

Diskusse pásem.

Nejdůležitější pásma margyritu jsou: orthodiagonální, příčné paralelní $[\bar{1}\ q]$ a podélné paralelní $[p\ 1]$. Zony ty protínají se v *a*, *o*, *A*[1])

1. Pásmo orthodiagonalní.

Rozpadá se třemi nejdůležitějšími body *c*, *a*, *o*, ve tři části: $[a\ c]$, $[c\ o]$, $[o\ \bar{a}]$.

a) $[a\ c]$; hlavní uzlobody *a*, *c*, vedlejší *m*.

	a	*n*	*L*	*m*	*λ*	(76)	*ϑ*	*x*	*G*	*W*	*C*	
$p\ q$	∞ 0	30	$^7/_3$0	10	$^1/_2$0	$^2/_5$0	$^1/_3$0	$^1/_4$0	$^1/_5$0	$^1/_{12}$0	0	
p	∞	3	$^7/_3$	1	$^1/_2$	$^2/_5$	$^1/_3$	$^1/_4$	$^1/_5$	$^1/_{12}$	0	
$\frac{p-1}{2}$	∞	1	$^2/_3$	0 | ∞	2	$^4/_3$	1	$^2/_3$	$^1/_2$	$^2/_{11}$	0	$\frac{2p}{1-p}$

Na místě *L* $^7/_3$0 čekali bychom spíše 20, jež v diskussi dala by číslo $^1/_2$. *L* stanovil Lewis na dvou krystalech z Braünsdorfu, blíže ji však necharakterisuje.

W $^1/_{12}$0 uvádí Eakle na jednom krystalu jakožto úzkou, dobře reflektující plochu. Jest to zajisté vicinala ku basi.

$^2/_5$0 (č. 76.) uvádí Lewis na jednom krystalu velmi nejistě, se znamením (?). Jest netypický.

b) $[c\ o]$:

	c	*U*	*V*	*T*	*M*	*u*	*o*
$p\ q$	0	$-^1/_{30}$0	$-^1/_{12}$0	$-^1/_6$0	$-^1/_3$0	$-^2/_3$0	−10
$-p$	0	$^1/_{30}$	$^1/_{12}$	$^1/_6$	$^1/_3$	$^2/_3$	1
$\frac{v}{1-v}$	0	$^1/_{29}$	$^1/_{11}$	$^1/_5$	$^1/_2$	2	∞

[1]) Tvary, jež v pásmu některém se nalézají, leč pro diskutovanou část zony nemají významu, uvedeny jsou v závorkách. Dosud nepojmenované tvary, jež pokládám za nejisté či netypické, uvádím v diskussi i na projekci řadovým číslem přehledné tabulky tvarů.

Zona tato jest anomalní; celá skupina tvarů *U*, *V*, *T* činí dojem vicinal ku basi. Dominanta kusé zony té byla by posud neznámé orthodoma $-{}^1/_2 0$.

T objevil E a k l e na třech mexických krystalech jako dobře reflektující, úzké plošky. Z toho důvodu jen zařazují tvar ten mezi typické. *U*, *V* našel týž autor na jednom z mexických krystalů v podobě úzké otupeniny. O reflexech jich nepraví ničeho. Považuji oba tvary za vicinaly, u base tak hojné.

c) $[o\ \bar{a}]$.

	o	*R*	*N*	μ	$\bar{a}$
$p\ q$	-10	-20	-30	$-{}^7/_2 0$	$-\infty\ 0$
$-p$	1	2	3	${}^7/_2$	∞
$\frac{v-1}{2}$	0	${}^1/_2$	1	${}^5/_4$	∞

Zaráží tvar μ, jedinkráte pozorovaný W e i s b a c h e m. Týž neudává nic bližšího o vývinu jeho. Očekávati by bylo v řadě této číslo *2*, odpovídající tvaru $-50 = \bar{5}01$.

2. Pásmo příčné paralelní $[\bar{1}\ q]$.

Toto profato jest třemi důležitějšími pásmy: orthodomatickým a dvěmi podélnými $[\bar{p}\ 1]$ a $[\bar{p}\ {}^1/_3]$. Dle výše podaných statistik jsou v pásmu tomto nejsilnější *o* a *g*. Diskusse zony stává se však jednoduchou, považujeme-li tvar po *g* v zoně nejhojnější, χ, za hlavní uzlobod; *g* jest zajisté posíleno zvláště průsekem zmíněné zony $[\bar{p}\ {}^1/_3]$. Rozpadá se tudíž pásmo celé ve dvě části: $[o\ \chi]$, a $[\chi\ b]$.

a) $[o\ \chi]$:

	o	(82)	τ	(83)	*h*	(84)	π	γ	*g*	χ
$p\ q$	-10	$-1^1/_{12}$	$-1^1/_8$	$-1^1/_7$	$-1^1/_6$	$-1^4/_{21}$	$-1^1/_5$	$-1^1/_4$	$-1^1/_3$	$-1^1/_2$
q	0	${}^1/_{12}$	${}^1/_8$	${}^1/_7$	${}^1/_6$	${}^4/_{21}$	${}^1/_5$	${}^1/_4$	${}^1/_3$	${}^1/_2$
$\frac{2q}{1-2q}$	0	${}^1/_5$	${}^1/_3$	${}^2/_5$	${}^1/_2$	${}^8/_{13}$	${}^2/_3$	1	2	∞

Za netypické dlužno prohlásiti tvary (82.), (83.), (84.), jež vesměs popsal L e w i s jakožto tvary pochybné. Nový tvar τ dobře do pásma se hodí.

b) $[\chi\ b]$.

	χ	*A*	*J*	*b*
$p\ q$	$-1^1/_2$	-11	$-1^7/_6$	$0\ \infty$
q	${}^1/_2$	1	${}^7/_6$	∞
$2q-1$	0	1	${}^4/_3$	∞

Netypickým zajistě jest tvar $J\ -1^7/_6$, jejž zjistil jedinkráte G. v. R a t h na jediném krystalu. Jest buď vicinalou ku *A* či vyšinutou posicí tohoto tvaru.

3. Pásmo podélné paralelní $[p\ 1]$ resp. $[\bar{p}\ 1]$.

Rozpadá se ve čtyři části: $[a\ d]$. $[d\ t]$, $[t\ \omega]$, $[\omega\ \bar{a}]$.

a) $[a\ d]$.

	a	*B*	*C*	*P*	*D*	*η*	*F*	*f*	*φ*	*δ*	*d*
p q	∞ 0	15 . 1	81	$^{15}/_{2}1$	71	61	51	$^{9}/_{2}1$	41	$^{13}/_{4}1$	31
p	∞	15	8	$^{15}/_{2}$	7	6	5	$^{9}/_{2}$	4	$^{13}/_{4}$	3
$\frac{p-3}{2}$	∞	6	$^{5}/_{2}$	$^{9}/_{4}$	2	$^{3}/_{2}$	1	$^{3}/_{4}$	$^{1}/_{2}$	$^{1}/_{8}$	0

Nápadné tvary jsou:

B 15 . 1 určil a jediný pozoroval Weisbach toliko přibližně, ježto reflex byl chatrný. Jest pochybný.

C 81 byl objeven v. Rathem, potvrzen pak měřeními Eaklovými a mými. Číslo jeho v zoně diskutované $(^{5}/_{2})$ odpovídá již členu komplikační řady N_4 a dokazuje zajisté jemné zrůznění zony té; totéž platí o $f\ ^{9}/_{2}1$.

P $^{15}/_{2}1$ stanoven byl Eaklem na 3 krystalech jakožto úzké, rýhované plošky; o reflexech autor nepraví ničeho. Jedná se možná o vicinalní tvar ku *D*.

$\delta\ ^{13}/_{4}1$ zjištěn byl Weisbachem na jediném krystalu, vykazujícím četné odchylky v úhlech a postrádajícím *d*. Jest to tvar netypický.

b) $[d\ t]$.

	d	*δ*:	*ε*	*Q*	*Y*	*s*	*j*	*t*
p q	31	$^{17}/_{6}1$	$^{5}/_{2}1$	$^{7}/_{3}1$	$^{11}/_{5}1$	21	$^{5}/_{3}1$	1
p	3	$^{17}/_{6}$	$^{5}/_{2}$	$^{7}/_{3}$	$^{11}/_{5}$	2	$^{5}/_{3}$	1
$\frac{p-1}{3-p}$	∞	11	3	2	$^{3}/_{2}$	1	$^{1}/_{2}$	0

Pravděnepodobným tvarem jest *δ*: Objevil jej Lewis[1]) v podobě dokonalé, ostře reflektující plochy, provázející anomalně uložený tvar *d*. Jest zajisté *δ*: vicinalou ku *d* a tudíž netypickým tvarem.

Nové tvary: *Q*, *Y*, *j* jdou velmi dobře do řady. Mezi *s* a *t* bylo by čekati čísla $^{2}/_{3}$, $^{1}/_{3}$, jež odpovídala by symbolům $^{9}/_{5}1$ a $^{3}/_{2}1$, posud na miargyritu nepozorovaným.

c) $[t\ \omega]$.

	t	*X*	*Γ*	*ω*
p q	1	$^{1}/_{2}1$	$^{1}/_{3}1$	01
p	1	$^{1}/_{2}$	$^{1}/_{3}$	0
$\frac{p}{1-p}$	∞	1	$^{1}/_{2}$	0

[1]) Týž označil jej písmenou *δ*. Pro odlišení od Weisbachova *δ* volil jsem výše užitého označení *δ*:

Krátká zona tato představuje skoro normalní řadu N_2. Čekati by bylo v řadě číslo *2* odpovídající tvaru $^2/_3 1$, posud neznámému. *Γ* nový tvar dobře vyhovuje diskussi.

d) $[\omega\, \bar{a}]$:

	ω	x	α	A	σ	Θ	i	H	$\bar{a}$
$p\,q$	01	$-^1/_2 1$	$-^2/_3 1$	-11	-21	$-^5/_2 1$	-31	-41	$-\infty\,0$
$-p$	0	$^1/_2$	$^2/_3$	1	2	$^5/_2$	3	4	∞

Pásmo toto jest takořka úplná řada N_3. Čekati by bylo v ní $^1/_3$ odpovídající tvaru $-^1/_3 1$ a $^3/_2$ odpovídající tvaru $-^3/_2 1$. *Θ* (pochybný nový tvar) a E a k l o v a pyramida *H* jsou členy řady komplikační N_4. Poslednější tvar jest zajisté posílen průsekem zon $[\omega\, a]$ a $[o\, \beta)$. O pyramidě *α* bylo již výše jednáno.

4. **Pásmo podélné paralelní** $[\bar{p}\,^1/_3]$ resp. $[p\,^1/_3]$.

Pásmo toto rozpadá se ve tři díly: $[\bar{a}\, g]$, $[g\, \beta]$, $[\beta\, a]$.

a) $[\bar{a}\, g]$.

	$\bar{a}$	q	Z	65	66	Λ	ψ	g
$p\,q$	$\overline{\infty}\,0$	$-4^1/_3$	$-3^1/_3$	$-^5/_2\,^1/_3$	$-2^1/_3$	$-^{11}/_6\,^1/_3$	$-^4/_3\,^1/_3$	$-1^1/_3$
$-p$	∞	4	3	$^5/_2$	2	$^{11}/_6$	$^4/_3$	1
$p-1$	∞	3	2	$^3/_2$	1	$^5/_6$	$^1/_3$	0

Diskusse zony této činí oba tvary E a k l e m objevené a jím za pochybné prohlášené (65) a (66) pravděpodobnými. Zvláště poslednější tvar, jak E a k l e sám též uvádí, byl by důležitým členem řady, ježto naň připadá úkol dominanty. Týž vyskytl se na dvou krystalech mexických, leč plochami nedokonalými, jichž úklony od hodnot počítaných až o 2^0 differovaly. Potřebuje zajištění.

Pravděpodobnost tvaru E a k l o v a $-2^1/_3$ též dokazuje L e w i s e m dříve již objevený tvar Λ $-^{11}/_6\,^1/_3$, vyskytnuvší se jednou špatně vyvinutou ploškou; jest zajistě vicinalou onomu.

b) $[g\, \beta]$.

	g	S	ξ	l	β
$p\,q$	$-1^1/_3$	$-^{12}/_{13}\,^1/_3$	$-^2/_3\,^1/_3$	$-^1/_3$	$0^1/_3$
p	-1	$-^{12}/_{13}$	$-^2/_3$	$-^1/_3$	0
$\frac{p+1}{-p}$	0	$^1/_{12}$	$^1/_2$	2	∞

Kusá zona tato postrádá dominanty, jež měla by symbol $-^1/_2\,^1/_3$.

S $-^{12}/_{13}\,^1/_3$ objeven byl W e i s b a c h e m (jenž označil jej písmenem *γ*) na krystalu, jevícím četné poruchy v úklonech. Vyskytl se na kombinaci pospolu s *d*, jest však dle W e i s b a c h a nejisto, jedná-li se o kombinaci *d* (31). S $(-^{12}/_{13}1)$ nebo *δ* $(^{13}/_4 1)$. g $(-1^1/_3)$. Na rozdíl od tohoto tvaru jest S prý rýhováno dle hrany $S : a$. Tvar ten není zajistě ty-

pickým, snad jest totožný s tvarem g, vyšinutým anomalně do pásma $[g\,\beta]$.

c) $[\beta\,a]$:

	β	ϱ	h	a
$p\,q$	$0^1/_3$	$^1/_9\,^1/_3$	$^1/_3$	$\infty\,a$
$3\,p$	0	$^1/_3$	1	∞

ϱ $^1/_9\,^1/_3$ byl L e w i s e m objeven a jím za nejistý označen. Diskusse nemluví též pro jeho pravděpodobnost. Potřeboval by potvrzení.

5. **Pásmo podélné paralelní** $[p\,^1/_2]$.

Vývin pásma tohoto dál se pravděpodobně mezi a a k. Jak ze statistiky plyne, jest tvar tento bodem značně silným, a sesílen jest průsekem zon $[a\,\chi\,\bar{a}]$, $[h\,\omega]$,a$[t\,\beta]$.

	a	(90)	E	K	$\mathfrak{K}$	k	(χ	$\bar{a}$)
p q	$\infty\,0$	$^4/_3\,^1/_2$	$1^1/_2$	$^1/_2$	$^1/_3\,^1/_2$	$^1/_4\,^1/_2$	$-1^1/_2$	$-\infty\,0$
p	∞	$^4/_3$	1	$^1/_2$	$^1/_3$	$^1/_4$		
$4\,p-1$	∞	$^{13}/_3$	3	1	$^1/_3$			

Vývin zony této není pravidelný, ježto se v ní vyskytují hned členové řady komplikační N_3, jest však vysvětlitelný poměry zonovými: E jest sesíleno pásmem $[1\,q]$, v níž tvar ten jest bodem důležitým, Q posiluje pásmo $[^1/_3\,q]$, ve které rovněž tento tvar důležité místo zaujímá.

Pochybnost vzbuzuje L e w i s ů v tvar (č. 90) $^4/_3\,^1/_2$, jenž dle autora jest sice zřetelně vyvinut, při tom však špatně reflektuje. Dle diskusse dlužno jej považovati za netypický.

6. **Pásmo radialní** $[c\,t]$, resp. $[c\,A]$.

a) $[c\,t]$.

	c	h	K	t
$p=q$	0	$^1/_3$	$^1/_2$	1
$\frac{p}{1-p}$	0	$^1/_2$	1	∞

Čekati by bylo ještě výskyt tvaru $^2/_3$, dosud nepozorovaného, jenž měl by v řadě komplikační číslo *2* a tuto by na N_2 doplňoval.[1])

b) $[c\,A]$.

	c	(80)	l	A
p	0	$-^1/_9$	$-^1/_3$	-1
$\frac{-2\,p}{1+p}$	0	$^1/_4$	1	∞

[1]) Viz krystal z Příbramě č. 6.

Tvar $-{}^1/_9$ (č. 80) byl objeven Lewisem ve krystalu Friedländrově a popsán jím jakožto nejistý. Dle diskusse jest netypický.

7. Pásmo příčné paralelní $[1\,q]$.

	m	E	t	r	v	b
$p\,q$	10	$1^1/_2$	1	12	18	$0\,\infty$
q	0	$^1/_2$	1	2	8	∞

Zaráží tu $v = 18$; stanoven byl v. Rathem na základě jediného, přibližného měření na třpyt. Proto jej autor toliko za pravdě podobný označil; přítomen prý bývá na b $(0\,\infty)$ v podobě tupé zlomeniny. Diskusse dokazuje pravděnepodobnost tvaru. Bez něho má zona podobu normální řady N_2.

8. Pásmo příčné paralelní $[{}^1/_3\,q]$.

	ϑ	h	$\mathfrak{K}$	Γ	b
$p\,q$	$^1/_3 0$	$^1/_3$	$^1/_3{}^1/_2$	$^1/_3 1$	$0\,\infty$
q	0	$^1/_3$	$^1/_2$	1	∞

Pásmo to jest příkladem jednostranně vyvinuté, neúplné řady N_3.

9. Pásmo $[t\,\beta\,\sigma]$.

a) $[t\,\beta]$.

	t	Ω	k	z	(91)	β
$p\,q$	1	$^2/_5{}^3/_5$	$^1/_4{}^1/_2$	$^1/_7{}^3/_7$	$^1/_{16}{}^3/_8$	$0^1/_3$
p	1	$^2/_5$	$^1/_4$	$^1/_7$	$^1/_{16}$	0
$\frac{3p}{1-p}$	∞	2	1	$^1/_2$	$^1/_5$	0

Nový tvar Ω jde výtečně do zony, jež jest normalní řadou N_2; v ní jest k dominantou. Rušivě působí toliko $^1/_{16}{}^3/_8$, objevený Lewisem a jakožto tvar nejistý popsaný. Dle diskusse lze jej prohlásiti za tvar netypický.

b) $[\beta\,\sigma]$.

	β	Φ	68	g	σ
$p\,q$	$0^1/_3$	$-{}^1/_3{}^1/_9$	$-{}^4/_5-{}^1/_5$	$-1\,-{}^1/_3$	$-2-1$
p	0	$-{}^1/_3$	$-{}^4/_5$	-1	-2
$\frac{-p}{2+p}$	0	$^1/_5$	$^2/_3$	1	∞

V nesouměrné této zoně, v níž g hraje roli dominanty, vyskytá se Eaklem za nejistý považovaný tvar č. 68 $-{}^4/_5{}^1/_5$. Diskusse nemluví proti němu (ač nápadno jest, že v zoně tak chudé jest člen řady N_3 a nikoli N_2).

Zdá se, že tvar ten posílen jest průsekem zony $[o\,\omega]$. Φ, jak bylo již výše řečeno, byl by vysvětlitelným toliko průsekem zon $[M\,l]$ a $[t\,\beta)$. Disskuse proň nemluví. Nutno vyčkati jeho potvrzení.

10. **Pásmo příčné paralelní** $[{}^1/_3\,q]$.

	M	Φ	l	(b)
$p\,q$	$-{}^1/_3 0$	$-{}^1/_3\,{}^1/_9$	$-{}^1/_3$	$0\,\infty$
q	0	${}^1/_9$	${}^1/_3$	
$\frac{6\,q}{1-3\,q}$	0	1	∞	

11. **Pásmo radialní** $[c\,\chi\,\sigma]$ resp. $[c\,s\,\Delta]$.

a) $[c\,\chi\,\sigma]$.

	c	ζ	ξ	χ	σ	(Δ)
$p\,q$	0	$-{}^2/_5\,{}^1/_5$	$-{}^2/_3\,{}^1/_3$	$-1{}^1/_2$	-21	$-2\,\infty$
p	0	$-{}^2/_5$	${}^2/_3$	-1	-2	
$\frac{-2p}{2+p}$	0	${}^1/_2$	1	2	∞	

Zona tato představuje normální řadu N_2, rozpjatou mezi c a σ; tento tvar, jest bodem dosti silným, zvláště asi účinkem zony $[\bar{p}\,1]$, jež jím prochází. Prisma Δ nehraje při vývinu tvarů pražádnou roli, jak ostatně z jeho ojedinělého výskytu lze a priori souditi. Objeven byl tvar ten M i e r s e m na krystalu z Braünsdorfu, měřeném již před tím F r i e d l ä n d r e m.

b) $[c\,s\,\Delta)$.

Pásmo toto vyvinuto jest velmi slabě; mezi c a s jako meznými uzly jest jediným tvarem a zároveň dominantou $E\,1{}^1/_2$, průsečík více pásem. V části zony $[s\,\Delta]$ nalézá se K r e n n e r o v a nová plocha $\mathfrak{S}\,{}^8/_3\,{}^4/_3$. Táž tuším potřebuje teprve potvrzení.

12 **Pásmo** $[o\,\omega]$.

	$(\sigma$	$\psi)$	o	(68)	$\mathfrak{G}$	ξ	ω	(r)
$p\,q$	$-2-1$	$-{}^4/_3-{}^1/_3$	-10	$-{}^4/_5\,{}^1/_5$	$-{}^3/_4\,{}^1/_4$	$-{}^2/_3\,{}^1/_3$	01	12
q			0	${}^1/_5$	${}^1/_4$	${}^1/_3$	1	
$\frac{2\,q}{1-q}$			0	${}^1/_2$	${}^2/_3$	1	∞	

Zona jest nesymmetricky vyvinuta, blíže ku uzlobodu silnějšímu (o) vyvinutější. Tvar (68) nabývá pravděpodobnosti; popsán byl E a k l e m jako nejistý.

$\mathfrak{G}$ $-{}^3/_4\,{}^1/_4$ uveden byl K r e n n e r e m bez jakékoli delší charakteristiky. Dle diskusse této jest to tvar pravděpodobný. Poměrnou důležitost ξ dokazuje ta okolnost, že již v druhém pásmu jest dominantou (viz p. 11 *a*)

13. **Pásmo** $[s\,\beta\,o]$.

	s	K	β	ξ	w	o	(66	H)
$p\,q$	$21\frac{1}{2}$	$0\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{5}\frac{1}{5}$	$-\frac{4}{5}\frac{1}{15}$	-10	-2	$-\frac{1}{3}$	-4 -1
$3\,p$ / $2-p$	∞	1	$0 \parallel \infty$	1	$\frac{1}{6}$	0		$\frac{2}{3} : \frac{p+1}{-p}$

Zona rozpadá se ve dvě velmi slabé částečné zony, obsahující vlastně vedle členů mezných jen dominanty. V druhé části jest pravděnepodobný tvar $w\,-\frac{4}{5}\frac{1}{15}$, objevený Lewisem na jednom krystalu z Braünsdorfu v podobě dobré plošky. Tvar ten však pro ojedinělost nálezu i chatrnou diskussi žádá potvrzení.

Mimo diskussi zůstaly ještě tvary:

$e\,-\frac{3}{5}\frac{1}{4}$, (71) $-\frac{1}{10}\frac{1}{5}$ a (72). — 12 . 7, jež nenalézají se v žádné k diskussi dle zákona komplikačního případné zoně.

$e\,-\frac{3}{5}\frac{1}{4}$: Objeven a popsán byl Neumannem na krystalech z Braünsdorfu jako opětně se vyskytnuvší značná plocha, jejíž však počítané a měřené úhly nevalně souhlasily. Naumann uvádí tvar ten jako nejistý, mezi takové zařazuji jej tudíž také v tabelle.

(70) $-\frac{1}{10}\frac{1}{5}$ umístěn jest na průsečíku pásem $[\pi\,\xi]$, $[M\,k]$ a $[c\,x]$. Lewis popsal tvar ten jako nezajištěný. Snad jest poněkud sílen průsekem oněch tří zcela podružných zon — leč i tak zůstává velmi problematickým.

(71). — 12 . 7 popsán byl Lewisem jako ojedinělý výskyt, jenž přesného měření nepřipouštěl. Na tabelle zapsán mezi tvary nejisté.

Postavení a parametry miargyritu.

Postavení volena byla pro miargyrit tři; navrženo pak bylo ještě 6 dalších posic. Postavení ta jsou:

1. Naumannovo: Pinakoidy shodné s postavením naším,[1]) z os pak vzata klinodiagonala třikráte menší. Poměr poloos: 2·91 ($\dot{c}$) : 1 ($\dot{b}$) : 0·9977 ($\dot{a}$); $\gamma = 81^0\,36'$, čili v obvyklém pořádku psáno:

$$a)\ a : b : c = 0{\cdot}9977 : 1 : 2{\cdot}91;\ \beta = 81^0\,36'.$$

Postavení tohoto nebylo žádným z pozdějších autorů užito.

2. Weisbachovo: Base stejná jako u postavení našeho, za třetí pinakoid $\infty\,0$ vzato naše doma o (— 10). Základním tvarem stane se tím na miargyritu se nevyskytující prisma ∞ (110), kdysi udané Millerem. Postavení Weisbachova užili ještě Dana ve starších vydáních

[1]) Miller-Lewisovým.

své učebnice (1868, str. 88), Friedländer, Vrba, G. v. Rath. Weisbach udává v práci své z r. 1865 dva poměry poloos, získané ze dvou krystalů.

$$a = 1{\cdot}2893,\ c = 0{\cdot}9788;\ C = 47^{0}\,32'$$
$$a = 1{\cdot}2412,\ c = 0{\cdot}9268;\ C = 45^{0}\,45'$$

čili přepsáno na obvyklý způsob psaní:

$$b)\quad a : b : c = 1{\cdot}0206 : 1 : 1{\cdot}3172;\ \beta = 47^{0}\,32'$$
$$c)\quad a : b : c = 1{\cdot}0790 : 1 : 1{\cdot}3392;\ \beta = 45^{0}\,45'.$$

Hodnoty tyto dokazují, jak kolísavé byly úhly, jež Weisbach vzal za základ svých výpočtů. V práci z r. 1877 uvádí týž autor na základě Wapplerových měření dva nové poměry poloos:

$$a = 1{\cdot}2850,\ c = 0{\cdot}9865,\ C = 48^{0}\,38'$$
$$a = 1{\cdot}2828,\ c = 0{\cdot}9930,\ C = 48^{0}\,13'$$

čili, přepsáno na obvyklý způsob psaní:

$$d)\quad a : b : c = 1{\cdot}0136 : 1 : 1{\cdot}3026;\ \beta = 48^{0}\,38'$$
$$e)\quad a : b : c = 1{\cdot}0070 : 1 : 1{\cdot}2918;\ \beta = 48^{0}\,13'.$$

Friedländer na základě svých měření na jednom krystalu z Braünsdorfu vypočítal parametry:

$$f)\quad a : b\,c = 1{\cdot}0008 : 1 : 1{\cdot}2967.\ \beta = 48^{0}\,13'.$$

Lewis, reviduje Friedländrova měření na témže krystalu zjistil, že úklony, použité Friedländrem k výpočtu elementů krystalových, k účeli tomu se naprosto nehodí, ježto base, k níž sklony jiných ploch měřil, jest vývinu velmi chatrného.

G. v. Rath zjistil na jednom zvláště dokonalém krystalu braünsdorfském následující parametry:

$$g)\quad a : b : c = 1{\cdot}00522 : 1 : 1{\cdot}29727;\ \beta = 48^{0}\,09'\,31''.$$

Lewis namítá proti těmto elementům, že vypočteny byly toliko ze dvou úklonů, $s : s$, $s : g$. I když jsou plochy tvarů těch dobře vyvinuty, praví Lewis, má výpočet na základě jich sklonů malou cenu, ježto posice ploch těch často na jednom a témže krystalu silně variruje, krom toho pak lze z měření těch dopočítati se elementů jen velikou oklikou, což eventuelní chyby arci velmi zvětšuje.

3. Miller-Lewisovo, jehož použito bylo též v této práci, jest nejobvyklejší. Po Millerovi užil ho Krenner, Lewis, Dana v novějším vydání učebnice své (1892), Goldschmidt ve svém „Indexu“ a „Winkeltabellen“, Eakle, Hintze, Spencer i Löw.

Lewis vypočetl parametry ze 36 úhlů, měřených mezi *c*, *a*, *o*, *d*; reflexy všech nebyly sice nejlepší, za to však lze z úklonů ploch těch jednoduchým počtem dosíci elementů; obdržel:

i) $a : b : c = 3{\cdot}0017 : 1 : 2{\cdot}9166$; $\beta = 81^\circ 22' 58''$.

Dana vypočetl elementy na základě četných měření cizích a obdržel následující hodnoty:

i) $a : b : c = 2{\cdot}99449 : 1 : 2{\cdot}90951$; $\beta = 81^\circ 22' 35''$.

Tyto elementy, jež přijal Goldschmidt[1]) ve „Winkeltabellen" i Hintze[2]) do své mineralogie, položeny byly též v této práci za podklad výpočtům.

Všechny posavadní elementy byly počítány na základě měření krystalů braünsdorfských. Z krystalů Zacatecaských vypočetl je Eakle, použiv k počtu 48 nejlepších měření na 14ti různých tvarech (výpočet provedl z posičních úhlů φ a ϱ):

k) $a : b : c = 2{\cdot}9858 : 1 : 2{\cdot}9049$; $\beta = 98^\circ 38'$;
$p_0 = 0{\cdot}9729$; $q_0 = 2{\cdot}8723$; $\mu = 81^\circ 22'$.

K výpočtům tabell však užil Eakle parametrů Lewis-Danových.

4. Kromě těchto, v pracích krystalografických použitých posic, učiněny byly ještě následující návrhy:

Goldschmidt (Index 1890. II. 386.) navrhuje změnu Miller-Lewisovy posice v ten způsob, aby orthodiagonala vzata byla v délce trojnásobné: $a : 3\,b : c$, resp. $p_0\, 3\, q_0$.

b) Groth, aby docílil analogie s loranditem, u něhož lze předpokládati vztahy příbuzenské k miargyritu, (Tabellarische Uebersicht, 1898, 32.) učinil *m* 10 basí, *o* — 10 orthopinakoidem.

c) Za týmž účelem navrhl dále Goldschmidt (Z. f. Kr. *30.* 1898. 291) čtvero posic, jež s postavením loranditu byly srovnány. V následující tabelle označeny jsou tyto posice Goldschmidtovy jakožto Gdt. I., II., III., IV.

K rozhodnutí se pro některou z posic jest přirozeně směrodatnou okolnost, v které z nich nejdůležitější tvary mají nejjednodušší symboly. K rozhodnutí o této otázce slouží níže sestavená tabella, do níž pojaty dle předešlých kapitol nejdůležitější tvary: *a c o d s t* ω *g*, k nim pak přibrány *m*, *A*, *i*, β.[3])

---

[1]) Elementy Goldschmidtovy, vypočítané z Lewis-Danových, zní: $p_0 = 0{\cdot}9716$, $q_0 = 2{\cdot}8767$, $\mu = 81^\circ 22'$.

[2]) Handbuch der Mineralogie I. 983.

[3]) Tabella tato analogicky jest sestavena jako ona v citované práci Goldschmidtově.

Písm.	Miller-Lewis	Naum.	Weisb.	Gdt. Index	Groth	Goldsch. I.	Gdt. II.	Goldsch. III.	Goldsch. IV.
a	∞ 0	∞ 0	— 10	∞ 0	— 10	0	— 10	— 10	0
c	0	0	0	0	10	— 20	∞ 0	10	∞ 0
o	— 10	—$^1/_3$0	∞ 0	— 10	∞ 0	∞ 0	0	∞ 0	— 10
d	31	1	—$^3/_4$	3	—$^1/_2{}^3/_2$	—$^1/_2$1	—$^4/_3$1	—$^1/_2$1	$^1/_3$1
s	21	$^2/_3$1	—$^2/_3$1	23	—$^1/_2$2	—$^2/_3{}^4/_3$	—$^3/_2$	—$^1/_3{}^4/_3$	$^1/_2{}^3/_2$
t	1	$^1/_3$1	—$^1/_2{}^3/_2$	13	03	— 12	— 23	02	13
g	—1$^1/_3$	—$^1/_3$	∞	— 1	∞	$^3/_2$∞	01	$^3/_2$∞	— 1
ω	01	01	03	03	— 16	— 24	∞ 3	14	∞ 3
m	10	$^1/_3$0	—$^1/_2$0	10	0	— 10	— 20	0	10
A	— 1	—$^1/_3$1	3 ∞	— 13	∞ 3	∞ 2	03	∞ 2	— 13
i	— 31	— 1	—$^3/_2$	— 3	— 23	— 12	—$^2/_3$1	— 2	—$^1/_3$1
β	0$^1/_3$	0$^1/_3$	01	0$^1/_9$	— 12	—2$^4/_3$	∞	1$^4/_3$	∞

Z tabelly této jest zřejmo, že požadavku výše vytčenému činí posice Miller-Lewisova úplně zadost.

K závěru práce přidány jsou: přehled všech na miargyritu pozorovaných tvarů a přehled rozšíření tvarů na naleziskách jednotlivých.

Přehled tvarů krystalových.

Přehled tento rozvržen jest ve tři části: *a*) ve tvary zajištěné, pro něž mluví nejen jich vývin, leč ve většině případů i diskusse na základě komplikace provedená.

b) Ve tvary, jež v kterémkoli ohledu (ve vývinu, reflexu, shodě úhlů měřených a počítaných, konečně v diskussi komplikační) nečiní zadost požadavkům, na typické tvary kladeným; nutno u nich vyčkati jich potvrzení.

c) Do tohoto oddílu konečně zařadil jsem tvary, jež na základě jich výskytu, vývinu i diskusse komplikační považuji za netypické, buď vicinaly nebo plochy v anomalních posicích.

Pro tvary, obsažené v Goldschmidtových „Winkeltabellen“ resp. „Index der Krystallformen“ užil jsem písmen ve spisech těch zavedených. Pro nové tvary autorů pozdějších podržel jsem písmena jejich, po případě, nevolili-li žádných, písmena Hintzem užitá. V oddělení *b*) a *c*) tohoto přehledu, u tvarů nezajištěných a netypických, jsem nejmenované posud plochy neoznačoval písmeny; k jich citování postačí, jak při diskussi tvarů bylo prováděno, řadové číslo tabell.

V poslední rubrice oddílu *a*) označuji hvězdičkou své tvary pro miargyrit nové.

a) Tvary zajištěné.

Čís. o	Písmo	Symbol Gdt.)	Naumann 1829	Miller 1852	Weisbach 1855, 1878	Friedländ. 1878	Krenner 1879	Vrba 1881	G. v. Rath 1884	Lewis 1884	Dana 1892	Eakle 1899	Hintze 1904	Spencer 1907	Löw 1910	Rosický 1912
1.	*c*	0	*a* 0 *P*	*c* 001	*a* 0 *P*	*c* 001	001	*c* 001	*c* 001	*c* 001	*c* 0	*c* 0	*c* 001	*c* 001	*c* 001	
2.	*b*	0 ∞	*r*? (∞ *P* ∞)	*b* 010	*R* ∞ P ∞	—	010	—	*b* 010	*b* 010	*b* *i* — *ī*	—	*b* 010	*b* 010	—	
3.	*a*	∞ 0	*b* ∞ *P* ∞	*a* 100	*b* P ∞	*r* $\bar{1}$01	100	*r* $\bar{1}$01	*r* $\bar{1}$01	*a* 100	*a* *i* — *ī*	*a* ∞ 0	*a* 100	*a* 100	*a* 100	
4.	⊿	2 ∞	—	—	—	—	—	—	—	⊿ 210	⊿ *i* — $\bar{2}$	—	⊿ 210	—	—	
5.	*β*	$0^1/_3$	—	—	*β* P ∞	—	013	—	*β* 011	*β* 013	*β* $^1/_3$ — *ī*	*β* $0^1/_3$	*β* 013	—	*β* 013	
6.	*ω*	01	*c* (*P* ∞)	*w* 011	*c* 3 P ∞	*o* 031	011	—	*o* 031	*ω* 011	*ω* 1 — *ī*	*ω* 01	*ω* 011	—	*ω* 011	
7.	*n*	30	*n* — *P* ∞	*n* 301	*n* $^3/_4$ P ∞	—	—	—	*n* $\bar{3}$04	*n* 301	*n* — 3 — *ī*	—	*n* 301	—	—	
8.	*L*	$^7/_3$0	—	—	—	—	—	—	—	*L* 703	*L* — $^7/_3$ — *ī*	—	*L* 703	—	—	
9.	*m*	10	*m* — $^1/_3$ *P* ∞	*i* 101	*m* $^1/_2$ P ∞	—	101	—	*m* $\bar{1}$02	*m* 101	m — 1 — *ī*	*m* + 10	m 10	—	—	
10.	*λ*	$^1/_2$0	—	—	*λ* $^1/_3$ P ∞	—	—	—	*λ* $\bar{1}$03	*λ* 102	*λ* — $^1/_2$ — *ī*	—	*λ* 102	—	—	
11.	*ϑ*	$^1/_3$0	—	—	—	—	103	—	—	—	—	—	𝔐 103	—	—	
12.	*ϰ*	$^1/_4$0	—	—	—	—	104	—	—	104	*Π* — $^1/_4$ — *ī*	*ϰ* $^1/_4$0	*Π* 104	—	—	
13.	*G*	$^1/_5$0	—	—	—	—	—	—	—	105	*Ω* — $^1/_5$ — *ī*	—	*Ω* 105	—	—	
14.	*T*	— $^1/_6$0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	*T* — $^1/_6$0	*T* $\bar{1}$06	—	—	
15.	*M*	— $^1/_3$0	—	—	—	—	$\bar{1}$03	—	—	*M* $\bar{1}$03	*M* $^1/_3$ — *ī*	*M* — $^1/_3$0	*M* $\bar{1}$03	—	—	
16.	*u*	— $^2/_3$0	—	—	—	—	—	*u* 201	*u* 201	*u* $\bar{2}$03	*u* $^2/_3$ — *ī*	—	*u* $\bar{2}$03	—	—	
17.	*o*	— 10	*o* $^1/_3$ *P* ∞	*o* $\bar{1}$01	*o* ∞ P ∞	*a* 100	$\bar{1}$01	*a* 100	*a* 100	*o* $\bar{1}$01	*o* 1 — *ī*	*o* — 10	*o* $\bar{1}$01	—	*o* $\bar{1}$01	
18.	*R*	— 20	—	—	—	—	—	—	—	*R* $\bar{2}$01	*R* 2 — *ī*	—	*R* $\bar{2}$01	—	—	
19.	*N*	— 30	—	—	—	—	$\bar{3}$01	—	—	*N* $\bar{3}$01	*N* 3 — *ī*	*N* — 30	*N* $\bar{3}$01	—	—	
20.	*t*	1	—	*t* 111	*t* $^1/_2$ P $^1/_3$	*t* $\bar{1}$32	111	—	*t* $\bar{1}$32	*t* 111	*t* — 1	*t* 1	*t* 111	*t* 111	*t* 111	
21.	*K*	$^1/_2$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	*K* $^1/_2$	112	—	—	
22.	*h*	$^1/_3$	—	*h* 113	*h* $^1/_4$ P $^1/_3$	—	113	—	*h* $\bar{1}$34	*h* 113	*h* — $^1/_3$	*h* $^1/_3$	*h* 113	*h* 113	—	
23.	*l*	— $^1/_3$	—	—	—	—	$\bar{1}$13	—	—	—	—	—	ℌ $\bar{1}$13	—	—	
24.	*A*	— 1	—	—	*A* ∞ P $^1/_3$	—	$\bar{1}$11	—	*A* 130	*A* $\bar{1}$11	*A* 1	*A* — 1	*A* $\bar{1}$11	—	*A* $\bar{1}$11	
25.	*E*	$1^1/_2$	—	*e* 212	*E* $^1/_2$ P $^2/_3$	—	—	—	*E* $\bar{2}$34	*E* 212	*E* — 1 — $\bar{2}$	—	*E* 212	—	—	
26.	*r*	12	—	—	—	—	—	—	—	*r* 121	*r* — 2 — $\grave{2}$	—	*r* 121	—	—	
27.	*τ*	— $1^1/_8$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	✳
28.	*p*	— $1^1/_6$	*p* $^1/_3$ *P* 2	*p* $\bar{6}$16	*p* ∞ P 2	—	—	—	*p* 210	*p* $\bar{6}$16	*p* 1 — $\bar{6}$	—	*p* $\bar{6}$16	—	*p* $\bar{6}$16	
29.	*π*	— $1^1/_5$	—	—	*π* ∞ P $^5/_3$	—	$\bar{5}$15	—	*π* 530	*π* $\bar{5}$15	*π* 1 — $\bar{5}$	—	*π* $\bar{5}$15	—	*π* $\bar{5}$15	

Číslo	Písmo	Symbol (Gdt.)	Naumann 1829	Miller 1852	Weisbach 1865, 1878	Friedländ. 1878	Krenner 1879	Vrba 1881	G. v. Rath 1884	Lewis 1884	Dana 1892	Eakle 1889	Hintze 1904	Spencer 1907	Löw 1910	Rosický 1912
30.	γ	$-1^1/_4$	—	—	—	γ 430	$\bar{4}14$	—	$I'430$	$\gamma\,\bar{4}14$	$\gamma\,1-\bar{4}$	$y-1^1/_4$	$\gamma\,\bar{4}14$	—	$\gamma\,\bar{4}14$	
31.	g	$-1^1/_3$	$^1/_3 P$	$g\,\bar{3}13$	$g\infty P$	g 110	$\bar{3}13$	—	g 110	$g\,\bar{3}13$	$g\,1-\bar{3}$	$g-1^1/_3$	$g\,\bar{3}13$	$g\,\bar{3}13$	$g\,\bar{3}13$	
32.	χ	$-1^1/_2$	—	—	$x, \chi\infty P^2/_3$	χ 230	$\bar{2}12$	—	χ 230	$\chi\,\bar{2}12$	$\chi\,1-\bar{2}$	$\chi-1^1/_2$	$\chi\,\bar{2}12$	$\chi\,\bar{2}12$	$\chi\,\bar{2}12$	
33.	C	81	—	—	—	—	—	—	$\omega\,\bar{8}39$	ω 811	$\Phi-8-\bar{8}$	C 81	Φ 811	—	—	
34.	D	71	—	—	—	—	—	—	—	711	$\Theta-7-\bar{7}$	D 71	Θ 711	—	—	
35.	η	61	—	—	$\eta^6/_7 P 2$	—	—	—	$\eta\,\bar{6}37$	η 611	$\eta-6-\bar{6}$	—	η 611	—	—	
36.	F	51	—	f 511	$F^5/_6 P^5/_3$	—	511	—	F 536	F 511	$F-5-\bar{5}$	—	F 511	—	—	
37.	f	$^9/_2 1$	$f-^3/_3 P^3/_2$	—	$f^9/_{11} P^3/_2$	—	—	—	$f\,9.6.11$	f 922	$f-^9/_2-\bar{9}/_2$	$f^9/_2 1$	f 922	—	—	
38.	φ	41	—	—	$\varphi^4/_5 P^4/_3$	—	—	—	$\varphi\,\bar{4}35$	φ 411	$\varphi-4-\bar{4}$	φ 41	φ 411	—	φ 411	
39.	d	31	$d-P$	d 311	$d^3/_4 P$	$d\,\bar{3}34$	311	$d\,\bar{3}34$	$d\,\bar{3}34$	d 311	$d-3-\bar{3}$	d 31	d 311	d 311	d 311	
40.	ε	$^5/_2 1$	—	—	—	—	—	—	$\varepsilon\,\bar{5}67$	ε 522	$\varepsilon-^5/_2-\bar{5}/_2$	$\varepsilon^5/_2 1$	ε 522	—	—	
41.	Q	$^7/_3 1$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	✳
42.	Y	$^{11}/_5 1$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	✳
43.	s	21	$s-(P^3/_2)$	s 211	$s^2/_3 P^2/_3$	$s\,\bar{2}33$	211	—	$s\,\bar{2}33$	s 211	$s-2-\bar{2}$	s 21	s 211	s 211	s 211	
44.	j	$^5/_3 1$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	✳
45.	X	$^1/_2 1$	—	—	—	—	—	—	—	X 122	$X-2-\grave{2}$	$X^1/_2 1$	X 122	—	—	
46.	Γ	$^1/_3 1$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	✳
47.	x	$-^1/_2 1$	—	—	—	—	$\bar{1}22$	—	—	$x\,\bar{1}22$	$x\,1-\grave{2}$	$x-^1/_2 1$	$x\,\bar{1}22$	$x\,\bar{1}22$	$x\,\bar{1}22$	
48.	σ	-21	$+(P^3/_2)$	—	$\sigma\,2\,P^2/_3$	$\sigma\,\bar{2}31$	$\bar{2}11$	—	$\sigma\,\bar{2}31$	$\sigma\,\bar{2}11$	$\sigma\,2-\bar{2}$	$\sigma-21$	$\sigma\,\bar{2}11$	$\sigma\,\bar{2}11$	—	
49.	i	-31	—	—	—	$i\,\bar{3}32$	$\bar{3}11$	—	$i\,\bar{3}32$	$i\,\bar{3}11$	$i\,3-\bar{3}$	$i-31$	$i\,\bar{3}11$	—	$i\,\bar{3}11$	
50.	H	-41	—	—	—	—	—	—	—	—	—	$H-41$	$H\,\bar{4}11$	—	—	
51.	q	$-4^1/_3$	—	—	—	—	—	—	—	$q\,\bar{1}\bar{2}.1.3$	$q\,4-\bar{1}\bar{2}$	$q-4^1/_3$	$q\,\bar{1}\bar{2}.1.3$	—	—	
52.	Z	$-3^1/_3$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	$Z\,\bar{3}^1/_3$	$Z\,\bar{9}13$	—	—	
53.	ψ	$-^4/_3\,^1/_3$	—	—	—	—	—	—	—	$\psi\,\bar{4}13$	$\Psi^4/_3-\bar{4}$	$\psi-^4/_3\,^1/_3$	$\Psi\,\bar{4}13$	—	—	
54.	ξ	$-^2/_3\,^1/_3$	—	—	$\xi-2\,P^2/_3$	—	$\bar{2}13$	—	ξ 231	$\xi\,\bar{2}13$	$\xi^2/_3-\bar{2}$	—	$\xi\,\bar{2}13$	—	—	
55.	$\mathfrak{R}$	$^1/_3\,^1/_2$	—	—	—	—	236	—	—	—	—	—	$\mathfrak{R}$ 236	—	—	
56.	k	$^1/_4\,^1/_2$	—	—	—	—	124	—	$v\,\bar{1}65$	k 124	$k-^1/_2-\grave{2}$	$k^1/_4\,^1/_2$	k 124	k 124	—	
57.	$\mathfrak{G}$	$-^3/_4\,^1/_4$	—	—	—	—	$\bar{3}14$	—	—	—	—	—	$G\,\bar{3}14$	—	—	
58.	ζ	$-^2/_5\,^1/_5$	—	—	—	—	—	—	—	$\zeta\,\bar{2}15$	$\zeta^2/_5-\bar{2}$	—	$\zeta\,\bar{2}15$	$\zeta\,\bar{2}15$	—	
59.	z	$^1/_7\,^3/_7$	—	—	—	—	137	—	$\tau\,\bar{1}98$	z 137	$z-^3/_7-\grave{3}$	—	z 137	—	—	

b) Tvary nezajištěné.

Číslo	Písm.	Autor	Rok	Písm. autor.	Značka autorova	Značka Goldschmidt.
60.	μ	Weisbach	1865	μ	$^{7}/_{5}$ P ∞	$-\,^{7}/_{2}0$
61.	B	,,	1865	χ	$^{15}/_{16}$ P 5	15 . 1
62.	P	Eakle	1899	P	$^{15}/_{2}1$	$^{15}/_{2}1$
63.	α	Weisbach	1865	α	$-\,2$ P $^{2}/_{9}$	$-\,^{2}/_{3}1$
64.	Θ	Rosický	1912	Θ	$-\,^{5}/_{2}1$	$-\,^{5}/_{2}1$
65.	—	Eakle	1899	—	$-\,^{5}/_{2}\,^{1}/_{3}$	$-\,^{5}/_{2}\,^{1}/_{3}$
66.	—	,,	,,	—	$-\,2^{1}/_{3}$	$-\,2\,^{1}/_{3}$
67.	e	Naumann	1829	? e	$^{1}/_{4}P\,^{5}/_{4}$	$-\,^{3}/_{5}\,^{1}/_{4}$
68.	—	Eakle	1899	—	$-\,^{4}/_{5}\,^{1}/_{5}$	$-\,^{4}/_{5}\,^{1}/_{5}$
69.	ϱ	Lewis	1884	—	139	$^{1}/_{9}\,^{1}/_{3}$
70.	—	,,	,,	—	$\bar{1}$. 2 . 10	$-\,^{1}/_{10}\,^{1}/_{5}$
71.	—	,,	,,	—	12 . 7 . 1	$-$ 12 . 7
72.	Φ	Rosický	1912	Φ	$-\,^{1}/_{3}\,^{1}/_{9}$	$-\,^{1}/_{3}\,^{1}/_{9}$
73.	$\mathfrak{S}$	Krenner	1879	—	843	$^{8}/_{3}\,^{4}/_{3}$
74.	w	Lewis	1884	w	$\bar{1}\bar{2}$. 1 . 15	$-\,^{4}/_{5}\,^{1}/_{15}$
75.	Ω	Rosický	1912	Ω	$^{2}/_{5}\,^{3}/_{5}$	$^{2}/_{5}\,^{3}/_{5}$

c) Tvary vicinalní a netypické.

Číslo	Písm.	Autor	Rok	Písm. autor.	Značka autorova	Značka Goldschmidt.
76.	—	Lewis	1884	—	? 205	$^{2}/_{5}0$
77.	W	Eakle	1899	W	$^{1}/_{12}0$	$^{1}/_{12}0$
78.	U	,,	,,	U	$-\,^{1}/_{30}0$	$-\,^{1}/_{30}0$
79.	V	,,	,,	V	$-\,^{1}/_{12}0$	$-\,^{1}/_{12}0$
80.	—	Lewis	1884	—	$\bar{1}$19	$-\,^{1}/_{9}$
81.	ν	G. v. Rath	1884	$\int$	$\bar{1}$. 24 . 2	18
82.	—	Lewis	1884	—	$\bar{1}\bar{2}$. 1 . 12	$-\,1^{1}/_{12}$
83.	—	,,	,,	—	$\bar{7}$17	$-\,1^{1}/_{7}$
84.	—	,,	,,	—	$2\bar{1}$. 4 . 21	$-\,1^{4}/_{21}$
85.	J	G. v. Rath	1884	ϑ	270	$-\,1^{7}/_{6}$
86.	δ	Weisbach	1865	δ	$^{13}/_{17}$ P $^{13}/_{12}$	$^{13}/_{4}1$
87.	δ:	Lewis	1884	δ	17 . 6 . 6	$^{17}/_{6}1$
88.	Λ	,,	,,	Λ	$\bar{1}\bar{1}$. 2 . 6	$-\,^{11}/_{6}\,^{1}/_{3}$
89.	S	Weisbach	1878	γ	$-$ 12 P $^{12}/_{13}$	$-\,^{12}/_{13}\,^{1}/_{3}$
90.	—	Lewis	1884	—	836	$^{4}/_{3}\,^{1}/_{2}$
91.	—	,,	,,	—	1 . 6 . 16	$^{1}/_{16}\,^{3}/_{8}$

Poznámky ku „přehledu tvarů".

Naumann píše tvary ku orthodiagonale protažené volně, ku klinodiagonale pak v závorkách.

r ? $(b\ 0\ \infty)$ [1]) jest matná, určena toliko přibližně; v. Rath má za to, že jest to jím stanovený tvar $f^{\sim}$ (ν 18), vicinální ku $0\ \infty$.

Miller: vynechány byly všechny tvary, jichž určení dle kritické diskusse Lewisovy tkví v Millerově chybné záměně úhlů; jsou to: m, r, l, q, ξ, x, y, k, z, jakož i v dle jeho značení.

Weisbach: Ohledně tvaru F viz opravu prvého pojednání ve Wiedem. Annalen II. 1877. 455. resp. Z. f. Kr. II. 1878. 55. V těchto pracích jest konfuse ohledně písmen A a π. Ve W. A. stojí: $A = \infty\ P\ ^5/_3$, $b : A = 104^0\ 21'$ atd. V Z. f. Kr. stojí u téže značky písmeno k ní de facto náležející, π, leč úhel, vztahující se na A, nechal týž. Má státi v obou případech:

$$A = \infty\ P\ ^1/_3$$
$$b : A = 104^0\ 21' \quad \text{atd.}$$

Tvar χ — $1^1/_2$ uvádí jednak pod písmenem x, jednak χ; posledním písmenem však označil již dříve tvar $^{15}/_{16}\ P\ 5$ (B 15 . 1).

Krennerem popsané krystaly měřil Semsey Andor. Posice Millerova; v seznamu tvarů uvádí K. dvakráte 013; po druhé má státi 103. Písmen žádných autor neuvedl, vzata k jeho novým tvarům tudíž písmena Hintzem zvolená.

v. Rath opominul zcela práci Krennerovu, následkem čehož připisuje si mylně autorství tvarů: ν ($\bar{1}65$) $(= k\ ^1/_4\ ^1/_2)$ a τ ($\bar{1}98$) $(= z\ ^1/_7\ ^3/_7)$. Weisbachův tvar χ $(= B\ 15\ .\ \bar{1})$ označil písmenem X. A připisuje mylně Naumannovi; popsal jej teprve Weisbach.

Z povahy plochy b $(0\ \infty)$, jež prý bývá matná a prostoupená rovnými a lesklými proužky, soudil v. Rath z analogie s plagioklasy na soustavu trojklonnou. Později však sám od náhledu toho upustil.

Lewis ve výčtu tvarů, pozorovaných dřívějšími autory, uvádí: $\omega = 811$ (C), $\chi = 15\ .\ 1\ .\ 1$ (B), $\gamma = \bar{3}\bar{6}\ .\ 13\ .\ 39$ (S) ač dříve již písmen těch užil pro 011, $\bar{2}12$, $\bar{4}14$.

Na obr. 8. jeho práce nalézá se i v pásmu $a : c$, odnímající jich kombinační hranu. Má státi m, jak z polohy i z výčtu tvarů kombinace lze s bezpečností souditi.

Dana mylně píše $\mu = 702\ —\ ^7/_2\ —\ \bar{\imath}$; má státi $\bar{7}02\ ^7/_2\ —\ \bar{\imath}$. Weisbachův tvar χ $(B\ 15\ .\ 1) = \Xi$ Dana.

Symbol e má zníti $^3/_5\ —\ ^{\bar{1}\bar{2}}/_5$, nikoli $^6/_8\ —\ ^{\bar{1}\bar{2}}/_5$. v. Ratha tvar $f^{\sim}$ $(\nu\ 18) = \varrho$ Dana.

---

[1]) V závorkách uvedené tvary jsou přepis autorova značení na naši posici a symboliku.

Goldschmidt přidržel se ve většině případů v označování tvarů Lewisa, s výminkou výše zmíněných ω, χ, γ, jež nazývá C, B, S. Pro tvar 18 volil na místě Rathova písmene f — pro jeho snadné zaměnění s s — písmeno v. Za nejisté považuje: $-1/9$, α $-2/3$, ϱ $+1/9$ $1/3$, $-1/10$ $1/5$, $+1/16$, $3/8$, $+3/4$ $1/4$. Poslední tento tvar uvádí Mohs-Zippe.[1])

Ve „Winkeltabellen" jsou hodnoty pro X $1/2$I chybami tisku špatně udány; mají zníti:

Písm.	Gdt.	Miller	φ	ϱ	ξ_0	η_0	ξ	η	x'	y'	d'
X	$1/2$I	122	12°28′	71°27′	32°45′.	71°02′	11°48′.	67°46′	0·6434	2·9096	2·9787

Eakle: V tabelle místo $\eta = 1/4 0$ dlužno čísti $\varkappa = 1/4 0$, jak z kombinace č. 10. vyplývá. Taktéž chybou tisku jest údaj, že P $15/2$1 nachází se mezi (771) a (881). Má zníti (711) a (811).

Hintze činí při μ tutéž chybu, jako Dana. Weisbachův tvar γ $(S) = \Gamma$ Hintze.

K (421) jest od Millera přejatý. Týž dle diskusse Lewisovy jest nesprávný. O tvaru od Mohse-Zippea přijatém $3/4$ $1/4$ byla výše již zmínka učiněna.

Jest tudíž úhrnem na miargyritu: 59 tvarů zajištěných, 16 nezajištěných a potřebujících potvrzení, 16 vicinalních a netypických. Dohromady 91.

Přehled tvarů dle nálezišť.

Na následující tabelle přehlédnouti lze rozšíření jednotlivých tvarů. Užito bylo k ní všech údajů v literatuře nalezených i vlastních pozorování.

Znaménkem + označeny jsou tvary z lokality té již i dřívějšími autory popsané, ✳ pak značí tvary, mnou na lokalitě nově zjištěné; ležatou čárkou — opatřené tvary nejsou na dotyčné lokalitě vyvinuty.

Číslo	Písm.	Symbol	Příbram	Felsöbanya	Nagybanya	Braünsdorf	Parenos	Veta Negra	Aullagas
1.	c	0	+	+	+	+	+	+	+
2.	b	∞ 0	—	+	—	+	+	—	+
3.	a	∞ 0	+	+	+	+	+	+	+
4.	Δ	2 ∞	—	—	—	+	—	—	—
5.	β	$0 1/3$	—	+	+	+	+	+	—
6.	ω	01	✳	+	+	+	+	+	—

[1]) Tvary, uvedené Mohsem a Zippem, jsem pro jich nejistou identifikaci do tabulky nepojal.

Číslo	Písm.	Symbol	Příbram	Felsöbanya	Nagybanya	Braünsdorf	Parenos	Veta Negra	Aullagas
7.	*n*	30	—	—	—	+	—	—	—
8.	L	$^{7}/_{3}0$	—	—	—	+	—	—	—
9.	*m*	10	✳	+	—	+	—	+	—
10.	*λ*	$^{1}/_{2}0$	✳	—	—	+	—	—	—
11.	*ϑ*	$^{1}/_{3}0$	✳	+	—	✳	—	—	—
12.	*ϰ*	$^{1}/_{4}0$	—	+	—	+	—	+	—
13.	*G*	$^{1}/_{5}0$	—	✳	—	+	—	—	—
14.	*T*	$-^{1}/_{6}0$	—	—	—	—	—	+	—
15.	*M*	$-^{1}/_{3}0$	—	+	—	+	—	+	—
16.	*u*	$-^{2}/_{3}0$	+	✳	—	—	—	—	—
17.	*o*	— 10	+	+	+	+	+	+	—
18.	*R*	— 20	—	—	—	+	—	—	—
19.	*N*	— 30	—	+	—	+	—	+	—
20.	*t*	1	✳	+	+	+	+	+	+
21.	*K*	$^{1}/_{2}$	—	—	—	—	—	+	—
22.	*h*	$^{1}/_{3}$	✳	+	—	+	—	+	+
23.	*l*	$-^{1}/_{3}$	—	+	—	—	—	—	—
24.	*A*	— 1	—	+	+	+	—	+	—
25.	*E*	$1^{1}/_{2}$	—	—	—	+	—	—	—
26.	*r*	12	—	—	—	+	—	—	—
27.	*τ*	$-1^{1}/_{8}$	—	✳	—	✳	—	—	—
28.	*p*	$-1^{1}/_{6}$	—	✳	+	+	—	—	—
29.	*π*	$-1^{1}/_{5}$	—	+	+	+	—	—	—
30.	*γ*	$-1^{1}/_{4}$	—	+	+	+	—	+	—
31.	*g*	$-1^{1}/_{3}$	✳	+	+	+	+	+	+
32.	*χ*	$-1^{1}/_{2}$	✳	+	+	+	—	+	+
33.	*C*	81	✳	—	—	+	—	+	—
34.	*D*	71	—	✳	—	+	—	+	—
35.	*η*	61	—	✳	—	+	—	—	—
36.	*F*	51	—	+	—	+	+	—	—
37.	*f*	$^{9}/_{2}1$	✳	✳	—	+	—	+	—
38.	*φ*	41	✳	✳	+	+	—	+	—
39.	*d*	31	+	+	+	+	+	+	+
40.	*ε*	$^{5}/_{2}1$	✳	—	—	+	—	+	—
41.	*Q*	$^{7}/_{3}1$	✳	—	—	—	—	—	—
42.	*Y*	$^{11}/_{5}1$	✳	—	—	—	—	—	—
43.	*s*	21	✳	+	+	+	+	+	+
44.	*j*	$^{5}/_{3}1$	✳	—	—	—	—	—	—
45.	*X*	$^{1}/_{2}1$	—	—	—	+	—	+	—
46.	*Γ*	$^{1}/_{3}1$	✳	—	—	✳	—	—	—

Číslo	Písm.	Symbol	Příbram	Felsöbanya	Nagybanya	Braünsdorf	Parenos	Veta Negra	Aullagas
47.	*x*	$-{}^{1}/_{2}1$	—	+	+	+	—	+	+
48.	*σ*	— 21	✳	+	+	+	—	+	+
49.	*i*	— 31	✳	+	+	+	—	+	—
50.	*H*	— 41	—	—	—	—	—	+	—
51.	*q*	$-4{}^{1}/_{3}$	—	—	—	+	—	+	—
52.	*Z*	$-3{}^{1}/_{3}$	—	—	—	—	—	+	—
53.	*ψ*	$-{}^{4}/_{3}\,{}^{1}/_{3}$	✳	—	—	+	—	+	—
54.	*ξ*	$-{}^{2}/_{3}\,{}^{1}/_{3}$	✳	+	—	+	+	—	—
55.	ℜ	${}^{1}/_{3}\,{}^{1}/_{2}$	—	+	—	—	—	—	—
56.	*k*	${}^{1}/_{4}\,{}^{1}/_{2}$	✳	+	—	+	—	+	+
57.	ℭ	$-{}^{3}/_{4}\,{}^{1}/_{4}$	—	+	—	—	—	—	—
58.	*ξ*	$-{}^{2}/_{5}\,{}^{1}/_{5}$	—	—	—	+	—	—	+
59.	*z*	${}^{1}/_{7}\,{}^{3}/_{7}$	—	+	—	+	—	—	—
60.	*μ*	$-{}^{7}/_{2}0$	—	—	—	+	—	—	—
61.	*B*	15 . 1	—	—	—	+	—	—	—
62.	*P*	${}^{15}/_{2}1$	—	—	—	—	—	+	—
63.	*α*	$-{}^{2}/_{3}1$	—	—	—	+	+	—	—
64.	*Θ*	$-{}^{5}/_{2}1$	✳	—	—	—	—	—	—
65.	—	$-{}^{5}/_{2}\,{}^{1}/_{3}$	—	—	—	—	—	+	—
66.	—	$-2{}^{1}/_{3}$	—	—	—	—	—	+	—
67.	*e*	$-{}^{3}/_{5}\,{}^{1}/_{4}$	—	—	—	+	—	—	—
68.	—	$-{}^{4}/_{5}\,{}^{1}/_{5}$	—	—	—	—	—	+	—
69.	*ϱ*	${}^{1}/_{9}\,{}^{1}/_{3}$	—	—	—	+	—	—	—
70.	—	$-{}^{1}/_{10}\,{}^{1}/_{5}$	—	—	—	+	—	—	—
71.	—	— 12 . 7	—	—	—	+	—	—	—
72.	*Φ*	$-{}^{1}/_{3}\,{}^{1}/_{9}$	—	—	—	✳	—	—	—
73.	ℭ	${}^{8}/_{3}\,{}^{4}/_{3}$	—	+	—	—	—	—	—
74.	*w*	${}^{4}/_{5}\,{}^{1}/_{15}$	—	—	—	+	—	—	—
75.	*Ω*	${}^{2}/_{5}\,{}^{3}/_{5}$	—	✳	—	—	—	—	—
76.	—	${}^{2}/_{5}0$	—	—	—	+	—	—	—
77.	*W*	${}^{1}/_{12}0$	—	—	—	—	—	+	—
78.	*U*	$-{}^{1}/_{30}0$	—	—	—	—	—	+	—
79.	*V*	$-{}^{1}/_{12}0$	—	—	—	—	—	+	—
80.	—	$-{}^{1}/_{9}$	—	—	—	+	—	—	—
81.	*ν*	18	—	—	—	+	—	—	—
82.	—	$-1{}^{1}/_{12}$	—	—	—	+	—	—	—
83.	—	$-1{}^{1}/_{7}$	—	—	—	+	—	—	—
84.	—	$-1{}^{4}/_{21}$	—	—	—	+	—	—	—
85.	*J*	$-1{}^{7}/_{6}$	—	—	—	+	—	—	—
86.	*δ*	${}^{13}/_{4}1$	—	—	—	+	—	—	—

Číslo	Písm.	Symbol	Příbram	Felsöbanya	Nagybanya	Braünsdorf	Parenos	Veta Negra	Aullagas
87.	δ:	$^{17}/_{6}1$	—	—	—	+	—	—	—
88.	A	$-^{11}/_{6}\,^{1}/_{3}$	—	—	—	+	—	—	—
89.	S	$-^{12}/_{13}\,^{1}/_{3}$	—	—	—	+	—	—	—
90.	—	$^{4}/_{3}\,^{1}/_{2}$	—	—	—	+	—	—	—
91.	—	$^{1}/_{16}\,^{3}/_{8}$	—	—	—	+	—	—	—

Na základě této tabelly možno roztříditi takto tvary dle jich rozšíření:

Na všech 7 lokalitách vyskytly se tyto tvary:

a c t g d s.

Na 6 lokalitách:

o ω χ σ.

Na 5 lokalitách:

β h φ x i k.

Na 4 lokalitách:

b m A γ f ξ.

Na 3 lokalitách:

ϑ ϰ M N p π C D F ε ψ.

Prvá skupina, z nejrozšířenějších tvarů se skládající, odpovídá zcela prvé a druhé skupině statistiky nejhojnějších resp. největších ploch. Toliko *o* jest v této statistice na místě druhém zajistě jen proto, že krystaly z Aullagas, nemající toho tvaru, jsou dle S p e n c e r a pouhými úlomky. Při větším množství materialu resp. větším počtu lokalit by statistika arci byla dokonalejší. Leč i z tohoto výsledku možno učiniti zajisté správný závěr, že

nejdůležitější tvary jsou nejrozšířenější.[1])

Jak ze statistiky dále patrno, bylo touto prací zjištěno:

Pro Příbram úhrnem ..... 23 nové tvary
„ Felsöbanyu „ ..... 9 „ „
„ Braünsdorf „ ..... 4 „ „

Resumé.

V práci této o myargyritu podány výsledky měření na šesti krystalech z Příbramě, šesti z Braünsdorfu, pěti z Felsöbanye. Konstatováno úhrnem celkem 42 tvary zajištěné a 4 tvary dosud nejisté, úhrnem 46;

[1]) Viz S a m o l j o f, l. c.

častěji se krom toho opětovaly dvě vicinaly. Nových tvarů zajištěných nalezeno bylo pět: τ — $1^1/_8$, Q $^7/_3 1$, Y $^{11}/_5 1$, j $^5/_3 1$, Γ $^1/_3 1$, vedle toho tři nezajištěné: Θ — $^5/_2 1$, Ω $^2/_5$ $^3/_5$, Φ — $^1/_3$ $^1/_9$. Častěji se opakovaly vicinaly: — $^1/_{10}$ 0, $^1/_9 1$.

Měření prováděno bylo na goniom. dvojkruhovém methodou jednokruhovou, a sice tak, že jedna z ploch *c*, *a*, *o*, *b* dána do polu a úklony ostatních ploch k ní byly měřeny.

Habitus velké většiny krystalů byl isometrický, ojediněle vyskytl se tabulkovitý dle base. U některých krystalů nebylo možno pro neúplný vývin habitus udati.

Krystaly činily měření často veliké překážky hustým rýhováním kombinačním, dále zborcením a prolámáním ploch, jakož i častou anomalní polohou celých komplexů ploch. Příčinu těchto zjevů dlužno hledati v hojném hypoparalelním srůstu, k němuž jest miargyrit velmi náchylen. V důsledku tohoto vývinu lze zhusta pozorovati u krystalů miargyritu značné difference mezi úhly měřenými a počítanými, jak o tom i v literatuře častěji zmínka se děje.

Statistiky kombinací i velikostí ploch, jakož i diskusse zon potvrdily Goldschmidtovo pravidlo, že nejdůležitější plochy jsou nejhojnější a na krystalu největší. Poslední pak statistika, týkající se výskytu tvarů na jednotlivých lokalitách souhlasně se Samojlofem dokazuje, že ony jsou též nejrozšířenější. Jsou to tvary: *c a o, s t d g*. Tyto pak objevily se i při diskussi na základě komplikačního zákona provedené, jako nejdůležitější uzlobody, od nichž většinou vycházel vývin zon.

Diskussí postavení krystalů miargyritu a parametrů bylo zjištěno, že Miller-Lewisovo nejlépe odpovídá krystalové řadě nerostu toho. Úhrnem navrženo pro miargyrit devět posic a stanoveno na základě měření 10 elementů krystalových.

Přehled všech tvarů miargyritu obsahuje jednak tvary zajištěné, jichž jest 59, dále ony, jež potřebují potvrzení (16) a konečně tvary netypické (16).

Z přehledu rozšíření ploch na nalezištích vyplývá, že touto prací bylo zjištěno

pro lokalitu	příbramskou	23 nových tvarů,
„ „	felsöbanskou	9 „ „
„ „	braünsdorfskou	4 nové tvary.

Výklad tabulek.

Tab. I. obr. 1. Miargyrit z Příbramě č. 1. Projekce na *c* (0).
,, 2. ,, ,, ,, 3. ,, ,, *ā* ($\bar{\infty}$ 0).
,, 3. ,, ,, ,, 4. Normální perspektivná posice. Poloschematicky.
,, 4. ,, z Braünsdorfu ,, 1. Projekce na *b* (0 ∞).
,, 5. ,, ,, ,, 2. ,, ,, *a* (∞ 0).
,, 6. ,, ,, ,, 5. ,, ,, *o* ($\bar{1}$0).
,, 7. ,, z Felsöbanye ,, 1. ,, ,, *b* (0 ∞).
,, 8. ,, ,, ,, 2. ,, ,, *a* (∞ 0).
,, 9. ,, ,, ,, 3. Normalní perspektivná práce.
,, 10. ,, ,, ,, 5. Projekce na *b* (0 ∞).

Písmena na obrazech v závorkách uvedená značí plochy do zadu se sklánějící.

Tab. II. V projekci gnomonické znázorněny jsou všechny tvary zajištěné černě vyplněnými body, nezajištěné a vicinalní prázdnými.

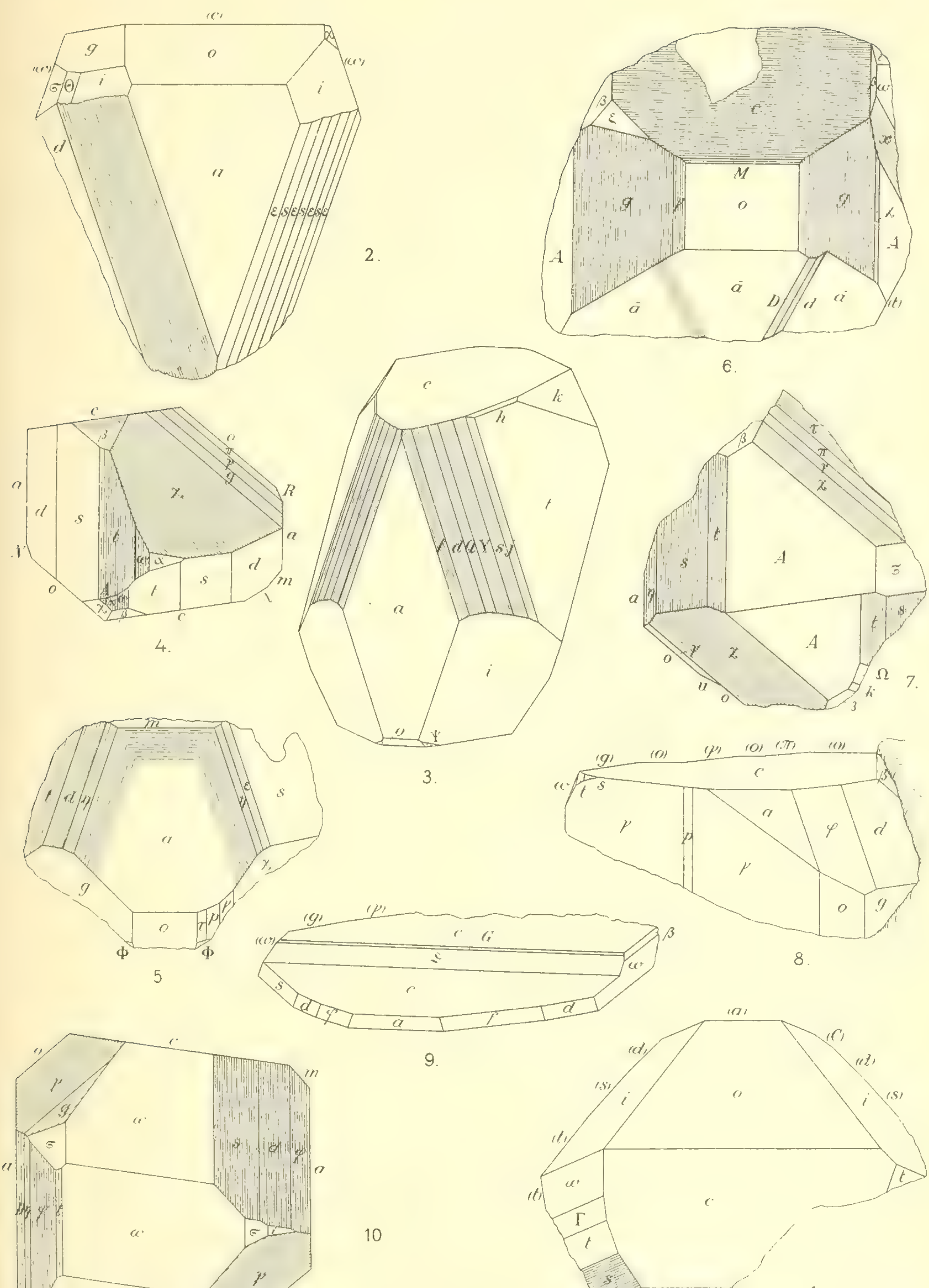
Z nezajištěných vypuštěny byly pro přílišnou odlehlost od polu: *B* 15 . 1, (č. 71.) — 12 . 7, z netypických resp. vicinalních *v* 18.

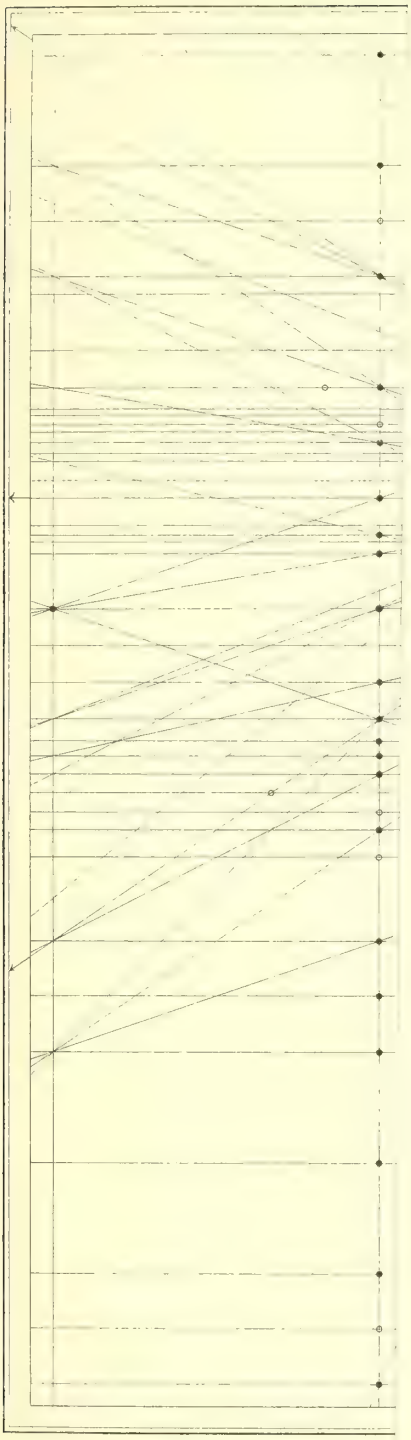
Netypické nebo pochybné tvary, jimž dosud nebyla dána písmena, jsou označeny v projekci řadovým číslem přehledné tabelly tvaru.

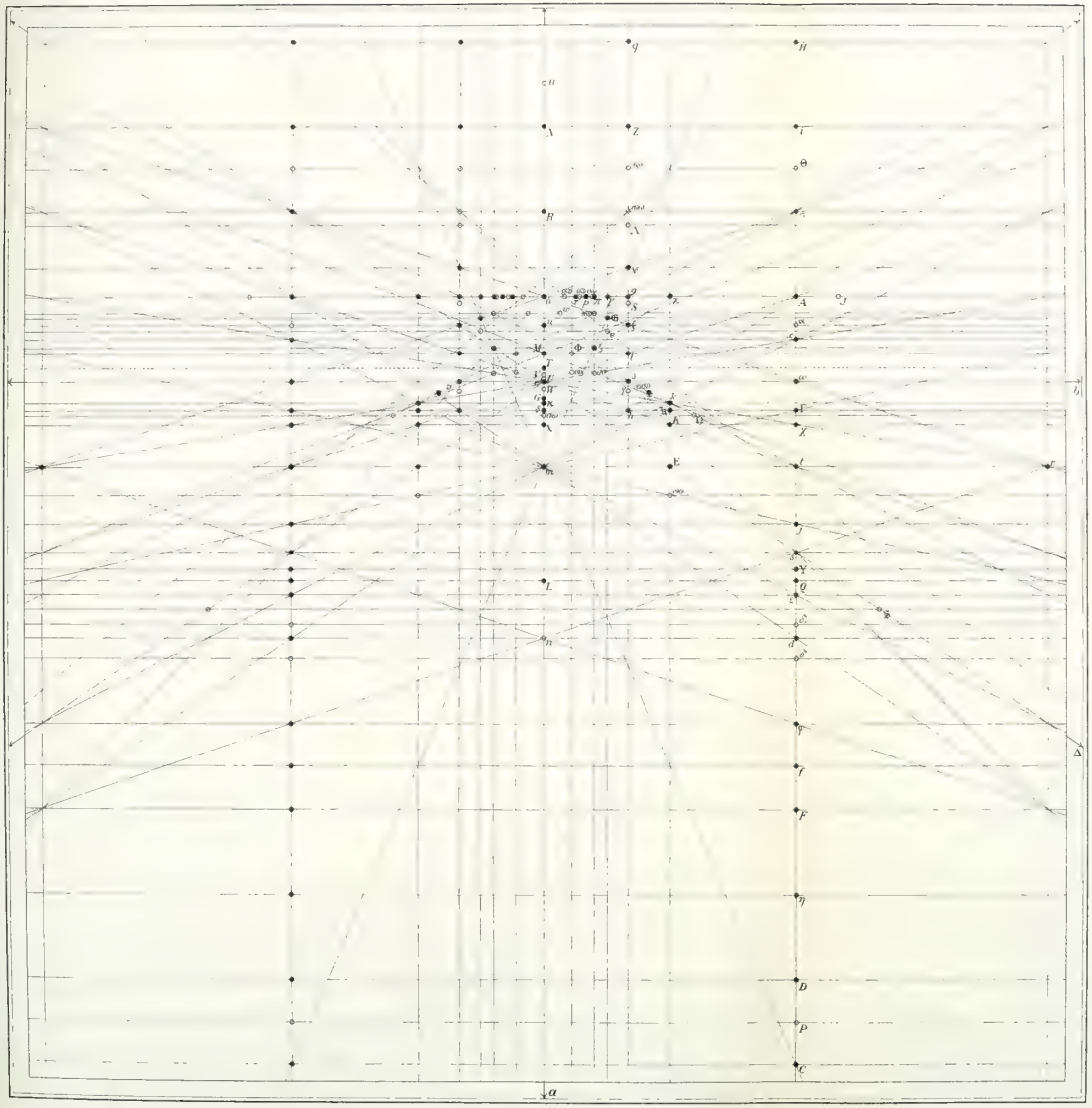
Dodatečně po vytištění práce jsem zjistil, že *Weisbach* později svůj tvar *δ* odvolal (Goldschmidt „Index" III. Anhang str. 419).

Mineralogický ústav české university v Praze.

V prosinci 1911.







Příspěvek k sestrojení společné obalové plochy rozvinutelné dvou obecných ploch 2. stupně.

Napsali
prof. **Bedřich Procházka** a Dr. **František Kadeřávek.**

(Se 3 obr. v textu.)

Předloženo dne 12. ledna 1912.

Vzájemný vztah dvou obecně v prostoru daných ploch 2. stupně $\mathbf{P}$ a $\mathbf{\Pi}$ možno vyšetřovati dvojí cestou, buď možno sestrojiti *křivku průsečnou* těchto ploch, nebo přihlížeti *ku společné jich obalové ploše rozvinutelné*. Prvou úlohu zevrubně a zdařile rozřešil pan vládní rada prof. V. Jarolímek, uživ při řešení s výhodou homothetických kuželoseček daných ploch.[1])

Jest přirozeno, že řešení prvé úlohy, jak je podal prof. Jarolímek, vede k řešení druhé úlohy cestou analogickou, při níž užito ku sestrojen společné obalové plochy rozvinutelné dvou ploch 2. stupně *homothetických kuželů dotyčných* ku těmto plochám. Sestrojení geometrických míst vrcholů takovýchto homothetických kuželů dotyčných za účelem užití jejich k sestrojení společné obalové plochy rozvinutelné dvou obecných ploch 2. stupně jest předmětem tohoto pojednání.

1. Povšimněme si v prvé řadě případu nejjednoduššího, kdy jedna z daných ploch $\mathbf{P}$ je *plochou kulovou* a druhá $\mathbf{\Pi}$ *trojosým ellipsoidem.*

Každý dotyčný kužel plochy kulové jest rotačním; ellipsoidu lze však pouze z bodů *fokálních* kuželoseček jeho Φ, Γ, X opsati kužele rotační.[2]) *Kuželosečky tyto, ležící ve hlavních rovinách ellipsoidu, jsou s příslušnými*

[1]) *„O homothetických kuželosečkách na dvou plochách 2. stupně"* v Rozpravách České Akademie, ročn. VII. čís. 20, dále ročn. X. čís. 14. a *„O proniku dvou trojosých ellipsoidů"* tamtéž, ročn. XX. čís. 18.

[2]) *Dr. Theodor Reye „Geometrie der Lage*, Stuttgart" 1907, II. díl, 4 vyd. str. 235.

hlavními řezy konfokální a mají své vrcholy v ohniskách druhých dvou hlavních řezů, t. j. *ohniska jedné křivky fokální jsou vrcholy druhých dvou kuželoseček fokálních.* Z kteréhokoli bodu křivek Φ, Γ, X lze tedy ellipsoidu Π opsati kužel, k němuž lze vésti rovnoběžný dotyčný kužel ku dané ploše kulové ρ jakožto kužel *homothetický*. Pro konstrukci má z křivek Φ, Γ, X význam pouze *hyperbola* fokální Φ, procházející reálnými kruhovými body plochy Π a udávající svými asymptotami směr rotačních válců, jež ellipsoidu danému možno opsati, neboť *reálná ellipsa fokální* Γ leží uvnitř plochy Π, — neposkytují proto její body realné kužele dotyčné, — třetí křivka fokální X je *ryze imaginárnou.*

Jaké je však *geometrické místo* vrcholů dotyčných kuželů ku ploše kulové ρ, jež sestrojíme rovnoběžně k jednotlivým kuželům dotyčným plochy Π, opsaným jí z bodů křivek Φ, Γ, X? Místo toto snadno vyšetříme, zavedeme-li takovou transformaci affinní, aby ellipsoid Π se proměnil ve plochu kulovou ${}^1\Pi$, při kteréž plocha kulová ρ přejde v trojosý ellipsoid ${}^1\rho$, jehož fokální křivky ${}^1\Phi$, ${}^1\Gamma$, ${}^1H$ jsou geometrickým místem vrcholů rotačních kuželů dotyčných plochy této, k nimž tudíž lze rovnoběžně vésti dotyčné kužele ku ploše kulové ${}^1\Pi$.

Převeďme nyní plochy ${}^1\rho$ a ${}^1\Pi$ affinitou zpět na dané plochy ρ a Π a označme křivky, ve které se křivky ${}^1F$, ${}^1G$, ${}^1H$ při tomto zpětném postupu přetvořily, písmenami F, G, H. Kterýkoli z kuželů z libovolného bodu křivek ${}^1F$, ${}^1G$, ${}^1H$, ellipsoidu ${}^1\rho$ opsaný a dotyčný kužel plochy kulové ${}^1\Pi$ k němu rovnoběžný přejdou uvedenou transformací opět v kužele rovnoběžné, tak že i *při ploše kulové vyšetřované geometrické místo sestává ze tří kuželoseček* F, G, H, z nichž jedna jest *hyperbolou*, druhá *ellipsou reálnou* a třetí křivkou *ryze imáginárnou*, jelikož křivky ty povstaly affinní transformací z křivek fokálních ${}^1F$, ${}^1G$, ${}^1H$ ellipsoidu ${}^1\rho$. Křivky F, G, H a Φ, Γ, X ploch ρ a Π přináleží po dvou k sobě a takto sdružené jsou *homothetické*, ježto jim přísluší týž směr asymptot, t. j. směr homothetických válců dotyčných, jež lze ku plochám ρ a Π sestrojiti. Mimo to patrno, že hyperbola F protíná plochu kulovou ρ ve čtyřech bodech po dvou diametrálně protilehlých, jež jsou jako všechny na ploše kulové kruhovými, a jichž spojnice tudíž kolma jest ku ploše kulové a ježto také sdružená hyperbola Φ ellipsoid Π kolmo protíná v bodech a to kruhových, jichž tečné roviny jsou rovnoběžny s oněmi tečnými rovinami v průsečících hyperboly F s plochou ρ sestrojenými, plyne z toho: *Tečny hyperboly* Φ *v průsečných bodech s ellipsoidem* Π *jsou rovnoběžny s průměry určenými průsečíky křivky* F *s plochou kulovou* ρ.

Tím rozřešili jsme úlohu: sestrojiti *ploše kulové a ellipsoidu* dotyčné kužele homothetické; kuželům takovým lze jednoduše sestrojiti společné roviny tečné jakožto roviny dotýkající se společné obalové plochy rozvinutelné obou daných ploch, čímž v tomto případu jednoduchém úloha naše v principu rozřešena.

2. Obraťme se ku případu složitějšímu, kdy dané plochy $\mathfrak{P}$ i Π jsou *trojosými ellipsoidy v poloze obecné.*

I v tomto případě *hledejme ony křivky, z jejichž bodů lze opsati ku jednomu z daných ellipsoidů takové kužele, k nimž přísluší jejich homothetické kužele dotyčné ku druhému ellipsoidu.* Křivky ty snadno vyhledáme, převedeme-li případ tento na předcházející a to opět *affinitou*, která jeden z ellipsoidů přetvoří na plochu *kulovou.* Jest patrno, že tyto křivky hledané budou *ležeti ve třech sdružených rovinách diametrálných* těchto ploch, — poněvadž povstaly affinitou z křivek fokálních v hlavních rovinách ležících, — a ježto jsme seznali, že v předchozím případě, ku právě uvažovanému affinním, byly křivky jedné plochy *homothetickými* ku příslušným křivkám druhé plochy, — a proto *ležely v rovinách rovnoběžných*, — jest také zřejmo, že *hledané křivky ellipsoidů* $\mathfrak{P}$ *a* Π *nalézají se v oněch třech sdružených rovinách diametrálných plochy* $\mathfrak{P}$ *a* Π, *jež jsou rovnoběžny.*

Takové roviny diametrálné sestrojíme, přesunuvše rovnoběžně na př. plochu Π do polohy Π' soustředné s plochou $\mathfrak{P}$, *jakožto společnou trojinu sdružených rovin diametrálných* ploch $\mathfrak{P}$ a Π',[1]) s nimiž jsou ony pro plochu Π rovnoběžny. Stanovené roviny protínají se v trojině sdružených průměrů, jež označme při ploše $\mathfrak{P}$ písmenami P, L, N, příslušné průměry plochy Π buďtež $\Pi \parallel P$, $\Lambda \parallel L$, $H \parallel N$; středy obou ploch označme o, ω, koncové body průměrů P, L, N písmenami a, b; c, d; h k, průměrů Π, Λ, H písmenami α, β; γ, δ; χ, $\varkappa$.

3. Dle odstavce předcházejícího proveďme s danými plochami následní transformace: V rovině $(abcd)$ veďme $\overline{oc'} \perp\!\!\!\perp \overline{ao}$ a zaveďme affinitu, jejíž rovinou samodružnou jest rovina $(abhk)$, a kteráž přiřaďuje bodu c bod c' jako sdružený. Touto transformací přejde ellipsoid $\mathfrak{P}$ do plochy $\mathfrak{P}'$, jejíž řez $a'b'c'd'$[2]) jest kruhový, plocha Π potom do ellipsoidu Π', jehož řez $\alpha'\beta'\gamma'\delta'$ homologický k řezu $\alpha\beta\gamma\delta$ plochy Π' určen jest osami $\overline{\alpha'\beta'}$ $\overline{\gamma'\delta'}$ Na to *druhou* affinní transformací, jejíž samodružnou rovinou zvolme rovinu $(a'b'c'd')$ a jejíž dvojinu sdružených bodů zvolme v bodech h'[3]) a h'', při čemž $\overline{h''o} \perp (a'b'c'd')$ a $\overline{h''o} = \overline{ao}$, proměníme plochu $\mathfrak{P}'$ na plochu kulovou $\mathfrak{P}''$ a ellipsoid Π' na ellipsoid Π'' o osách $\overline{\alpha''\beta''}$, $\overline{\gamma''\delta''}$, $\overline{\chi''\varkappa''}$. Fokální křivky tohoto ellipsoidu jsou affinní ke křivkám hledaným a jak bylo již v odst. 1. uvedeno, *leží jejich vrcholy v ohniskách hlavních řezů, v jichž rovině příslušná fokální křivka neleží.*

Z toho plyne, hledáme-li obrazy koncových bodů sdružených průměrů žádaných křivek F, G, H a Φ, Γ, X daných ellipsoidů $\mathfrak{P}$ a Π, netřeba uvažovati, — jako právě jsme učinili —, dvě po sobě provedené affinity prostorové, nýbrž možno spokojiti se affinitami rovinnými. Zaveďme affinitu o ose $\overline{a_1 b_1}$ (kdež příponou 1 označeny libovolné rovnoběžné prů-

[1]) Č. *Jarolímek*: „O proniku dvou trojosých ellipsoidů."
[2]) $a' \equiv a$, $b' \equiv b$.
[3]) $h' \equiv h$.

měty[1]) a směru $c_1\,{}^1c_1$, kdež ${}^1\overline{c_1 o_1} \perp a_1\overline{o_1}$ a současně affinitu o ose $\alpha_1\beta_1$ a témž směru. Křivka $a_1b_1c_1d_1$ přejde tím v kružnici, křivka elliptická $\alpha_1\beta_1\gamma_1\delta_1$ v ellipsu o osách ${}^1\alpha_1\,{}^1\beta_1$, ${}^1\gamma_1\,{}^1\delta_1$, k jejímž ohniskám ${}^1\varphi_1$, ${}^1\varphi'_1$; ${}^1{}^i\varphi_1$, ${}^1{}^i\varphi'_1$ vyhledejme zpětně v zavedené affinitě homologické body φ_1, φ_1'; ${}^i\varphi_1$, ${}^i\varphi_1'$. Tím získali jsme čtyři koncové body sdružených průměrů dvou (ΓX) z křivek Φ,Γ,X ellipsoidu Π.

Zavádějme dále v obraze další affinity, jež převádějí také průměty řezů *abhk*, $\alpha\beta\chi\varkappa$, ... vždy jeden na kružnici, druhý pak na ellipsu, k jejímž ohniskám vyhledávejme v zavedených affinitách body homologické. Tak vyhledáme, převádějíce průměty jednotlivých řezů *abcd*, *abhk* a *cdhk* ellipsoidu $\mathfrak{P}$ na kružnice, body:

φ, φ'; ${}^i\varphi$, ${}^i\varphi'$ náležející řezu $\alpha\beta\gamma\delta$ ellipsoidu Π,
λ, λ'; ${}^i\lambda$, ${}^i\lambda'$ „ „ $\alpha\beta\chi\varkappa$ „ Π,
ν, ν_1'; ${}^i\nu$, ${}^i\nu'$ „ „ $\gamma\delta\chi\varkappa$ „ Π,

Stejně převáděním řezů $\alpha\beta\gamma\delta$, $\alpha\beta\chi\varkappa$ a $\gamma\delta\chi\varkappa$ ellipsoidu Π v průmětu na kružnice dospějeme k průmětům bodů:

f, f'; ${}^if$, ${}^if'$ náležejícím řezu *abcd* ellipsoidu $\mathfrak{P}$,
l, l'; ${}^il$, ${}^il'$ „ „ *abhk* „ $\mathfrak{P}$,
n, n'; ${}^in$, ${}^in'$ „ „ *cdhk* „ $\mathfrak{P}$.

Takto vyšetřené body jakožto koncové sdružených průměrů určují křivky F, G a H a to:

v rovině $(abcd)$ křivku $l\,l'\,{}^in\,{}^in'$ (hyperbolu F)
„ „ $(abhk)$ „ $f\,f'\,n\,n'$ (reálnou ellipsu G)
„ „ $(cdhk)$ „ ${}^if\,{}^if'\,{}^il\,{}^il'$ (křivku imaginárnou H),

jimž příslušejí křivky $\Phi\ \Gamma\ X$ ellipsoidu Π, a to
v rovině $(\alpha\beta\gamma\delta)$ křivka ${}^i\lambda\,{}^i\lambda'\,\nu\,\nu'$ (hyperbola Φ příslušející ke křivce F),
„ „ $(\alpha\beta\chi\varkappa)$ „ ${}^i\varphi\,{}^i\varphi'\,{}^i\nu\,{}^i\nu'$ (imaginárná křivka Γ přísl. ke křivce G),
„ „ $(\gamma\delta\chi\varkappa)$ „ $\varphi\,\varphi'\,\lambda\,\lambda'$ (ellipsa X, příslušející ke křivce H).

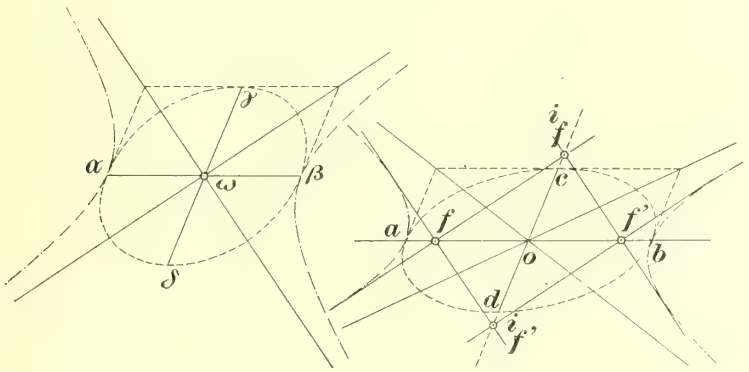
Jest patrno, že pouze hyperbolu $F = l\,l'\,{}^in\,{}^in'$ ellipsoidu $\mathfrak{P}$, jíž přísluší hyperbola Φ o sdružených průměrech ${}^i\overline{\lambda\,{}^i\lambda'}$, $\overline{\nu\nu'}$, lze pro konstruktivné řešení použiti. Vzhledem k tomu, co bylo v odstavci 1. odvozeno, jest patrno, že určené křivky FGH, $\Phi\Gamma X$ ležící v trojinách sdružených a rovnoběžných rovin diametrálných, daných ellipsoidů $\mathfrak{P}$ a Π jsou oněmi *hledanými křivkami, z nichž lze k oběma plochám sestrojovati homothetické kužele dotyčné* a jichž konstrukci v následujícím odstavci takto zjednodušíme.

4. V odstavci 2. jsme ukázali, přetvoříme-li na př. plochu $\mathfrak{P}$ na plochu kulovou ${}^1\mathfrak{P}$, přejdou křivky vyšetřované Φ, Γ, X a přináležející ploše Π, ve fokální křivky ${}^1\Phi$, ${}^1\Gamma$, ${}^1X$ ellipsoidu ${}^1\Pi$, do nějž přešel ellipsoid Π zavedenou transformací, protínají na př. křivky ${}^1\Gamma$, ${}^1X$ rovinu křivky ${}^1\Phi$, v bodech ${}^1\varphi, {}^1\varphi'$; ${}^1{}^i\varphi, {}^1{}^i\varphi'$, jež jakožto ohniska křivky této ${}^1\Phi$ mají touž involuci harmonických polár jako střed ${}^1o$ kružnice na ploše kulové ${}^1\mathfrak{P}$, ležící v diametrálné rovině rovnoběžné s rovinou křivky ${}^1\Phi$, tedy v rovině křivky ${}^1F$.

[1]) Jednoduchý obraz tento sdělej si čtenář sám.

Zavedeme-li zpětnou transformaci, můžeme vzhledem k řečenému vysloviti větu: *Rovina kterékoliv z křivek F, G, H nebo* Φ, Γ, X, — na př. rovina křivky *F*, — *proťata je druhými dvěma křivkami k téže ploše patřícími*, — v našem případě křivkami *G H*, — *v bodech, koncových to bodech jejich průměrů*, — v našem případě bodech $f, f'; {}^{i}f, {}^{i}f'$, — *jimž přísluší táž involuce harmonických polár vzhledem k uvažované křivce*, — křivce *F*, — *jako přísluší středu diametrálné křivky plochy druhé, ležící v rovině rovnoběžné*, — zde v rovině křivky Φ.

Křivky tyto *FGH*, $\Phi\Gamma X$ obsahují také *body homothetické* t. j. body které na plochách $\mathbf{P}$ a $\mathbf{\Pi}$ leží a jimž příslušejí *homothetické involuce harmonických polár* (plošných tečen). Jsou to ony body, v nichž křivky *FGH*, *FGH* protínají příslušnou plochu 2. stupně, a jež lze také sestrojiti na základě *homothetických řezů* obou ploch.



Obr. 1.

V důsledku toho *lze provésti konstrukci křivek FGH* a $\Phi\Gamma X$ daných dvou ellipsoidů $\mathbf{P}$, $\mathbf{\Pi}$ cestou následní: Stanovme jako prve průměry sdružené $\overline{ab}$, $\overline{cd}$, $\overline{hk}$ ellipsoidu $\mathbf{P}$, k nimž rovnoběžné pruměry $\overline{\alpha\beta}$, $\overline{\gamma\delta}$, $\overline{\chi\varkappa}$ ellipsoidu $\mathbf{\Pi}$ jsou rovněž sdruženy, načež vytkněme si na př. řez *abcd* plochy $\mathbf{P}$ a vyhledejme v jeho rovině body f, f' a ${}^{i}f\,{}^{i}f'$, jimž přísluší táž involuce harmonických polár, jaká přísluší středu ω řezu $\alpha\beta\gamma\delta$ plochy $\mathbf{\Pi}$. Body tyto vyhledáme snadno užitím imaginárné affinity. V obr. 1. dány dvě ellipsy sdruženými průměry $\overline{ab}$, $\overline{cd}$ a $\overline{\alpha\beta} \parallel \overline{ab}$, $\overline{\gamma\delta} \parallel \overline{cd}$ protínajícími se ve středech *o* a ω. Zaveďme affinity o osách $\overline{ab}$ a $\overline{\alpha\beta}$, směru $\overline{cd}$ avšak o karakteristice $= +i$. Tím přejdou dané ellipsy v hyperboly o sdružených průměrech $\overline{ab}$, $\overline{{}^{i}c\,{}^{i}d}$ a $\overline{\alpha\beta}$, $\overline{{}^{i}\gamma\,{}^{i}\delta}$ ($ {}^{i}c \equiv c$, ${}^{i}d \equiv d$; ${}^{i}\gamma \equiv \gamma$, ${}^{i}\delta \equiv \delta$; body ${}^{i}c$, ${}^{i}d$; ${}^{i}\gamma$, ${}^{i}\delta$ jsou ideálné obrazy imaginárních bodů sdružených k bodům $c, d; \gamma, \delta$), načež tečny k hyperbole prvé, rovnoběžně s asymptotami druhé hyperboly vedené protínají přímky $\overline{ab}$, $\overline{cd}$ v bodech hledaných f, f' a ${}^{i}f$, ${}^{i}f'$. Body φ, φ'; ${}^{i}\varphi\,{}^{i}\varphi'$ najdeme obdobně vedouce ku druhé hyperbole tečny rovnoběžné s asymptotami hyperboly prvé. Pokračujíce naznačeným

způsobem i s řezy *abhk*, *αβχκ*; *cdhk*, *γδχκ* dostaneme ostatní koncové body průměrů křivek *F*, *G*, *H* a Φ, Γ, *X*, provádějíce veškeré konstrukce tyto na základě rovnoběžného promítání jenom v průmětně.

Ježto pak affinní transformací prostorovou o karakteristice imaginární přecházejí *hyperboloidy* na plochy *ellipsoidické* jest patrno, že methody užité na dva ellipsoidy a v tomto odstavci vyložené, lze použiti, dány-li *jakékoli dvě centrické plochy 2. stupně*. I možno shrnouti výsledek dosavadního řešení v následující větu:

Jsou-li dány dvě středové plochy 2. stupně $\mathbf{P}$ a $\mathbf{\Pi}$, *přináležejí prvé ploše tři křivky F, G, H ležící ve třech diametrálných rovinách sdružených plochy* $\mathbf{P}$ *a rovněž ploše* $\mathbf{\Pi}$ *přináležejí tři křivky* Φ, Γ, *X, ležící ve třech diametrálných rovinách sdružených plochy* $\mathbf{\Pi}$ *rovnoběžných s rovinami křivek F, G, H. Křivky obou trojin tvoří tři dvojiny* $F\Phi$, $G\Gamma$, *HX křivek homothetických. Opíšeme-li z některé křivky* (na př. *F*) *příslušné ploše jedné* ($\mathbf{P}$) *dotyčný kužel, lze opsati druhé ploše* ($\mathbf{\Pi}$) *dotyčný kužel homothetický a jeho vrchol padá na křivku sdruženou* (Φ) *ke křivce zvolené* (*F*). *Vytkneme-li si dvě křivky sdružené* (na př. *F*, Φ), *tu další dvě křivky prvé plochy* (*G*, *H*) *protínají rovinu prvé křivky* (*F*) *v bodech ležících na dvou její sdružených průměrech a další dvě křivky druhé plochy* (Γ, *X*) *protínají rovinu příslušné prvé křivky* (Φ) *rovněž v bodech její dvou průměrů sdružených, k oněm náležejícím prvé křivce sdružené* (*F*) *rovnoběžných. V bodech těchto průměrů prvé křivky* (*F*), *jež jsou koncovými body průměrů dalších dvou křivek* (*G* a *H*), *indukuje prvá kuželosečka* (*F*) *involuci paprskovou harmonických polár, shodnou a shodně položenou s involucí, jíž indukuje ve svém středu sdružená křivka* (Φ) *a naopak koncovým bodům průměrů sdružených křivek druhé plochy* (ΓX), *ležícím na sdružených průměrech křivky sdružené* (Φ), *náleží involuce paprsková vzhledem ku této křivce* (Φ), *která jest shodná a shodně položená s onou, jíž ve svém středu indukuje její příslušná křivka* (*F*).

Vzhledem k větě na konci odstavce 1. uvedené, můžeme však také tvrditi: *Jsou-li dány dva ellipsoidy* $\mathbf{P}$ *a* $\mathbf{\Pi}$, *leží na každém po čtyřech homothetických bodech, jež jsou po dvou diametrálně položené. Křivka* Φ *přináležející ellipsoidu* $\mathbf{\Pi}$ *prochází jeho body homothetickými, v nichž příslušející jí tečny jsou rovnoběžné s průměry kuželosečky F ellipsoidu* $\mathbf{P}$, *jež jsou jeho body homothetickými určeny.*

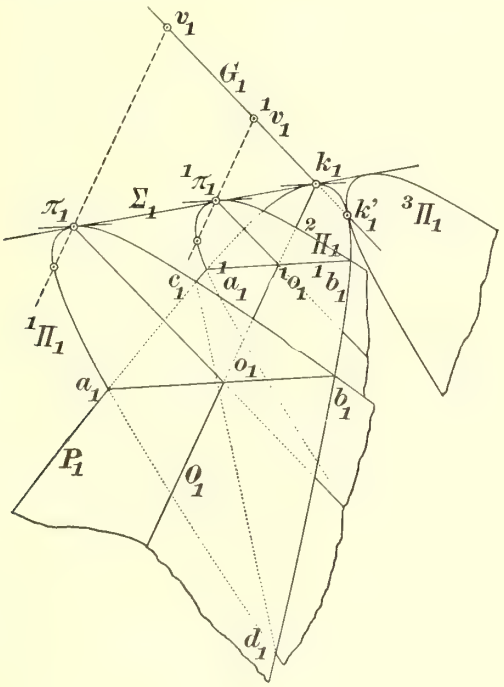
5. Přihlédněme nyní ku případu, kdy dané plochy jsou *dva paraboloidy*; zvolme na př. oba paraboloidy *elliptické* $\mathbf{P}$, $\mathbf{\Pi}$.

Vyhledejme na nich dva shodné řezy elliptické[1]) *R* na $\mathbf{P}$, *P* na $\mathbf{\Pi}$ a přemístěme paraboloid $\mathbf{\Pi}$ rovnoběžně do polohy $^1\mathbf{\Pi}$, až ellipsa *P* spadne v jedno s ellipsou *R* plochy $\mathbf{P}$. Paraboloidy $\mathbf{P}$ a $^1\mathbf{\Pi}$ protínají se krom *R* ještě v jedné ellipse; ve společných bodech těchto ellips se obě plochy navzájem dotýkají a lze jim proto opsati dva společné kužele dotyčné, z nichž jeden je ovšem *parabolickou plochou válcovou*. Převedeme-li nyní plochu $^1\mathbf{\Pi}$

[1]) *Č. Jarolímek:* O homothetických kuželosečkách.

i s oběma dotyčnými kuželi (jeden je vlastně válcem) do polohy původní, získáme tímto způsobem při ploše $\mathfrak{P}$ dva dotyčné kužele, jimž přísluší homothetické kužele dotyčné plochy Π. Volbou další takových křivek R, P na daných plochách a uvedeným přemístěním plochy Π můžeme vyšetřiti celou řadu dvojin dotyčných kuželů homothetických paraboloidů $\mathfrak{P}$ a Π.

S výhodou však bude vyšetřiti geometrické místo vrcholů takových kuželů homothetických, jakými byly v případech předchozích trojiny sdružených křivek F, G, H a Φ, Γ, X.



Obr. 2.

Za tím účelem sestrojme rovinu ϱ, rovnoběžnou s osou O paraboloidu $\mathfrak{P}$ i s osou Ω paraboloidu Π. Opíšeme-li s libovolného úběžného bodu roviny ϱ daným paraboloidům plochy válcové, jsou tyto plochy parabolickými, jež libovolná rovina σ protíná v parabolách o osách majících směr průmětů os O a Ω do roviny σ, tedy rovnoběžných. Jsou tedy průsečnice roviny σ s oběma válci paraboly homothetické a proto: *úběžná přímka roviny ϱ, rovnoběžné s osami daných paraboloidů je částí geometrických míst vrcholů homothetických kuželů dotýkajících se těchto ploch a to částí oběma paraboloidům společnou.*

Abychom stanovili další části vyšetřovaných geometrických míst vrcholů dotyčných kuželů homothetických, předpokládejme, že je dán parabolický válec $\mathfrak{V}$ parabolou P — viz znázorňující obr. 2. — a obrysem Σ_1[1]);

[1]) Obrazy znázorňující označujme příponou 1.

osou paraboly buď přímka O a vrchol její k. Sestrojme dvěma body o a ^1o této osy roviny k ní kolmé, protínající rovinu paraboly v tětivách $\overline{ab} \parallel {}^1\overline{a^1b}$ a kolmých ku O, a plochu válcovou ve dvou parabolách $^1\Pi$, $^2\Pi$ shodných, jichž rovnoběžné osy obsahující vrcholy π, $^1\pi$ těchto křivek body o, ^1o procházejí.

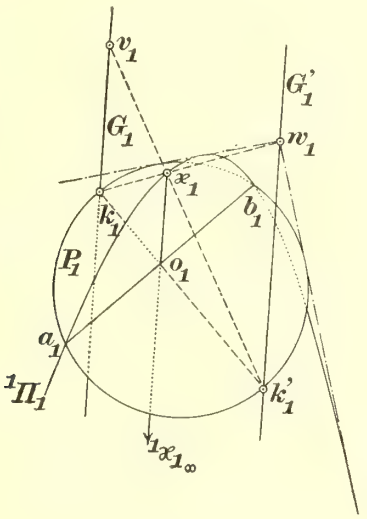
Jest zřejmo, že křivky P, $^1\Pi$ určují kužel, jehož vrchol v se nalézá v průsečíku přímky $\overline{kv}$, vedené rovnoběžně vrcholem k paraboly P s osou $\overline{o\pi}$ paraboly $^1\Pi$ a přímky $\overline{\pi v}$, vrcholem π křivky $^1\Pi$ rovnoběžně k ose $\overline{ko} \equiv O$ paraboly P sestrojené. Vyhledáme-li tak i vrchol ^1v kužele určeného parabolami P, $^2\Pi$, seznáme, že ^1v opět padne na rovnoběžku bodem k k ose paraboly $^1\Pi$ vedenou, čili jinak řečeno: *vrcholy kuželů obsahujících parabolu P a kteroukoli parabolu daného válce* $\mathbf{V}$ *rovnoběžnou s parabolou $^1\Pi$ vyplňují přímku G, rovnoběžnou s osou paraboly $^1\Pi$ vrcholem k paraboly P procházející.*

Další bod jejího obrazu G_1 (obr. 2), — a to onen k', ve kterém G_1 obraz paraboly P protíná, — sestrojíme, pošineme-li obraz paraboly $^1\Pi$ rovnoběžně, aby stále se obrysu Σ_1 dotýkaje přišel do polohy $^3\Pi$, ve které se paraboly P_1 dotýká (nebudiž to však bod k_1, ve kterém by také dotyk těchto křivek mohl nastati). Bod dotyčný k' sestrojíme následní úvahou: Paraboly P_1, $^1\Pi_1$ protínají se mimo body a_1, b_1 ještě v bodech c_1, d_1 (obr. 2) a tečna vedená k parabole P_1 rovnoběžně s $\overline{c_1d_1}$ dává již hledaný dotyčník k'_1, jak snadno lze dovoditi. Že bod k' jest vrcholem kužele křivkami P a $^3\Pi$ určeného jest potom samozřejmo.

Dejme nyní obrazu 2. jiný *význam prostorový*. Mysleme si, že jsou dány dva paraboloidy $\mathbf{P}$ a $\mathbf{\Pi}$, a že jsme si zvolili rovinu σ rovnoběžnou s osami obou ploch za průmětnu šikmého promítání. Vyhledejme dále na těchto plochách dva *shodné a shodně položené* řezy a přemístěme plochu $\mathbf{\Pi}$ rovnoběžně do polohy $^1\mathbf{\Pi}$ tak, aby řezy ty splynuly v křivku jedinou. Plochy $\mathbf{P}$ a $^1\mathbf{\Pi}$ protínají se ještě v jedné ellipse, jejíž rovina se protíná s rovinou druhé křivky oběma plochám společné ve přímce S, již zvolíme za směr šikmého promítání do roviny σ. Zvolíme-li při tomto promítání obrysy obou paraboloidů v parabolách P_1 a $^1\Pi_1$, potom jejich průsečné ellipsy promítati se budou do společných tětiv $\overline{a_1b_1}$, $\overline{c_1d_1}$ těchto parabol. Oběma plochám lze nyní opsati dva kužele, jeden z nich jest parabolickým válcem $\mathbf{V}$ o obrysu Σ_1, průmět vrcholu v druhého kužele dostaneme v průsečíku společných tečen obrysů P_1 a $^1\Pi_1$ daných ploch, to jest v bodě již sestrojeném v_1.

Parabolu $^2\Pi_1$ můžeme pokládati za obrys nové polohy $^2\mathbf{\Pi}$ paraboloidu $\mathbf{\Pi}$, jejž pošinuli jsme rovnoběžně tak, aby se stále válce $\mathbf{V}$ a tudíž i paraboloidu $\mathbf{P}$ dotýkal. Rozvinutelná plocha obalová společná plochám $\mathbf{P}$ a $^2\mathbf{\Pi}$ rozpadá se opět na válec $\mathbf{V}$ a kužel 2. stupně, jehož vrchol ^1v má průmět v průsečíku společných tečen křivek P_1 a $^2\Pi_1$, tedy v bodě $^1v_1$ přímky G_1, spojující body k_1 a k'_1, jež jsou patrně průměty dotyčných bodů rovin tečných paraboloidu $\mathbf{P}$, rovnoběžných s rovinami společných ellips paraboloidů $\mathbf{P}$ a $^1\mathbf{\Pi}$.

Z toho plyne: Vyšetříme-li polohy oněch rovin, jež protínají dané dva paraboloidy v křivkách homothetických a sestrojíme-li s těmito rovinami rovnoběžné roviny tečné, dostaneme na obou paraboloidech dotyčné body, jimž přísluší *homothetické* involuce harmonických polár, a jež budeme i zde v souhlasu s odstavcem 4. zváti *body homothetickými*. Takové body reálné jsou na každém z daných paraboloidů dva v konečnu a dva úběžné ve směru příslušné osy. Spojnice těchto homothetických bodů každého z těchto paraboloidů a to ony, jež nejsou rovnoběžny s jeho osou, — jedna je v konečnu a druhá je úběžná, tedy oběma plochám společná (o níž bylo hned z počátku tohoto odstavce jednáno), — tvoří geometrické místo vrcholů kuželů dotyčných, k nimž lze sestrojiti homothetické kužele dotyčné paraboloidu druhého.



Obr. 3.

Sestává tedy hledané geometrické místo při dvou paraboloidech: 1. z přímky úběžné, oběma plochám společně příslušející, spojující úběžné vrcholy těchto ploch a 2. ze dvou přímek, — z nichž jedna k jedné, druhá ku druhé ploše přísluší a ji ve dvou homothetických bodech protíná, — jsouc rovnoběžna s osou paraboloidu, jemuž nepřísluší.

6. Přihlédněme konečně ku případu, kdy jedna daná plocha P je *středovou*, k vůli jednoduchosti zvolme plochu *kulovou*, druhá pak jest *paraboloidem* Π, zvolme *elliptický*.

Tu jest patrno z důvodů, které jsme v odstavci 1. uvedli, že ke každému z libovolného bodu *fokálních parabol plochy* Π sestrojenému kuželi lze sestrojiti rovnoběžný dotyčný kužel k dané ploše kulové. Abychom vyšetřili naopak geometrické místo vrcholů takto určených dotyčných kuželu plochy kulové, postupujme cestou, které jsme již v předchozím odstavci

použili. Zvolme na paraboloidu daném určitý řez kruhový a na dané kouli sestrojme řez s ním shodný v rovině rovnoběžné, načež pošiňme paraboloid rovnoběžně do polohy ${}^1\Pi$ tak, až jeho kruhový řez s oním plochy kulové v jedno spadne. Na to zvolme orthogonálnou průmětnu ve hlavní rovině paraboloidu ${}^1\Pi$, která obsahuje parabolu hlavní menšího parametru (obr. 3.). Tu společný kruhový řez plochy kulové $\mathfrak{P}$ a paraboloidu ${}^1\Pi$ promítne se do společné tětivy $\overline{ab}$ obrysové kružnice P_1 plochy prvé a obrysové paraboly ${}^1\Pi_1$ plochy druhé. Plochám těmto lze opsati dva společné kužele dotyčné; průměty jejich vrcholů v a w obdržíme jako průsečíky společných tečen křivek P_1 a ${}^1\Pi_1$.

Obrazu 3. lze však dáti jiný význam následovně: Mysleme si, že kružnice P_1 je šikmým průmětem elliptického řezu, — označme jej také P — jistého elliptického paraboloidu Π'. Budiž úsečka $\overline{kk'}$ osou této ellipsy, jejíž rovina buď kolma k ose paraboloidu. Potom můžeme parabolu ${}^1\Pi_1$ pokládati za průmět paraboly ${}^1\Pi$ plochy Π', jejíž rovina jest kolma ku ose $\overline{kk'}$. Oběma křivkami P a ${}^1\Pi$ lze položiti dva kužele, jichž vrcholy mají své průměty v průsečících příslušných společných tečen, nebo též v průsečících spojnic průmětů vrcholů křivek P a ${}^1\Pi$ (průměty vrcholů křivky P jsou body k_1, k'_1 a vrcholů paraboly ${}^1\Pi$ v bodě $\varkappa_1$, — v němž tečna paraboly této jest rovnoběžna s $\overline{ab}$, — a v bodě úběžném ${}^1\varkappa_{1\infty}$). Leží tedy hledané průměty vrcholů v a w na přímkách $\overline{k_1 v_1} \equiv G_1$, $\overline{k'_1 w_1} \equiv G'_1$ body k a k' rovnoběžně vedených k ose paraboly ${}^1\Pi$.

Přihlédneme-li však k původnímu významu obrazu 3., vidíme, *že geometrické místo bodů, z nichž sestrojené dotyčné kužele plochy kulové jsou homothetické k dotyčným kuželům daného paraboloidu, jsou dvě přímky G, G' rovnoběžné s osou paraboloidu.* Přímky G, G' protínající danou plochu kulovou $\mathfrak{P}$ ve čtyřech bodech, — jež jsou, jako všechny na ploše kulové, kruhovými — stanovíme způsobem následujícím. Sestrojivše kruhové body paraboloidu Π, vyhledejme dotyčné body tečných rovin plochy kulové, rovnoběžných s dotyčnými rovinami daného paraboloidu v jeho bodech kruhových. Ony dvě spojnice těchto čtyř bodů dotyčných, jež jsou rovnoběžny s osou paraboloidu, jsou hledanými přímkami G, G'.

Uvážívše zároveň, že stanovené čtyři body dotyčné na ploše kulové po dvou jsou diametrálně protilehlé, a proto jich spojnice kolmá ku příslušné rovině tečné plochy kulové a že fokální parabola Γ paraboloidu Π jej v kruhovém bodu kolmo protíná, poznáváme, že *průměr plochy kulové určený* oněmi *protilehlými body dotyčnými, je rovnoběžný s tečnou fokální paraboly v jejím bodě průsečném s daným paraboloidem.*

7. Z předcházejícího odstavce patrno dále, — důkaz snadno by se provedl užitím prostorové affinity o karakteristice reálné po případě imaginárné, — *dána-li obecná plocha středová 2. stupně* $\mathfrak{P}$ a paraboloid Π, sestrojíme body homothetické těchto ploch — t. j. určivše polohy homothetických řezů daných ploch, sestrojíme dotyčné body rovin obou ploch se dotýkajících a rovnoběžných s oněmi rovinami řezů homothetických.

Tím obdržíme na ploše $\mathfrak{P}$ čtyři body po dvou diametrálně protilehlé, *jež určují dvě přímky G, G' rovnoběžné s osou daného paraboloidu* $\mathfrak{Q}$. Vedeme-li dále oběma v konečnu položenými homothetickými body na ploše $\mathfrak{Q}$ se vyskytujícími rovnoběžky s příslušnými průměry protilehlých bodů homothetických na ploše $\mathfrak{P}$, obdržíme tečny ku parabole, v bodech homothetických paraboloidu $\mathfrak{Q}$ se jí dotýkající. *Parabola tato příslušející paraboloidu* $\mathfrak{Q}$ *a přímky G, G' příslušející obecné ploše středové* $\mathfrak{P}$, *tvoří hledaná geometrická místa bodů, z nichž příslušné ploše opsaným reálným kuželům dotyčným lze sestrojiti ku druhé ploše kužele homothetické.*

Na konci dlužno připomenouti, že důkaz věty na konci odstavce 4. vyslovené lze provésti též způsobem užitým v odstavci 5. a 6. —

Résumé. Geometrické místo bodů, z nichž lze opsati dané ploše 2. stupně realné kužele dotyčné, k nimž lze sestrojiti homothetické dotyčné kužele druhé dané plochy 2. stupně, jest *kuželosečka* a také při druhé ploše vrcholy oněch kuželů vyplňují *kuželosečku* a to *ku prvé homothetickou.*

Tyto kuželosečky sestrojíme nejsnáze tímto způsobem:

Pomocí homothetických řezů rovinných daných ploch 2. stupně $\mathfrak{P}$ a $\mathfrak{Q}$ sestrojíme *homothetické body* těchto ploch, t. j. body, jimž příslušejí rovnoběžné roviny tečné a homothetické involuce harmonických polár (tečen plošných); obdržíme tak na obou plochách po čtyřech bodech, podvojně diametrálně protilehlých. Vedeme-li body příslušejícími ploše $\mathfrak{P}$ rovnoběžky s průměry určenými homothetickými body plochy $\mathfrak{Q}$ obdržíme ploše $\mathfrak{P}$ příslušící kuželosečku F, určenou těmito body a oněmi rovnoběžkami jakožto tečnami v nich. Obdobně sestrojíme křivku Φ procházející homothetickými body plochy $\mathfrak{Q}$, kterou též jakožto homothetickou s křivkou F a těmito body procházející můžeme sestrojiti.

Jsou-li, hledíme-li ku zvláštním případům,

1. *obě plochy středové*, vycházejí křivky F a Φ jako *homothetické* kuželosečky *středové*,

2. jedna plochou *středovou* a druhá *paraboloidem*, příslušejí ploše prvé *dvě přímky rovnoběžné*, — tedy zvrhlá parabola, — a paraboloidu *parabola* o ose rovnoběžné s oněmi přímkami a

3. *obě* plochy *paraboloidy*, přísluší každému určitá *přímka* rovnoběžná s osou druhého a mimo to *přímka úběžná* spojující úběžné body obou os jakožto *společná oběma plochám.*

O korrelačním vztahu mezi systemem lodyžním a kořenovým.

Napsal

DR. **RUDOLF DOSTÁL** v Praze.

(Z ústavu pro fysiologii rostlin c. k. české university.)

(S 5 obrazy v textu.)

Předloženo dne 12. ledna 1912.

I. Úvod.

Existenci jisté symetrie nadzemních a podzemních částí rostlin tušili již nejstarší fysiologové botaničtí. Duhamel du Monceau (1758 a 1768) velice podrobně snažil se popsati vztahy mezi kořeny a větvemi dřevnatých rostlin. Po něm udání o těchto poměrech objevují se v literatuře již častěji. Experimentálně však otázka vztahu mezi lodyhami a kořeny byla určitěji probrána teprve Vöchtingem (1878). Již před ním Mohl (1837) ostře vyslovil, že tvorba kořenů na větvích závisí na pupenech, že tedy kořeny vznikají teprve tehdy, když prýty připravily dostatek plastického materiálu pro jich vývoj potřebného. Avšak Vöchting (1878) ukázal, že i pouhá základů lodyžních postrádající internodia větví vrbových produkují kořeny, a to nejenom na světle, nýbrž i ve tmě, z čehož souditi lze, že vznik kořenů na přítomnosti prýtů nezávisí. Rovněž neuznamenal rozdílu ve vývoji kořenů na větvích s pupeny a bez pupenů regenerovaných, jestliže větve ty, obsahující dostatečné množství reservních látek, chovány byly ve tmě. Na obojích větvích, bez pupenů i s prýty étiolovanými, vytvořily se kořeny stejně bohatě.

Jistou odvislost shledal však Vöchting přece při jednom pokuse, kdy jednotlivým větvím se zelenými prýty v květnu již rozvitými byly tyto buď odříznuty anebo ponechány. Na světle vytvořily větve s prýty ponechanými rychleji kořeny než větve bez prýtů a rozdíl ten většinou delší dobu potrval. Vöchting dobře byl si vědom, že vedle

výživy i korrelace (ein Symmetrie-Verhältnis) může způsobovati toto různé chování obojích větví, avšak nerozhodl se pro žádný z těch faktorů, nýbrž za pravděpodobné pokládá, že oba stejně zde rozhodují.

Jako Vöchting nalezl i Kny podobný slabší vývoj kořenů na isolovaných větvích *Salix acuminata* a *S. purpurea* (1894) a později (1901) u *Ampelopsis quinquefolia*. U všech těchto druhů délka i váha kořenů regenerovaných na větvích s prýty ponechanými převyšovala délku i váhu kořenů na větvích bez prýtů vytvořených. O příčině rozdílu toho Kny určitěji se nevyslovuje, spatřuje ji bezpochyby v plastickém materiálu v zelených částech větví připravovaném. Zejména tak usuzuje Klebs (1904) z právě uvedených pokusů Knyových: Mají-li se kořeny na isolovaných větvích tvořiti, potřebují plastického materiálu, jejž jim dodávají assimilující zelené prýty. Vztah mezi lodyhou a kořenem jest Klebsovi pouhou funkcí výživy (Ernährungskorrelation).

O správnosti tohoto výkladu zdály se zvláště přesvědčovati pokusy, konané na klíčních rostlinách, disponujících se značným obsahem reservních látek. Vesměs byla u nich totiž shledána úplná neodvislost vzrůstu kořenového od vývoje lodyhy. (Pokusy Knyovy 1894 na *Zea Mays*, *Phaseolus multiflorus* a *Vicia Faba*, Stoneovy a Heringovy 1896 na *Vicia Faba*, Townsendovy 1897 na *Zea Mays*, *Vicia Faba*). Pouze krátce po operaci uznamenali Stone, Hering a Townsend retardaci vzrůstu hlavního kořene, plynoucí z poranění rostliny, avšak později přírůstky kořenů u operovaných rostlin byly značnější než u rostlin s intaktním epikotylem, takže posléze, dokud ovšem dělohy nebyly zcela vyčerpány, dosáhly kořeny u rostlin, lodyžních částí úplně postrádajících větší délky a dle Knya i váhy než kořeny rostlin intaktních. Zdá se tedy, že kořeny klíčních rostlin, obdařených hojným reservním materiálem, čerpají veškeré látky k svému vývoji potřebné z děloh a jiných reservních orgánů, takže od lodyh jsou zcela nezávisly, ba naopak s těmito konkurují o látky v reservních orgánech uložené.

Jisto jest, že v reservních orgánech klíčních rostlin splněny jsou všechny podmínky pro vývoj kořenů nevyhnutelně potřebné, domnívám se však proti výše citovaným autorům, že podmínky ty nezáleží prostě v plastickém materiálu, nýbrž vedle důvodů, plynoucích z pokusů v této práci uvedených, zejména moje experimenty o korrelaci mezi listem a jeho úžlabním pupenem (1909) přesvědčují mne o tom, že z děloh a jiných orgánů reservních vycházejí popudy zcela zvláštní, od vlivu reservních látek rozdílné, jež regulují vývoj klíční rostliny. Tento probíhá tedy celkem jinak, nežli vývoj orgánů dospělé rostliny, kde vesměs dosti určitě závislost mezi lodyhou a kořenem vystoupila.

Zvláště přesvědčivě vyniká tato korrelace v následujících pokusech, vykonaných na objektech mnohem příhodnějších, při nichž bylo lze též dokázati, že výživa, jíž dosud připisován byl rozhodující význam při vztahu mezi lodyhou a kořenem, hraje při něm jen podřízenou roli formální

podmínky vzrůstové; korrelace mezi lodyhou a kořenem sprostředkována jest vlivy zcela od výživy se různícími, vlivy sui generis, jichž existence v nejnovější době i při jiných úkazech regeneračních byla prokázána. (Němec 1905, Mc Callum 1905, Nordhausen 1907, Bäszler 1909).

II. Materiál a methodika pokusů.

Všechny dosavadní pokusy o korrelaci mezi lodyhou a kořenem vztahovaly se na klíční rostliny s hojným obsahem reservním a na větve dřevnatých rostlin. Při studiu korrelace mezi listem a jeho úžlabním pupenem ukázaly se mi však velice výhodným objektem rostliny bylinné, zejména ty, které snadno regenerují kořeny, vyznačujíce se při tom značnými rozměry a jednoduchou, přehlednou anatomickou strukturou. Většina experimentů v této práci popsaných týká se druhů *Scrophularia nodosa* a *Veronica beccabunga*. Výsledky na obou získané věrně souhlasí spolu, jakož i s úkazy, pozorovanými při pokusech na rostlinách jiných (*Urtica dioica*, *Bidens tripartitus*, *Circaea lutetiana*). Rostliny byly k pokusu brány vesměs ve stavu dospělém: buď měly květy určitě založeny, nebo již kvetly nebo dokonce byly již odkvetlé. Rostlin mladších používáno nebylo.

Aby bylo možno sledovati vzájemné působení co nejmenšího počtu orgánů, bylo nutno vykonati různé operace, které měly za význam rozděliti rostliny zmíněné na části o žádoucím nejmenším počtu ústrojů. Základní operace, jež předcházela všem pokusům v této práci uvedeným, jest isolace listových párů, jež vhodnou se ukázala i při studiu korrelace mezi listem a úžlabním pupenem (autor, 1909) a při studiu Sachsova fenomenu o vlivu místa na rostlině na kvalitu regenerátu (1911). Rostliny byly totiž rozděleny příčnými řezy lodyhou v dolní třetině každého internodia vedenými na části, obsahující nodus s jedním párem listů, s krátkým hořením a delším dolením úsekem internodiálním. Tímto úsekem dolního internodia byly části ty, jež krátce budou zvány isolovanými páry, vkládány po další specielní operaci do příhodných eprouvet plněných vodou z vodovodu, jež se k vývoji těchto partií velmi dobře osvědčila. Ježto shledáno bylo (1911), že jednotlivé tyto páry jedné a téže rostliny reprodukují úžlabní prýty různé kvality dle místa, na kterém na rostlině mateřské povstaly, byl i při těchto pokusech pečlivě zaznamenán jich pořádek, jak po sobě na rostlině od báse k vrcholu následovaly. Tím také vystoupil dobře vliv místa na rostlině, zvl. působení materiálu různé formativní povahy, na vývoj kořenů. U *Scrophularia* páry nejdolejší, obyčejně opatřené listy poněkud již žloutnoucími, byly vyloučeny, protože velmi slabě hlavně z nedostatku plastického materiálu regenerovaly; rovněž u mladších rostlin párů nejhořejších, opatřených kratičkými, příliš šťavnatými internodii nemohlo býti při kultuře v eprouvetách jako jiných párů použito pro zkrucování internodií snadno se štěpících následkem ne-

stejného napjetí pletiv. Pokusy byly tedy konány pouze na isolovaných párech s listy zdravými a pupeny úžlabními neporušenými.

U *Veronica beccabunga* použito bylo k pokusům konečných a postranních partií mohutných trsů, jež pouze basálnější částí byly slabě zahnuty, kdežto ostatní jejich větší část byla přímá. Na rozdíl od *Scrophularie*, u níž pupeny úžlabní vesměs byly malé, jeví většina párů i těchto konečných částí dosti značný vývoj úžlabních pupenů, pouze nejapikálnější, malé a pouze krátkými internodii od sebe oddělené a proto při většině pokusů vyloučené páry listové chovají ve svých úžlabích nepatrné základy postranních větví. Pochopitelně nesou značně rozvinuté úžlabní prýty doleních párů těchto větví přiměřeně veliké čepele listové, takže při větším vývoji prýtů součet jejich ploch mnoho od čepele podpůrného listu se neliší nebo, ač zřídka, ji dokonce převyšuje. Extrémní velikost úžlabních prýtů nepřesahovala 50 *mm*, většinou měřily prýty isolovaných párů 5 až 20 *mm*. Z pokusného materiálu vyloučeny byly všecky páry, jež měly základy kořenové na nodech vůbec patrny. Isolované páry *Veroniky* kultivovány byly opět ve vodě v eprouvetách, do nichž svými doleními internodii byly zasazeny, takže kořeny z okolí nodů výrůstající vzrůstaly přímo do vody.

Po příslušných operacích byly objekty zmíněné exponovány přibližně stejným podmínkám, které působily na rostliny původní v přírodě. *Scrophularia*, *Circaea* a *Urtica* byly chovány na zahradě ve stínu stromů a keřů a pečlivě chráněny před přímým světlem; *Veronica beccabunga* a *Bidens* byly mimo to před přílišnou transpirací chráněny vhodnými skleněnými příklopy. Některé pokusy na *Scrophularii* vykonány byly v uzavřených místnostech na oknech k severovýchodu obrácených. Aby tvorba kořenů nebyla zvláště v tomto případě účinkem světla zdržována, byly eprouvety obaleny černým papírem; v mnohých případech však bylo toto opatření vynecháno, poněvadž nebylo jím docíleno než rozdílu kvantitativních: kořeny u *Scrophularie* vytvořily se sice v zatměných eprouvetách dříve a mohutněji, ale na týchž místech jako v eprouvetách neobalených.

III. Popis pokusů.

1. *Scrophularia nodosa*.

Isolované páry této rostliny regenerují kořeny na basálním konci doleního internodia, kdež vystupují vesměs nad řeznou plochou z boků lodyhy, nikdy z řezné plochy samé. Internodiální část kořenonosná jest ve většině případů velmi krátká, často jen 2—3 *mm* dlouhá, jenom za určitých okolností vystupují kořeny do větších výší na dolením internodiu. Předem lze říci, že páry listové pocházející z nejdolejší části mateřské rostliny regenerují kořeny jen velmi obtížně anebo vůbec jich netvoří, za to u nich mnohdy vystupují kořeny na basi reprodukovaných úžlabních

prýtů, což u párů z vyšších pater rostliny mateřské vzatých při jinak stejných podmínkách nikdy se neobjevuje. Kořeny u *Scrophularie* vznikající jsou zcela novými útvary, které u intaktních rostlin vůbec nejsou založeny, nýbrž vznikají teprve po přerušení korrelačního vztahu těchto částí s původním kořenovým systémem.

1. pokus.

Rostliny byly prostě rozděleny na isolované páry. Operací touto povzbuzeny jsou úžlabní pupeny k vzrůstu. Při stejnoměrném vývoji prýtů v obou úžlabích zakládají se i kořeny nad řeznou plochou basální dosti stejnoměrně. Pouze tehdy, vzrůstají-li pupeny obou stran z různých příčin nestejně rychle, rozloženy jsou i kořeny na basi doleního internodia nestejnoměrně, totiž ve větším počtu vyrůstaji a větších délek dosahují na straně prýtu většího, méně četné a kratší jsou pod prýtem menším.

Na př. 7. května 1911 vzaty z jednoho exemplaře 4 páry o rozměrech podpůrných listů (délka × šířka čepele) 38 × 21, 55 × 23, 76 × 40, 70 × 32 a o velikostech pupenů v jejich úžlabích 4, 4·5, 4, 3·8. Pupeny úžlabní počaly záhy vzrůstati, při čemž kořeny poprve určitěji vystoupily 19. května. U páru 1. vytvořil se pouze jeden kořen na straně většího prýtu, dlouhý 1 *mm*. U páru 2. vyvinuly se sice kořeny četněji na straně pupenu menšího, t. j. dlouhé 2·3, 2, 2, 1·8, 1, 2·2, ale delší vznikl pod pupenem větším, dlouhý 4 *mm*. U páru 3. vznikly pod delším pupenem kořeny dlouhé 11, 7 *mm*, pod menším pupenem kořeny 6, 3 *mm*. Pouze u páru 4. pravidelnost ta byla porušena ohnutím doleního internodia, jež pod pupenem slabším jest konvexní; proto kořeny vznikly jen zde, dlouhé 1·3, 1·4, 1·3 *mm*. V tomto smyslu vyvíjely se pak kořeny i prýty podobně dále, takže na konci pokusu, kdy větší prýt páru 4. odkvetl, byly kořeny a prýty vyvinuty takto: na páru 1. u prýtu většího dlouhého 30 *mm* měřily 95, 135, 105, u prýtu menšího dlouhého 17 kořeny měřily 7·5, 4. U páru 2. u prýtu většího dlouhého 65 kořeny měřily 60, 47, 30, 32, 45, 42, 48, 27, 35, 38, 33, 47, u prýtu menšího dlouhého 57 měřily 56, 50, 43, 42, 32, 38, 40, 70, 48, 36. U páru 3. pod prýtem delším (70 *mm*) měřily kořeny 83, 72, 38, 34, 32, 32, 35, 25, 30, 20, 27, u prýtu menšího (54) kořeny měřily 65, 53, 32, 27, 33, 28, 26, 28, 35, 24. U páru 4. pod prýtem větším, dlouhým 180 *mm*, měřily 27, 12, 15, 50, 38, 67, 56, 18, 16, 15, pod prýtem menším, dlouhým 38 *mm*, měřily 75, 95, 88, 84, 72, 40, 50. Prýty páru 1.—3. jsou pouhé lupenité prýty beze stopy květů, u 4. páru nese větší prýt květenství se 4 květy. List podpírající prýt větší jest vždy více zažloutlý nebo i uschlý než u prýtu menšího.

U jiných příkladů této operace, kde prýty vyrůstaly stejně anebo rozdíl v jejich velikostech nebyl ani takto veliký, jak právě uvedeno, vyrůstaly kořeny stejnoměrně nad celým okrajem řezné plochy doleního internodia.

2. pokus (obr. 1.).

U isolovaných párů byl exstirpován pupen v jednom úžlabí založený. Proti pokusu 1. panuje zde úplná pravidelnost: na straně, kde pupen byl exstirpován, kořeny tvoří se v menším počtu a vzrůstají pomaleji než na straně s pupenem ponechaným, ano někdy na straně pupenu exstirpovaného kořeny vůbec se netvoří, za to však často objevuje se, zejména v tomto posledním případě, mohutný kallus na této polovici řezné plochy basální.

Na př. 6. května 1911 rozdělena byla jedna rostlina na čtyři páry o velikostech podpůrných listů 50 × 33, 67 × 36, 74 × 40, 82 × 42 a o délce pupenů až 5 *mm*. Jedno úžlabí každého páru bylo exstirpováno. Kořeny počaly se objevovati 24. května, a to nejprve vesměs na straně pupenu ponechaného, totiž u páru 1. jeden kořen dlouhý 7 *mm*, u páru 3. dva kořeny 4, 3, u páru 4. jeden kořen dlouhý 6 *mm*. Pouze u tohoto páru vyrůstá také jeden malý kořen na straně pupenu exstirpovaného

(dlouhý 0·8 *mm*). Později vytvořily se kořeny i z internodiální části pod prýtem exstirpovaným, takže 11. června byly rozloženy takto: u páru 1. na straně pupenu ponechaného jsou kořeny dlouhé 127, 88, 35, 34, 3, na straně pupenu exstirpovaného žádný; u páru 2. na straně pupenu ponechaného vykazují kořeny délky 45, 43, 20, 44, 50, na straně pupenu exstirpovaného 5, 4; u páru 3. na straně pupenu ponechaného 85, 70, 66, 30, 12, 15, 18, 55, na straně pupenu exstirpovaného jediný kořen, dlouhý 0·8; u páru 4. na straně pupenu ponechaného 63, 58, 57, 48, 48, na straně exstirpovaného pupenu, kde dolení internodium bylo slabě konvexně zahnuto, měří kořeny 66, 63. Rozdíly tyto potrvaly i dále, takže na konci pokusu 26. července u páru 1. a 3. na straně pupenu exstirpovaného kořeny vůbec se nevyvinuly, za to však nese tato část řezné plochy mocný kallus, jenž zejména u páru 3. nabývá velkých rozměrů. Tohoto dne byly ovšem oba podpůrné listy již uschlé, ale při předešlém měření, totiž 11. června, uschlými shledány byly pouze oba listy páru 1., naproti tomu u páru 2., 3. a 4. bylo zřejmě viděti, že list u pupenu ponechaného dříve usýchá, ev. žloutne než list na straně úžlabí exstirpovaného. Prýt ponechaný u páru 1. měří 60 *mm*, oba listy podpůrné jsou úplně uschlé. Délka prýtu u páru 2. obnáší 105, list u pupenu ponechaného jest zcela uschlý, kdežto list

Obraz 1.

u exstirpovaného pupenu dosud je zdráv a kromě žlutavého okraje zeleně zbarven. U páru 3. prýt ponechaný jest dlouhý 128, list jej podpírající je žlutavý, kdežto list u pupenu exstirpovaného je čistě zelený. Prýt páru 4. je dlouhý 250 *mm*, nese květenství s 8 květy z části odkvetlými; list podpírající tento prýt je slabě nažloutlý, kdežto protější list u pupenu exstirpovaného jest temně zelený. Proti páru 4. zůstaly prýty páru 1., 2. a 3. vegetativními, neboť poupata u 2. a 3. páru zakrněla v zelené rudimenty průměru nejvýše 0·8 *mm*.

3. pokus.

Isolovaným párům amputován byl jeden list. Pupen v úžlabí listu ponechaného vzrůstá, zdržován jsa listem podpůrným, mnohem méně, než pupen v úžlabí listu amputovaného (autor 1909), ano bývá tímto pupenem ve většině případů úplně zadržen ve vývoji. Ve většině serií zřejmě kořeny převládaly na straně pupenu, jenž neomezeně vzrůstal v mohutný prýt nejsa zdržován svým listem, ale u některých rostlin přece v tomto pokuse ukázaly se nepravidelnosti, neboť někdy zcela naopak pod listem ponechaným, majícím ve svém úžlabí prýt daleko menší, kořeny jevily mocnější vývoj. Celkem zajímavy jsou při této operaci tři případy, jež v následujícím blíže jsou objasněny.

III.

11. srpna 1910 rozdělena byla rostlina s mladým květenstvím na sedm isolovaných párů s listy ponechanými rozměrů 46 × 35, 80 × 50, 103 × 54, 124 × 62, 115 × 57, 105 × 50, 114 × 52 a s úžlabními pupeny, jichž délka kolísá mezi 1 až 1·5 *mm*. Operované páry kultivovány byly v prostorné nádobě umožňující mohutný vývoj kořenů. 31. srpna vykazovaly kořeny u jednotlivých párů následující délky: u páru 1. na straně listu amputovaného 29, 11, 6, 8, 9, na straně listu ponechaného 25, 12, 14, 7; u páru 2. na straně listu amputovaného 33, 30, 36, 30, 17, 18, 23, 27, 22, 12, 28, 19, 21, na straně listu ponechaného 32, 8, 15, 11, 27, 20, 23, 12, 12, 7, 20, 36, 24; u páru 3. na straně listu amputovaného 70, 68, 41, 34, 23, 16, 22, 25, 34, 13, 20, 15, 14, 6, na straně listu ponechaného 35, 27, 23, 24, 5, 6, 29, 27, 19, 32, 26, 13, 9, 28, 25; u páru 4. na straně listu amputovaného 63, 55, 44, 44, 34, 34, 45, 36, 38, 48, 37, 34, 6, 6, 5, 5, 2, 1, 1·3, 13, 14, 17, 28, 16, 15, 6, 28, 23, 18, 11 61 52 48 60 58 49, 30, 70, 64, 67, 47, 29, na straně listu ponechaného 33, 35, 33, 27, 35, 36, 34, 26, 43, 20, 23, 25, 25, 29, 39, 12, 42, 28, 30, 35, 37, 26, 45, 52, 35, 41, 30; u páru 5. na straně listu amputovaného 48, 96, 71, 62, 51, 23, 85, 36, 19, 18, 80, 78, 18, 36, 11, 9, 13, 35, 6, 8, 5, 3, 7, 5, 5, 3, 2, 18, 16, 12, 12, 10, 15, 26, 29, 17, 23, 71, 57, 62, 29, 12, 85, 83, 44, 32, 20, 42, na straně listu ponechaného 15, 11, 14, 12, 8, 48, 8, 69, 42, 30, 47, 35, 14, 15, 34, 26, 36, 29, 18, 29, 32, 67, 52, 57, 48, 47, 43, 3, 7, 4, 12, 10, 10, 17, 23, 13, 8, 9, 27, 13, 26, 25, 13, 13, 33, 27, 17, 34, 32, 72, 20, 40; u páru 6. na straně listu amputovaného 13, 10, 22, 53, 32, 36, 40, 34, 23, 41, 36, 51, 41, 35, 9, 23, 13, 15, 21, 16, 13, 15, 71, 69, 38, 43, 48, 24, 45, 31, 10, 21, 16, 63, 38, 37, 59, 66, 67, 33, na straně listu ponechaného 64, 59, 46, 42, 24, 33, 31, 29, 18, 18, 42, 19, 46, 31, 33, 26, 23, 19, 16, 14, 30, 21, 31, 23, 35, 23, 10, 11, 40, 27, 26, 17, 23, 22, 15, 40, 33; u páru 7. na straně listu amputovaného 48, 37, 32, 47, 30, 29, 23, 38, 25, 27, 43, 42, 44, 26, 25, 65, 53, 63, 60, 58, 47, 40, 35, 20, 37, 45, 37, 56, 65, 51, 21, na straně listu ponechaného 18, 30, 48, 38, 15, 21, 25, 30, 19, 39, 39, 41, 9, 11, 16, 16, 10, 10, 19, 14, 15, 14, 25, 36, 32, 25, 23, 24, 15, 29, 34, 33. Téhož dne měřily prýty u listu amputovaného postupně od doleních párů k hořením 40, 33, 27, 17, 14, 16, prýty u listu ponechaného v témž pořádku 13, 9, 9·5, 6, 3·5, 3, 2·5. Na tomto příkladě, jenž nejčastěji přichází, lze viděti, že kořeny délkou i počtem převládají na straně pupenu v úžlabí listu amputovaného mohutně vzrůstajícího.

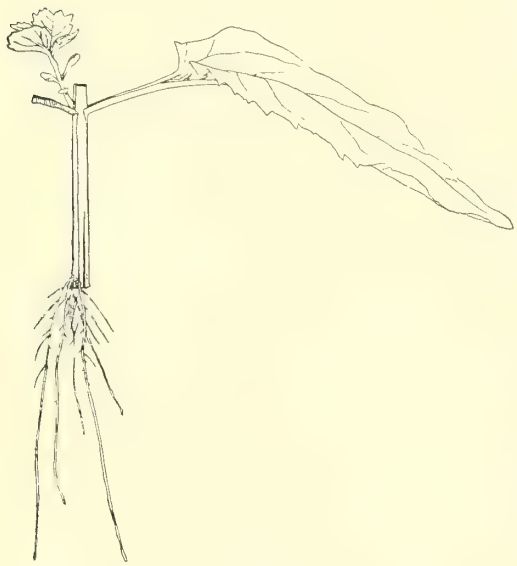
Mnohdy však pozorovati lze, že maximální délka kořenů nepřipadá na stranu listu amputovaného, nýbrž nejdelším jest některý kořen na straně listu ponechaného. Odchylka tato vždy objevovala se pouze u některého z párů pocházejících z nejdolejší části mateřské rostliny. 10. června 1911 rozdělena byla statná rostlina na isolované páry s listy ponechanými velikostí 96 × 70, 103 × 71, 106 × 71, 98 × 69, 10 × 67 a s pupeny dlouhými 2—5 *mm*. 22. července změřeny byly poprve kořeny, jež projevovaly i ve výšce svých insercí na obou stranách doleního internodia nápadný rozdíl: na straně pupenu v úžlabí listu amputovaného reprodukovaného vystupují mnohem výše nad dolení řeznou plochou než na straně listu ponechaného. U páru 1. měří zona kořenotvorná na straně listu amputovaného 8 *mm*, kořeny na ni roztroušené dosahují délek 93, 97, 85, 74, 103, 87, 118, 96, 98, 94, 79, 53, 130, 133, 92, 117, u listu ponechaného vystupují kořeny pouze do výšky 3 *mm* nad řez a měří 105, 106. U páru 2. roztroušeny jsou kořeny na straně listu amputovaného na zoně 11 *mm* dlouhé a měří 108, 92, 94, 32, 31, 105, 95, 45, 41, 55, 61, 20, 57, 136, 82, 69 83, 54, 72, 61, 48, 47, kdežto u listu ponechaného sahají sotva do výše 3 *mm* nad dolení řeznou plochou a měří na této straně *189*, *186*, 41, 66. U páru 3. vynikají kořeny u listu amputovaného rovněž z větší vzdálenosti od doleního řezu než u listu ponechaného, měří u onoho 107, 101, 103, 115, 91, 77, 68, 103, 77, 62, u tohoto 114, 87, 89, 100, 115, 56, *135*. U páru 4. vystupují u listu amputovaného 11 *mm* nad řez a jsou dlouhé 66, 34, 95, 111, 80, 115, 110,

70, 118, u listu ponechaného vystupují pouze 2 *mm* vysoko a měří 101, 104, 95, 48, 47. U páru 5. jsou kořeny u listu amputovaného dlouhé 38, 75, 40, 80, 43, 30, 90, 63, 76, 55, 45, 76, 28, 123, 101, u listu ponechaného měří 87, 86, 47, 67, 73, 84, 82, 38. Při tom dosáhly prýty úžlabní u listu amputovaného délek 64, 78, 81, 75, 64, u listu ponechaného 9, 10, 10, 12, 14.

Řidčeji objeví se nepravidelnost v rozložení kořenů nebo dokonce převaha jich na straně listu ponechaného, jenž má ve svém úžlabí prýt vždy menší. Tak stává se ještě nejspíše tehdy, není-li rozdíl ve velikostech prýtů obou stran veliký. Za příklad stačí uvésti jeden pár exempláře operovaného 6. května 1911, jenž při měření 25. července měl prýt v úžlabí listu amputovaného dlouhý 100 *mm*, s postranní větví 30 *mm* dlouhou a prýt protější 88 *mm*; pod prýtem prvním byly kořeny dlouhé 78, 30, 48, 37, pod prýtem však v úžlabí listu ponechaného byly kořeny četnější, dlouhé 43, 42, 40, 51, 39 32, 53, 35, 33, 38, 45, 47, 58, 36, 53, 34, 38, 30.

4. pokus (obr. 2.).

U isolovaných párů byl amputován jeden list a exstirpován pupen v úžlabí listu ponechaného. Operace tato dovoluje přesně oceniti vliv podpůrného listu na jedné a vzrůstajícího prýtu na druhé straně isolovaného páru na vznik kořenů, proto zde také resultáty vypadly nejpravidelněji. Kořeny totiž vesměs počtem převládají na straně prýtu, kdežto na straně listu jsou méně četné a obyčejně též kratší. Pouze u párů z basálnějších částí rostliny mateřské pocházejících dosahují některé kořeny na straně úžlabí exstirpovaného větší délky než na straně opačné. Jsou-li na této straně značně slaběji vyvinuty, nese řezná plocha na této polovici mohutné zduření kallusové.



Obraz 2.

Příkladem budiž pokus započatý 10. června 1911 na rostlině s listy ponechanými 81 × 52 97 × 63, 90 × 58, 95 × 61, 95 × 63, 94 × 58, 72 × 43, 68 × 36 a s pupeny úžlabními dlouhými 3, 3·5, 3, 3, 3·8, 3, 6, 7·5. Kořeny regenerované byly změřeny poprve 23. června, kdy ještě chyběly u páru 1.—3., 7. a 8. Pár 4. nesl jeden kořen na straně listu ponechaného, dlouhý 4·5, kdežto pod pupenem ponechaným kořeny měřily 10, 7, 4, 3·5. U páru 5. a 6. na straně listu ponechaného nebyly kořeny vyvinuty doposud, na straně pupenu ponechaného měřily u páru 5. 9, 6·5, 5, 3, 4, 3·5, 2, 2·2; u páru 6. pak 5, 4, 1·5, 1·3, 1·8, 1·1. Při pozdějším měření 21. července vykazovaly kořeny u páru 1. na straně prýtu délky 35, 98, 65, 55, 138, 58, 126, na straně listu 78, 88; u páru 2. na straně prýtu 106, 93, 90, 89, 77, na straně listu *110*, *113*, 105, 83; u páru 3. na straně prýtu 73, 135, 120, na straně listu 133, 135; u páru 4. na straně prýtu 105, 55, 60, 76, 88, 104, na straně listu 43, 68; u páru 5. na straně prýtu 93, 35, 82, 44, 57, 37, 40, 85, na straně listu 93, 98, 24; u páru 6. na straně prýtu 111, 60, 46, 13, 47, 30, 35, 82, 78, 64, 75, na straně listu 83, 71, 105, 16, 100, 78, 95; u páru 7. na straně prýtu 108, 65, 21, 20, 20, 88, 80, 78, 26, 28, na straně listu 81, 52, 55, 83; u páru 8.

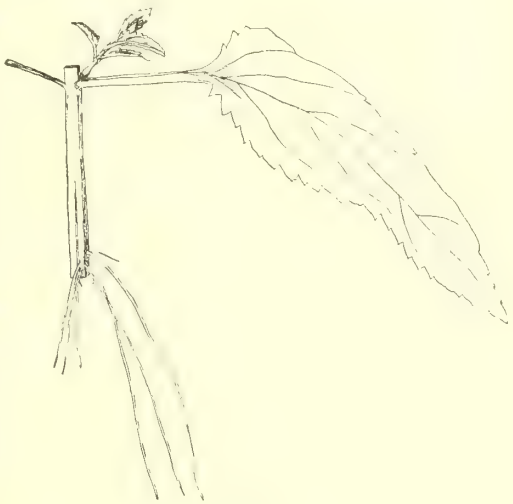
na straně prýtu 42, 47, 108, 76, 90, 100, 27, 123, 110, 25, 15, na straně listu 61, 66, 64, 67, 62, 85, 76, 54, 52, 97, 87. Prýty z ponechaných pupenů vyrostlé byly dlouhé 48, 36, 41, 88, 120, 77, 115 (tyto dva na konci uschlé), 150; poslední dva z nich nesou květenství.

U jiného pokusu vytvořily se kořeny rovněž na obou stranách, ale na straně prýtu mnohem četnější, delší a bohatě rozvětvené, na straně listu jen sporé, krátké a jednoduché. Vedle toho však na straně listu ponechaného vyvinul se velmi mocný kallus, jenž pod prýtem téměř úplně chyběl.

5. pokus (obr. 3.).

U isolovaných párů amputován byl jeden list a exstirpován jeho úžlabní pupen, na druhé straně pak list i se svým úžlabním pupenem ponechán. Kořeny převládají vesměs na straně ponechaného pupenu i listu, kdežto na opačné straně buď vůbec se netvoří nebo hodně později a slaběji.

Na př. 12. července 1910 rozdělena byla mladá rostlina na isolované páry o rozměrech zbylých listů 52 × 36, 84 × 37, 93 × 35, 118 × 52, 106 × 47 a o délce pupenů mezi 1·5—3. Kořeny změřeny byly poprve 27. července, kdy u prvních dvou párů ještě vůbec nebyly znatelny, u páru 3. pak jenom v podobě dvou právě proražených hrbolků na straně pupenu i listu ponechaného; u páru 4. opět pouze na této straně vyvinuto bylo 13 kořenů délky 4 až 9 *mm*; u páru 5. pak na téže straně bylo 31 kořenů délky 4—9, při čemž na straně listu i pupenu amputovaného ani hrbolky kořenové patrny nebyly. Prýty vykazovaly toho dne délky 5·2, 7·5, 15, 13·5, 22. Na konci pokusu vyvinuty byly kořeny již u všech párů, avšak řezná plocha u nejdolejšího páru jevila velmi značné zduření, jež alterovalo obvyklé rozložení kořenů. Nevznikly zde totiž kořeny na straně prýtu a listu ponechaného, nýbrž na opačné straně, dlouhé 25, 21, 7. U ostatních čtyř párů vesměs kořeny převládají na straně prýtu a listu ponechaného; u páru 2. na straně intaktní 77, 83, 90, 92, 90, 91, 65, 58, 79, 82, na straně s listem i pupenem amputovaným 80, 81, 78, 87, 73, u páru 3. na straně intaktní 74, 97, 113, 107, 71, 64, 71, 83, 90, na straně opačné 63, 57, 53, 74; u páru 4. na straně intaktní 102, 93, 102, 111, 68, 80, 30, 87, 91, 102, 82, 67, 65, 33, 34, 64, 78, 87, 57, 72, 52, 72, 95, 51, 45, 64, 55, 20, 83, 70, 25, 22, 52, 51, 61, 52, 35, 91, 97, 66, 93, 75, 22, 55, 70, 53, na straně s listem i pupenem amputovaným 66, 93, 65, 57, 36, 48.



Obraz 3.

V některých pokusech ukázalo se na řezné ploše mohutnější zduření kallusové nežli v právě uvedeném, při čemž kallus zvláštním způsobem byl lokalisován. Příkladem budiž pokus začatý 10. června 1911 na rostlině kvetoucí s listy 105 × 66, 110 × 70, 115 × 73, 105 × 73, 99 × 58, 102 × 66, 77 × 44 a prýty ponechanými 3·5, 5, 4·5, 5, 7, 9, 22. Kořeny objevily se nejprve u páru 5. 23. června a to na straně listu i prýtu ponechaného, dlouhé 2·3 a 1 *mm*. Druhé měření vykonáno 21. července, kdy prýty ponechané vykazovaly délky 30, 37, 29, 54, 158, 120, 103 a listy podpůrné kromě listu u nejdolejšího páru byly zdravé. U páru 1. vyvinul

se jediný kořen na straně intaktní dlouhý 83 *mm*. U páru 2. na straně listu a prýtu vznikly kořeny dlouhé 97, 85, 58, 7, na straně bez oněch orgánů 62, 52, 42, 43, 26. U páru 3. na straně listu a prýtu měřily kořeny 81, 83, 96, 112, 67, 123, na straně bez nich 40, 23, 64, 65, 92, 68, 70, 125, 72. U páru 4. na straně listu a prýtu 58, 80, 40, 50, 94, 67, 66, 55, na straně protější 27, 33. U páru 5. na straně intaktní 80, 98, 95, 99, 103, 88, na straně protější nevyvinuly se kořeny vůbec, u páru 6. na straně listu a prýtu 100, 76, 75, 84, 83, 108, na straně bez nich 98, 79, posléze u páru 7. na straně listu a prýtu 78, 35, 44, 28, 36, 44, 44 62, 58, na straně bez nich nebylo kořenů. U posledního páru, jenž nese inflorescenci s 8 velikými tobolkami a množstvím rudimentních poupat, není kallusu, za to u předešlých vesměs je značný: u páru 1. rozložen jest stejnoměrně po celém řezu, avšak u páru 2.—5. a z části i 6. (u těchto dvou posledních je vůbec kallus již slabší) velmi značně převládá na polovici řezné plochy patřící k straně orgánů amputovaných, kdežto na straně listu a prýtu je mnohem slabší.

6. pokus.

U isolovaných párů amputován byl jeden list a exstirpovány oba pupeny úžlabní. Tyto páry postrádající vůbec pupenů regenerují kořeny jen velmi slabě a obtížně. V době, kdy páry s prýty kořeny již vytvořily, není po nich u těchto dosud stopy. Za to všeobecně lze zde pozorovati mohutný vývoj kallusu, který je buď jediným zjevem regeneračním těchto párů nebo po něm následuje tvorba kořenů, ovšem vždy slabá. Kořeny vznikají sice často pouze na straně listu ponechaného, někdy však, ač řidčeji, vyvinují se i na straně protější. Kallus též nerozkládá se stejnoměrně na řezu, nýbrž převládá na straně listu ponechaného, ztráceje se na straně protější.

Na př. 6. května 1911 operována byla tímto způsobem rostlina o listech ponechaných 32 × 10, 57 × 35, 77 × 45, 98 × 53, 99 × 54, 83 × 46 a s pupeny 5, 7, 9, 12, 4, 7 *mm* dlouhými. 24. května nesla kořeny pouze strana listu ponechaného u páru 6., dlouhé 26, 12·5. Při měření posledním 22. července chyběly kořeny vůbec u páru 1.. u páru 2. vyvinut byl kořen jediný, dlouhý 68, a to na straně listu ponechaného. U páru 3. opět nebylo kořenů; u páru 4. jsou kořeny nečetné, vyrostlé většinou na straně listu, ač i strana listu amputovaného nese několik kořenů. U páru 5. kořenů není kromě malého pahýlu na straně listu amputovaného. U páru 6. vyvinuto bylo pouze pod listem ponechaným 5 kořenů délky až 105 *mm*, dosahujících blízko své báse tloušťky až 1·5 *mm*. Listy podpůrné vydržely po těchto operacích velmi dlouho svěží, byly stále intensivně zelené, tlusté a svraskalé. Řeznou plochu pokrývá vždy velmi mohutný kallus, který vesměs jest vyvinut jednostranně, neboť pravidelně převládá na polovici řezné plochy pod listem ponechaným, kdež dosáhl i trojnásobné velikosti kallusu na opačné straně vyvinutého.

7. pokus.

U isolovaných párů exstirpovány byly oba pupeny, mimo to jednomu podpůrnému listu amputována byla polovina až dvě třetiny čepele. U většiny párů vyrůstají sice kořeny hlavně na straně listu celého, ale výjimečně převládají i na straně plochy listové menší. Z pok. 6. pochopiti lze, že také zde kořeny jen velmi obtížně se regenerují, za to vzniká záhy na řezné ploše objemný kallus, který jest vždy přesně lokalisován, převládaje na straně listu celého. Listy podpůrné vytrvávají mnohem déle při životě proti listům, jež buď mají ve svém úžlabí prýty vzrůstající nebo aspoň jsou s těmito nějak spojeny. Vedle toho vzrůstají tyto osamocené listy značněji než listy s prýty, zakřivují se epinasticky na okrajích, tloustnou poněkud a podržují mnohem déle svoji zeleň.

Operace tato vykonána byla na př. 7. května 1911 na rostlině s listy 55 × 32, 74 × 42, 95 × 54, 108 × 52, 100 × 47, 83 × 35 a pupeny 6, 10, 5, 10, 8, 8. Za

měsíc (6. června) nebylo po kořenech ještě stopy, místo nich však u všech párů shledána mohutná kallusová zduření doleních řezných ploch, jež těsně se přikládaly ke stěnám eprouvet. Největších objemů dosáhl zde kallus u párů apikálnějších. Naposledy měřeny byly tyto páry 22. července. Pár 1. nesl jeden kořen na straně listu celého, dlouhý 86 *mm*, pak dva uprostřed mezi oběma stranami vystupující, dlouhé 72, 80 *mm*. Kalluš u tohoto páru jest značnější u listu celého, který je dosud zdráv, kdežto čepel částečná usýchá od místa, kde žebro hlavní amputací bylo zasaženo. U páru 2. vystupují z mohutného kallusu na straně listu celého kořeny délek 91, 78, 82, 32, pak nad kallusem jeden kořen dlouhý 18 *mm*. Na straně listu polovičního vyrůstá jeden kořen, dlouhý 65 *mm*. List celý jest dosud zdráv, zbarven do fialova, list poloviční jest opět skoro uschlý. U páru 3. kořenů vůbec není, za to veliký kallus zvláště pod listem celým, což platí i pro pár 4. U páru 5. oba listy jsou zdravé a značně zvětšené (na začátku pokusu měřil celý list podpůrný 100 × 47, dnes 105 × 50). Kallus jest velmi mohutný, zvláště pod listem celým. Kořeny chybí úplně. U páru 6. oba listy jsou opět zdravé, hodně svraskalé, dolů ohrnuté, zveličelé (proti počátečné velikosti 83 × 35 měří 92 × 45). Kallus velmi mohutný vyplnil eprouvetu úplně, kořeny jsou, bezpochyby tlakem, nestejnoměrně rozloženy, totiž pod listem celým měří 12, 7, 6, pod listem polovičním však 9, 35, 87, 10, 5, tedy v obráceném poměru proti předešlým párům. Podobné odchylky zvláště u párů z vyšších partií mateřských rostlin pocházejích byly pozorovány i u jiných exemplářů.

8. pokus.

U isolovaných párů exstirpovány byly oba pupeny, jeden list pak obalen černým hedvábným papírem, jímž fotosynthetická assimilace obalené čepele značně byla snížena. Kořeny rozloženy jsou na řezné ploše nepravidelně: zdá se sice, že u některých exemplářů převládají na straně listu nerušeně assimilujícího, mnohdy však právě naopak vyvinuty jsou mocněji na straně listu s assimilací seslabenou.

Operace tato vykonána byla na př. 25. května 1911 u rostliny s listy 50 × 42, 62 × 40, 84 × 44, 78 × 43, 81 × 36, 93 × 42, 97 × 53, 92 × 53, 86 × 50 a s pupeny úžlabními 5, 8, 7, 4, 5, 4·5, 8, 18. Kořeny měřeny poprve 4. června, kdy vyvinuty byly pouze u páru 9. na straně listu neobaleného, dlouhé 8·5, 9, 11, 8, 8, 4·5, 7·5, 9, 7, 8, na straně listu obaleného 24, 18, 12, 16, 7. 27. července kořeny vytvořeny byly již u všech párů kromě páru 1. U páru 2. na straně listu volného měřily 145, 132, na straně listu zatměného kořenů nebylo; u páru 3. na straně listu volného rovněž dosud chyběly, na straně listu obaleného vykazovaly délky 94, 48, 135, 60; u páru 4. na dolením řezu nebylo kořenů vůbec, pouze jeden na basi regenerovaného prytu úžlabního, dlouhý 67; u páru 5. na straně listu volného měřily kořeny 68, 4, na straně listu zatměného 38, 107; u páru 6. na straně listu volného 88, 71, na straně listu zatměného 82, 93, 102, 60, 45; u páru 7. na straně listu volného 37, 8, na straně listu obaleného 91, 72, 8, 8·5; u páru 8. na straně listu volného kořenů nebylo, pod listem obaleným jediný, dlouhý 58; u páru 9. na straně listu volného 93, 98, 95, 93, 74, 88, 99, 103, 114. 102, 98, na straně listu zatměného 50, 104, 112, 108, 110, 6, 5.

9. pokus.

U isolovaných párů amputována byla polovice listu. Od operace této nedalo se očekávati mnoho určitého. Dle pokusů předchozích tvoří se sice pod listovou plochou větší více kořenů, poněvadž však v úžlabí listu polovičního vyrůstá prýt intensivněji, vzniká opět na této straně více kořenů, čímž vyložiti lze nepravidelnosti ve výsledcích přicházející.

Operace této použito bylo 7. května 1911 na rostlině s listy 52 × 32, 80 × 40, 82 × 43 a úžlabními pupeny 2·5, 3·5, 3·5. Na konci pokusu 14. července vytvořeny

byly kořeny u páru 1. na straně listu celého do délek 12, 11 *mm*, při čemž prýt u listu celého měřil 63, u listu poloviční 58. U páru 2. vytvořeny byly na straně listu poloviční kořeny dlouhé 27, 65. U páru 3. na straně listu poloviční kořeny měřily 63, 70, 33, 14, 28, 47, 46, 34, na straně listu celého 90, 76, 44, 25, 15, při tom prýt v úžlabí listu poloviční byl dlouhý 298, v úžlabí listu celého 27 *mm*.

10. pokus.

U isolovaných párů zatměn byl jeden list obalem z černého hedvábného papíru. Prýt v úžlabí listu zatměného vyrůstá mohutněji než prýt u listu volného. Nebylo však vždy dosaženo té pravidelnosti, že by kořeny vyrůstaly intensivněji pod prýtem větším, neboť kořeny mnohdy převládají pod listem volným, jenž podpírá prýt pravidelně menší.

Na př. 25. května 1911 užito bylo operace této na rostlině s isolovanými páry o velikostech čepelí 66 × 54, 93 × 48, 83 × 43, 85 × 50, 83 × 52, 65 × 37, 42 × 24 a o délkách pupenů 6·5, 4, 3·8, 3·7, 3, 3·5, 6. Ke konci pokusu (10. června) měřily prýty u listů obalených 63, 60, 40, 70, 78, 83, 16, u listů volných 31, 15, 24, 13, 21, 6·5, 18. Kořeny u páru 1. vyvinuty dosud nebyly; vytvořily se teprve později a dosáhly 25. července pod listem zatměným délek 58, 60, 37, 100, 54, 43, 77, 35, 71, 88, pod listem volným 105. Touže dobou měřily kořeny u páru 2. pod listem zatměným 14, 37, 32, 4, 9, pod listem volným 3·5; u páru 3. pod listem zatměným 2, 19, 34, 55, pod listem volným 40, 50; u páru 4. pod listem zatměným 73, 27, 7, 4, 32, pod listem volným 67, 61, 60, 59, 58, 58, 46, 45, 36, 38; u páru 6. pod listem zatměným 74, 70, 69, 65, 58, 50, 25, 12, pod listem volným 18, 68, 52, 57, 51, 46; u páru 7. pod listem zatměným 78, 62, 30, pod listem volným 97, 85, 78. Listy obalené sáčkem černým nevydrží většinou přímého světla, před nímž někdy nebyly náležitě chráněny, pročež uschly už dříve u párů 1.—3. a 7.

11. pokus.

Isolovaným párům zatměny byly oba listy a exstirpován jeden úžlabní pupen. Úžlabní pupeny ponechané vzrůstají ve veliké prýty vesměs vegetativní, nejevící známek vývoje květního, ač se rostlina mateřská nalézala ve stadiu květení. Nesou však široké listy ve velikém počtu; mimo to v úžlabích zvláště prýtů vyvíjejících se na párech, jež pocházejí z apikální partie mateřské rostliny, vznikají postranní větve opatřené opět velikými čepelemi. Tohoto mohutného vegetativního vývoje u párů s listy neobalenými nelze pozorovati. Kořeny přesně zde převládají na straně pupenu ponechaného.

Příkladem budiž pokus započatý 22. května 1911 na rostlině s listy 43 × 27, 58 × 34, 65 × 44, 84 × 54, 83 × 49, 76 × 48, 86 × 54, 78 × 54, 65 × 47, 59 × 28 a s pupeny úžlabními 8·5, 7, 12, 8, 3, 4, 12, 18, 18, 13. Zprvu vyvíjely se kořeny pouze u párů apikálnějších, později kromě páru 1. u všech párů, takže při posledním měření 27. července kořeny vykazovaly následující délky: u páru 2. na straně pupenu ponechaného 85, 105, 74, 108, 115, 46, 57, 56, 72, 62, 97, 46, 108, 25, 23, na straně pupenu exstirpovaného 114, 47, 70, 31, 73, 63, 23, 20. U páru 3. na straně pupenu ponechaného 117, 104, 114, 57, 92, 24, 63, 72, 53, 112, na straně pupenu exstirpovaného 22, 21. U páru 4. na straně pupenu ponechaného 89, 83, 52, 64, na straně pupenu exstirpovaného 62, 67, 68. U páru 5. na straně pupenu ponechaného 39, 127, 107, 88, 91, 58, 108, na straně pupenu exstirpovaného 84, 86, 56, 42. U páru 6. na straně pupenu ponechaného 91, 92, 95, 93, 87, 95, 42, na straně pupenu exstirpovaného 55, 15. U páru 7., jenž jest dnes shnilý, kořeny vyvinuty byly téměř výhradně na straně pupenu ponechaného. U páru 8. na straně pupenu ponechaného měřily kořeny 43, 62, 76, 77, 72, 71, 76, 36, 24, 56, 75, 60, 63, 52, 57, 105, 60, 34, 61, na straně pupenu exstirpovaného 88, 72, 43, 63, 48, 31, 37, 34, 61, 54, 42, 49; u páru 9. na straně pupenu ponechaného 112, 87, 92, 51, 78, 73, 69, 104,

96, 43, 88, 76, 84, 75, 86, na straně pupenu exstirpovaného 68, 70, 8, 83, 74, 1,7, 27, 73, 62. Prýt páru 1. uschl, ostatní měřily 184, 176, 165, 185, 162, 102 (s postrannímí větvemi dlouhými 80 a 55 *mm*), 43 (s postranními větvemi dlouhými 120 a 7).

12. pokus.

U isolovaných párů amputován byl jeden list, zbylý list pak byl zatměn sáčkem z černého hedvábného papíru. Pupeny po zatmění listu ponechaného nevyrůstají v tom smyslu, jako byl-li list ponechaný neobalen. Snížením assimilační činnosti listu ponechaného ona zákonitost v intensivnějším vývoji prýtu v úžlabí listu ponechaného mizí, nebo dokonce ve většině případů poměr mezi vzrůstem prýtů obou úžlabí se obrací: prýt v úžlabí listu amputovaného zakrňuje a usýchá, kdežto prýt v úžlabí zatměného listu ponechaného vyrůstá ve statné, ovšem pouze vegetativní větve. Jindy vyrůstají prýty oba, ale velmi často prýt v úžlabí listu ponechaného značněji. Kořeny převládají vesměs na straně prýtu většího.

Operace tato vykonána byla 23. května 1911 na rostlině s páry listovými 60 × 40, 66 × 37, 71 × 36, 75 × 38, 79 × 45, 81 × 47, 65 × 38 a s pupeny 6, 2, 4, 4, 8, 9, 7. Při prvním měření 4. června regenerovány byly kořeny pouze u páru 6. a 7. U páru 6. na straně listu amputovaného měřily 5·5, 3, na straně zatměného listu ponechaného 11, 10, 8, 7, 5, 2, při čemž prýt v úžlabí amputovaného je o málo větší než v úžlabí protějším. U páru 7. měřily kořeny na straně listu amputovaného 21, na straně listu ponechaného 11, 8, 7, 9, 9·5, 9, 6·5, 7, 6·5; prýt u listu amputovaného i u tohoto páru je poněkud větší než protilehlý. Záhy se však poměr ve velikostech prýtů skoro u všech párů obrátil, takže 11. června byly prýty v úžlabích listů amputovaných dlouhé 6, 18, 20, 32, 46, 35, 9, v úžlabích listů zatměných 40, 45, 45, 47, 35, 43, 32. Kořeny vyvinuty byly toho dne u páru 5., 6. a 7. U páru 5. na straně listu amputovaného měřily 26, 23, 20, 14, 16, 13, 2, 0·9, na straně protější kořenů nebylo; u páru 6. na straně listu amputovaného 57, 43, 42, 41, na straně listu ponechaného 42, 36, 29, 30, 18, 16, 14, 20. U páru 7. na straně listu amputovaného 65, na straně protější 59, 51, 48, 46, 43, 44, 36, 35. U párů 1.—3. neobjevily se kořeny ani do 20. června, toho dne však nesl i pár 4. kořeny na straně listu amputovaného 39, 34, 23, 15, 43, 38, 31 (prýt u listu zatměného tohoto páru měřil 58, u listu amputovaného 52). Prýty úžlabní rozvily vesměs nápadně veliký počet párů listových (5—7) a dosáhly 20. června délek u listu amputovaného 7, 28, 42, 52, 56, 38, 13, u listu zatměného pak 38, 76, 58, 58, 42, 57, 61.

13. pokus.

U isolovaných párů amputován byl jeden list, zatměn zbylý list a exstirpovány oba pupeny. Páry tyto regenerují kořeny jen velmi obtížně; zejmena byly-li vzaty z basální části rostliny mateřské, kořenů vůbec netvoří. Listy zůstávají dosti dlouho zdravé, kallus intensivnější sice nevzniká, přece však aspoň poněkud bylo patrno zvětšení řezné plochy pod listem ponechaným.

Užito bylo 22. května 1911 rostliny s listovými páry 47 × 23, 73 × 42, 71 × 40, 86 × 43, 89 × 51, 92 × 54, 92 × 52, 88 × 48, 79 × 38 a s pupeny 3·5, 3·2, 4, 4, 4, 4, 4·2, 7, 10. 4. června vyvinut byl jeden kořen dlouhý 4 *mm* u páru 9. na straně listu ponechaného. Kořen tento vzrůstal dále, avšak do konce pokusu, t. j. do 7. července neregenerovaly se nikde jiné kořeny nežli ještě jeden u téhož páru 9. opět na straně listu ponechaného (oba toho dne měřily 56 a 42 *mm*).

14. pokus.

Isolované páry byly rozděleny mediánním řezem podélným na dvě stejné polovice, z nichž každá obsahuje mimo internodiální části jeden list a jeho úžlabní pupen. Polovice náležející témuž páru pěstěny byly po operaci v téže eprouvetě. Prýty úžlabní vyvíjejí se u obou polovic téhož páru velmi stejnoměrně, majíce touž

povahu i přibližně touž velikost. Podobně kořeny regenerované nad dolení řeznou plochou z boků (nikdy z řezných ploch, ať příčné nebo podélné) zakládají se u obou polovic v počtu téměř stejném a vykazují přibližně stejné délky. Jenom tehdy, vyvine-li se prýt jedné polovice značně více, pak na polovicích s větším prýtem jsou kořeny četnější a větší než na polovicích s prýtem menším.

Na př. operována tímto způsobem 2. května 1911 rostlina s 5 páry listovými o rozměrech čepelí 55 × 40, 75 × 50, 87 × 53, 87 × 53, 76 × 42 a s pupeny úžlabními 8, 7, 5, 2, 6·5. Kořeny měřeny byly poprve 24. května, kdy byly vyvinuty pouze u páru 3.—5. U páru 3. na polovině s větším prýtem jeden kořen, dlouhý 3 *mm*, na polovině s menším prýtem rovněž jeden, dlouhý 2·8 *mm*. U páru 4. na polovině s větším prýtem kořeny měřily 7, 5, 4, 3, 3·5, 4, 7, 4·5, 2, 1, 3, 2·5, 3·5, na polovině s menším prýtem 5·5, 4, 6, 5, 1, 4·5, 6, 4. U páru 5. na polovině s větším prýtem měřily 15, 5, 2, 12, 22, 17, 8, 8, 1·3, 1, na polovině s menším prýtem 14, 3, 15, 11, 14, 7·5. Později kořeny těchto polovin značně se zmnožily i zvětšily, posléze vyvinuly se kořeny i na polovicích páru 1. a 2., jež 6. června měřily u páru 1. na polovině s prýtem větším 11, 8, 1·5, 5, 3, kdežto na polovině s prýtem menším vůbec nebyly zastoupeny; u páru 2. na polovině s prýtem větším měřily 26, 15, 24, 4, s prýtem menším 47, 33, 3·5.

15. pokus.

Isolovaným párům rozděleným na dvě stejné poloviny jako v pokuse 14. exstirpován byl úžlabní pupen jedné poloviny. Kořeny počnou se nejprve tvořiti na polovinách s prýty úžlabními ponechanými, kdežto touže dobou na polovicích s pupeny exstirpovanými není po nich stopy. Za to objevuje se záhy na řezné ploše těchto poloviček kallus, jenž se postupně zveličuje, nad ním pak ze zduřelého doleního konce internodia teprve později vznikají sporé, většinou málo rozvětvené kořeny. Zejména pod prýty vyrostlými na polovinách, jež pocházejí z basální části rostliny mateřské, tvoří se kořeny jen v nepatrné míře, více již u párů apikálnějších, ale i u nich vždy slaběji než u polovic s prýty ponechanými. Týž poměr v počtu kořenů platí ostatně i pro polovice (resp. páry vůbec) s prýty ponechanými: na párech basálních jest kořenů pravidelně nejméně na polovicích pak z vyšších pater mateřské rostliny vzatých bývá jich nejvíce, za to však dosahují kořeny na párech basálních regenerované největších délek, kdežto kořeny na párech z vyšších partií vzatých jsou kratší. Kořeny však u polovic bez prýtů udržují déle svoje značné délky, takže u polovic párů z apikální partie mateřské rostliny pocházejících většinou o hodně jsou delší než u polovic prýty opatřených. Vedle mohutného kallusu a nápadného zduření nejdolejší části doleního internodia jest u poloviček prýtů postrádajících nápadno, že listy podpůrné vydrží mnohem déle zdravé, intensivně zelené než u poloviček s prýty úžlabními ponechanými, kdež při větším vývoji prýtů počínají podpůrné listy záhy žloutnouti a odumírati.

Na př. operována byla tímto způsobem 14. července 1910 odkvetlá rostlina s listy na polovičkách s ponechanými prýty 94 × 54, 104 × 56, 118 × ?, 128 × 67, 132 × 74, 130 × 70, 116 × 58 a s prýty na týchž polovinách 4, 3·2, 3, 3, 2·8, 3·5, 3·5, dále s listy na polovinách s pupeny exstirpovanými 94 × 54, 104 × 56, 118 × ?, 128 × 67, 132 × 74, 130 × 70, 116 × 58 a s pupeny v jejich úžlabích 3·8, 3, 2·7, 3·5, 2·9, 3·7, 5. 26. července patrny byly kořeny u poloviček s prýty ponechanými jako malé hrbolky z části proražené, kdežto u polovic bez prýtů i stopy hrbolků chybí. 5. srpna kořeny vyvinuty jsou již na všech polovicích, ale v mnohem menším počtu a vesměs kratší na polovicích s prýty exstirpovanými. Téhož dne jevily již čepele u párů z vyšších pater pocházejících patrné zvětšení. U páru 5., 6., 7. měří listy na polovinách s prýty 133 × 76, 128 × 68, 117 × 62, na polovinách bez prýtů 135 × 77, 132 × 72, 120 × 62. Naposledy měřeny byly páry tyto 6. září. Kořeny měřily u páru 1. na polovině s prýtem 26, 14, 51, 66, 52, 60, 80, 82, 62,

50, 43, 17, 38, 47, 35, 33, 24, 40, 28, 56, 36, 60, 66, 45, 29, 32 63, 49, 52, 42, 51, 47, 41, 50, 42, 95, 41, 61, 37, 60, 65, 63, 41, 43, 32, 15, 17, 18, 15, 21, 11, 23, 22, 16, 18, 10 21, 18, 11, 9, 24, 8, 27, 13, 10, 20, 25, 30, 44, 28, 14, 63, 32, 37, 64, 60, 90, 41, 32, na polovině bez prýtu 75, 70. U páru 2. na polovině s prýtem 102, 83, 85, 91, 105, 83, 72, 64, 68, 87, 80, 64, 77, 68, 56, 42, 64, 62, 68, 43, 40, 87, 73, 32, 30, 75, 82, 68, 75, 80, 85, 44, 39, 64, 55, 41, 37, 35, 56, 28, 34, 25, 14, 45, 56; na polovině bez prýtu 73. U páru 3. na polovině s prýtem 52, 57, 56, 40, 47, 49, 46, 54, 50, 42, 53, 51, 50, 32, 24, 18, 40, 30, 59, 35, 24, 48, 37, 36, 20, 47, 54, 50, 40, 30, 17, 20, 13, 15, 14, 37, 28, 41, 33, 32, 15; na polovině bez prýtu 58, 51, 56, 57, 56, 23, 52, 48, 44, 39, 45, 46, 45, 67, 43, 39, 34, 45. U páru 4. na polovině s prýtem 63, 58, 54, 50, 47, 15, 56, 50, 60, 29, 62, 51, 52, 53, 40, 21, 27, 48, 50, 46, 40, 45, 43, 40, 47, 45, 47, 55, 52, 38, 46, 37, 45, 53, 48, 45, 42, 30, 37, 28, 38, 28, 29, 31, 18, 27, 34, 47, 26, 27, 35, 54, 23, 39, 27, 35, 34, 37; u poloviny bez prýtu 42, 30, 34, 38, 54, 32, 43, 60, 56, 47, 63, 15, 40, 55, 62, 67, 46, 27, 60, 30, 60, 51, 42, 55, 50, 50, 47, 56, 31, 70, 55, 44, 60, 46, 43, 42, 57, 51, 62, 55. U páru 5. na polovině s prýtem 18, 37, 55, 39, 37, 44, 42, 40, 35, 23, 42, 50, 50, 45, 36, 35, 27, 45, 30, 35, 34, 37, 18, 20, 24, 31, 55, 54, 50, 35, 55, 50, 38, 44, 41, 56, 54, 55; na polovině bez prýtu 20, 21, 17, 19, 25, 18, 34, 29, 26, 22, 25, 37, 30, 33, 34, 33, 27, 22, 13, 24, 32, 15, 22, 21, 26, 7, 21, 20, 18, 16, 15, 8, 25, 25, 6. U páru 6. na polovině s prýtem 50, 16, 36, 24, 38, 30, 24, 35, 34, 36, 31, 33, 29, 44, 19, 22, 18, 25, 17, 21, 23, 20, 17, 25, 24, 26, 27, 41, 39, 42, 35, 28, 26, 13, 11, 40, 31, 24, 30, 46, 37, 40, 11, 34, 35, 40, 30, 31, 24, 15, 11; na polovině bez prýtu 78, 75, 56, 50, 45, 48, 30, 54, 57, 20, 15, 12, 55, 22, 59, 51, 54, 52 64, 34, 70, 30, 77, 70, 62, 58, 67, 73, 55, 53, 44, 45, 32. U páru 7. na polovině s prýtem 12, 50, 47, 12, 52, 46, 15, 30, 40, 34, 31, 42, 13, 27, 23, 27, 21, 25, 12, 16, 18, 17, 44, 46, 40, 21, 31, 28, 36, 34, 31, 44, 42, 18, 35, 28, 18, 9, 48, 41, 15, 13, 36, 33, 52, 45, 38, 48, 25, 19, 24, 13, 33, 26, 27; na polovině bez prýtu 50, 39, 71, 78, 83, 60, 40, 38, 37, 35, 27, 61, 73, 86, 70, 65, 57, 20, 92, 83, 78, 75, 68, 91, 69. Prýty úžlabní dosáhly toho dne délek 30, 23, 21, 17, 31, 67, 68; u páru 1.—5. jsou vegetativní, u 6. a 7. nesou květenství (s jedním a čtyřmi květy). Prýt páru 1. a 2. jest na bási hlavitě ztlustlý, u páru 3., 4., 5., na vrcholu prýtu viděti lze chomáček zakrnělých zčernalých poupat.

16. pokus.

Isolovaným párům rozděleným podélně na stejné polovice jako v předešlých pokusech amputován byl u jedněch poloviček list. Polovičky párů opatřené prýty i listy regenerují kořeny jako v obou pokusech předešlých tak, že na párech z báse mateřské rostliny pocházejících jsou méně četné, za to však delší než na párech z hořejších partií pocházejících, u nichž jsou četnější. Avšak polovičky bez listů podpůrných ve většině případů kořenů vůbec netvoří, zvláště byly-li v době operace úžlabní pupeny malé (— 3 *mm* dlouhé). Pouze tehdy, byly-li pupeny na počátku pokusu značněji vyvinuty, vytvoří se kořeny, ale vždy v počtu daleko menším a mnohem kratší a slabší než na polovinách s listy; při tom téměř vždy vyrůstají z mnohem delší zony doleního internodia než u poloviček s listy. Tvar prýtů u poloviček s listy a bez listů značně se liší (autor, 1911). U poloviček s listy jsou prýty z nejdolejší partie mateřské rostliny pocházející tlusté, hlízovité s listy nahloučenými v chomáč, u párů z partie vyšší jsou prýty povahy větévek lupenitých, poslézze páry vzaté z nejhořejší části rostliny mateřské nesou květenství normálně vyvinutá. U poloviček bez listů podpůrných jsou prýty vyrůstající z nevelikých základů vesměs vegetativní, podoby jemných lupenitých lodyžek se slabými internodii a tenkými, širokými čepelemi listovými. Na párech, z basální části rostliny mateřské vzatých jsou prýty vyrostlé bez souvislosti s podpůrnými listy větší než prýty vyrostlé s listy;

na párech však z vyšší části vzatých jsou zase tyto poslední větší, vesměs pak nesou prýty bez listů vyrostlé více párů listových. Poměry tyto osvětlí dva pokusy; při prvním z nich nevytvořily se u polovic bez listů kořeny vůbec, při druhém dosti četné.

12. července 1910 operována byla zmíněným způsobem rostlina s listy ponechanými 40 × 27, 61 × 41, 87 × 59, 110 × 57, 100 × 55, 133 × 72, 137 × 77, 147 × 75 a s jejich úžlabními pupeny 2, 2, 2, 1·9, 1·2, 1·7, 2·2, 3. Úžlabní pupeny, jimž podpůrné listy byly odříznuty, měřily 1·6, 2, 1·8, 2·1, 1·2, 1·5, 1·3, 4. Kořeny poprve byly měřeny 5. července, kdy u poloviček bez listů chyběly úplně, ač prýty na nich vyrůstající byly většinou delší než u poloviček s listy ponechanými. Ale i u těchto polovin chyběly dosud u páru 1., 7. a 8. U páru 2. měřily 14, 7, 5, 4; u páru 3. 4, 3, 2, 1·5, 1; u páru 4. 17, 10, 7, 6·5, 6·4, 3·2, 2; u páru 5. 23, 6, 6, 5·5, 9, 10, 8, 10, 12, 6, 8, 13, 15, 14,, 10 a u páru 6. 43, 18, 4, 5, 3, 4, 6, 13, 4, 8, 14, 4, 5, 4·5, 3·8, 4·7. Délky prýtů u poloviček bez listů byly 7, 13, ?*), 22, 20, 12, 11, 21, u poloviček s listy 6, 5, 7, 7, 6, 11, 15, 29. Prýty na polovinách bez listů vyrostlé jsou konsistence velmi jemné a nesnesou té kultury, jaké použito při polovičkách s listy, následkem čehož vesměs shnily, avšak internodiální části, s nimiž byly spojeny, vesměs jsou zdravé, přece však nenesly stopy kořenů. Do 5. září udržely se tedy pouze prýty na polovičkách s listy, dlouhé 6, 5, 7, 7, 7, ?, 24, 45. Prýt páru 1. je slabý, prýty párů 2.—5. jsou tlusté až hlízovitě kulaté, prýt 7. nese objemná poupata, posléze prýt páru 8. zakončen jest odkvetlým květenstvím se 3 tobolkami. Kořeny vyvinuty byly toho dne již u všech polov ček i měří u páru 1. 41, 3; u páru 2. 85, 74, 27, 54, 67, 30, 19; u páru 3. 84, 85, 76, 55 16, 45, 16, 40, 82; u páru 4. 47, 25, 24, 6, 36, 23, 30, 15, 8, 25, 2; u páru 5. 37, 8, 23, 15, 15, 5, 12, 14, 14, 5, 8, 7, 5, 13, 8, 9, 15, 12, 6, 9; u páru 6. 37, 39, 52, 25, 31, 33, 20, 30, 15, 14, 21, 29, 74, 57, 14, 50, 45; u páru 7. 54, 67, 53, 34, 26, 32, 27, 45, 8, 54, 29, 27; u páru 8. 32, 60, 35, 18, 41, 29, 20, 10, 10, 5.

Druhým příkladem jest rostlina operovaná týmž způsobem 7. května 1911 s páry listovými ponechanými 34 × 22, 47 × 33, 58 × 37 a s pupeny v jich úžlabích 4, 3·5, 3·5; pupeny v úžlabí listů amputovaných na protilehlých polovičkách měří 2·8, 3·8, 2·2. Kořeny na všech párech vyvinuté měřeny byly poprve 24. května, kdy u polovic bez listů úplně chyběly; vyvinuty byly pouze u polovic s listy ponechanými, a to u páru 1. měřily 10, 54, 45, 29, 20, 18, 16, 27, 17; u páru 2. 14, 9, 8, 4, 3·5; u páru 3. 12, 5, 4·5. Později však objevovaly se i na polovicích bez listů podpůrných. Kdežto však u polovic s ponechanými listy podpůrnými kořeny nevystupovaly svými insercemi nad příčnou řeznou plochu doleního internodia výše než 2 *mm*, sahaly u polovic bez listů většinou značně vysoko nad řez. Zejména nápadnou jest tato okolnost u páru 1. této serie, jenž byl zcela zdráv, kdežto internodia poloviček s podpůrným listem amputovaným u páru 2. a 3. počínala uhnívati. U páru 1. vystupovaly kořeny u polovičky s listem ponechaným vesměs z krátké zony nesahající nad dolení řeznou plochu výše než 2 *mm* a měřily 93, 100, 84, 57, 72, 75, 74, 94, 55. Naproti tomu kořeny regenerované na polovičce bez listu podpůrného roztroušeny byly téměř po celém dolením internodiu dlouhém 65 *mm*: 3 *mm* vysoko nad dolením příčným řezem vyrůstají kořeny dlouhé 34, 28, 33, 37, 33, 34; 11 *mm* vysoko kořeny 41, 46; 18 *mm* vysoko kořen 43; 27 *mm* vysoko kořen 47; 44 *mm* vysoko kořeny 63, 57; 52 *mm* vysoko kořen 76; 56 *mm* vysoko kořen 78; mimo to z báse úžlabního prýtu samého vyrůstaly kořeny dlouhé 63, 85, 92. Prýt na polovině s listem měřil 172, na polovině bez listu 150. Vedle rozložení kořenů zajímavo jest, že dolení internodium poloviny bez listu zahnuto jest na vnější straně konkávně, mající podélnou řeznou plochu konvexní, kdežto dolení internodium polovičky s podpůrným listem j st naopak konvexní na straně vnější,

*) shnil.

konkávní pak na řezu podélném (srov. týž pokus na *Veronica beccabunga*). U páru 2. nese polovina s listem kořeny dlouhé 70, 69, 68, 50, 65, opět bohatě rozvětvené a nesahající svými insercemi výše než 2 *mm* nad řez; prýt měří 118 *mm*. Polovina bez listu jest již uschlá, 12. července byly i na ní kořeny dlouhé 6 a 6·5 *mm*, vyrůstající 2 *mm* vysoko nad řezem; prýt tehdy měřil 65 *mm*. U páru 3. polovina s listem nese kořeny dlouhé 60, 72, 48, 115, 59, 42, 50, 62, 130, jež vystupují opět ze zony sotva 2 *mm* vysoko nad řez se táhnoucí; prýt měří 129 *mm*. U poloviček bez listu počíná dolení internodium zahnívati, nese blízko příčného řezu kořeny dlouhé 15, 4, mimo to však na basi prýtu vyrůstá kořen dlouhý 74. Prýt sám měří 65 *mm*. U jiných serií, kde internodia dolení zůstala zdravá, sahají inserce kořenů na polovinách bez listů podpůrných vesměs značně vysoko nad příčný dolení řez.

17. pokus.

Isolovaným párům rozděleným na dvě polovice byla amputována u jedněch polovic polovina čepele podpůrného listu. U polovic s čepelí celou vznikají kořeny celkem dříve, nabývají větších délek a jsou četnější než u polovic s čepelí poloviční. Většinou zde kořeny vyrůstají ze zony krátké těsně nad příčným řezem doleního internodia, ale u jednoho exempláře, u něhož i u polovic s listem celým kořeny byly inserovány poněkud výše, vyrůstaly u polovic s listem poloviční téměř z celé délky doleního internodia, ač byly opět kratší a méně četné. Prýty vyvinuty jsou u obou polovic tvarově celkem stejně, ale v úžlabí listu celého jest prýt pravidelně delší než u polovic s listem poloviční; často pak amputací polovice čepele snížen jest vývoj květní a povzbuzen vývoj většího počtu párů listových. Čepel rozpůlená počíná žloutnouti a odumírati dříve než čepel celá.

Na př. operována takto 6. května 1911 rostlina s listy 58 × 35, 84 × 40, 87 × 40 a s pupeny 1·5, 1·2, 1·4. Kořeny objevily se nejdříve u páru 3. a měřily 19. května na polovině s listem celým 3, 15, 0·9, s listem poloviční 7·5. 24. května vyvinuty byly kořeny i u páru 2. a to u listu celého 3, 18, 17, 13, 3·5, 4, 3, 3·2, u listu poloviního 8, 8, 7, 6·5, 5·6, 1. Touže dobou měřily kořeny u páru 3. na polovině s listem celým 10, 8, 3·5, 14, 12, 14, 9, 16, 14, 17, s listem poloviním 28 6, 2·7, 5. 6. června měl i pár 1. kořeny, ale pouze jeho polovina s listem celým, dlouhé 19, 7, 1·5. Při posledním měření 23. července shledány byly u páru 1. na polovině s listem celým kořeny dlouhé 16, 45, 17, 47, 40, 17, 50, 55, kdežto na polovině s listem poloviním nebylo kořenů vůbec. Prýt v úžlabí listu celého měřil 112, v úžlabí listu poloviního 62. U páru 2. kořeny na polovině s listem celým měřily 62, 54, 65, 55, 67, 52 32, 51, 45, 30, 59, 34, 48, 37, 55, 54, 34, 61, 57, na polovině s listem poloviním 59, 54 62 62, 60, 67, 61; prýt na polovině s listem celým měřil 196, nesl pouze 5 párů listových a normální inflorescenci s 5 velikými tobolkami, kdežto prýt na polovině s listem poloviním byl dlouhý 90 *mm*, zcela vegetativní, s 8 páry listovými. U páru 3. měřily kořeny na polovině s listem celým 67 30, 80 68, 83, 32, 14, 57, 30, 40, 70, 66, 78, 70, na polovině s listem poloviním 75, 46, 45, 43, 35, 47. Oba prýty tohoto páru byly květní: prýt v úžlabí listu celého měřil 138 a nesl 4 páry listové a inflorescenci se 2 velikými tobolkami a 4 květy, prýt na polovině s listem poloviním měřil 128 a opatřen byl 6 páry listovými a menší inflorescencí se 4 květy.

18. pokus.

U isolovaných, podélně rozpůlených párů amputován byl jedněm polovinám list, druhým exstirpován úžlabní pupen. Poloviny s exstirpovaným pupenem chovají se jako v pokuse 16, dají totiž vznik prýtům vegetativním, jež, vznikly-li z pupenů malých, jsou slabé, proto nevydrží dlouho, nýbrž zajdou, aniž by se na polovinách těch vytvořily kořeny. U polovic s pupeny exstirpovanými tvoří se kořeny též dosti obtížně, ale posléze přece několik kořenů se objeví nad zduřelou plochou řeznou, pokrytou kallusem.

Na př. operována takto 30. července 1910 rostlina kvetoucí s listy 92 × 37, 80 × 33, 89 × 42, 20 × 4·5 a s pupeny úžlabními 0·8, 1, 1·3, 3. 25. srpna byly polovice bez listů podpůrných vesměs odumřelé, nevytvořily také vůbec kořenů. Na polovinách s listy ponechanými a pupeny exstirpovanými kořeny vesměs jsou vyvinuty: u páru 1. měřily 4, 3, 3·5, 2·8; u páru 2. 22, 9, 9, 10, 9, 10·5, 6·5, 8, 14, 19, 16, 13, 7; u páru 3. 42, 34, 36, 23, 19, 19, 17, 6, 12, 14, 36, 28, 34, 30, 26, 22, 23; u páru 4. 4, 4·5, 3·5.

19. pokus.

U isolovaných párů rozpůlených jako v pokusech předešlých obalen byl list jedněch polovic hedvábným papírem černým, jímž assimilačn činnost obalené čepele značně byla snížena. Prýty jeví na polovinách těchto oproti prýtům vyrostlým na polovinách s čepelí plně assimilující tytéž kompensace, jaké popsány pro prýty vyrůstající bez souvislosti s listy podpůrnými, avšak přece vždy jsou mohutnější nežli tyto poslední. Proto kořeny vyvíjejí se i na polovinách s listy obalenými, ačkoliv vesměs slaběji než na polovinách s listy plně assimilujícími. I chování listů podpůrných je zajímavé tím, že listy nepokryté odumírají dříve než listy obalené, zejména na párech z báse mateřské rostliny pocházejících. Na vyšších párech udržují se listy i nepokryté déle při životě, zbarvují se však pod vlivem intensivního osvětlení červeně a snáze pak žloutnou a usýchají, naproti tomu listy černým papírem zatměné zůstávají nápadně dlouho svěží a intensivně zeleně zbarveny.

Na př. 2. srpna 1910 operován byl takto odkvetlý exemplář s listy 14 × 19, 76 × 45, 97 × 49, 97 × 42, 95 × 46, 76 × 35, 33 × 9·5 a s pupeny úžlabními 0·8, 1·4, 1·4, 1·3, 1·6, 1·7, 1·6. Kořeny měřeny byly 12. září. U páru 1. vyvinuty byly pouze u poloviny s listem volným, dlouhé 20, 14, 8, 16, 19, kdežto u poloviny s listem zatměným chyběly. U páru 2. měřily kořeny na polovině s listem volným 28, 16, 35, 41, 39, 39, 17, 13, 22, 37, 32, 40, 33, 30, 23, 47, 27, 42, 47, 39, 20; na polovině s listem zatměným 48, 41, 38, 27, 26, 15, 38, 38, 33, 31, 7, 12, 11, 22, 24, 33, 32, 22. U páru 3. na polovině s listem volným 57, 50, 19, 17, 41, 52, 36, 66, 60, 60, 72, 15, 30, 12, 31, 63, 50, na polovině s listem obaleným 50, 57, 48, 42, 38. U páru 4. na polovině s listem volným 74, 79, 83, 72, 87, 77, 67, 53, 72, 84, 75, na polovině s listem zatměným 44, 34, 28, 26, 33, 32, 42, 36, 34, 47, 31. U páru 5. na polovině s listem volným 108, 104, 72, 90, 53, 60, 55, 42, 64, 74, 72, 58, 70, na polovině s listem obaleným 54, 37, 26, 66, 81, 18, 76, 31, 80, 75, 60, 52. U páru 6. na polovině s listem volným 55, 32, 40, 67, 48, 37, 47, 38, 42, 35, 54, 43, 44, 49, 57, 58, 60, 49, na polovině s listem obaleným 52, 47, 39, 42, 31. U páru 7. na polovině s listem volným 25, 48, 37, 48, 70, s listem obaleným 15, 58. Prýty měřily u polovin s listy neobalenými 1·8, 5, 10, 5·5, 6, 6·5, 2·5, u polovin s listy obalenými 1, 8·5, ?, 16, 7, 4, 2·5.

20. pokus.

U isolovaných párů jeden list ponechán byl na silném světle diffusním, kdežto všecky ostatní části páru, totiž internodiální části mateřské rostliny, nodus s oběma úžlabními pupeny i druhý podpůrný list byly zatměny, vsunuty do temné komory vyrobené v příhodném tvaru z lepenky pro světlo vůbec nepropustné, uvnitř černým papírem vylepené. Citlivý papír do těchto komor vložený nezměnil po celou dobu pokusu své barvy. Pupen v úžlabí listu osvětleného zdržován jest jím ve vzrůstu, vyvíjí se proto vždy jen málo, za to prýt protější vyrůstá velice intensivně; listy i internodia jejich jsou bílá, étiolovaná. Prýty vyrostlé na párech vzatých z basální části rostliny mateřské jsou i ve tmě kulaté, podoby hlízek; prýty z vyšší části představují dlouhé étiolované lodyžky s dlouhými, slabými internodii a menšími čepelemi; posléze prýty z vrcholu mateřské rostliny pocházející vytvářejí ve tmě inflorescence, jež se od květenství na světle vyrostlých neliší ničím, leč poněkud delšími internodii,

úplným nedostatkem zeleně listové, pročež kalichy květů ve tmě vytvořených a rozvitých, jinak zcela normálních jsou bílé, koruny pak jasně růžové pouze s hořením pyskem červenějším. Po opylení vznikají bílé tobolky obvyklého tvaru. Kořeny vyvíjejí se ve větším počtu a dosahují větších délek na straně listu ve tmě se nalézajícího. Odchylky ač nepatrné a spíše jen počtu kořenů se týkající objevují se někdy u párů z nejbasálnější a nejapikálnější partie mateřské rostliny pocházejících.

Jeden z těchto pokusů připraven byl 7. července 1911 a týkal se rostliny s listy 55 × 43, 68 × 43, 98 × 53, 108 × 57, 110 × 64, 115 × 51, 93 × 43 a s pupeny 1·5, 2, 2·1, 1·8, 2·7, 4·5, 4. 31. července byly prýty u listu s čepelí na světle ponechanou mnohem kratší, totiž dlouhé 3, 2, 9, 7, 6·5, 9, 37 oproti pupenům u listu zatměného 8, 7, 78, 100, 88, 98, 115. Kořeny u dolních dvou párů na dolením internodiu se nevyvinuly, za to z báse prýtu u listu zatměného u páru 1. dlouhé 38 a 10, u páru 2. 8 *mm*. U páru 3. měřily kořeny u prýtu při listu zatměném 16, 49, 60, 45, 57, 36, 8, 11, 5, u prýtu protějšího 9, 27, 18, 14, 10, 6. U páru 4. měřily kořeny u listu zatměného 10, 15, 7, 13, 11, 6, 19, 48, 33, 20, 27, 14, 26, 43, 54, 68, 30, 61, 45, 66, 43, 28, 49, 50, 59, 47, 11, 47, 49, 28, 27, 13, 33, 18, 42; u listu protějšího osvětleného 4, 34, 20, 18, 29, 7, 27, 22, 14, 13; mimo to vyvinuty byly na básích prýtů tohoto páru kořeny, a to v úžlabí listu zatměného 83, 75, 4, osvětleného 45, 16, 72. U páru 5. vyrostly kořeny pod listem zatměným do délek 25, 48, 32, 49, 20, 28, kdežto na opačné straně vůbec chyběly. U páru 6. měřily kořeny na straně listu zatměného 5, 7, 10, 9, 18, 23, 18, 16, 14, 21, 12, 8, 17, 18, na straně listu osvětleného 7, 2, 5, 4, 8, 6, 14, 13, 5, 8, 5, 12, 11, 7, 5, 20, 8, 3, 4. U páru 7. posléze na straně listu zatměného 3, 32, 27, 18, 14, 21, 22, 14, 15, 32, 50, 11, 35, 30, 18, 11, 20, na straně listu osvětleného 17, 13, 42, 10, 11, 22, 17, 6, 43, 12, 12, 26, 38, 39, 23, 18, 17, 43 (u obou posledních párů kořeny na straně listu osvětleného jsou četnější, ač kratší než pod listem zatměným). Prýt páru 1. a 2. představuje kulovitou hlízku s chomáčem listů na vrcholu, prýt páru 3. jest lupenitá lodyžka, prýt páru 4. a 5. nese mimo to chomáče zakrnělých poupátek, posléze prýty 6. a 7. zakončeny jsou inflorescencemi s květy zmíněné barvy a bílými tobolkami normálními.

21. pokus.

Isolovaným párům byl odříznut jeden list, zbylý list ponechán byl na světle, kdežto ostatní partie páru dány do tmy jako v pokuse předešlém. Vždy vzroste pupen u listu amputovaného více než na straně listu osvětleného. Formou neliší se tyto prýty od prýtů v pok. 20. popsaných. Kořeny převládají počtem i délkou opět na straně listu amputovaného, pouze páry z nejbasálnější a nejapikálnější části rostliny mateřské vzaté činí zase výjimku, majíce kořenů na straně listu osvětleného o málo více.

Na př. 6. srpna 1911 vykonána byla tato operace u rostliny odkvetlé s listy ponechanými 60 × 45, 87 × 59, 117 × 68, 135 × 71, 146 × 72, 144 × 64, 155 × 64, 138 × 66, 112 × 50 a s pupeny v jejich úžlabích dlouhými 3·5, 4, 4, 3·5, 3·4, 3, 2·9, 3·8, 6·5. Pupeny v úžlabích listů amputovaných měřily 3·5, 3·6, 3, 3·8, 3·6, 3, 2·7, 5, 5. 25. srpna byly prýty v úžlabích listů amputovaných dlouhé 99, 47, 52, 49, 37, 20, 24, 14, 8, u listů ponechaných pak pouze 17, 5, 5, 7, 6·5, 6, 7, 8, 12, majíce v těchto úžlabích spíše podobu nerozvitých pupenů. Kořeny vykazovaly následující délky. U páru 1. pod listem amputovaným 14, 11, 2, pod listem osvětleným 28, 36, 21, 13, 8. U páru 2. pod listem amputovaným 55, 13, 2, pod listem osvětleným kořenů nebylo. U páru 3. pod listem amputovaným 40, 5, 9, 42, 17, 15, 5, pod listem osvětleným opět kořeny chyběly. U páru 4. pod listem amputovaným 54, 46, 51, 50, 48, 23, 31, 46, 62, 56, 55, 34, 56, 28, 4, 56, 33, 20, 48, 53, 33, 34, 30, 26, 15, 14, pod listem osvětleným 6, 47, 26, 13, 42. U páru 5. pod listem amputovaným 6, 33, 8, 11, 10, 43, 37, 17, 31, 6, 3, 4, 11, 11, 4, 5,

27, 47, 11, 12, 37, 24, 45, 23, 24, 4, 5, 41, 35, 39, 11, 42, 10, 13, 13, 35, 39, 45, 47, 35, 57, 48, 35, 49, pod listem osvětleným 5, 5, 5·5, 5·5, 3, 46, 38, 37. U páru 6. pod listem amputovaným 19, 48, 32, 26, 49, 38, 38, 20, 15, 25, 35, 38, 14, 18, 18, 15, 24, 51, 36, 17, 18, 21, 23, 19, 23, 20, 43, 38, 30, 49, 19, 37, 54, 51, 38, pod listem osvětleným 46, 45, 33, 13, 32, 27, 24, 4, 32, 18, 33, 32, 11, 41, 37, 8, 39, 41, 5, 6. U páru 7. pod listem odříznutým 57, 11, 37, 46, 15, 42, 34, 25, 53, 21, 33, 58, 41, 25, 36, 22, 32, 23, 29, 50, 57, 62, 8, 7, 50, 53, 12, 60, 26, 44, 4, 50, 27, 16, 42, pod listem osvětleným 26, 21, 20, 42, 12, 10, 32, 35, 28, 47, 28, 30. U páru 8. pod listem odříznutým 4, 33, 43, 18, 42, 29, 12, 9, 27, 33, 17, 22, 41, 33, 21, 30, 40, 36, 28, 27, 36, 26, 35, 40, 32, 43, 23, 13, 35, pod listem osvětleným 31, 14, 6, 30, 23, 21, 8, 7, 30, 24, 33, 38, 34, 13, 23, 12, 21, 26, 24, 33, 27, 38, 36. U páru 9. pod listem odříznutým 11, 6, 16, 14, 14, 9, 3, 7, 21, 14, 17, pod listem osvětleným 2, 5, 14, 8, 12, 4, 10, 7, 6, 5, 14, 17, 8, 8, 4.

22. pokus.

U isolovaných párů exstirpován byl jeden pupen, jeho podpůrný list ponechán byl na světle, kdežto vše ostatní dáno opět do tmy. Kořeny zcela pravidelně vyrůstají pod pupenem ponechaným v míře daleko větší než na straně pupenu exstirpovaného.

K pokusu tomuto užito bylo 6. srpna 1911 rostliny plodní s listy 32 × 29, 82 × 83, 100 × 72, 125 × 65, 112 × 65, 119 × 61, 112 × 53, 90 × 45 a s pupeny 2·6, 2·5, 2·8, 2·8, 2·3, 2·4, 2·7, 6·5. Ponechané pupeny těchto párů vzrostly jenom málo v kulovité hlízy, kromě u nejdolejšího páru, jehož slabý prýt vzrostl do značné délky 98 *mm*. Ostatní vyšší prýty měří 12, 14, 9, 15, 10, 8, 6·5. Hlízy ty nesou na svých nejdolejších internodiích kořeny. Kořeny vyvinuté na dolením internodiu párů přesně jsou lokalisovány pod pupenem ponechaným, kdežto na straně pupenu exstirpovaného úplně chyběly do 31. srpna, kdy poslední měření vykonáno. U páru 1. vyvinut byl jediný kořen, dlouhý 4 *mm* u páru 4. rovněž jediný, dlouhý 4·2, u páru 7. měřily kořeny 17, 7, 8, u páru 8. 14, 53, 4, 5, 3, 7 (u všech vesměs na straně prýtů ponechaných).

23. pokus (obr. 4.).

U isolovaných párů amputován byl jeden list, exstirpován pupen u listu protějšího ponechaného, jenž vystaven světlu, kdežto ostatní části páru zatměny. Kořeny převládají vesměs pod pupenem ponechaným, jenž intensivně vzrůstá, pouze páry z nejdolejší partie mateřské rostliny vzaté činí výjimku, neboť u nich kořeny délkou i počtem převládají pod listem osvětleným.

Na př. operována takto 8. srpna rostlina odkvétající s listy 123 × 69, 140 × 74, 142 × 68, 155 × 63, 155 × 75, 171 × 94, 128 × 58 a s pupeny 2·8, 3, 4, 3·2, 4, 4·2, 6. Kořeny vykazovaly 26. srpna tyto délky. U páru 1. na straně pupenu ponechaného 30, 9, 9, 6; na straně pupenu exstirpovaného 7, 3, 9, 20, 8, 55, 42, 53, 37, 49, 31, 15, 15, 14, 14, 13, 50, 38. U páru 2. na straně pupenu ponechaného 45, 20, 27, 36, 18, 17, 41, 41, 54, 53, 51, 46, 47, 13, 14, 54, 57, 45, 36, 14, 13; na straně pupenu exstirpovaného 28, 36, 34, 22, 29, 29, 16, 14, 26, 26, 23. U páru 3. na straně pupenu ponechaného 15, 27, 11, 25, 13, 48, 4, 4, 17, 10, 11, 51, 10·5, 33, 28, 24, 5, 34, 31, 19, 36, 53; na straně pupenu exstirpovaného 6, 4, 6, 18, 14, 34, 33, 18, 13, 9, 7, 18, 11, 16, 14, 13, 24. U páru 4. na straně pupenu ponechaného 42, 39, 27, 19, 43, 45, 39, 50, 52, 38, 41, 36, 38, 41, 13, 12, 21, 20, 21, 42, 52, 12, 41, 20, 48, 8; na straně pupenu exstirpovaného 45, 50, 45, 8, 15, 17, 30, 7, 36, 25, 16, 9, 6. U páru 5. na straně pupenu ponechaného 14, 4, 12, 16, 5, 20, 13, 17, 15, 15, 11, 9, 23, 25, 16, 10, 35, 12, 12, 16, 33, 17, 34, 30, 37, 24, 23, 37, 35, 18, 17, 17, 15, 19, 20, 33, 19, 14, 15, 22, 9, 4; u pupenu exstirpovaného 17, 5, 11, 10, 12, 5, 10, 10, 13, 4, 5, 8, 5, 10, 12, 10, 9, 7, 26, 16, 17, 30,

16, 6, 11, 18, 13, 22. U páru 6. na straně pupenu ponechaného 3, 6, 15, 48, 57, 52, 6, 47, 44, 13, 32, 56, 38, 40, 39, na straně pupenu exstirpovaného 23, 17, 36, 49, 53, 18, 11, 44, 42, 12, 6, 48, 48, 47, 34, 19, 11, 5. U páru 7. na straně pupenu ponechaného 11, 4, 26, 12, 13, 16, 23, 20, 11, 17, 8, 5, 17, 16, 16, 21, 23, 9, 12, 8, 12, 14, 14, 15, 13, 6, 11, 8, 9; na straně pupenu exstirpovaného 16, 8, 20, 3, 4, 8, 14, 9, 18, 11, 9, 10, 6, 18, 8, 11, 8, 15, 7, 7, 10, 9, 10, 15, 9, 13, 18, 6, 5, 9, 6. Prýty ponechané pak měřily 13, 58, 46, 29, 29, 25, 19. Z těchto basální byly neztlustlé, prýty 5. a 6. nesly zakrnělé stopy poupat, posléze prýt 7. ukončen byl inflorescencí s jedním květem a několika velikými poupaty.

24. pokus.

U isolovaných párů amputován byl jeden list a exstirpován jeho úžlabní pupen. List ponechaný byl vystaven světlu, kdežto vše ostatní dáno do tmy. Kořeny, pokud vznikly, založeny byly vesměs na straně pupenu i listu ponechaného, kdežto na straně bez těchto orgánů není stopy po reprodukci kořenové.

Operace tato vykonána byla 17. srpna 1911 na rostlině kvetoucí s listy 80 × 39, 96 × 52, 114 × 63, 117 × 63, 115 × 55, 130 × 68, 131 × 66 a s pupeny úžlabními 1, 1·1, 2·5, 2·5, 2·8, 3·9. Při měření 2. září shledány byly kořeny veskrze na straně prýtu i listu ponechaného, kdežto na straně, kde oba tyto orgány byly amputovány, kořenů nebylo. U páru 3. vyvinut byl jediný kořen, dlouhý 13, u páru 5. měřily kořeny 25, 18, 14, 21, 16, u páru 6. měřily 6, 3, 15, 18, 23, u páru 7. 13, 15, 16, 14, 15, 17, 16, 11, 6, 12, 28, 18, 13, 19, 17, 14, 11. Prýty ponechané vykazovaly délky 14, 18, 20, 9, 32, 38, 60; poslední z nich nesl inflorescenci se 6 velikými poupaty s korunami růžovými.

Obraz 4.

2. *Veronica beccabunga.*

Výsledky na *Scrophularii* získané byly z části kontrolovány na prostředně silných větvích *Veronica beccabunga*. Kdežto u oné rostliny kořeny regenerovaly se na basi doleního internodia a jenom výjimečně, totiž někdy u párů z basální části rostliny mateřské vzatých, také na basi úžlabních prýtů, vznikají u *Veroniky* jak na bási doleního internodia, tak zvláště na nodu. Všeobecně bylo možno shledati tu pravidelnost, že u starších

párů, jež tvořily nejbasálnější část použitých větví, kořeny vyrůstaly převážně na nodu a z báse prýtů, mimo to pak jen velmi slabě z řezné plochy doleního internodia. Naproti tomu nejvyšší z použitých párů regenerovaly kořeny po většině jenom z řezné plochy dolení, kdežto na nodech kořeny sotva byly patrny.

25. pokus.

U isolovaných párů byly exstirpovány pupeny jednoho úžlabí. Kořeny z nodu reprodukované převládají vesměs na polovině nodu při pupenu ponechaném, kdežto na protější straně nodu, na niž přisedá list s úžlabním prýtem amputovaným, buď vůbec nejsou vyvinuty nebo jen velmi slabě. Kořeny pak regenerované z řezné plochy doleního internodia rovněž mnohdy převládají na straně pupenu ponechaného, ač pravidelnost tato na př. ohnutím internodií někdy bývá porušena.

18. července 1911 použito bylo jedné větve s listy 53 × 26, 51 × 28, 50 × 28, 38 × 23 a s prýty v obou úžlabích celkem stejnými, dlouhými 45, 20, 11, 4. Kořeny i prýty změřeny byly 29. července: u párů 1.—3. vznikly kořeny pouze na nodech, kdežto u páru 4. na dolením řezu. U páru 1. měřily kořeny na straně prýtu 41, 26, 4, 4, 3·5, 3, 3·5, 5, 3, 8, 12, 23, na straně listu 0·5. U páru 2. na straně prýtu ponechaného 5, 19, 5, 6, 17, 4·5, 4, 12, 6, 6, 45, 43, na straně prýtu exstirpovaného 2, 2·2. U páru 3. na straně prýtu ponechaného 7, 4, 3, 5·5, 4, 4, na straně prýtu exstirpovaného kořenů nebylo. U páru 4. vyvinul se pouze na dolením řezu jeden kořen, dlouhý 3 *mm*, opět na straně prýtu ponechaného. Prýty měřily 80, 73, 45, 14.

U všech pokusů na *Veronica beccabunga* použito bylo i podélného mediálního zářezu, jímž byl nodus rozdělen na dvě polovice, takže kořenová lokalisace vynikla velmi určitě. Zářez ten rozštípl hoření internodium, nodus, a sahal asi 5—7 *mm* pod inserci listů. Výsledky těchto pokusů neliší se od resultátů pokusů bez zářezů. Vesměs vyrůstají kořeny buď výhradně nebo převážně na nodiální části při prýtu ponechaném. Podobně regenerují-li se i na řezné ploše doleního internodia, i tam převládají většinou na straně prýtu ponechaného.

Operace zmíněná doplněna byla 15. srpna 1911 zářezem při větvi se 4 páry listovými 30 × 19·5, 35 × 20·5, 35 × 19, 34 × 21 a s prýty úžlabními 12, 14, 9, 5. Při konečném měření 2. září měřil prýt ponechaný 71 *mm*, jeho čepele listové 12 × 9, 18 × 11, 17 × 12, 4 × 4; kořeny vyvinuty byly pouze na straně prýtu ponechaného 124, 5, 153, 22, 157, 110, 40, 25, kdežto na straně prýtu exstirpovaného úplně chyběly; vedle toho však vyrostly i z řezné plochy doleního internodia kořeny dlouhé 33, 36, 9, beze vztahu k některému z obou úžlabí. U páru 2. vzrostl prýt ponechaný do délky 74 *mm*, jeho čepele měřily 20 × 11, 20 × 11·5, 15 × 10, 3 × 3; kořeny na polovině nodu s prýtem měřily 117, 165, 10, 11, 168, 82, 167, 155, na polovině s prýtem exstirpovaným 122, 111, 86, 117, 81, 9, mimo to na řezu dolením vyvinuty byly kořeny na straně prýtu ponechaného 28, 45, 53, 9, 17, 5, na straně prýtu exstirpovaného 7, 22, 13, 13. U páru 3. prýt ponechaný měřil 62, jeho čepele 18 × 10, 18 × 13, 11 × 8; kořeny na polovině nodu u prýtu ponechaného měřily 65, 134, 18, 148, 153, 70, 148, u prýtu exstirpovaného 72, 108, 100, na dolením internodiu na polovině řezné plochy pod prýtem ponechaným 50, 34, 28, 21, pod prýtem amputovaným 25, 17, 4. U páru 4. prýt ponechaný měřil 55, jeho listové plochy 16 × 10, 12 × 10, 4 × 3; kořeny na nodiální polovině při prýtu ponechaném měřily 12, 143, 20, 48, 123, 151, na polovině při prýtu amputovaném 110, 56, 123, mimo to na dolním řezu pod prýtem ponechaným 46, 57, 35, 19, 46, 47, 50, pod prýtem exstirpovaným 35.

26. pokus.

U isolovaných párů amputován byl jeden list. Prýty vzrůstají, byly-li už při operaci značněji vyvinuty, dost stejnoměrně na obou stranách, podržujíce při

tom povětšině tytéž rozdíly ve velikostech, jaké měly před operací. Kořeny celkem vznikají nepravidelně na obou částech nodu; pouze tehdy, byl-li prýt u listu amputovaného o hodně větší než u listu ponechaného, převládají kořeny na polovině nodu při prýtu větším, jindy však intensivněji vyvinuty bývají u listu, v jehož úžlabí prýt též značně vyrůstá. Nelze zde tedy shledati přesné lokalisace kořenů.

Příkladem budiž jedna větev operovaná 18. srpna, s páry listovými 53 × 26, 52 × 28, 50 × 27, 42 × 24 a s prýty u listu amputovaného dlouhými 24, 29, 14, 5·5, u listu ponechaného 10, 19, 21, 5. 29. srpna vzrostl prýt u páru 1. na straně listu amputovaného do délky 35 *mm* a měl ve své blízkosti kořeny 4, 4·5, u listu ponechaného měřil prýt 20 a kořeny při něm inserované 3·8, 34. U páru 2. měřil prýt u listu amputovaného 44 a měl na blízku kořeny 48, 32, 6, 9, 4, 5·5, 13, 11, 8, 12, 7; prýt u listu odříznutého měřil 32 a kořeny v jeho blízkosti 5, 7, 4. U páru 3. měřil prýt u listu amputovaného 31 *mm*, kořeny u něho vyvinuté 4, 5·5, 2·5, 2, 0·5, 8, 5·5, 5; prýt protější 42, k němu přiléhající kořeny 19, 8, 9, 12, 13, 14, 9. U páru 4. posléze vzrostl prýt u listu amputovaného do délky 14 *mm*, protější pak měřil 11 *mm*; kořeny u tohoto nejvyššího páru na nodu vůbec se neobjevily za to na dolním řezu internodiálním vyvinuty byly na straně listu ponechaného dva kořeny, dlouhé 2·8 a 0·9 *mm*.

Obraz 5.

27. pokus (obr. 5.).

U isolovaných párů amputován byl j eden list a u listu ponechaného exstirpován úžlabní pupen. Kořeny bez výjimky převládají na polovině nodu při pupenu ponechaném, kdežto na straně listu bez pupenu buď v počtu daleko menším vznikají nebo vůbec nejsou vyvinuty. Podobně vyrůstají-li z řezné plochy doleního internodia, převládají většinou na straně prýtu ponechaného.

Tímto způsobem operována byla na př. 15. srpna jedna větev se 3 páry o velikostech čepelí 61 × 24, 55 × 25, 41 × 23 a s prýty ponechanými dlouhými 25, 11, 6. 2. září měřil prýt u páru 1. 118, jeho čepele listové 32 × 16, 27 × 15, 18 × 12, 12 × 9; kořeny vyvinuté na polovině nodu při prýtu měřily 135, 20, 102, 36, 90, 36, 30, 58, 142, 137, 24, 22. U listu bez úžlabního prýtu vyrostl jediný kořen dlouhý 15. U páru 2. vzrostl prýt do délky 93 *mm*, jeho čepele listové měřily 23 × 12, 21 × 11·5, 14 × 11; kořeny na nodu vyvinuty byly vesměs pouze na straně prýtu 85, 77, 128, 85, 12, 42, 82, 15, 7, 105, 90, 58, kdežto na straně listu vůbec chyběly, mimo to však regenerovaly se i na dolením řezu na straně prýtu ponechaného 27, 42, 51, 18, 12, 22, 37. U páru 3. dosáhl prýt délky 51 *mm*, čepele listové 19 × 9, 15 × 9, 4 × 3; kořeny vyvinuty byly na nodu i u tohoto páru pouze na straně prýtu ponechaného, dlouhé 40, 27, 23, 17, na straně listu opět chyběly, vedle toho

jeden regenerován byl na řezu dolením, jenž měřil 79 a vyrůstal zase na straně prýtu ponechaného.

28. pokus.

Isolovaným párům odříznut byl jeden list a jeho úžlabní pupen. Kořeny vesměs převládají na straně, kde list i prýt byl ponechán, kdežto na straně listu i prýtu amputovaného reprodukují se méně nebo úplně chybí.

15. srpna 1911 operována byla tímto způsobem větev se 3 páry listovými o velikostech čepelí 57 × 28, 48 × 29, 50 × 26 a s úžlabními prýty dlouhými 41, 14, 5. 26. srpna kořeny vyvinuty byly pouze na nodech, kdežto na dolením internodiu dosud chyběly. U páru 1. prýt měřil 117, kořeny na straně listu i prýtu ponechaného 28, 83, 79, 75, 14, 13, 12, 88, 34, 14, 10, 12, na straně bez oněch orgánů 2, 16. U páru 2. měřil prýt 66, kořeny při něm inserované 15, 13, 12, 34, 20, 14, 11, 18, 8, na protější straně 11, 4, 8, 5·5. U páru 3. měřil prýt 30, kořeny u něho vyrůstající 9, 6·5, na straně bez prýtu a listu úplně chyběly. Později vyvinovaly se kořeny i na dolením internodiu, ač v míře daleko menší než na nodech, kde původní rozdíly na obou stranách přesně se udržely. 2. září měřil prýt 145 *mm*, jeho čepele 38 × 16, 32 × 17, 24 × 13, 12 × 9, kořeny na polovici nodu u prýtu 147, 155, 11, 13, 30, 14, 50, 146, 10, 13, 144, 12, 18, 43, 93, na protější polovině nodu 22, 2, 1, poté na dolením internodiu z poloviny řezné plochy pod listem podpůrným ponechaným vyrostl kořen dlouhý 9 *mm*. U páru 2. měřil prýt 92 *mm*, jeho čepele 28 × 14, 19 × 12, 11 × 8; kořeny na polovici nodu při listu a prýtu měřily 12, 58, 58, 97, 15, 74, 75, 14, 18, 19, 108, na polovině bez listu a prýtu 11, 6, 11, 7, mimo to na řezné ploše doleního internodia na straně listu a prýtu 42, 37, 60, 41, 43, 36, 31, 24, na straně bez listu a prýtu 30, 11. U páru 3. měřil prýt 52, jeho listové plochy 18 × 8, 14 × 9, 6 × 4; kořeny vyvinuty byly na nodu na straně listu a prýtu 94, 44, 58, 27, 78, 45, 44, 43, na straně protější vůbec chyběly; na dolením internodiu měřily posléze kořeny na polovině řezu pod listem 23, 28, 24, 17, 36, 12, na polovině bez listu a prýtu 28, 8, 35, 19, 15, 6, 27, 27.

29. pokus.

Isolovaným párům amputován byl jeden list a pupeny obou úžlabí. Exstirpaci pupenů průběhem pokusu bylo nutno častěji opakovati, ježto u některých párů vyrůstaly z úžlabí nové větévky. U isolovaných párů předchozích pokusů čepele podpůrných listů zvláště nejapikálnějších trochu se zvětšovaly, nikde však do té míry, jako v tomto pokuse, kde prýty vesměs byly odříznuty. Kořeny vyrůstají s počátku výhradně na nodu, později i z řezné plochy doleního internodia, při čemž vesměs převládají na straně listu ponechaného, ač i na straně listu amputovaného v tomto pokuse dosahují značného vývoje.

15. srpna operována byla takto jedna větev s listy 48 × 26, 48 × 24, 49 × 24 a s prýty úžlabními 36, 18, 8. 26. srpna vyvinuty byly kořeny pouze na nodech; u páru 1. pouze na straně listu ponechaného 72, 4, 21. U páru 2. měřily na straně listu ponechaného 86, 21, 5, 4, 48, 14, na straně listu amputovaného 58, 47, 11, 63, 18, 7 (na této straně vyrostl nový prýt dlouhý 7 *mm*, jenž tohoto dne byl exstirpován). U páru 3. dosáhly kořeny na straně listu ponechaného délek 61, 41, 62, 28, 45, na straně listu amputovaného 52, 45, 40, 38. Podruhé měřeny byly páry této rostliny 2. září. U páru 1. vyvinuty byly kořeny na straně listu 153, 32, 23, 3, 4, 39, 24, 24, na straně protější 80, 23, 40, 3, 2. U páru 2. na straně listu 14, 93, 78, 135, 45, 3, na straně bez listu 90, 32, 13, 58, 8. U páru 3. na straně listu měřily kořeny 134, 51, 132, 93, 54, na straně protější 85, 73, 94, 103. Vedle toho vyrůstaly u tohoto páru kořeny i z řezné plochy doleního internodia pod listem ponechaným 13, 2, 1, 1. Listy se zvelčily, neboť měřily 52 × 28, 52 × 28, 54 × 27.

30. pokus.

Isolované páry rozděleny byly podélným řezem mediánim na dvě stejné polovice: jedné z nich amputován byl list, druhé exstirpován pupen. Obě polovice každého páru, z nichž jedna nese pouze list, druhá pouze prýt, ponechány byly v téže eprouvetě, regenerovaly pak kořeny pravidelně tak, že u poloviny s pupenem ponechaným vyrůstaly kořeny mnohem menší, často i v menším počtu, nezřídka však četněji než u polovic s listem podpůrným. U párů z vrcholu větví pocházejících kořeny na polovinách s pupenem bez podpůrného listu vyrůstajícím často úplně chybí. Vedle toho jeví u těchto nejvyšších, nejmladších párů dolení internodium nápadně nestejný vzrůst, následkem kterého internodiální části u polovic s listem podpůrným ponechaným vzrůstají do značné délky, zakřivujíce se tak, že řezná jich plocha je konkávní, naproti tomu u poloviček s pupeny pouze ponechanými jeví dolení internodia jen slabý vzrůst a řezná jejich mediání plocha jest konvexní.*)

Příkladem budiž jedna větev operovaná 18. srpna 1911, jež nesla 3 páry listové o čepelích 56 × 31, 56 × 29, 51 × 26 a s úžlabními prýty dlouhými 39, 23, 7 *mm*. Při prvním měření 29. srpna dosáhl prýt u páru I. délky 73 *mm*, kořeny na této polovině měřily 2, 3, 13, 9, 3, 2, 3, 6, 14, 9, kdežto na polovině s listem podpůrným 26, 5, 18, 13. U páru 2. měřil prýt 38 *mm*, kořeny na této polovici 2·2, 1·2, 1, kořeny pak na polovině s listem podpůrným 16, 56, 58, 34, 37. U páru 3. měřil prýt 7 *mm*, na polovině této nevyvinul se žádný kořen, na polovině s listem pak kořeny 10, 26. Tento prýt se tedy téměř nezměnil, dolení internodium této poloviny měřilo 29, řezná plocha podélná byla konvexně prohnuta, takže strana pod prýtem byla hodně konkávní. Naproti tomu dolení internodium u polovice s listem téhož páru 3. měřilo 35 *mm*, bylo zahnuto proti onomu opačně, totiž řezná plocha mediání byla konkávní, kdežto strana pod listem silně konvexní. Naposledy měřeny byly tyto páry 2. srpna. U páru I. prýt byl dlouhý 85, čepele vykazovaly rozměry 31 × 15, 26 × 14, 13 × 9; kořeny na polovině s listem měřily 3, 52, 34, 66, 3, na polovině s prýtem 17, 8, 37, 4, 19, 22, 16, 4, 3, 4, 8, 6. U páru 2. prýt měřil 50 *mm*, jeho čepele 26 × 13, 14 × 8; kořeny na polovině s listem 95, 4, 70, 60, 78, 39, na polovině s prýtem 8, 4, 13, 25, 12. U páru 3. prýt měřil 8 *mm*, jeho list 12 × 6; kořeny na polovině s listem 61, 32, 8, na polovině s prýtem opět nepříliš změněným kořenů nebylo.

31. pokus.

Isolované páry, jimž exstirpován byl pupen jednoho úžlabí, rozříznuty byly mediáně na dvě stejné poloviny, z nichž jedna obsahovala list s úžlabním prýtem, druhá pouze list. Celkem vyrůstají kořeny ve větším počtu na polovicích s listy i prýty, kdežto na polovinách bez prýtů velmi často dosahují větších délek.

Na př. 15. srpna operována byla takto větev se 3 páry, o listech 54 × 37, 50 × 26, 46 × 25 a o prýtech dlouhých 42, 19, 12. 26. srpna měřil u páru 1. prýt 84 *mm*, kořeny této polovice 97, 89, 21, 20, 102, 93, 41, 40, 24, 20, 11, 14, kořeny pak u polovic bez prýtů 106, 65, 5, 6, 5, 12, 94, 88, 80, 72. U páru 2. měřil prýt 75, kořeny 113, 106, 76, 55, 49, 11, 18, 27, 18, 30, 26, 21, u poloviny s pupenem exstirpovaným 73, 42, 25, 48, 33, 37, 24, 11. U páru 3. měřil prýt 58, kořeny na této polovině 74, 53, 46, 28, 15, 43, 34, 23, 13, 88; u poloviny bez pupenu 96, 64, 34, 15, 86, 28. Při posledním měření 2. září byl prýt páru 1. dlouhý 103, jeho listové plochy obnášely 24 × 13, 26 × 14, 22 × 12, 11 × 9. Kořeny na polovině s prýtem vzrůstajícím měřily 156, 16, 27, 146, 74, 74, 52, 18, 150, 153, na polovině s prýtem exstirpovaným 135, 147, 127, 154, 16, 173, 124. U páru 2. měřil prýt 98, jeho listové plochy 20 × 12, 25 × 13, 18 × 13, 5 × 5, kořeny na polovině s prýtem ponechaným 137, 129, 175, 146, 81, 176, 13, 24, 23, 17, 28, 11, 83; vedle toho

*) Srov. Berthold, 1904, p. 201.

i na dolením internodiu 28, 18, 20, 7. Na polovině bez prýtu regenerovány byly kořeny pouze na nodu 122, 104, 93, 48, 139, 111, 43. U páru 3. vzrostl prýt do délky 72, jeho listy měřily 23 × 12, 20 × 11, 10 × 8. Kořeny na polovině s tímto prýtem měřily 165, 64, 22, 108, 97, 142, 91, 62, 37, 26, 153, mimo to na dolení řezné ploše 49; na polovině bez prýtu *172*, 74, 33, 156, 29.

3. *Pisum sativum.*

Mnohokráte opakoval jsem též pokus s klíčními rostlinami, není-li přece rozdíl mezi vývojem radikuly bez lodyhy a s lodyhou značnější, než jaký pozorovali v úvodě citovaní autoři. Hlavním objektem mým byly klíční rostliny hrachu, u nichž většinou shledal jsem značné nepravidelnosti i tehdy, když k pokusům použito bylo rostlin stejně vyvinutých. Pouze při pokusech, které jsem konal v studenější době roční (koncem zimy a počátkem jara 1910) a jež týkaly se kompensativního sezelenávání děloh hrachu, shledal jsem většinou, že kořeny rostlin, lodyžních základů úplně postrádajících, zůstávají v délkovém vzrůtu za kořeny rostlin intaktních zřejmě pozadu.

Zajímavých výsledků získal jsem však v několika pokusech, při nichž objevila se značná shoda klíčních rostlin hrachu, jež měly lodyžní základy úplně odstraněny, s isolovanými páry nebo jejich částmi, postrádajícími všech pupenů lodyžních. V pokusech těch totiž nejen kořen hlavní, jak udávají K n y, T o w n s e n d a j., nýbrž i kořeny vedlejší dosáhly značně větších délek u rostlin bez systemu lodyžního, ačkoliv počet postranních kořenů byl o něco menší než u rostlin intaktních. Jeden z těchto pokusů, kde okolnost ta zejména dobře vystupuje, uvádím podrobněji.

32. pokus.

Hrachy byly po 24hodinném bubření zasazeny 8. srpna 1910 do vlhkých pilin, kdež ponechány byly klíčiti do 11. srpna, pak vybrány byly co možná stejné rostlinky a změřeny. Upraveny byly z nich 3 serie po 6 exemplářích; hrachy každé serie vloženy byly kořeny do pramenité vody ve skleněných nádobách, přiměřeně prostorných (objem 5 *l*). Délku epikotylů i kořenů na počátku pokusu seznati lze z následující tabulky:

Serie	I.		II.		III.	
Exemplář	epikotyl	kořen	epikotyl	kořen	epikotyl	kořen
1.	10	54	12	59	12	58
2.	12	54	12	58	13	61
3.	11	56	12	59	12	62
4.	9	57	12	59	12	59
5.	12	56	14	61	12	62
6.	9	57	14	60	13	61

Exempláře 1.—3. každé serie zůstaly intaktní, u exemplářů 4.—6. byly epikotyly i děložní pupeny amputovány. Kulturní nádoby byly vystaveny slabému světlu. Kořeny hrachů v serii I. byly zatměny obalením nádoby černým papírem, což nemělo podstatného významu proti seriím ostatním. Měření vykonáno bylo 2. září, kdy dělohy u rostlin intaktních byly již vyčerpány na malé kožovité, bledě žluté slupky, u rostlin však se základy lodyžními exstirpovanými byly dosud hladké, tlusté, intensivně zelené. Lodyhy oněch rostlin jsou převislé, poněkud etiolované s internodii bledězelenými, dlouhými a listy malými. Kořeny hlavní i vedlejší u rostlin s pupeny exstirpovanými byly zelenavé, kdežto u rostlin intaktních bílé. O kvantitativních poměrech ve vývoji jednotlivých částí poučuje následující tabulka:

Serie	Exemplář	Délka hlavního kořenu	Maximální délka vedlejších kořenů	Počet vedlejších kořenů	Délka epikotylu	Počet lupenů	Délka internodií
I.	1.	161	67	58	386	5	36, 64, 82, 74, 62, 59, 5
	2.	154	53	58	309	4	24, 43, 91, 62, 53, 37
	3.	168	62	55	320	4	26, 38, 77, 73, 62, 46
	4.	269	72	45	—	—	—
	5.	346	79	56	—	—	—
	6.	258	57	62	—	—	—
II.	1.	186	49	51	435	4	26, 36, 72, 86, 93, 65, 46
	2.	193	61	46	333	3	40, 62, 94, 73, 50, 15
	3.	176	60	58	294	3	35, 44, 84, 62, 46, 19
	4.	250	54	35	—	—	—
	5.	177*)	83	47	—	—	—
	6.	242	93	46	—	—	—
III.	1.	207	71	39	415	4	28, 40, 88, 70, 78, 61, 45
	2.	188	74	64	390	3	33, 47, 91, 79, 83, 55
	3.	203	61	58	343	4	25, 47, 75, 59, 64, 60, 10
	4.	278	105	43	—	—	—
	5.	293	146	59	—	—	—
	6.	265	103	39	—	—	—

Na př. v serii III. měřily vedlejší kořeny u exempláře 1. 1, 1, 1·5, 71, 56, 10, 70, 52, 60, 63, 67, 56, 65, 52, 54, 55, 50, 47, 57, 33, 36, 22, 30, 30, 29, 38, 15, 29, 30, 20, 14, 28, 24, 19, 19, 12, 1, 3, 2. U exempláře 2. 2, 2, 1·5, 1, 3, 4, 50, 74, 54, 44, 51, 29, 72, 66, 72, 70, 48, 60, 51, 69, 67, 41, 50, 44, 46, 52, 48, 36, 53, 32, 1, 43, 32, 34, 29, 39, 29, 23, 21, 27, 29, 26, 23, 26, 21, 24, 15, 27, 25, 14, 16, 12, 12, 18, 9, 6, 4, 4, 5, 3, 3, 1·5, 2, 1. U exempláře 3. 32, 10, 26, 23, 31, 47, 39, 20, 35, 34, 52, 61, 61, 50, 58, 54, 64, 39, 37, 45, 37, 31, 37, 33, 35, 30, 20, 7, 27, 16, 25, 20, 27, 13, 21, 17, 21, 20, 16, 14, 17, 18, 6, 10, 6, 14, 8, 3, 8, 4, 2, 2, 1, 2, 4, 1, 1, 1. U exempláře 4. 2, 2·5, 16, 89, 66, 94, 87, 105, 94. 77, 72, 20, 54, 21, 82, 80, 56, 66, 75, 19, 69, 71, 51, 38, 10, 34, 30, 22 28 1·5 1, 1·5, 5, 17, 32, 8, 9, 8, 27, 7, 1, 1, 0·5. U exempláře 5. 64, 90, 117, 70, 87, 66,

*) Následkem poranění zkřiven.

16, 7. 84, 79, 80, 70, 146, 127, 53, 92, 57, 44, 90, 73, 52, 41, 48, 72, 51, 37, 48, 61, 32, 27, 28, 24, 18, 20, 13, 10, 11, 16, 19, 11, 16, 17, 17, 9, 15, 12, 3, 16, 6, 16, 3, 9, 8, 1, 2, 2·5, 7, 8, 1·5. U exempláře 6. 46, 65, 89, 103, 42, 19, 52, 41, 38, 60, 21, 32, 47, 54, 47, 43, 23, 7, 37, 48, 41, 35, 10 39, 3, 26, 15, 9, 11, 1, 4, 1, 5, 8, 4, 2, 3, 3, 4.

IV. Diskusse pokusů.

Materiálem pokusů v této práci popsaných byly hlavně nadzemní lodyhy *Scrophularia nodosa* a *Veronica beccabunga*, jež rozřezány byly na části, obsahující pár protistojných listů s jejich úžlabními pupeny, dále vedle menší části hořeního hlavně delší část příslušného doleního internodia mateřské osy. Methoda tato dovoluje velice přehledně oceniti vzájemné vlivy nejdůležitějších orgánů, rostlinné tělo skládajících, totiž kořenů, listů a prýtů, i slibovala tudíž očekávati výsledky nejpravidelnější. Z těchto vzájemných vlivů úkolem této práce bylo studovati podrobněji závislost tvorby kořenů na obou řečených orgánech nadzemní části rostliny.*) Byly tedy k pokusům vesměs brány páry listové, které zevně nejevily na internodiích i nodech žádných stop základů kořenových. U *Scrophularie* opatrnost tato odpadá, poněvadž kořeny na nadzemních internodiích u této rostliny při neporušeném stavu částí podzemních vždy chybí a regenerují se teprve po přerušení spojení páru s doleními partiemi. Za to u *Veronica beccabunga* kořeny již na poněkud starších částech založeny jsou v podobě větších nebo menších hrbolků v blízkosti nodů, zvláště na lemu spojujícím hoření části insercí řapíků . Aby reakce na vykonané operace vypadly citlivěji, bylo tedy u *Veroniky* použito vesměs mladších partií, u nichž základy kořenové zevně patrny dosud nebyly.

Vedle rozdílu v nejobvyklejším místě vzniku kořenů existuje mezi rostlinami *Scrophularie* a *Veroniky*, jichž k pokusům bylo použito, též rozdíl ve velikosti úžlabních produktů. Pupeny úžlabní u *Scrophularie* jsou vesměs malé, kdežto u *Veroniky* dosahují značných délek a dle toho i značného vývoje čepelí listových. Přes to, že obě tyto rostliny představují jaksi dva typy různící se místem vzniku kořenů na isolovaných párech, přece v korrelaci mezi vývojem kořenů a prýtů úplně se shodují. Na isolovaných párech listových vyvolán jest u obou rostlin přerušením souvislosti s partiemi sousedními, zejména hořejšími, většinou intensivní vývoj úžlabních pupenů. U *Scrophularie* vzrůstají tyto z malých základů s počátku dosti pomalu, později však rostou mohutněji. Dle místa na rostlině, dále dle stáří rostliny a s oběma okolnostmi spojené různosti

*) Z těchto zvláště souvislosti mezi listy a kořeny věnovány byly jen sporé zmínky v literatuře. Boehm (1876) pozoroval, že klíční rostliny fazolu s kořeny amputovanými tvoří jen malé listy. Reinke (1884) měřil délky jehlic četných *Abietineí*, jimž při přesazení byly kořeny valně porušeny, i shledal, že zvláště v prvním roce po přesazení vyvinuly se u všech nápadně krátké jehlice. Němec (1907) uznamenal značné snížení vzrůstu dělohy *Streptocarpusu* po amputaci kořenů. Teprve když nové kořeny se vytvořily, počaly listy normálně vzrůstati.

materiálu v jednotlivých partiích mateřské rostliny reprodukují isolované páry různé útvary: páry z nejbasálnější části rostliny mateřské pocházející reprodukují u *Scrophularie* hlízky, páry z prostřední partie reprodukují lupenité prýty, páry pak z nejvyšší partie vytvářejí normální květenství. U *Veroniky*, z níž použito bylo k pokusům co možná mladších partií, postrádajících hrbolků kořenových, tohoto rozdílu morphotického jsem nepostřehl, neboť pokusy pro rychlý vývoj kořenů hygrofilním rostlinám vůbec vlastní netrvaly tak dlouho jako u *Scrophularie*.

Obdobně nadejde vznik a vývoj kořenů na isolovaných párech po přerušení korrelačního vztahu těchto párů s partiemi dolejšími. Zejména *Scrophularie* je objektem ve příčině vývoje kořenů na jednotlivých párech velice poučným. Tytéž faktory, které determinují morfotickou povahu úžlabních prýtů, hrají bezpochyby důležitou roli i při vývoji kořenů. Vyplývá totiž z velikého počtu případů všeobecné pravidlo, že páry z nejbasálnější partie mateřské rostliny pocházející kořenů buď vůbec neregenerují anebo jen v počtu velmi omezeném. Počet kořenů na párech z vyšších částí vzatých stoupá až k jistému maximu, které se u rostlin kvetoucích nachází asi v hoření třetině mateřské lodyhy, pak počet kořenů opět mírně klesá. Délky kořenů souhlasí často s počtem kořenů, mnohdy však maximálních délek dosahují právě kořeny na párech z dolení třetiny mateřské rostliny vzatých: tyto kořeny bývají sice většinou nerozvětvené, za to však tlustší a nezřídka velmi nápadně delší než kořeny u párů vyšších. Tato rozdílnost ve vývoji kořenů dle partií, z kterých páry reprodukující pocházejí, mohla by se uvésti na př. na stáří pletiv, části kořenotvorné skládajících. Nejdolejší, nejstarší části obyčejně neprodukují vůbec kořenů, partie o málo vyšší pouze nečetné, avšak silné, nerozvětvené a mnohdy nápadně dlouhé kořeny, konečně páry z partií nejvyšších, nejmladších vytvářejí kořenů nejvíce. Avšak některé pokusy, jak z dalšího vysvitne, poukazují i při tvorbě kořenové na důležitý význam látkových poměrů, takže rozměry a tvař kořenů bezpochyby zrovna tak souvisí s materiálem tu neb onu partii skládajícím jako forma prýtů úžlabních. Vedle počtu, délky, tloušťky a rozvětvení kořenů regenerovaných zajímavou jest také pravidelnost v době, kdy se kořeny té neb oné části regenerují. Ve většině případů vznikají nejdříve kořeny na párech z hoření polovice mateřské rostliny pocházejících, kdežto na párech polovice dolení postupně od vrcholu mateřské rostliny k basi jen ponenáhlu se objevují, takže na párech nejdolejších vznikají kořeny nejpozději.*) Jisté rozdíly dle místa na rostlině mateřské, z něhož pár pocházel, bylo možno shledati i ve vývoji kořenů u *Veroniky*. Páry, pocházející z basální části použitých větví reprodukují kořeny s počátku pouze z nodů, kdežto na internodiu samém vznikají kořeny teprve o hodně později (vždy pouze

*) Podobné rozdíly ve vývoji kořenů shledal jsem i na isolovaných listech *Scrophularie*, pocházejících z různých pater.

z řezné plochy). Naproti tomu páry, pocházející z konce větví, na nodech většinou kořenů vůbec netvoří nebo jen velmi slabě, za to na řezné ploše doleního internodia vznikají tu četné kořeny. Rozdíl tento oproti *Scrophularii*, na pohled dosti značný, není leč stupňový, neboť i u *Scrophularie* páry z nejdolejší partie rostliny mateřské vzaté netvoří kořenů na dolením internodiu, nýbrž někdy poblíže úžlabí, ovšem nikoli na nodu, nýbrž z báse úžlabních prýtů (hlízek). Nestudoval jsem dosud blíže vzájemného vztahu mezi regeneraci kořenů na dolením internodiu a na nodu, resp. na bási úžlabního produktu, pročež nemohu se určitěji vysloviti o příčině těchto rozdílů místních. Jest možno, že zvláště u *Scrophularie* na váhu padá neschopnost pletiv basální části rostliny regenerovati kořeny, neboť místo jejich vzniku obyčejně takto posunuto jest u rostlin nejstarších, ač jiné okolnosti svědčí proti tomuto vysvětlení (na př. na odříznutých lodyhách s více páry listovými kořeny vznikají vždy nad řezem velmi blízko i tehdy, jde-li nejstarším, nejdolejším internodiem). Též povaha materiálu mohla by zde rozhodovati (srov. G o e b e l, 1908, p. 177.)

Nehledíc k těmto výjimkám, váže se vznik kořenů u *Scrophularie* pouze na nejdolejší část doleního internodia, totiž na zonu většinou asi 2, nejvýše 3 *mm* vysoko nad dolením řezem příčným se táhnoucí; jenom za určitých okolností vystupují inserce regenerovaných prýtů výše nad basální konec doleního internodia. Nikdy nevystupují kořeny u *Scrophularie* z řezu samého.

Při čtyřbokém tvaru lodyhy *Scrophularie* dobře lze rozeznati, které kořeny regenerované odpovídají té nebo oné straně páru listového, tomu neb onomu listu nebo prýtu. Většinou vznikají kořeny ze stěn lodyhy pod listy a prýty umístěných, v menší míře ze stěn s oněmi skřížených. Zcela podobně u *Veroniky* snadno lze rozpoznati, že kořeny na nodu vyrůstající dosahují různých délek a různého počtu na té neb oné polovině téhož nodu, dle toho, který z obou listů nebo prýtů isolovaného páru byl ponechán a který byl amputován. Kořeny netvoří se tedy stejnoměrně nebo nepravidelně na bási doleního internodia u *Scrophularie* nebo na nodu, resp. z řezné plochy doleního článku u *Veroniky*, nýbrž převládají počtem, délkou, tloušťkou atd. na té straně, kde vnitřní podmínky byly jich vzniku příznivější. Že kořeny regenerované lokalisují se i na zcela rovných internodiích na různé strany lodyhy nestejně, pozoroval též G e n t n e r (1909) při studiu asymetrie a anisofyllie: na hřbetní straně prýtů *Begonia rex* a *Elatostemma sessile* vznikají kořeny dříve a četněji než na straně opačné, při čemž polovice čepele na straně hoření více jest vyvinuta než na straně dolení. A zrovna tak na isolovaných prýtech anisofyllních rostlin (na př. *Strobilanthus glomeratus*) vytvořily se G e n t n e r o v i na straně listu většího kořeny dříve a ve větším počtu, což obé uvádí na nestejné kvantum výživy v obou polovinách lodyhy. Do které míry zde výklad ten platí, seznati lze z pokusů, vykonaných na rostlinách se stavbou úplně symetrickou, jak v předešlém byly popsány.

Bližšího rozboru zasluhují především pokusy se *Scrophularii*, které mohly býti mnohem pestřeji modifikovány než pokusy na *Veronice*.

Vyrostou-li u isolovaných párů s listy stejně velikými také prýty obou úžlabí do stejné délky, pak vyvíjejí se kořeny celkem stejnoměrně na basálním konci doleního internodia, jest jich tedy na obou stranách téhož páru přibližně stejný počet a dosahují stejné délky (pok. 1.). Z toho nelze ovšem ještě ničeho souditi o významu prýtu a listu pro tvorbu kořenů, ale již v těch případech, kdy na podobných prostě isolovaných párech jeden prýt z různých příčin vyrůstá mocněji a zadržuje korrelativně vývoj prýtu protilehlého, tušiti lze, že prýtům přísluší důležitý význam pro tvorbu kořenů, neboť pod prýtem větším (při stejných listech podpůrných) jest kořenů více a mnohdy jsou též delší než pod prýtem protějším, značně menším.

Lépe ještě vynikne rozdíl v počtu a velikosti kořenů na obou stranách tehdy, exstirpují-li se pupeny jednoho úžlabí (pok. 2.). Kořeny tvoří se převážně na straně, kde prýt vyrůstá, kdežto na straně pupenu exstirpovaného vznikají teprve později a v počtu menším (obr. 1.). Za to na této straně řezná plocha pokrývá se kallusovitým zduřením z kambia, které na druhé polovině řezu pod prýtem vůbec není patrno. Pod prýtem vzrůstajícím tvoří se tedy snadno kořeny, pod listem, jehož úžlabní pupen byl exstirpován, vzniká však spíše kallus, kořeny pak mnohem slaběji. Vznik kallusu na straně pupenu exstirpovaného přičísti jest nepochybně činnosti listu, který nemá ve svém pupenu vzrůstajícího: látky v listě tom vznikající neodvedou se všecky do úžlabí protějšího, kde prýt vyrůstá, nýbrž vyvolají na této části řezné plochy vývoj kallusu. Současně vývoj kořenů jest na této straně omezen. Na protilehlé straně pak, kde kallus vůbec není patrn, vyvíjí se velký počet kořenů. Na basální části páru lze tedy rozeznati snadno dvě řečené poloviny, avšak i nodus sám s inserovanými na něm listy a pupeny rozpadá se na dvě polovice spolu sice souvisící, ale přece fysiologicky od sebe dosti oddělené. Prýt a jeho podpůrný list souvisí spolu velmi těsně, neboť fungující list zdržuje vývoj svého úžlabního pupenu (autor, 1909). Naopak však zase mohutně vzrůstající prýt působí na svůj podpůrný list, že zdržuje jeho další vývoj (totiž vzrůst plošný, jaký u listů takto od rostliny mateřské značně uvolněných často lze pozorovati), ano způsobí jeho rychlejší odumření. Při tom list téže původní kvality nemaje ve svém úžlabí vůbec pupenu, nebo podpíraje prýt značně menší (pok. 1., 6.), vydrží velmi dlouho při životě, pozorovatelně se zvětšuje, zakřivuje se epinasticky a tloustne, při čemž podržuje intensivní svou zelenou barvu, podobně jak jest tomu u děloh klíčních rostlin hrachu, jimž základy lodyžní vesměs byly exstirpovány (autor, 1910). Ze srovnání, jak chovají se basální i apikální části isolovaného páru, následuje, že se tento skládá vlastně ze dvou od sebe fysiologicky dosti nezávislých polovin, z nichž každá nese jeden list a jeho úžlabní pupen s přilehlými polovicemi doleního a hořeního internodia. Právě tato

okolnost umožňuje dobře oceniti význam prýtu a listu pro tvorbu kořenů i studovati závislost mezi těmito orgány, což se do jisté míry podařilo po použití různých operací, na isolovaných párech, složených tedy ze dvou polovin, u nichž lze disponovati se dvěma listy a dvěma základy osními stejné kvality, tedy s orgány bezpečně srovnatelnými. Kořeny vytvoří se patrně na té „polovici" isolovaného páru mohutněji, kde podmínky jich vývoje lépe jsou splněny. Na straně prýtu menšího nebo kde ho vůbec nebylo, jestliže oba listy podpůrné byly nedotčeny. Korrelační vztah mezi reprodukovaným prýtem a regenerovanými kořeny je zde nepochybný.

Obtížněji dá se řešiti význam listu pro vznik kořenů, neboť v tomto případě nutno pupeny úžlabní exstirpovati, aby výsledek nebyl jich reprodukcí zatemněn. Na obou stranách páru byl pak zjednán rozdíl v obnosu listových ploch: na jedné straně byla celá čepel ponechána, čepel protilehlá byla buď zcela nebo z poloviny až dvou třetin amputována (pok. 6., 7.). V prvém případě, u něhož je rozdíl mezi oběma stranami největší, vyrůstají také kořeny dosti pravidelně intensivněji na straně listu ponechaného než-li na straně bez listu vůbec. Jinak je tomu v případě, kdy proti čepeli celé na jedné straně $\frac{1}{2}$—$\frac{1}{3}$ čepele; rozdíl jest zde menší, i nadchází častěji nepravidelnost. Tyto páry, jimž pupeny úplně byly amputovány, regenerují kořeny jen velmi obtížně, za dlouhou dobu a pouze spoře, podobně jako v pok. 2. strana isolovaného páru s pupenem exstirpovaným. Tvorba kořenová jest však i zde nahrazena vývojem mohutného kallusu na řezné ploše basální; tato jest pak zřetelně více zduřelá na straně listu celého nežli na straně listu polovičního nebo úplně odříznutého. V souvislosti s kallusem stojí i u těchto všech párů bez pupenů úžlabních dlouhé trvání listů podpůrných, jež mají tedy oproti prýtům již menší význam pro vývoj kořenů, ač vlivu na regeneraci kořenů přece nepostrádají.

Jiným způsobem nebylo lze dokázati závislost tvorby kořenové na listu, která jest ostatně dosti malá. Neboť amputuje-li se u isolovaných párů prostě jeden list (pok. 3.) asi tak, jako pro zkoumání vlivu prýtu jeden z pupenů úžlabních byl exstirpován, pak vyrůstá následkem korrelace mezi listy a jejich úžlabními pupeny pupen u listu amputovaného mnohem intensivněji nežli pupen protější, jenž brzo vzrůst svůj zastaví. Prýt v úžlabí listu amputovaného určuje pak vývoj kořenů na dolením internodiu, takže pod ním ve většině případů kořeny hojněji se tvoří a větších délek dosahují nežli pod listem ponechaným a jeho malým úžlabním prýtem. Tenkráte však, vyvine-li se i prýt v úžlabí listu ponechaného značněji, může se pod listem ponechaným a jeho úžlabním prýtem vytvořiti kořenů více a delších, než pod prýtem protější strany. Podobné nepravidelnosti resultují z amputace poloviny čepele na jedné straně (pok. 9.). Pupen této strany vyrůstá totiž opět intensivněji, ruší tedy svým vlivem účinek listové poloviny, pod kterou by vznikaly kořeny slaběji; výsledkem jest pak značná nepravidelnost ve vývoji kořenů na obou stranách. Značná neodvislost tvorby kořenové od listů plyne i z po-

kusů, při nichž byla funkce podpůrných listů zeslabena obalem z černého hedvábného papíru. Tato slabá inaktivace čepele působí jako částečné její odstranění, tedy nelze očekávati již dle pokusů jiných pravidelné lokalisace kořenů na bási internodia (pok. 8., 10., 12., 13.).

Jedná-li se však o bezpečné a snadné rozhodnutí, kterému z obou orgánů, zda podpůrnému listu či vzrůstajícímu pupenu připadá větší důležitost pro tvorbu kořenů, stačí isolované páry upraviti tak, aby na jedné straně jejich byl ponechán pouze pupen, na druhé pouze list (pok. 4.). Pak tvoří se kořeny zcela pravidelně na straně prýtu dříve, jsou na této straně četnější a nejčastěji dorůstají také větších délek než kořeny pod ponechaným listem), kdež za to opět vzniká značný kallus (obr. 2.). Z pokusu tohoto, jenž s týmž výsledkem opakován byl i na jiných rostlinách (*Bidens tripartitus*, *Urtica divica*, *Circaea lutetiana*) vyplývá nepochybně, že tvorba kořenů závisí na vývoji prýtů mnohem více než na přítomnosti listů. Jsou-li oba tyto orgány na jedné straně amputovány, na druhé ponechány, pak na straně, kde chybí, buď kořeny vůbec nevznikají nebo jen velmi spoře (obr. 3.), a to zejména tehdy, byl-li učiněn na basálním konci doleního internodia mělký mediání zářez (pok. 5.). Při tom často na polovině řezné plochy pod listem a pupenem amputovaným vytváří se kallus, ku podivu tedy na jiném místě, nežli jak dosud pod listem, patrně zatlačen na stranu opačnou mocným vývojem kořenů pod vlivem prýtů.

Stejně určitě vystupují rozdíly ve vývoji kořenů pod vlivem listu a prýtu, rozdělí-li se isolované páry mediáním řezem na dvě stejné polovice. Operací touto zrušeny jsou úplně korrelační vztahy mezi oběma polovicemi isolovaného páru, jaké i při zdánlivé samostatnosti obou polovic přece v některých případech dobře se projevují. Byly-li isolované páry prostě takto rozděleny (pok. 14.), vyrůstají oba prýty značně, a to většinou stejně, pak i kořeny nad řeznou plochou příčnou vyrůstající na obou polovinách páru celkem jsou stejně vyvinuty. Pouze při nestejném vývoji obou prýtů opět pod prýtem větším jako v pok. 1. kořeny jsou četnější a delší než na polovině téhož páru s prýtem menším. Exstirpuje-li se jedněm polovicím úžlabní pupen (pok. 15.), pak produkují tyto kořeny jen pomalu a spoře, místo nich vzniká na řezné ploše basální veliký kallus. Kořeny u těchto polovic bez pupenů jsou většinou značně dlouhé, zvláště u apikálnějších párů jsou delší nežli kořeny regenerované na polovicích týchž párů s prýty vzrůstajícími, kdež jsou kořeny sice četnější, ale zřejmě kratší a hojněji rozvětvené. V souvislosti se vznikem kallusu, dlouhých, ač nečetných a nerozvětvených kořenů jest i nápadné prodloužení života listů na polovicích bez prýtů oproti listům na polovicích s prýty.

Jako u *Scrophularie* dosahují kořeny vyrůstající bez souvislosti nebo přímého spojení s prýty délek jinde nevídaných také u jiných rostlin, na př. u *Veronica beccabunga* a u klíčních rostlin hrachu (*Pisum sativum*). U hrachu bývá však často úkaz tento zatemněn z příčin dosud mi neznámých; mnohdy však přece zřetelně vystupuje i poukazuje na jistý stupeň shody

klíčních rostlin s ostatními objekty této práce. Vystupuje i u klíčních rostlin korrelace mezi lodyhou a kořenem dosti zřejmě, jak tomu nasvědčuje uvedený pokus 32. Kořen hlavní jest u rostlin s exstirpovanými základy lodyžnými podobně jako kořeny vedlejší delší než u rostlin intaktních, ale počet jejich kořenů vedlejších jest menší než u rostlin úplných, u nichž dělohy mnohem dříve odumírají než u rostlin lodyh postrádajících, kdež naopak zůstávají dlouho na živu, zvětšují se a zbarvují zeleně.

Zřejmo jest tedy z pokusů vykonaných na všech použitých rostlinách, že amputací prýtů tvorba kořenů se velice sníží, neboť pod pouhými listy kořeny jen obtížně se regenerují. Dalo by se proto očekávati, že snadněji se tvořiti budou na isolovaných párech nebo jejich částech, nesou-li tyto pouze vzrůstající prýty. Jedněm polovicím isolovaných párů byly tedy listy podpůrné odříznuty, kdežto u kontrolních poloviček listy ve spojení s prýty byly ponechány (pok. 16.). Prýty na polovicích bez listů značně vyrůstají, ano na polovicích párů z dolení poloviny mateřské rostliny pocházejících rychleji než u polovic s listy, přece však kořeny se netvoří leč výjimečně. Ve většině případů odumrou slabé prýty polovic bezlistých, aniž by vytvořily květy a regenerovaly kořeny. Již jejich vzhled poukazuje k tomu, že v polovicích těchto panuje veliký nedostatek plastického materiálu a v tom bezpochyby hledati jest příčinu, proč polovice s prýty značně přece vzrůstajícími kořenů nevytvoří, když tytéž na polovinách s listy, jež nesou prýty často menší (na párech z báse mateřské rostliny vzatých), vesměs mocně jsou vyvinuty. Pouze tehdy, mají-li úžlabní prýty již při operaci větší rozměry, udrží se déle při životě, assimilují již značněji svými čepelemi, již ve spojení s rostlinou mateřskou poněkud vyvinutými, vytvoří posléze kořeny přece, ale tyto jsou vždy slabší a méně četné než u polovic s listy. Mimo to nápadným jest velmi pravidelně se opakující úkaz, že přesná polarita, jež se u polovic s listy ponechanými projevuje v omezení insercí kořenových na nejbasálnější, sotva 2—3 *mm* dlouhou zonu doleního internodia, u polovic, jež kořeny regenerují bez listů podpůrných, je více méně smazána. Kořeny inserovány jsou u těchto polovic na plastický materiál chudých, na mnohem delší partii doleního internodia, ano někdy docela jsou roztroušeny po celé délce doleního internodia (pok. 3., 16., 17.). Snížením obnosu organického materiálu uvnitř internodií zeslabena jest přesně polární lokalisace kořenů na nich. Případy vzniku kořenů na polovinách s listy amputovanými jsou velmi řídké, většinou kořeny pod těmito prýty vůbec se netvoří, což nelze vysvětliti než nedostatkem plastického materiálu, který naproti tomu u polovin s listem ponechaným a pupenem exstirpovaným (pok. 15.) v hojné míře jest zastoupen, takže se u těchto kořeny v rozsahu poměrně značném vyvinuly. Vždy a intensivněji tvoří se kořeny na polovicích, jimž list podpůrný nebyl odříznut, ale jeho assimilační činnost snížena obalem z černého papíru (pok. 19.). Prýty úžlabní těchto polovic jeví sice veškeré kompensační známky, svědčící bohatému vegetativnímu vývoji, jsou však vždy mohutnější, pročež produkují také

značné množství látek plastických: na těchto polovicích přes vývoj prýtů výhradně vegetativní kořeny vyrůstají dosti hojně. (Pokus 11. není leč modifikací tohoto pokusu.)

Zejména pak jasně vystupuje význam výživy jakožto formální podmínky vývoje kořenů ze srovnání regenerace kořenů na polovinách z téže rostliny pocházejících, z nichž jedněm byly pupeny úžlabní, druhým zase listy podpůrné amputovány (pok. 18.). Poloviny s pouhými prýty kořenů vůbec nevytvořily, poloviny s listy regenerovaly kořeny též obtížně, ale posléze přece. K regeneraci kořenů jest třeba jistého množství látek plastických, kterého prýty vyrostlé z malých základů samostatně bez pomoci listů podpůrných nedovedou poskytnouti.

Než okolnosti, že páry nebo poloviny jich s pupeny exstirpovanými regenerují kořeny též velmi slabě nebo mnohdy vůbec jich netvoří, ač látky plastické v čepelích ponechaných vznikají v míře značné, souditi lze, že vznik kořenů není vázán na materiál jakékoli povahy, nýbrž že závisí na podmínkách zcela zvláštních. Plastické látky vznikající v listech, u nichž úžlabní pupeny byly exstirpovány, vyvolávají na dolením řezu vždy mohutný kallus, jimi listy nabývají větších rozměrů (plochy i tloušťky), déle udrží se při životě, ale přece přes tyto úkazy, svědčící vždy o vydatné organické výživě kořeny vznikají obtížně, poněvadž tento materiál není způsobilý k jejich vzniku. Teprve jsou-li listy ve spojení s prýty, tvoří se kořeny snadno. Vývojem prýtů vždy se část látek listem připravených spotřebuje, přes to kořeny vznikají snáze při tomto menším kvantu než bez prýtů, neboť tyto teprve upravují materiál ten ve vhodnější pro vývoj kořenů. Pak netvoří se již kallus, nýbrž kořeny. Tuto činnost prýtů možno vysvětliti na př. tak, že od nich vycházejí jisté specifické popudy, jež přistupujíce k plastickému materiálu v listech vyráběnému umožňují vydatný vývoj kořenů. Že však i listy bez prýtů dovedou poněkud tvořiti kořeny, poukazuje i u nich k jistému obsahu těchto specifických kořenotvorných podmínek. Z okolnosti, že u nich vzniká vždy kořenů poměrně málo, že kořeny ty jsou dlouhé, dosti silné a většinou málo rozvětvené, souditi lze, že týž materiál, který vesměs vzniká v listech beze spojení s prýty, nachází se i u párů, resp. polovic jejich, nesoucích prýty a pocházejících z basální části rostliny mateřské. Kořeny jsou u nich totiž přes přítomnost prýtů také nečetné, dlouhé a málo rozvětvené. Avšak i u těchto párů zřejmě význam prýtů vystupuje, ježto bezprýtové páry z basální části rostliny mateřské vzaté kořenů netvoří.

Kdežto však korrelační vlivy od listů vycházející vážou se v našich případech (jako pravděpodobně vůbec) na jejich fotosynthetickou činnost asimilační, korrelační význam prýtů jest od této funkce svých listových ploch úplně nezávislý; nejedná se tedy při korrelaci mezi prýtem a kořeny o assimiláty, jež by v prýtech byly připravovány, nýbrž *o faktory specifické, od výživy nezávislé*. Neboť i docela étiolované prýty úžlabní determinovaly svými rozměry nebo svou polohou zcela pravidelné rozložení

kořenů na bási párů (obr. 4.). Ovšem i étiolované prýty bylo nutno vyživovati, což nejvhodněji bylo uskutečněno ponecháním jednoho listu na světle, neboť páry celé zatměné brzo odumrou. Bez výživy jakožto formální podmínky vzrůstu nemohou prýty ani intensivněji vzrůstati a tím korrelativně na jiné orgány působiti, ani kořeny nemohou se vyvíjeti. Prýt v úžlabí listu osvětleného plně fungujícího vyvíjel se vždy slabě, jsa svým podpůrným listem ve vývoji zdržován; vyrůstal tedy vždy pouze prýt protější, pod nímž kořeny převládaly (pok. 20. a 21.). Zejména byl-li pupen u listu osvětleného exstirpován, kořeny rozhodně intensivněji jsou vyvinuty pod étiolovaným prýtem ponechaným (pok. 22. a 23.). Je-li však přece pupen v úžlabí listu osvětleného přinucen ke vzrůstu (pok. 24.) exstirpací pupenu protějšího, pak kořeny převládají vesměs pod prýtem tímto.

Pouze u některých párů, pocházejících z nejdolejší části mateřské rostliny, a pak také někdy u párů z nejapikálnější části vzatých shledati lze odchylky od oné přesné pravidelnosti v tom, že mnohdy na straně prýtu vytvořeno jest méně kořenů než na straně fungujícího listu. Výjimky tyto někdy vystoupily i při pokusech provedených úplně na světle, zejména pak zřejmě při pokusech s prýty étiolovanými. Z toho lze souditi, že korrelace mezi vzrůstem prýtu a regenerací kořenovou nejlépe vyniká *při vegetativních prýtech lupenitých* (na párech z prostřední partie rostliny mateřské), mnohem pak slaběji při lodyhách jiné kvality, jako na př. při prýtech sloužících k přezimování rostliny nebo k pohlavní reprodukci (v našich případech při hlízách a při prýtech okončených květenstvím). Okolnost tato připomíná známé změny, jichž tvar a funkce kořenového systemu doznává při tvorbě orgánů assimilačních, reservních, květních atd.

Jest velmi pravděpodobno, že metodou v této práci použitou dá se dokázati korrelace mezi systemem lodyžním a kořenovým u celé řady rostlin, neboť u všech zkoumaných druhů dosaženo bylo týchž uspokojivých výsledků. I kořeny vytvářené na nodech odpovídají zcela věrně svým místem vzniku této korrelaci, jak zvláště na *Veronica beccabunga* podrobněji bylo popsáno (obr. 5.). Výsledky na ní získané neliší se nijak podstatně od resultátů na *Scrophularii*, patrně tedy platí tytéž vztahy, týmž způsobem kausálně vysvětlitelné, také pro ni, jakož i pro všecky ostatní rostliny. —

V. Résumé.

Příhodné exempláře zejména dvou rostlin, *Scrophularia nodosa* a *Veronica beccabunga* rozděleny byly příčnými řezy na části, z nichž každá obsahovala dva listy vstřícné, jejich úžlabní pupeny a úseky sousedních internodií mateřské osy. Isolací povzbuzeny jsou pupeny ke vzrůstu. Kořeny regenerují se u *Scrophularie* na basální části doleního internodia, u *Veronica beccabunga* většinou pouze na nodech, vedle toho však mnohdy také z řezné plochy doleního internodia.

1. Mezi orgány nadzemními a kořeny dokázány byly na těchto i některých jiných objektech (*Urtica dioica*, *Bidens tripartitus a Circaea lutetiana*) vztahy, jejichž jedna stránka v této práci četnými pokusy byla zkoumána.

2. Tvorba kořenů závisla jest na listu a prýtu, avšak vliv listu oproti vlivu prýtu ustupuje v pozadí. Ponechá-li se na jedné straně oněch párů listových pouze pupen, na druhé straně pouze list, kořeny vznikají u všech zkoumaných druhů na straně prýtu vesměs mnohem větší měrou nežli pod listem.

3. Popudy vyvolávající u *Scrophularie* tento rozdíl ve vývoji kořenů na obou stranách basální části listového páru šíří se od prýtu (resp. listu) dolu přímo, a jen velmi podřízeně na stranu opačnou.

4. Kořeny tvořiti se mohou jen za přítomnosti materiálu plastického v listech vyráběného. U *Veroniky*, která měla již před pokusem úžlabní prýty značně vyvinuté, materiál pro stavbu kořenů potřebný pochází z prýtu samého; u *Scrophularie* však čerpán jest z listu (podpůrného), ježto pupen sám vyrůstaje z malých základů neprodukuje dostatečného kvanta výživy.

5. Plastický materiál v listech podpůrných vznikající není příhodný k tvorbě kořenů, neboť kořeny na párech s pupeny exstirpovanými buď vůbec se netvoří, nahrazeny jsouce mohutným kallusem anebo vznikají jen velmi spoře.

6. K plastickým látkám v listech produkovaným musí přistoupiti, mají-li se kořeny regenerovati snáze a hojněji, jistý specifický vliv vzrůstajících prýtů úžlabních.

7. Tento vliv vzrůstajících prýtů na tvorbu kořenů je zcela nezávislý na výživě jich činností připravované, neboť i úplně étiolované prýty korrelativně způsobují mohutnou regeneraci kořenů.

8. Mezi prýtem a kořeny dokázán byl takto korrelační vztah naprosto neodvislý od výživy ať jakéhokoli složení, který tedy lze uvésti pouze na specifické faktory, jež regulují vzrůst rostliny.

Vedle toho poukázáno bylo na vliv místa na rostlině na regeneraci kořenů a jiné úkazy, na vliv kvanta plastického materiálu na polaritu tvorby kořenové na internodiích, na lokalisaci kallusu zrovna tak pravidelnou, jako jest lokalisace kořenů, na nové úkazy plynoucí z korrelace mezi listem a jeho úžlabním prýtem a j. —

Ku konci práce této vyslovuji nejsrdečnější dík svému učiteli, p. prof. Dru B. Němcovi za podporu i povzbuzování, jimiž moje morphogenetické pokusy doprovází.

VI. Citovaná literatura.

Bäszler F., Über den Einfluß des Dekapitierens auf die Richtung der Blätter. Bot. Zeitung, 1909, LXVII., p. 76.

Berthold G., Untersuchungen zur Physiologie der pflanzlichen Organisation. Leipzig II., 1., 1904, p. 201.

Boehm J., Über Beziehungen zwischen Wurzelentwicklung und Blattgröße. Tageblatt der 49. Vers. deutscher Naturforscher und Ärzte in Hamburg 1876, Beilage p. 107 (citováno z Just's Jahresbericht IV., p. 915).

Dostál R., Die Korrelationsbeziehung zwischen dem Blatt und seiner Axillarknospe. Ber. d. deutsch. bot. Gesellsch. 1909, XXVII., p. 547.

Dostál R., Einige Beobachtungen über die inneren Ergrünungsbedingungen. Tamtéž, 1910. XXVIII., p. 193.

Dostál R., Zur experimentellen Morphogenesis bei Circaea und einigen anderen Pflanzen. Flora, 1911, C III., p. 1 ss.

Duhamel du Monceau, Traité des Arbres fruitiers. Paris, 1768, p. 68.

Duhamel du Monceau, La Physique des Arbres. Paris, 1758, II., p. 294 .(Obé citováno dle Vöchtinga.)

Gentner G., Untersuchungen über Anisophyllie und Blattasymmetrie. Flora, 1909, IC., p. 289.

Goebel K., Einleitung in die experimentelle Morphologie der Pflanzen. Leipzig u. Berlin, 1908, p. 177.

Hering F., Über Wachstumskorrelationen infolge mechanischer Hemmung des Wachsens, Jahrb. wiss. Bot., 1896, XXIX., p. 132.

Klebs G., Willkürliche Entwickelungsänderungen bei Pflanzen. Jena, 1903, p. 115.

Kny L., On Correlation in the Growth of Roots and Shoots. Ann. of Bot., 1891, VIII., p. 265.

Kny L., On Correlation etc. (Second Paper.) Ann. of Bot., 1901, XV., p. 613.

Mc Callum W. B., Regeneration in Plants, Bot. Gazette, 1905, XL. p. 100 ss.

Mohl H. v., An Herrn Prof. Ernst Meyer. Linnaea, 1837, XI., p. 493 (citováno dle Vöchtinga).

Němec B., Studien über die Regeneration. Berlin, 1905, p. 245.

Němec B., Weitere Untersuchungen über die Regeneration. I. Bull. internat. de l'Académie de Bohême, 1907, p. 10.

Nordhausen M., Über Richtung und Wachstum der Seitenwurzeln unter dem Einfluß äußerer und innerer Faktoren. Jahrb. wiss. Bot. 1907, XLIV., p. 575.

Reinke J., Notiz über die Abhängigkeit der Blattentwicklung von der Bewurzelung. Ber. d. deutsch. bot. Gesellsch., 1884, II., p. 376.

Townsend C. O., The Correlation of Growtl under the Influence of Injuries. Ann. of Bot., 1897, XI., p. 575.

Vöchting H., Über Organbildung im Pflanzenreich. Bonn, I., 1878, p. 51.

Doplněk ku článku: „Příspěvek k sestrojování os plochy druhého stupně".

Napsal

prof. **Bedřich Procházka.**

(S 9 obr. v textu.)

Předloženo dne 9. února 1912.

Ve článku svém „Příspěvek k sestrojování os plochy druhého stupně", uveřejněném v *Rozpravách České Akademie*,[1]) předpokládal jsem, že plocha 2. stupně, jejíž osy se mají sestrojiti na *základě vlastností dvou soumístných obecně kollineárných soustav*, má *imaginárný kužel asymptotický*.

1. Jest zřejmo, že tohoto způsobu konstrukce os plochy 2. stupně lze užiti i v tom případě, kdy asymptotický kužel jest *reálným*,[2]) a potom lze i zde použiti této dané stopy jako oné kuželosečky, jejíž průsečíky s kružnicí vedou k řešení dané úlohy.[2]) Stejným způsobem lze použiti i *libovolné jiné kuželosečky* dané, ať jest již asymptotický kužel plochy *reálným nebo imaginárným*.[3])

Je třeba jen nalézti konstrukci kuželosečky *procházející samodružnými body x, y, z dvou soumístných obecně kollineárných soustav*, kteráž jest *homothetickou* buď *s danou stopou reálnou asymptotického kužele plochy 2. stupně* anebo *s danou libovolnou kuželosečkou*.

Předpokládejme, že daná kuželosečka jest hyperbolou H (obr. 1.)' a máme nalézti ony sdružené body o', o'' obou soumístných soustav Σ', Σ'', — jejichž úběžnice U'', V', osy O', O'' a středy s', s'' jsme již sestrojili způsobem v původním článku uvedeným —, jakožto středů kollineárných svazků, určujících hyperbolu K homothetickou k dané hyperbole H.

Svazky tyto o', o'' musí být takové, aby po uvedení soustavy Σ' do polohy perspektivné se soustavou Σ'', — t. j. aby po přemístění

[1]) „Rozpravy České Akademie císaře Františka Josefa pro vědy, slovesnost a umění", ročník XX., tř. II., čís. 21.

[2]) Dr. Josef Šolín: „Über die Konstruktion der Axen einer Kegelfläche zweiten Grades". Věstník Královské české společnosti nauk, II. tř., 1885, str. 164. Také v „Časopisu pro pěstování mathematiky a fysiky", Praha 1886, ročn. XVI., strana 1.

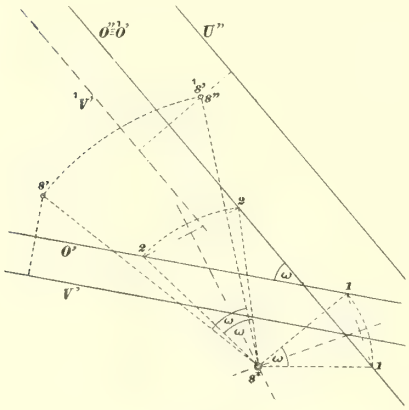
[3]) Dr. Jan Sobotka: „Beitrag zur Perspektive des Kreises und anschließend zur Konstruktion der Axen und Kreisschnitte für Flächen zweiten Grades", B. 109, odděl. 2*a*, 1900, str. 583.

úsečka $\overline{12}$ (viz také obraz ve článku původním) osy O' spadla v jedno s úsečkou $\overline{12}$ osy O'', — v přemístěném svazku ${}^1o'$ se nalézaly dva paprsky ${}^1A'$, ${}^1B'$, jimž by příslušely:

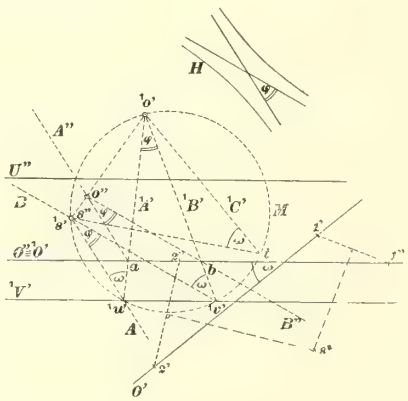
a) v kollineárném svazku nepřemístěném o'' paprsky A'', B'', jež by byly s asymptotami dané hyperboly H rovnoběžny, a

b) kteréž by po uvedení svazku ${}^1o'$ do původní polohy o' přišly do polohy A', B' rovnoběžné s asymptotami hyperboly H a tudíž určovaly s kollineárnými paprsky A'', B'' úběžné body hledané hyperboly K *homothetické s hyperbolou H.*

Jelikož lze zmíněné přemístění docíliti otočením kol určitého středu s^*, — jejž známým způsobem docílíme (obr. 1.), — o úhel ω



Obr. 1.



Obr. 2.

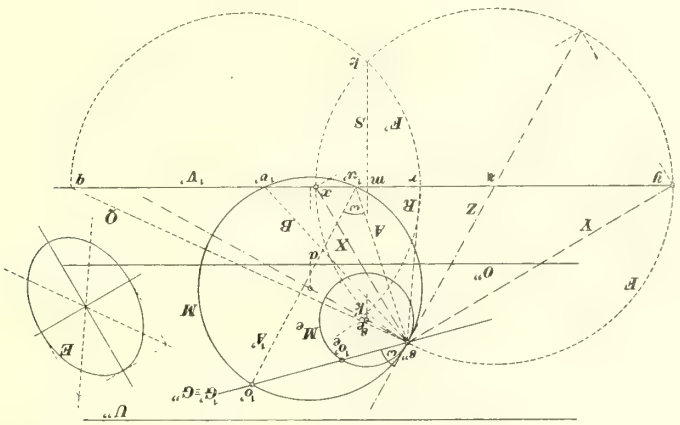
(obr. 1.), rovnající se úhlu os O', O'', musí hledané přímky ${}^1A'$, ${}^1B'$ po zpětném uvedení soustavy ${}^1\Sigma'$ do původní polohy se v opáčném smyslu o týž úhel ω otočiti. Proto obdržíme takové přímky ${}^1A'$, ${}^1B'$ následní konstrukcí (obr. 2.):

Středem kollineace $s'' \equiv {}^1s'$ sestrojíme paprsky A, B, rovnoběžné s asymptotami kuželosečky H, jež úběžnici ${}^1V'$ (která po přemístění má od osy $O'' \equiv {}^1O'$ touž vzdálenost jako $s'' \equiv {}^1s'$ od úběžnice U'') protínají v bodech ${}^1u'$, ${}^1v'$. Otočíme-li přímky A, B kol bodů ${}^1u'$, ${}^1v'$ o úhel rovný dříve zmíněnému úhlu ω i v témž smyslu otáčení, obdržíme hledané přímky ${}^1A'$, ${}^1B'$, protínající osu O'' v bodech a, b, jimiž procházejí přímky $A'' \parallel A$, $B'' \parallel B$. Tím stanoveny kollineárné body ${}^1o'' \equiv ({}^1A'\,{}^1B')$, $o'' \equiv (A''\,B'')$ jakožto středy dvou svazků perspektivných, a poněvadž přímky ${}^1A'$, ${}^1B'$ po uvedení soustavy ${}^1\Sigma'$ do původní polohy — otočením kol bodu s^* o úhel ω v opáčném smyslu — stanou se přímkami A', B' rovnoběžnými s přímkami A'', B'', budou s těmito určovati úběžné body kuželosečky K kollineárnými svazky o', o'' určené, jejíž asymptoty budou rovnoběžny s asymptotami kuželosečky H, t. j., která bude s touto *homothetickou.*

Poněvadž $\sphericalangle (A\,{}^1A') = \sphericalangle (B\,{}^1B) = \sphericalangle\,\omega$ (obr. 2.), leží body s'', ${}^1u'$ ${}^1v'$, ${}^1o'$ na téže kružnici M. Můžeme proto bod ${}^1o'$ sestrojiti jako průsečík jedné z přímek ${}^1A'$ nebo ${}^1B'$ s kružnicí M, jež je třemi body s'' ${}^1u'$ ${}^1v'$ dána. Také každá jiná přímka ${}^1C' \equiv t\,{}^1o'$, která s příslušnou tětivou $\overline{s''t}$ svírá úhel ω, tímto bodem ${}^1o'$ prochází.

2. Je-li však daná kuželosečka *ellipsou*, potom sestrojíme homothetickou kuželosečku K, samodružnými body x, y, z procházející, následní úvahou:

K asymptotám všech hyperbol, majících s danou hyperbolou H předcházejícího odstavce společné osy, středem s'' vedené rovnoběžné paprsky A, B, ... (obr. 3.) tvoří involuční svazek *souměrný*, — jehož



Obr. 3.

samodružné paprsky X, Y jsou rovnoběžny se společnými osami oné soustavy hyperbol, — určující na úběžnici ${}^1V'$ involuční řadu ${}^1u'$ ${}^1v'$, ..., jejímiž samodružnými body jsou průsečíky x, y, paprsků X, Y, a jejíž středem jest bod z rozpolující úsečku $\overline{x\,y}$.

Všechny kružnice M ..., těmto hyperbolám H ... příslušející, procházejíce dvojinami, ${}^1u'$ ${}^1v'$, ... a středem s'', budou, — protože $z\,\overline{s''} = \overline{z\,x} = \sqrt{\overline{z\,{}^1u'} \cdot \overline{z\,{}^1v'}}$, — dotýkati se v tomto bodě s'' přímky $\overline{s''\,z} \equiv Z$. Bod ${}^1o'$ pro každou příslušnou kružnici M lze sestrojiti buď přímkou ${}^1A'$ jako v obraze 2. anebo také jako průsečík její s přímkou ${}^1G'$ bodem s'' procházející a s přímkou Z úhel ω co do velikosti i smyslu tvořící, a poněvadž úhel tento pro všechny kružnice M ... jest stálý, budou všechny body ${}^1o'$ ... vyplňovati onu přímku ${}^1G'$, kteráž se s příslušnou kollineárnou přímkou G'' stotožňuje a k níž snadno přímku G' v soustavě Σ' sestrojíme.

Naopak můžeme tvrditi, *je-li geometrickým místem bodů o'' libovolná přímka středem s'' procházející*, potom *příslušné kuželosečky H ... tvoří soustavu souosých kuželoseček.*

Ješt patrno, že mezi kuželosečkami K jsou dvě *paraboly*, jichž osy mají směr samodružných paprsků $X\ Y$ svazku s''. Těmto parabolám příslušné kružnice M budou se úběžnice ${}^1V'$ v bodech x, y dotýkati, na základě čehož sestrojíme i příslušné středy o', o'' projektivných svazků je vytvořujících.

Mezi oněmi souosými kuželosečkami nalézají se však také ellipsy, k nimž chceme homothetické kuželosečky, body x, y, z procházející, sestrojiti. Vytkněme jednu z nich E, s jejímiž osami středem s'' vedené paprsky se s paprsky $X\ Y$ stotožňují (obr. 3.), a určeme její *imaginárné* asymptoty jako samodružné paprsky involučního svazku sdružených průměrů, k nimž vedeme středem s'' paprsky rovnoběžné Q, R. Tyto dvě dvojiny paprsků určují na úběžnici ${}^1V'$ dvě dvojiny $x\,y$, $q\,r$ involuční řady tentokráte elliptické, jejímiž imaginárnými body samodružnými prochází kružnice M_e bod s'' obsahující a v něm se přímky Z dotýkající. Střed s_e této kružnice bude průsečíkem kolmice v bodě s'' ku Z'' vztýčené s kolmicí S sestrojenou ku ${}^1V'$ ve středu m involuční řady $x\,y$, $q\,r$, který obdržíme na úběžnici ${}^1V'$ spojnicí — stotožňující se patrně s přímkou S — průsečíků k, k' dvou kružnic F, F' nad úsečkami $x\,y$, $q\,r$ sestrojených. V průsečíku kružnice M_e s přímkou ${}^1G'$ obdržíme bod ${}^1o_e'$, k němuž odvodíme příslušný perspektivně kollineárný o_e'', jakož i onen o' po zpětném přemístění soustavy Σ' do původní polohy. Kollineárnými svazky paprsků o', o'' určena bude kuželosečka K, jež bude s danou *ellipsou E homothetická.*[4])

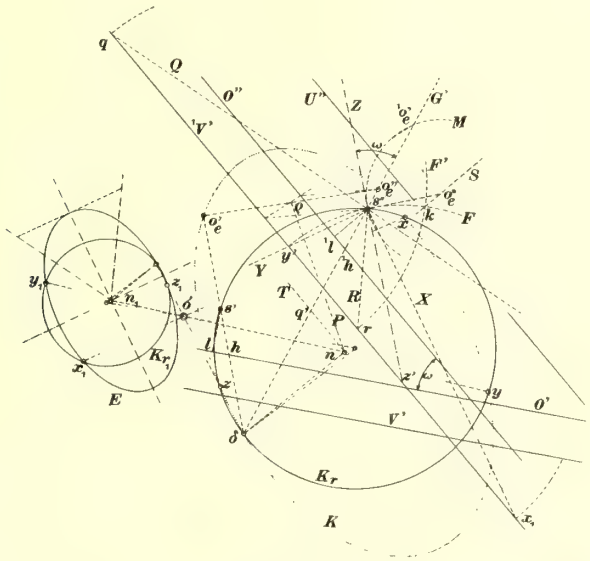
Tuto kuželosečku K homothetickou k dané a přesně narýsované ellipse E (obr. 4.) jakožto náležející síti kuželoseček základních bodů a vytvořenou kollineárnými svazky o_e', o_e'' (kteréž způsobem právě uvedeným sestrojíme), určíme takto: Kuželosečka tato obsahovati bude vedle bodů o_e', o_e'' také průsečík δ spojnic $\overline{s'\,o_e'}$, $\overline{s''\,o_e''}$ jakožto čtvrtý průsečík s kružnicí K_r — středy s', s'' obsahující a k síti $x\,y\,z$ (body $x\,y\,z$ na úběžnici ${}^1V'$ se vyskytující (obr. 3.), zde, aby nenastala mýlka se základními body $x\,y\,z$ sítě, označeny $x_1\,y'\,z'$) náležející — a mimo to jsouc s křivkou E homothetickou i její imaginárné body úběžné, čímž jest úplně určena. Střed její n najdeme následovně: K tětivě $\overline{o_e'\,o_e''}$ křivky K najdeme sdružený průměr P, který procházeje rozpolovacím bodem ϱ této tětivy bude rovnoběžný s průměrem ellipsy E s touže tětivou sdruženým, jehož konstrukce v obrazci však vynechána. Stejně určíme druhý průměr T sdružený k tětivě $\overline{o_e''\,\delta}$.

---

[4]) Kdyby křivka E byla kružnicí, potom by svazek $X\ Y$, $Q\ R$, ... byl *pravoúhlým*, a — jak lze snadno dokázati — střed s_e hledané kružnice M_e stotožnil by se se středem s'', v nějž by se také tato kružnice redukovala; s bodem s'' by spadly i body ${}^1o'$, o'', které by se takto staly středy totožných svazků perspektivných, bod ${}^1o'$ arciť po zpětném přemístění soustavy Σ' spadl se středem s', a byl by středem svazku shodného souběžného s kollineárným svazkem s'', s nímž by vytvořil kružnici K, body x, y, z procházející, totožnou s onou, kterou jsme v první části tohoto článku právě tak určili.

Majíce střed $n \equiv (P\,T)$ křivky K, aniž bychom ji sestrojovali, najdeme její střed podobnosti σ s křivkou E, sestrojíme ke kružnici K_r podobnou K_{1r} a k jejím průsečíkům $x_1 y_1 z_1$ s křivkou E najdeme podobně položené body $x\,y\,z$ jakožto hledané body základní.

3. Kdyby měly kuželosečky $H \ldots$ společnou jednu dvojinu sdru-

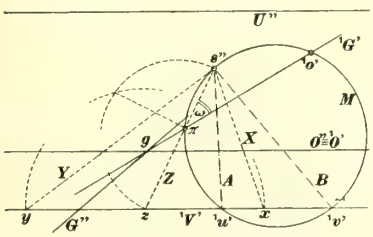


Obr. 4.

žených průměrů, potom rovnoběžné paprsky středem s'' k asymptotám vedené by tvořily opět involuční svazek, jehož samodružné paprsky X, Y by byly s onou společnou dvojinou sdružených průměrů rovnoběžny (obr. 5.).

Svazek tento ($X\,Y$, $A\,B \ldots$) určoval by na úběžnici ${}^1V'$ involuční řadu ($x\,y$, ${}^1u'\,{}^1v' \ldots$), jejímž středem jest opět bod z, rozpolující úsečku bodů x, y jakožto bodů samodružných. Kružnice $M \ldots$ v tomto případě protínají se mimo v bodě s'' ještě v bodě π, ležícím na přímce $Z \equiv \overline{z\,s}$ a určeném tím, že $\overline{z\pi} = \dfrac{\overline{z\,{}^1u'} \cdot \overline{z\,{}^1v'}}{\overline{z\,s''}} = \dfrac{\overline{z\,x^2}}{\overline{z\,s''}} = \dfrac{\overline{z\,y^2}}{\overline{z\,s''}}$, tedy konstatní veličině (obr. 5.).

Body ${}^1o'$ obdržíme jakožto průsečíky kružnic $M \ldots$ s přímkou ${}^1G'$, procházející společným bodem π všech kružnic $M \ldots$ a svírající s přímkou Z úhel ω co do velikosti i smyslu pro všechny kružnice stejný. Jest tedy tato přímka ${}^1G'$ geometrickým místem bodů ${}^1o'$ pro všechny kružnice $M \ldots$ a tudíž i pro onu soustavu kuželoseček $H \ldots$ Tomuto místu ${}^1G'$ přísluší přímka kollineárná G'', jakožto

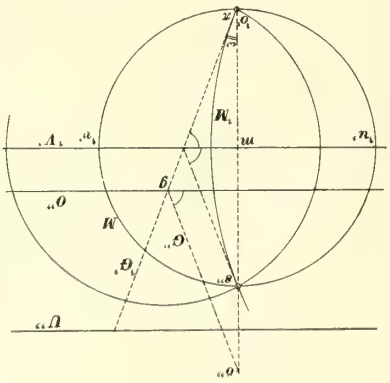


Obr. 5.

geometrické místo bodů o'' a také určitá přímka G' po uvedení soustavy Σ' do původní polohy.

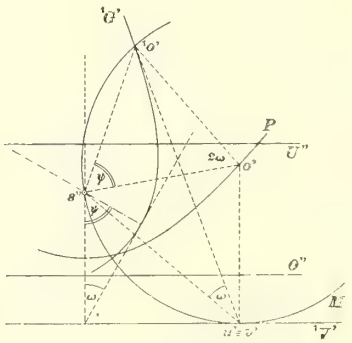
Z toho patrno, že platí opáčně, *je-li geometrickým místem bodů o'' libovolná přímka G'', tvoří příslušné kuželosečky H soustavu kuželoseček o společné dvojině sdružených průměrů.*

4. Kdyby soustava kuželoseček se skládala z rovnoosých hyperbol, potom by svazek paprsků procházejících středem s'' a rovnoběžných s asymptotami těchto hyperbol byl pravoúhlým (obr. 6.), určujícím na úběžnici ${}^1V'$ involuční řadu elliptickou. Všechny kružnice $M\ldots$ procházejí bodem s'' a protínají se ještě v bodě π, který jest vzhledem k úběžnici ${}^1V'$ k bodu s'' souměrně položen. Proto budou všechny body ${}^1o'\ldots$ vyplňovati přímku ${}^1G'$, bodem π procházející a svírající s přímkou $\overline{s''\pi}$ úhel ω co do velikosti i smyslu, k níž příslušející přímka kollineárná G'' bude s ní vzhledem k ose O'' souměrná.

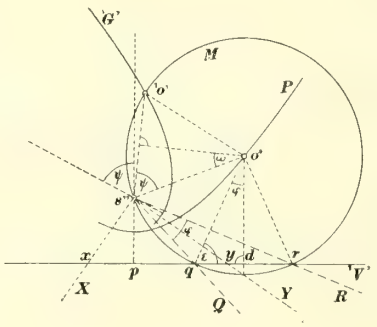


Obr. 6.

Jedna z kružnic $M\ldots$, tvořících svazek o základních bodech s'', π, bude se přímky ${}^1G'$ dotýkati, když bod ${}^1o' \equiv \pi$. Potom však bod o'' leží s bodem ${}^1o' \equiv \pi$ souměrně vůči ose O'', t. j. kollineárné svazky ${}^1o'$, o'' jsou *shodnými* avšak *protiběžnými*, a zůstanou takovými i po přemístění svazku ${}^1o'$ do polohy o', kdy soustava Σ' svou původní polohu zaujme. Jest patrno, že jest to týž případ, o kterém v původním článku bylo



Obr. 7.



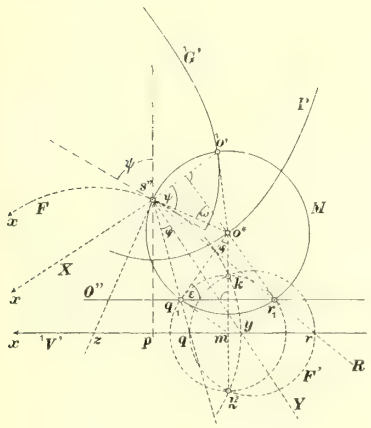
Obr. 8.

jednáno a který vedl k rovnoosé hyperbole H. (Středy o', o'' dotyčných svazků tam byly označeny ${}^1s'$, ${}^1s''$.) —

5. *a*) Všem *parabolám* příslušejí dle odstavce 2. kružnice $M\ldots$, procházející středem s'' a dotýkající se úběžnice ${}^1V'$. Z obrazu 7. jest patrno, že středy $o^*\ldots$ těchto kružnic vyplňují parabolu P, mající ohnisko

v bodě s'' a řídící přímku v úběžnici ${}^1V'$. Geometrické místo ${}^1G'$ příslušných bodů ${}^1o'$ jest *parabolou*, mající totéž ohnisko s'', osa její jest otočena vůči ose paraboly P o úhel $\psi = 90^0 - \omega$ — avšak smyslu opáčného úhlu ω —, a má parametr rovný parametru paraboly P násobenému $\sin \omega$.

b) Všem *hyperbolám o stejném úhlu asymptot* φ příslušejí dle odstavce 1. kružnice $M \ldots$ procházející středem s'' a jednotlivými dvojinami bodů $q\,r, \ldots$, jež paprsky $Q\,R, \ldots$ rovnoběžné s asymptotami na úběžnici ${}^1V'$ vytínají. Z obrazu 8. patrno, protože středy o^* těchto kružnic mají od bodu s'' jakož i od bodů každé dvojiny na př. $q\,r$, stejnou vzdálenost, jsou trojúhelníky $q\,r\,o^*, \ldots$ rovnoramenné, úhly středové $r\,o^*\,q, \ldots$ rovny $2\,\varphi$, a proto i úhly při půdicích $\overline{q\,r}, \ldots$ rovny $\varepsilon = 90^0 - \varphi$ a tedy jsou úhly *konstantními*. Mají proto středy o^* stejnou vzdálenost od bodu s^* a od úběžnice ${}^1V'$ ve směru přímek rovnoběžných, úhel $\varepsilon = 90^0 - \varphi$ s touto přímkou svírajících. Proto také poměr úsečky $\overline{o^*\,s''}$ a kolmé vzdálenosti $\overline{o^*\,d}$ bodu o^* od ${}^1V'$ bude konstantní, avšak větší než 1. Geometrické místo středů $o^* \ldots$ bude tudíž *hyperbola* P mající v bodě s^* ohnisko a v úběžnici ${}^1V'$ přímku řídící. Číselná excentricita rovna $\dfrac{1}{\cos \varphi}$.



Obr. 9.

Geometrické místo ${}^1G'$ příslušných bodů ${}^1o'$ jest také *hyperbola* o témž ohnisku s'', o ose hlavní, otočené vůči ose hlavní hyperboly P o úhel $\psi = 90^0 - \omega$, avšak smyslu opáčného úhlu ω o téže číselné excentricitě, — jest tudíž této hyperbole podobna, — a vzdálenost její řídící přímky od ohniska s^* jest rovna $2\,.\,\overline{p\,s''}\,.\,\sin \omega$.

c) Všem *ellipsám o stejném úhlu ideálních asymptot*, — jak lze obdobně dokázati, — přísluší dle odstavce 2. jakožto geometrické místo středů $o^* \ldots$ kružnic $M \ldots$ *ellipsa* P, mající opět ohnisko v bodě s' a řídící přímku v úběžnici ${}^1V'$, a jejíž excentricita jest menší než 1 a rovna $\cos \varphi$ (obr. 9.).

Geometrické místo ${}^1G'$ jest opět *ellipsa* o témž ohnisku, o ose otočené o úhel $\psi = 90^0 - \omega$ a jejíž exentricita jest táž, avšak vzdálenost řídící přímky rovna $2\,.\,\overline{p\,s''}\,.\,\sin \omega$. —

Denitrobakterium thermophilum spec. nova, jako příspěvek ku biologii bakterií thermofilních.

Z ústavu pro zemědělskou bakteriologii prof. Dr. Aloise Velicha při české vysoké škole technické v Praze.

ČÁST I.

Dr. Adolf Ambrož, assistent ústavu.

(Předloženo 23. února 1912.)

S tabulkou a 2 obr. v textu.

Studium thermofilních bakterií nabývá čím dále tím většího rozsahu, poněvadž začíná se již chápati, že význam jich v koloběhu života v přírodě nesmí se podceňovati, nýbrž že naopak při některých processech přeměny látkové hrají roli nejdůležitější. Stačí uvésti z rozsáhlé literatury, z níž obšírný referát podal jsem jinde,[1]) práce o samozahřátí a samozapalování rostlinných mass v přírodě, aby ihned vysvitlo, že thermofilní mikroorganismy nejsou snad pouhou hříčkou přírody, nebo snad náhodně za jistých okolností se odštěpivší generace mikrobů, jimž v mikrobiologii náleží místo pouze jako výjimek z všeobecně platného zákona o hranicích temperatury bez zvláštního jakéhokoliv významu v přírodě, nýbrž že těmto mikroorganismům přísluší místo v životních processech mikroorganismů nadmíru důležité.

Proto také v posledních pracích o thermofilních mikroorganismech věnuje se chemické činnosti těchto zajímavých mikrobů více pozornosti a morfologická a deskriptivní stránka má již význam spíše podřízenější, sloužíc jako kriterium ku rozlišování různých těchto mikrobů thermofilních dle zevnějšího jich habitu.

---

[1]) Ambrož: a) Fénomen thermobiosy u mikroorganismů (Věstník České Akademie cís. F. J. R. XVIII. ex 1909).

— b) Über das Phaenomen der Thermobiose bei den Mikroorganismen. (Ctlblt. f. Bakt. etc. Abt. I. Referate, Bd. XLVIII. ex 1911.)

Tak již na př. práce Kruyffova[1]) vyznačuje se kritickým rozborem chemismu akce thermofilních mikrobů v půdě a vodách tropů. K isolování různých mikrobů thermofilních (různých ohledně biologických vlastností) použil Kruyff rozmanitých substrátů specifických pro tu či onu skupinu biologickou mikrobů, a takovým způsobem se mu podařilo isolovati thermofilní bakterie nitrogenní, lipolytické, amylolytické, oligonitrofilní a konečně též denitrifikační, které nás právě vzhledem k našemu thematu nejvíce interessují.

Z druhů mikrobů popsaných v citované práci pět tvoří nitrity z nitrátů; kromě toho slibuje Kruyff přinésti detailní práci o thermofilních mikrobech denitrifikačních.[2])

Speciellní práce o thermofilních bakteriích denitrifikačních dosud neexistuje. Dupont[3]) zběžně pouze zmiňuje se při popisu chemické akce svých dvou thermofilních bacillů, vypěstovaných ze zapařeného hnoje, že *Bacillus mesentericus ruber* attakuje prudce albuminoidy, jež částečně mění v ammoniak, při čemž část dusíku může se uvolňovati („— il attaque violemment les albuminoïdes, il les transforme partielement en ammoniaque, une partie de l'azote peut se dégage a l'état libre."), kdežto druhý *Bacillus thermophilus Grignoni* jen zřídka tvoří z bílkovin ammoniak („— avec les matières albuminoïdes, il est rare qu'il donne de l'ammoniaque" l. c. p. 316.).

To ovšem není žádná denitrifikace v pravém slova smyslu, avšak nás zajímá zjištěný fakt, že totiž bílkoviny mohou býti štěpeny až na ammoniak a volný dusík, což zcela dobře vysvětluje difference v naší práci mezi množstvím dusíku nitrátového a množstvím dusíku, který po zkvašení z roztoku zmizel, jak se ještě zmíním.

Ze dvou skupin bakterií thermofilních vypěstovaných Schardingerem[4]) z pokrmů delší dobu chovaných v teple, vyznačují se bakterie skupiny první, kterou Schardinger řadí do velké skupiny bacillů senových a bramborových (Heu- Kartoffelbacillen), kromě jiných biologických vlastností též čilou redukcí nitrátů až v ammoniak.

Z pěti bacillů thermofilních, které isoloval Oprescu[5]) redukují tři bacilly nitrat kalia.

---

[1]) Kruyff: Les Bactéries thermophiles dans les Tropiques (Ctlblt. f. Bakt. etc. Abt. II. Bd. XXVI. 1910.)

[2]) — l. c., p. 72. „Dans une publication ultérieure, j'espère donner plus de détails, spécialement sur deux des groupes: les Lipobacter thermophiles et les bactéries thermophiles dénitrifiantes."

[3]) Dupont: Sur les fermentations aérobies du fumier de ferme (Annal. agronomiques, Tome XXVIII. 1902.)

[4]) Schardinger: Über thermophile Bakterien aus verschiedenen Speisen und Milch, sowie über einige Umsetzungsproducte derselben in kohlehydrathaltigen Nährlösungen, darunter kristallisierte Polysaccharide (Dextrine) aus Stärke (Unters. des Nahrungs- und Genußmittel Bd. VI. 1903, p. 865).

[5]) Oprescu: Studien über thermophile Bakterien (Arch. f. Hyg., Bd. 33 ex 1898).

Důkladná práce Bardouova[1]) o chemické akci thermofilních mikrobů, která co do detailů předčí jiné práce o thermofilních mikroorganismech, uvádí pouze, že tři druhy autorem popsané mají denitrifikační schopnost, redukujíce nitraty až do případného uvolňování plynu; dva druhy redukují pouze nitraty v nitrity, kdežto čtvrtý — Bacillus *thermophilus* δ uvolňuje kromě toho ve značném množství plyn.

Mac Fadyen A. and Blaxall F.[2]) uvádějí rovněž ve své práci o thermofilních mikrobech, že některé z mikrobů jimi isolovaných redukovaly zřetelně nitraty v nitrity. Bacilly Nr. II, III, IV a XI dávaly s kyselinou sulfanilinovou reakci na nitrity ve výživném prostředí nitrátovém; pravé denitrifikace však nepozorovali.

Konečně dlužno uvésti, že Rabinovičová[3]) zjistila, že *Bacillus thermophilus Nr. I.*, který isolovala z půdy, exkrementů a j. pěstován v bouillonu s 1% KNO_3 způsoboval v tekutině výživné přeměny, jevící se v tom, že bouillon skytal reakci indolovou, z čehož soudí, že tento bacillus redukuje kyselinu dusičnou v dusíkovou.

Z uvedeného historického přehledu prací o denitrifikační schopnosti bakterií thermofilních vysvítá, že ve většině případů jednalo se pouze o partiellní redukci nitrátů v nitrity; denitrifikaci ve vlastním, užším slova smyslu u thermofilních mikroorganismů pozoroval pouze Bardou, Kruyff pak u thermofilních mikroorganismů z tropů.

Quantitativní však měření a stanovení denitrifikační schopnosti svých mikrobů ani tito autoři nepodali.

Mě podařilo se náhodou najíti thermofilního mikroba *denitrifikačního*. Z půdy vypěstoval jsem v mannitovém roztoku Beijerinckově kromě Azotobaktera a různých klostridií též bacilla o značně velikých spórách. Dimense těchto spór přivedly mne na myšlenku kontrolovati cytologické resultáty své na bacillu nitri. Abych seznal vliv různých vlivů zevnějších na vnitřní strukturu a vůbec na vývojový cyklus tohoto bacilla,[4]) pěstoval jsem ho na různých půdách výživných, a kromě toho snažil jsem se studovati na něm též vliv vyšší temperatury. Tak naočkoval jsem ho do obyčejného masového bouillonu bez přísad a s přísadou buď soli kuchyňské, nebo asparaginu, nebo síranu hořečnatého a glukosy a konečně s přísadou dusičňanu draselnatého, a to jednak při obyčejné teplotě (37° C), jednak při teplotě vysoké (65—70° C).

Při této vysoké teplotě vzrůst bacilla tohoto v žádné ze všech výživných půd během 24 hodin se neobjevil; za to však v bouillonu s dusič-

---

[1]) Bardou: Etude biochimique de quelques Bactériacées thermophiles et de leur rôle dans la désintégration des matières organiques des eaux d'égout. (Lille1906.)

[2]) Mac Fadyen A. and Blaxall F. — Transactions of the Jenner Institute of Preventive Medizine 1899, p. 189.

[3]) Rabinowitsch Lydia: Über die thermophilen Bakterien (Zeitschrift f. Hyg. Bd. XX. ex 1895, p. 154.)

[4]) Cytologickou práci o tomto interessantním mikrobu podám jinde.

ňanem draselnatým nastalo silné zakalení a na povrchu objevila se vysoká pěna, poukazující na čilé kvašení, nasvědčující tomu,, že se jedná asi o pravou denitrifikaci v užším slova smyslu, t. j. o štěpení dusičňanu draselnatého až do uvolňování elementárního dusíku. Že v daném případě nepůsobí tuto denitrifikaci naočkovaný bacillus, přesvědčil mne ihned mikroskopický praeparát, který vykázal téměř v čisté kultuře bacilla docela jiné podoby a také rozměrů daleko menších, nežli byl mikrob naočkovaný.

Není nezajímavo zmíniti se o původu toho zajímavého bacilla. Jest trojí možnost, jakým způsobem dostal se tento mikrob do našeho ledkového bouillonu. Buď byl tam přeočkován z půdy spolu s oním bacillem spórotvorným, v jehož kultuře zůstal při obyčejné teplotě latentní a teprve při vysoké temperatuře se rozmnožil, nebo dostal se tam ze vzduchu laboratoře, anebo konečně byl v bouillonu již a priori, tím, že dostal se tam s masovým extraktem nebo s dusičnanem draselnatým, jehož jsem užil jako přísady.

Abych otázky tyto rozluštil, provedl jsem řadu pokusů. Při nich se ukázalo, že obyčejný bouillon, do kterého přidán nesterilisovaný dusičňan draselnatý, a který co kontrolní nebyl naočkován, vykázal druhý den čilé kvašení denitrifikační, a mikroskopický praeparát skládal se z našeho denitrifikačního mikroba. Pokus tento byl konán během práce dvakrát s týmž výsledkem.

Jelikož i ledkový bouillon sterilisovaný, jenž očkován byl půdou ze zahrady ústavní, druhý den jevil čilé kvašení denitrifikační, způsobené bacilly identickými s naším denitriobakteriem, jest pravděpodobno, že prach z půdy ústavní zahrady, s níž se v laboratoři stále operuje, nachází se s oněmi denitrifikačními bacilly ve vzduchu laboratorním. Snad dostalo se tímto způsobem denitrobakterium též na dusičňan draselnatý, chovaný v laboratoři in substancia.

Rovněž prach silniční z Uhřiněvsi naočkovaný do nitratového bouillonu způsobil druhý den čilé kvašení denitrifikační. Isolací podařilo se najíti rovněž naše denitrobakterium.

Týž výsledek měly pokusy se zemí z různých jiných míst.

Soudím z toho, že mikrob náš je vůbec v půdě častým. Pokusy o identifikaci tohoto mikroba s jinými dosud známými thermofilními bakteriemi měly výsledek negativní.

Morfologické znaky tohoto denitrifikačního mikroba, jejž jsem nazval *Denitrobakterium thermophilum* n. sp. jsou následující:

I. *a. V nitrátovém bouillonu* a to s přísadou KNO_3 i $NaNO_3$ tvoří Denitrobakterium thermophilum n. sp. tyčinky 3·5—7 μ dlouhé, 1—1·8 μ široké, hojně polárně sporulující (viz obr. 1). Charakteristická pěna počíná se v nitrátovém bouillonu v obyčejné reagenční eprouvetce tvořiti již po 8 hodinách v podobě několika malých bublinek u stěn eprouvetky a rozšíří se během asi 12 hodin po celém povrchu a ve 24 hodinách dostoupí již výšky 1—3 *cm*. Sestává pak tato pěna z malých oček (alveolek) splý-

vajících dohromady jako ona známá pěna pěnodějek; na povrchu tvoří vrchní vrstva alveolek souvislou jakousi kůžičku (pellikulu).

Ve větších nádobách (užíval jsem Erlenmayerovek o obsahu $^1/_4$—1 *l*), s vrstvou nitrátového bouillonu vysokou 2—8 *cm* jeví tato pěna následující modifikace.

Buďto utvoří se pěna podobná oné svrchu popsané, nebo tvořena je v spodní části své velkými oky (alveolami) a ve vrchní odpovídá svrchu popsané s onou jemnou kůžičkou.

V bouillonu nitrátovém v Erlenmayerovce, který jako kontrolní dán byl do vysoké teploty, vyrostly v jednom případě aktinomycety thermophilní. Když chtěl jsem isolovati je a učinil nátěr na agar, dostaly se asi ze vzduchu do bouillonu tohoto bacilly denitrifikační,[1]) takže druhý

Obr. 1.

den objevilo se v tomto mediu čilé kvašení denitrifikační. Mikroskopický praeparát, jakož i plotny ukázaly, že jedná se o našeho denitrifikačního mikroba. Pěna vzniklá na povrchu bouillonu však nápadně se lišila od pěny svrchu popsané, tvořena jsouc velkými bublinami.

Kvašení probíhá celkem ve velice krátké době. Během 24 hodin dospívá vytvoření pěny v eprouvetce svého maxima; tato pěna udržuje se ve své mocnosti 2—3 dny a pak znenáhla se trhá a klesá. V Erlenmayerovkách s větším obsahem nitrátového bouillonu (½ *l*) počne se tvořiti pěna rovněž již ve 24 hodinách, avšak maxima dospívá teprve po 2—3 dnech. (Obr. 2.)

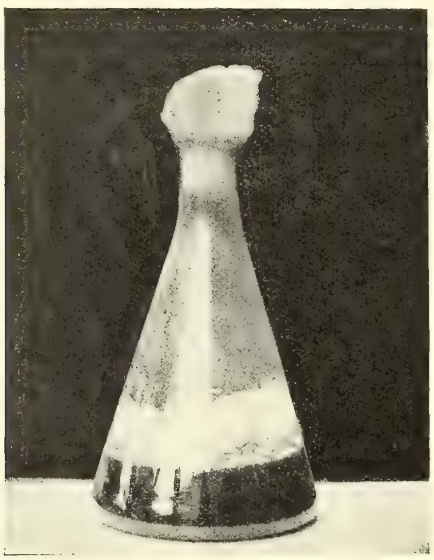
Medium výživné (nitrátový bouillon), které původně bylo neutrální, po př. slabě alkalické, stává se proběhlým kvašením silně alkalickým.

Kvašení v nitrátovém bouillonu vyznačuje se charakteristickým penetrantním zápachem po myšině.

---

[1]) — poněvadž operovali jsme s naší půdou zahradní v naší laboratoři velice často, je pravděpodobno, že flora bakteriellní této půdy je hojně ve vzduchu s prachem obsažena.

I. *b. V bouillonu nitritovém*, a to i v bouillonu s přísadou dusanu draselnatého i sodnatého, jsou při kultivaci tohoto mikroba analogické poměry jako v bouillonu nitrátovém; vzrůst však mikroba a kvašení zdá se probíhati daleko bouřlivěji, nežli v bouillonu nitrátovém. Zajímavo je, že tento mikrob projevuje velice bouřlivé kvašení i v 3% roztoku nitritů v bouillonu, ač jsou dusany přímo jedem pro mikrorganismy, obzvláště v takové koncentraci. Tak Maassenův[1]) *Bac. praepollens* a *Bac. denitrificans* I., kteří kvasí ledkové roztoky *pouze za přítomnosti nitritů*, nesnesou větši koncentrace těchto nitritů jak 1%.



Obr. 2.

I*c. V obyčejném masovém bouillonu* tvoří Denitrobakterium ve 24 hodinách na povrchu jemňounkou kůžičku, která při nejmenším pohybu kulturou klesá ke dnu jako jemný, bílý, závojovitý zákal. Na dně silně zakaleného bouillonu tvoří se dosti mocný sediment.

I*d. V bouillonu s karbamidem* se neobjevuje vzrůst žádný.

I*e. V bouillonu obyčejném s laktosou nebo saccharosou* neobjevuje se po 24 hodinách rovněž žádný vzrůst.

II. Nejzajímavější je vzrůst Denitrobakteria *na plotně agarové.*

Již po 16 hodinách tvoří Denitrobakterium na plotnách z obyčejného agaru ve vysoké teplotě různě utvářené kolonie, jichž makroskopický habitus upomíná na květy ledové tvořící se v zimě na oknech. Tu vidíme krásné útvary vějířovitých palem, tu zase útvary podobné stélce jatrovek,

[1]) Maassen: Arbeiten a. d kaiserl. Gesundheitsamte Bd. XVIII. 1. 1901.

jinde kolonie podobné květům koniklece a nejhojnější a nejkrásnější jsou kolonie s podobou květů leontopodia (protěže alpské); jinde zase květy podoby máků atd. Základem všech těchto druhů kolonií je (makroskopicky) jakési jádro, buď s jakýmsi dvůrkem, nebo bez něho, od kteréhož se rozbíhají různě utvářené větévky. Ten to dvůrek je tvořen někde jako paracorolla u narcissovitých rostlin, od nížjakoby vycházela pravá koruna. Různé obrázky těchto kolonií lze spatřiti na tabulce přiložené.

Barva kolonií je makroskopicky špinavě bílá.

Co se týče mikroskopického vzhledu kolonií při slabém zvětšení (Reichert. okulár č. 4., objektiv č. 4) vidíme spleť vláken buď podobnou spleti jemných vlákének aktinomycetů nebo útvarů mechovitých, nebo spleti vláken tlustších, rozmanitě se proplétajících jako hustá plsť, takže nabývá jeden takový paprsek květu makroskopického při zvětšení bizzarní podoby argonauta nebo pověstných krakatic s jich různě se vinoucími chapadly; z jiných kolonií bakterií dají se srovnati tyto obrázky pouze s mikroskopickým vzhledem kolonií *Bacilla mycoides*.

Mikroskopická barva kolonií je žlutavá až žlutavohnědá.

III. *V gelatině* tvoří Denitrobakterium po 24 hodinách jemnou bílou kůžičku na periferii, avšak pouze při stěnách eprouvetky. Na spodu pak tvoří se dosti mocný sediment. Jelikož gelatina tato přenesená do obyčejné teploty (10—15° C) ztuhne, jest vidno, jest vidno, že Denitrobakterium nenáleží do skupiny bakterií proteolytických, že totiž mu schází vlastnost zkapalňovati gelatinu.

IV. *Na agaru s glukosou a neutrální červení* roste Denitrobakterium velice spoře, tvoříc na plotnách malé růžové kolonie s dvůrkem. Ve vpichu do tohoto t. zv. cukrového agaru neroste, pouze na povrchu tvoří u vpichu malou kolonii.

V. *Na agaru glukosovém bez neutrální červeně* náš bacillus neroste.

VI. *Na agaru s dekoktem z půdy* připraveného tím způsobem, že 100 *g* půdy vařeno v 1 *l* vody destillované po 8 hodin a do filtrátu, jenž po svaření doplněn na 1 *l*, přidáno 15 *g* agaru, roste náš mikrob dosti spoře, tvoře malé růžicovité kolonie. Mikroskopicky jeví se tyto kolonie jako spleť jemných plísňovitých vlákének.

VII. Na *glycerinovém agaru* neroste.

VIII. Rovněž *ve mléce* nejeví se žádný vzrůst.

Všechny pokusy s denitrobakteriem dály se za aerobních podmínek, a jak z řečeného vysvítá, roste za těchto poměrů mikrob velice dobře na rozdíl od nethermophilních denitrifikantů, kteří jsou schopni redukovati nitraty velkou většinou pouze za anaerobiosy.

IX. Aby však bylo bezpečně zjištěno, zda tento mikrob je striktně aerobní, nebo fakultativně anaerobní, byly konány pokusy v anaerobiese dle methody Burri-Wrightovy. Do nitratového bouillonu v eprouvetce naočkován mikrob, vatová zátka vsunuta do vnitř eprouvetky asi 1 *cm* nad hladinu bouillonu; jiná zátka z hygroskopické vaty vsunuta

nad tuto a navlhčena 1 *ccm* 20% roztoku pyrogallolu v destillované vodě s 1 *cm* 20% roztoku *KOH* rovněž v destill. vodě, načež rychle uzavřena eprouvetta kaučukovou zátkou. Již po 6 hodinách počaly objevovati se na povrchu bouillonu malé bublinky a po 24 hodinách mohutná vrstva pěny zřejmě manifestovala schopnost mikroba i v anaerobiontickém mediu svou denitrifikační činnost vyvíjeti.

Jest tedy denitrobakterium mikrobem *fakultativně anaerobním.*

Dle fysiologické klassifikace bakterií podle H a r d i n g a) vypadalo by vyčíslení fysiologických charakterů následovně:

tvoří endospory	100.
jest fakultativně anaerobní	20.
nezkapalňuje gelatinu	2.
neroste s dextrosou	0.4
neroste s laktosou	0.04
neroste se saccharosou	0.004
redukuje nitraty a vyvinuje plyn	0.0001
netvoří barvivo	0.00000
akce diastatická v bramborovém škrobu negativní	0.000003
neroste s glycerinem	0.0000004
celkové tedy číslo	122.4441034

Zkoušky, které jsem konal s denitrobakteriem v nitrátovém bouillonu při teplotě 37° C a v pokojové temperatuře, dopadly negativně, z čehož následuje, že tento mikrob je *striktně thermofilní* (*orthothermofilní*).

Že skutečně redukuje denitrobakterium nitráty, dokázal jsem zprvu qualitativně; když spadla pěna vytvořená kvašením, dopadla citlivá reakce diphenylaminová (na nitráty a nitrity) negativně a rovněž po 14 dnech nenalezeno v zkvašeném materialu ani nitritů, a to ani citlivou reakcí s jodidem zinečnatým a mazem škrobovým. K pokusům užíval jsem ½% nitrátového bouillonu, a předesílám, že quantitativní měření úbytku na dusíku ukázalo, jak obšírněji je pojednáno v druhé části práce, že zkvasilo denitrobakterium úplně nitrát poskytnutý mu k disposici ve výživném prostředí.

Ještě krátce dlužno zmíniti se o nomenklatuře námi nalezeného mikroba. Jména Denitrobakterium k označení tohoto mikroba užil jsem vzhledem k význačné vlastnosti mikroba, poněvadž redukuje nitraty a to dle vzoru nomenklatury J e n s e n o v y.[2])

V poslední době vyskytla se práce L i p m a n o v a,[3]) která zavádí úplně novou nomenklaturu, která sice v praktickém směru zdála by se

---

[1]) H a r d i n g, The Constancy of certain physiological Characters in the Classification of Bakteria (Repr. of New York Agric. Exper. Stat. Techn. Bulletin 13. 1910.)

[2]) J e n s e n Orla: Hauptlinien des natürlichen Bakteriensystems (Cltblt. f. Bakt. etc. Abt. II. Bd. XXII. 1909 p. 305.).

[3]) L i p m a n Jakob: Suggestions concerning the terminology of soil bacteria (Botan. Gazette Vol. LI. 1911 p. 454—464.).

vyhovovati, poněvadž z pojmenování vysvítá již zřejmě hlavní charakteristická vlastnost té které skupiny biologické bakterií, a po př. i jednotlivých specií, avšak z ohledů slovně-aesthetických upustil jsem od pojmenování mého mikroba dle tohoto názvosloví.

Dle Lipmana nazývá se skupina denitrifikačních bakterií (stricto sensu) — těch, které uvolňují elementární dusík ze sloučenin dusíka — *De-Azotobakterie*, bakterie uvolňující pak elementární dusík z nitrátů *Deazotonitraazobakterie*; nazýval by se tedy náš mikrob *Deazotonitraazobakterium thermophilum*, a jelikož štěpí i nitrity až na volný dusík, musil by míti ještě druhé jméno *Deazotonitriazobakterium*, nebo kombinované jméno *Deazotonitranitriazobakterium*.

ČÁST II.

Dr. Adolf Ambrož, assistent a ingenieur chemie **Jaroslav Charvát.**

Jak v předcházejícím oddílu vylíčeno, nalezen nový bacillus thermofilní, který chováním svým v nitrátovém bouillonu opravňoval k předpokladu, že jedná se o mikroba denitrifikačního stricto sensu, čili mikroba štěpícího nitraty až do posledního štěpného produktu, t. j. elementárního dusíku.

Aby experimentálně předpokladu tomuto zjednáno bylo odůvodnění, podjali jsme se úkolu, stanoviti quantitativně chemickou akci tohoto interessantního mikroba.

Práce naše záležela v stanovení úbytku dusíku v mediu dusíkatém, v němž mikrob rozvinul svou životní akci.

Postup myšlenky byl následující:

Ve výživném mediu, v němž mikrob byl pěstován — masový bouillon a určité množství (odvážené) ledku draselnatého — nastává akcí mikroba štěpení nitrátů až na volný elementární dusík, který prchá do vzduchu. Při tomto štěpení ovšem jsou ještě jiné intermediérní fase chemické akce, tak tvoření nitritů, ammoniaku a jiných asi ještě dusíkatých sloučenin. Nám jednalo se však hlavně o určení úbytku dusíku, který zjistiti jsme mohli quantitativním stanovením úbytku dusíku nitrátového a úbytku na dusíku celkovém.

Kromě dusíku nitrátového nutno ve výše naznačeném mediu výživném bráti v úvahu též dusík organický, obsažený v bouillonu samém, který též rozborem jsme zjistili.

Jako výživného prostředí použito bylo obyčejného, v bakteriologické praksi obvyklého, masového bouillonu, do něhož přidám dusičňan draselnatý. Roztok dusičňanu v bouillonu učiněn byl přesně ½%ní. Tento roztok byl přesně odměřen ve stejných quantech do *stejných* nádob Erlenmayerových s rovnými dny, aby koncentrování roztoků vypařováním

vody bylo pokud možno stejné. Roztoky tyto byly sterilisovány v proudící páře 6 hodin a nechány 2 dny v inkubačním stadiu. Po těchto 2 dnech zůstaly čisté bez patrného vzrůstu, načež část jich byla očkována za bakteriologických kautel denitrobakteriem, část ponechána jako kontrolní bez naočkování, a vloženy do thermostatu s průměrnou konstantní temperaturou 60—65° C, kde zůstaly 14 dní. Během 48 hodin utvořila se mocná pěna charakteristická pro denifritikanty, která po několika dnech klesla, což bylo nám důkazem, že kvašení aspoň z hlavní části je dokončeno. Po 14 dnech tedy vyňaty nádoby z thermostatu a podrobeny analyse chemické.

Po zředění roztoku na 1000 *ccm*, byl obsah důkladně protřepán, aby docíleno bylo stejnoměrného rozptýlení jemného sedimentu a tím homogenního roztoku k analysi.

Očkovaný roztok zkvašený zkoušen nejprve qualitativně na nitrity [1]) i nitráty, a to na nitrity roztokem jodidu zinečnatého s mazem škrobovým a na nitráty roztokem diphenylaminu v koncentrované H_2SO_4. Nejevila se těmito citlivými reagenciemi ani reakce nitritová ani nitrátová, z čehož bylo patrno, že mikrob zkvasil nitráty úplně, a proto také upuštěno od quantitativního stanovení jak nitrátů tak i nitritů v očkovaném roztoku.

Zjištěn byl quantitativně pouze dusík organický methodou Kjeldahlovou.

Vzato bylo dvakráte po 250 *ccm* roztoku; tento předem okyselený kyselinou sírovou byl zkoncentrován a v něm obsažené organické látky dusíkaté rozloženy pomocí kyseliny sírové za přidání rtuti.

Destillací bylo zjištěno

ve 250 *ccm* očkovaného roztoku	0·2836 *g N*
což odpovídá v 1000 *ccm*	1·1344 *g N*

Rovněž roztok v kontrolní baňce zředěn na 1000 *ccm* a v něm určen quantitativně:

1. dusík odštěpený louhem,
2. „ nitrátový,
3. „ organický.

Ad 1. Destillováno dvakrát po 250 *ccm* kontrolního roztoku s louhem sodnatým direktně do normální kyseliny sírové, a to z toho důvodu, aby bylo docíleno koncentrace roztoku pro určování nitrátů methodou Dewardovou, a výsledek připočten k dusíku organickému [2]) určenému způsobem později naznačeným.

Ad 2. Ve zbylém roztoku (po analysi při 1. vyznačené) určen dusík nitratový methodou Dewardovou a stanoveno

[1]) V četných pokusech před tím s tímto mikrobem konaných zjistili jsme v prvních dnech probíhajícího kvašení tvoření se nitritů jako meziproduktu chemického.

[2]) Louhem se odštěpuje částečně i dusík amidových skupin ve formě ammoniaku.

ve 250 *ccm* roztoku . . . . . 0·0898 *g N*
což odpovídá v 1000 *ccm* roztoku . . . . . 0·3594 *g N*
nitratového.

Ad 3. Zbytek po destillaci methodou Dewardovou zneutralisován kyselinou sírovou a pak rozložen methodou Kjeldahlovou.

Po připočtení dusíku odštěpeného louhem sodnatým (způsobem naznačeným sub 1.) stanoveno
ve 250 *ccm* roztoku . . . . . 0·2909 *g N* org.
což odpovídá v 1000 *ccm* roztoku . . . . . 1·1639 *g N* org.

Výsledek analysy sestavený v přehled jeví se následovně:

I. V kontrolním roztoku nitratového bouillonu je obsaženo:

dusíku	v *g*	%
nitratového	0·3594	23·59
organického	1·1639	76·40
celkového	1·5233	100

II. Veškerého dusíku je obsaženo:

v roztoku	*g*	%
kontrolním	1·5233	100
očkovaném (zkvašeném)	1·1344	74·48
Úbytek celkem	0·3889	25·52

Úbytek na dusíku celkovém neodpovídá však pouze dusíku daného nitrátu, nýbrž připadá z části i na dusík bouillonu, v malé míře též i na ammoniak, který za teploty v thermostatu ovšem vyprchal.

Quantitativní analysa potvrzuje a doplňuje tedy svrchu uvedenou qualitativní diphenylaminovou v ten smysl, že mikrob v příhodném živném mediu úplně zkvasil ½%ní roztok nitrátu draselnatého.

Konečně k vůli další kontrole, částečně i seznání prozatím povšechného rázu thermofilním rozkladem nitrátu vznikajících plynů, podjali jsme se úkolu, vyšetřiti množství, částečně i kvalitu těchto plynných zplodin. Za tím účelem aranžovali jsme připojení kvasné baňky k eudiometru, později, když množství plynu bylo příliš značné, takže by bylo nutno prováděti kontrolu i v noci, připojili jsme větší jímací baňku. Mezi oběmi pak byla difference teplot vyrovnávající baňka, opatřená na obě strany tlačkami.

Z důvodu, že předběžně zjištěno, že rozklad ledku v bouillonovém živném prostředí není čistý, nýbrž i probíhají současně rozklady látek obsažených v bouillonu, jak konečně z penetrantního zápachu zkvašené tekutiny, objektivně však přímým gasometrickým stanovením dusíku, v prvé řadě ale plynů absorbovatelných v louhu dokázáno bylo, není zde počítáno s úplně přesnými čísly (v bouillonech jest zajisté velká různost), totiž nepočítáno se setinami *cc*, a teplota i tlak vzaty průměrně.

Jako gazometrických přístrojů užito H e m p e l-ových byret a pipet, částečně i S t a ň k o v a přístroje, spojeného to eudiometru s přesně dělenou byretou, konečně i D r e h s c h m i d t o v y kapilláry.

Jako pneumatické uzávěry v přístrojích mohli jsme použíti toliko vodu, což platí bohužel i o jímacích nádobách, kde absorbce plynů byla zvláště patrna.

Postup práce:

1. Do více jak 2 *l* jímající baňky odměřen přesně 1 *l* bouillonu s ½% dusičňanu draselnatého, t. j. 5·0 *g*. Množství dusíku obsažené v těchto 5·0 *g* KNO_3 jest 0·5545 *l*, t. j. 554·5 *cc* za normálních podmínek teploty a tlaku: 0° C a 760 *mm*.

2. Jelikož denitrifikace probíhá za podmínek aerobních, bylo třeba zjistiti předem množství ostatního vzduchu. Toto bylo stanoveno, s ohledem na do baňky zasahující a pod tekutinou ústící nálevku, opatřenou kohoutkem, prostě tím způsobem, že zjištěno množství vody potřebné k vyplnění celé baňky i spojovacích skleněných rour. Množství toto činilo 1158·6 *cc*.

Poměrné množství dusíku a kyslíku v tomto objemu zjištěno provedenou analysou vzduchu. Na 100·0 *cc* nalezeno (18·0° *C* a 740 *mm*) 20·2 *cc* kyslíku, tedy 79·8 *cc* dusíku. Připočítáno na objem vzduchu 1158·6 *cc* činí 924·6 *cc* dusíku a 234·0 *cc* kyslíku.

3. Postup kvašení a analysy vzorků plynu braného v různých stadiích kvašení, kterými hleděli jsme nabýti přehledu o množství i povšechné kvalitě plynů unikajících z tekutiny:

Dne 5. listopadu 1911 v 8 h. večer dáno do thermostatu a odtaženo množství plynu, vlastně vzduchu připadající na zvětšení objemu 1158·6 *cc* vzduchu, způsobené zvýšením teploty na 64·5° *C* (z teploty 17·5° *C*). Toto zvětšení vypočítáno činí 199·3 *cc*, odtažené množství však bylo větší, a to 221·2 *cc*, následkem tense par vodních, které stlačily část vzduchu.

K vůli jistotě zanalysovány z tohoto množství 2 vzorky. Nalezený poměr dusíku a kyslíku však byl tentýž jako u dříve analysovaného vzduchu. Získáno tedy těmito 221·2 *cc* vzduchu (17·5° *C*, 742 *mm*) 177·2 *cc* dusíku a 44·0 *cc* kyslíku. Absorbováno bylo v tomto případě ihned v pyrogalolu, kdežto další vzorky plynu jímány a analysovány jednotlivě, při čemž stanovena část plynu absorbovatelná v louhu; kysličník uhličitý a kysličníky dusíku; dále část absorbovatelná v pyrogalolu, tedy kyslík; a konečně zbývající část k vůli jistotě, zda-li nejsou přítomny plyny neabsorbovatelné vedle dusíku, tedy v první řadě uhlovodíky, případně vodík, spalo-

se vzduchem v Drehschmidtově kapiláře, a teprve tato nespalitelná část, kteráž shodovala se s množstvím spalovaným, pokládána za čistý dusík.

Za 20 hodin po naočkování objevila se na povrchu bouillonu silná bílá pěna ze středu vystupující, ke krajům se snižující, při čemž množství plynu vyvinuté průměrně za 1 hodinu činilo asi 50 *cc*. Vzato 130·0 *cc* a po ochlazení na okolní teplotu 17° *C* (tlak 735 *mm*) absorbováno. Kontrakce v louhu činila 22·0 *cc* — již z toho viděti, že kvašení v nitrátovém bouillonu není pouhou redukcí dusičňanu na dusík, kteráž děje se postupně, jak dříve již kvalitativně dokázáno, nýbrž, že současně vznikají oxydy dusíku a kysličník uhličitý, krátce plyny vazatelné alkaliemi. Konečně dlužno zde upozorniti i na to, že malá část dusíku odštěpuje se ve formě ammoniaku, jak reakcí v uzavírací vodě jímající nádoby dokázáno bylo.

Absorbce v pyrogalolu vykázala 17·0 *cc* kyslíku. Příbytek dusíku jest tedy patrný — onen poměrný 17·0 *cc* by byl asi 68 *cc*, tedy připadající na dusík z ledku jest již 23 *cc*.

Asi po 24 hodinách dosáhla denitrifikace maxima, kdy za 1 hodinu vyvinulo se asi 150 *cc* plynu, a bílá pěna zaujímala celý zbývající obsah nádoby. Vzato 95·6 *cc* plynu (19° *C*, 735 *mm*) a zjištěné absorbce byly v louhu 15·4 *cc*, v pyrogalolu 14·8. Část zbytku spálena se vzduchem, však kontrakce nepřesahovala 0·2 *cc*, tedy 65·4 *cc* dusíku.

V dalším stadiu, za 30—36 hodin kvašení, vývoj plynu ustával, během 1 hodiny vyvinulo se již jen asi 30 *cc*. Vzatý vzorek vykazoval následující složení:

Ze 117·8 *cc* plynu zabsorbováno v louhu 19·4 *cc*, v pyrogalolu 13·2 *cc*; dusíku 85·2 *cc*.

Během dalších 30—36 hodin pozorováno ještě menší přibývání plynu, za 1 hodinu pouze asi 15—5 *cc*. Vzatý vzorek vykazoval složení: ze 100·0 *cc* (16° *C*, 750 *mm*) ubylo v louhu 17·4 *cc*, v pyrogalolu 9·0 *cc*, dusíku 73·6 *cc*.

Konečně poslední vzorek vzatý po 66 hodinách měl složení: ze 117·6 *cc* (16·5° *C*, 745 *mm*) absorbovalo se v louhu 16·6 *cc*, v pyrogalolu 11·2 *cc*, dusíku 89·8 *cc*,

Jelikož již další vývoj plynu byl nepatrný, připojili jsme kvasnou baňku k větší jímací baňce, do které jsme přetlačili též po 14 dnech zbylý plyn. Tohoto za teploty 18° *C* a tlaku 740 *mm* 1266·6 *cc*, z kteréhož množství vzaty a zanalysovány 2 vzorky, které poskytly stejné složení, totiž z 50·0 *cc* absorbováno louhem 6·8 *cc*, pyrogalolem 0·7 *cc*, 42·5 *cc* dusíku. Tedy ve 1266·6 *cc* 172·2 *cc* připadá na louh, 17·7 *cc* na pyrogalol, tedy kyslík, zbytek pak 1076·7 *cc* na dusík.

4. Celková bilance všeho plynu vypadala tedy následovně: Ze 2048·6 *cc* připadá 263·0 *cc* na část absorbovatelnou v louhu, tedy kysličník uhličitý a oxydy dusíku, 126·8 *cc* na část absorbovatelnou v pyrogalolu, tedy kyslík, 1658·8 *cc* pak na neabsorbovatelnou a nespalitelnou část, tedy dusík. Po odečtení množství vzduchu, tedy dusíku a kyslíku již pů-

vodně v kvasné baňce obsažených, jeví se množství dusíku z dusičňanu a bouillonu 734·2 *cc*, dále ztráta na kyslíku 107·2 *cc* a konečně získaných ještě 263·0 *cc* plynů absorbovatelných louhem. Množství dusíku 734·2 *cc* redukováno (i s ohledem na tensi vodních par při 17·5° *C*) na 0° *C* a 760 *mm* činí 658·5 *cc*. Ve srovnání s dusíkem z 5·0 *g* ledku jest ještě přebytek 104·5 *cc*, množství to vysvětlitelné jedině jako dusík z rozkladu dusíkatých látek bouillonu vzniklý, na kterýž rozpad připadá jistě většinou i množství v louhu absorbovatelných plynů, které však částečně jest vyrovnáno značnou ztrátou kyslíku.

Plyne tedy z těchto čísel závěr, že thermofilní denitrifikace při užití bouillonu jako živného prostředí neomezuje se pouze na redukci dusičňanu, nýbrž současně, jak přirozeno, dějí se rozklady v bouillonu samém, patrné v plynoměrném vyšetření rozkladu, i v číslech předchozí analysy, zjištění úbytku dusíku titrací.

Bylo by tedy třeba pro záruku přesné kontroly plynoměrné, vypěstovati tohoto bacila v umělých živných prostředích, při čemž by mohlo býti zjištěno, odštěpuje-li se dusík dusičňanů pouze v elementární formě, či částečně i vázán na kyslík, a dále mohlo by býti přesněji dokázáno, děje-li se redukce dusičňanů na dusík postupně, či působí-li příslušný enzym na dusičňany asi jako vodík ve stavu zrodu, krátce zjistiti, jedná-li se zde o jeden neb více redukčních enzymů.

Podáme později v těchto směrech, jakož i o jiných biologických stránkách tohoto bacilla nové zprávy.

VÝKLAD TABULKY:

Fig. 1., 2., 3. a 4. znázorňují vesměs různé utváření kolonií Denitrobacterium therm. na agarových plotnách za temperatury 65° *C*. Vide pag. 6.

Fig. 1

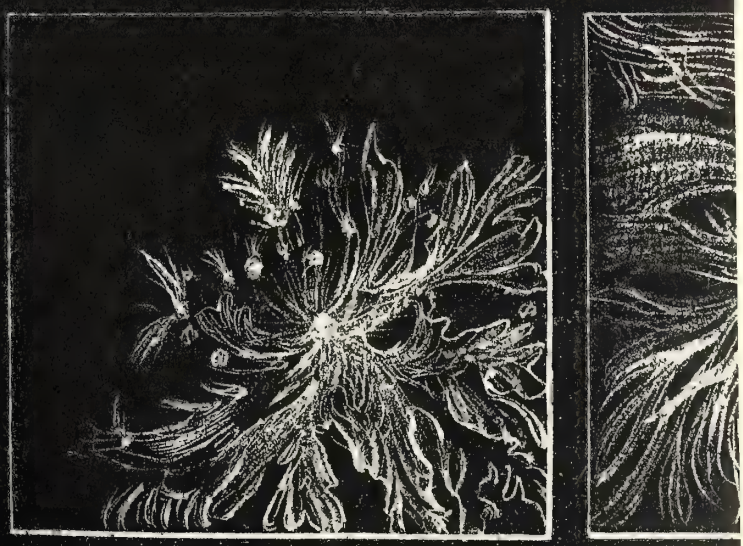


Fig. 3

Inž. C. Jan Humpál ad nat. del.

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

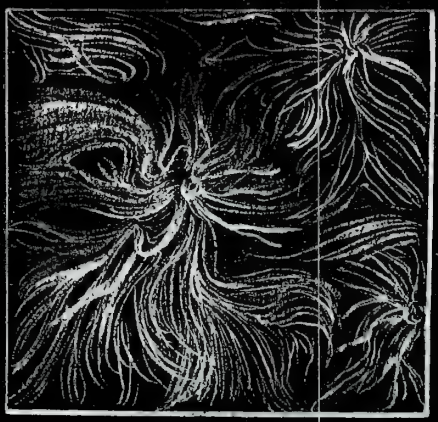


Fig. 4.

Inž. C. Jan Humpál ad. nat. del.

Ladislav Pračka:

Pozorování měn světlosti hvězd proměnných.

Část třetí.

Třetí zpráva astrofysikální observatoře v Nižboru.

Předložená práce dělí se ve dva oddíly, z nichž první obsahuje redukci 186 pozorování dlouhoperiodických hvězd, pokud tato za mé činnosti na hvězdárně Bamberské byla vykonána. Tím publikovány jsou výsledky mých pozorování methodou Argelandrovou z let 1905—09, při čemž redukováno bylo celkem 4164 měření, týkajících se 185 objektů. Z výše uvedené časové periody zbývá ještě řada, týkající se hvězd Algol-typu a krátkoperiodických Cepheid, která v souvislosti s mými pozorováními, konanými na hvězdárně Nižborské, dodatečně bude uveřejněna. K této první části netřeba bližších vysvětlivek, neboť dodrženy jsou jak při pozorování, tak při redukci zásady, kterými jsem se v dřívějších oddílech řídil. K části druhé podotknouti dlužno následující: Vybrav některé zvláště zajímavé hvězdy, vyšetřoval jsem celkový průběh variací světelných a vzal v úvahu též známý útvar střední křivky světlosti. O skutečném významu střední křivky světlosti jsou mínění dosti se různící a myslím, že jest nutno s tímto umělým útvarem velmi opatrně nakládati a veškeré úsudky přísné kritice podrobiti. Pokud moje zkušenost sahá, možno střední křivky světlosti použíti k dedukcím pouze v těch případech, kde jedná se o zcela vyložené zjevy oběhu dvou nebo několika těles kol společného těžiště, jak tomu jest v první řadě u Algol-typu. V druhé řadě myslím, že čítati sem dlužno hvězdy δ-Cephei-typu, ku kterému počítám i t. zv. Antalgol-typus, který není ničím jiným, nežli extrémním případem δ-Cephei-typu a při němž o neproměnnosti světla v konstantní fási, jak jméno by vyžadovalo, pochybuji, jak ostatně ve své práci o systému *RR* Ceti jsem ukázal. Téměř absolutní pravidelnost, s jakou u Cepheid a Geminid měna světlosti probíhá, dovoluje střední křivkou světlosti, která v těchto pří-

padech není ve skutečnosti ničím jiným než grafickým vyrovnáním jednotlivých pozorovaných skupin, stanoviti nejpravděpodobnější reelní průběh zjevu pozorovaného. Dlužno však na paměti míti, že pouze právě uvedená zkušenost o naprosté periodicitě jednotlivých fásí světelných opravňuje nás k tomu, abychom pozorování t. j. pozorované hodnoty, patřící různým epochám v střední čili normální hodnoty pomocí methody nejmenších čtverců spojovali a takto získané normální body graficky v střední křivku světlosti vyrovnávali. Jest přirozeno, že jedině v těchto případech naprosto stejnoměrné periodičnosti světelných fásí tato methoda vede k výsledkům k další diskusi se hodícím, a myslím, že bude naprosto nevyhnutelno, celou tu velkou skupinu tak zvaných krátkoperiodických hvězd revidovati za tím účelem, které z nich patří Cepheidám neb Geminidám a tyto s výše uvedeného stanoviska přesně prostudovati, čímž znalost naše o soustavě vesmíru znamenitě se rozšíří. Počet těchto hvězd bude velmi rychle vzrůstati, neboť ty hvězdy proměnné, jichž perioda aneb multiplum periody leží blízko při 24^h, nám dosud velmi snadno unikají. Docela jinaké poměry jsou při hvězdách Mira-typu. I zde vyskytují se případy, kde absolutní světlost v jednotlivých fásích jest přibližně stejná, případy tyto jsou velmi řídké, a nemáme nijaké záruky, že stav tento jest trvalý. Při bedlivějším studiu literatury nacházíme značné spory mezi jednotlivými pozorováními křivky světlosti v tom směru, že při jedné epoše označuje se, že křivka světlosti vykazuje sekundární oscillace nebo stagnace měny světelné, po nichž v jiné epoše není stopy. Druhý, vysoce důležitý fakt jest ten, že konstatujeme často veliké rozdíly ve světlosti maxima a minima u jednoho a téhož pozorovatele, ovšem pro různé epochy. Jsou-li tyto zjevy bezpečně zajištěny, jaký význam má potom střední křivka světlosti a k jakým úsudkům nás opravňuje? Pochybuji velice, že v těch případech střední křivka světlosti vůbec odpovídá něčemu reelnímu, ve kterých jedná se o ony případy, při nichž se jednotlivé křivky ve svém průběhu silně liší. Zde jest křivka světlosti prázdný matematický útvar, který daleko neukazuje nějaké střední základny v průběhu měny světelné, jak by se za to mělo. Případ takový representuje hvězda mnou pozorovaná *RR* Ursae majoris a sice v následujícím smyslu: Hvězda tato střídá svoji světlost téměř pravidelně tak, že maxima střídavě až o půldruhé velikosti se rozlišují, při čemž však jest velice zajímavo to, že světlá maxima jsou ostrá, — zde výbuch světelný rychle stoupe do maximální světlosti a rovněž tak rychle klesá. Při slabých maximech přibývá světlosti do určité meze $(11 \cdot \frac{m}{12})$ stejně rychle, načež postup měny světelné náhle se zarazí a táhlou, plochou křivkou maximum opisuje. Není zde tedy celá fáse příslušné epochy zatemněna, nýbrž pouze určitá její část, což dovoluje nahlédnouti alespoň z části do záhady za touto hvězdou skryté. Mohlo by se usuzovati, že světlá maxima dávají jakousi basi, na které měna světelná probíhá a že v slabších epochách přistupuje sekundární zjev kosmický, který výbuch světelný ve formě

námi pozorované stlumí. Tento výklad příslušnou přeměnou myšlénky pro Cepheidy Guthnickem v A. N., 4284 podané, byl by snad možný, kdyby nebylo té okolnosti, že obdobný případ u hvězdy *RR* Bootis mnou určený jest daleko více komplikován. Zde kolísají jak maxima, tak minima a sice v tom smyslu, že slabšímu maximu předchází rovněž slabší minimum a tak jest vlastně celá křivka od určitého bodu náhle zatemněna. Podati výklad tohoto zjevu jest dosud úplně nemožno, a snad přinese trochu světla do tohoto problemu moje studium této křivky ve světle ultrafialovém. Veškeré tyto změny právě proto, že dějí se dvojperiodicky, vyrovnávají se ve střední křivce světlosti, která probíhá úplně hladce, prozrazujíc ovšem velikými odchylkami mezi pozorováním a grafickým řešením nepřirozenost svého významu. Druhý případ, kde střední křivka světlosti vede k docela nesprávným závěrům, jest ten, kde absolutní světlost silně se mění a pozorování nejsou v různých epochách stejnoměrně rozdělena, při čemž současně různé epochy stejně nejsou zastoupeny. Pak ovšem methoda středních hodnot ztrácí svého oprávnění a užití její vede k výsledkům docela neoprávněným. Myslím, že mnohá sekundární oscillace v střední křivce světlosti, ač zdánlivě pozorováním doložena, padá na vrub užité methody zrovna tak, jako naopak mnohé obdobné zjevy, které nemají výslovné periodicity v střední křivce světlosti, budou potlačeny. Z toho patrno, že dosavadní rozdělení hvězd na základě střední křivky světlosti jest zejména v krátkoperiodických typech velmi nespolehlivo. Rovněž bude nutno stanoviti hranici mezi dlouhoperiodickými Cepheidami a Geminidami ze strany jedné a krátkoperiodickými Mira-hvězdami ze strany druhé. Tak platila dosud hvězda *RW* Cassiopeiae za Mira-typus, kdežto střední křivka světlosti mnou odvozená ukazuje zřejmě na δ-Cephei-typus, jehožto perioda jest poměrně dlouhá, obnášejíc 14·80 dne.

Povede-li ovšem methoda užitá Markwickem (British Astronomical Association) a Campbell-em (H. A.) k nesporným výsledkům, jest mi dosti pochybno. Seřaďování výsledků několika pozorovateli získaných o jedné a téže epoše v střední křivku světlosti jest i v tom případu nebezpečno, kde bere se zřetel na osobní rovnici jednotlivých pozorovatelů. Redukce všech pozorování na ideálního středního pozorovatele trpí dle mého názoru tím předpokladem, že osobní konstanta pokládá se za veličinu stálou, kdežto při pozorováních methodou Argelander-ovou jest tatáž komplikovanou funkcí jak světlosti, tak zvláště barevného tonu studovaných hvězd. Mají tudíž křivky světlosti touto addiční methodou získané cenu dosti omezenou a slouží více méně pouze k přesnějšímu určení jednotlivé epochy.

S tohoto stanoviska zpracován byl material mnou získaný pro později uvedené hvězdy a výsledky zde dosažené umožňují srovnání s výsledky jiných pozorovatelů a určení vnitřní přesnosti jednotlivých řad. Střední hodnota stupně z 5000 mých pozorování odvozené obnáší 0·068 hvězdné

velikosti, střední pak chyba za normálních poměrů $\pm 0{\cdot}10^{m}$. Hvězdy mnou systematicky pozorované jsou předmětem dalšího fotometrického studia jak ve visuelní části spektra, tak v spektrálním okrsku našeho velkého *UV*-objektivu.

Jelikož touto prací ukončuje se jedna epocha mé práce vědecké, která založena byla na Argelandrově methodě stupňových differencí, podávám v závěru jejím některé úvahy o applikaci methody na moje pozorování a kritiku těchže. Část tabulek oddílu druhého počítal pan Eugen Lang, jenž i korrekturu jich tisku spolu obstaral. Práce sama rozpadá se v následující oddíly:

1a)	Pozorování hvězd proměnných	pag. 5—14
1b)	Srovnávací hvězdy	„ 15—20
2)	Střední křivky světlosti	„ 21—36
3)	Literatura jejich	„ 37—42
4)	Přehled pozor. hvězd (statistika)	„ 42—51
	Úvaha o užité methodě	„ 52 seq.

Observatorium Nižbor, 1911 prosinec 10.

Oddíl první:

Pozorování hvězd proměnných.

Datum	Jul. den.	Stř. č. Greenw.	Pozorování	Velikost	Poznámky	Zvětšení
			U Andromedae			
1907	241					
březen 5	7640	7 05	$f >> U \frown$	< 10		29
—	—	7 15	$f >> U \frown$	< 10		70
červenec 21	7709	10 50	$f >> U \frown$	< 10	☽ ≡	165
srpen 27	7815	10 49	$U \frown$	< 10	☽☽ ∞	50
září 26	7845	10 00	$U \frown$	< 10	☽ ≡¹	29
28	7847	7 10	$U \frown$	< 10		70
listopad 3	7883	9 30	$U \frown$	< 10	∞²	50
prosinec 3	7913	9 10	$U \frown$?	< 9	nebo 1. v. ≡²	50
1908						
leden 5	7946	9 10	$h >> U \frown$?	< 10	*Ci*	50
červen 25	8118	11 25	l 6 $U >> f$	10,5	*Ci*	,,
červenec 3	8126	11 25	$n > U$ 3,4 h	10,0		,,
6	8129	12 28	$h > U >> f$	10,0	U 6,8 f'; $n > h$	,,
říjen 5	8220	15 10	$h > U \frown$?	< 10	*Ci*	,,
1909						
únor 9	8347	6 40	$h > U \frown$?	< 10	*Ci*	165
září 24	8543	9 50	U ?	< 10	*Ci*	50
			Z Andromedae			
1906						
říjen 17	7501	10 15	b 4,5 Z 2,3 q	9·55		70
			RS Andromedae			
1906						
prosinec 22	7567	10 00	f 4 RS (6) d	8,1	$d > c$; RS žluto červené	29
1907						
červen 11	7738	12 30	d 4 RS	8,6	$x \frown$; RS červené	,,
16	7743	11 00	RS 6 d	8,1	RS červené ☽	,,
			Z Aurigae			
1906						
říjen 10	7494	8 00	f 3 Z	9,75		29
11	7495	8 50	$f > Z$ 3 e	9,75		,,
24	7508	12 30	b 3 Z	9,65	*Ci*	70
			SS Cygni			
1909						
srpen 11	8530	8 55	d (8) SS 5,6 z	9,84	c 2 d	50

Datum		Jul. den.	Stř. č. Greenw.	Pozorování	Velikost	Poznámky	Zvětšení
				S Draconis			
1906		241					
říjen	17	7501	7 50	β 6 S 4 b	8,80:	$S = a$; S červené; v.m.o	29
1907							
duben	18	7684	11 00	$\beta > S$ 6 a	8,85	a 4 b	,,
				RY Draconis			
1907							
březen	2	7637	7 15	$c > RY$ 6 d	7,5		29
	11	7646	10 45	$c > RY$ 6 d	7,5		,,
				T Geminorum			
1907							
leden	23	7599	11 30	$a = T > b$	9,40		50
				U Geminorum			
1907							
leden	23	7599	9 10	$A = U$	9,5	☽☽	29
	—	—	11 10	$A \doteq U$	9,5	☽☽	50
říjen	12	7861	12 20	U ⌒	$<$ 11	∞^2	165
listopad	15	7895	11 15	U ⌒	$<$ 11	☽	,,
prosinec	13	7923	9 00	$a > U$ ⌒	$<$12,7		,,
1908							
leden	2	7943	10 00	$a > U \doteq r$	13,8:	l. v.	,,
	3	7944	8 50	$a > U$ ⌒	$<$12,7	r ⌒ ∞	,,
	10	7951	8 00	$a > U > r$	13,3:	Ci ☽	,,
	12	7953	8 20	$b > U$ ⌒	$<$12,4	Ci ☽	,,
	21	7962	6 25	$a > U$	$<$12,8	U l. v.	,,
duben	13	8045	9 40	$a > U$ ⌒	$<$12,8	$b > a$ ☽☽	,,
	15	8047	10 00	$b > U$	$<$12·4	☺	,,
prosinec	23	8299	8 50	a 5 U 2 r	13,5		,,
1909							
únor	20	8358	7 55	$U \doteq r$	13,8		,,
				X Geminorum			
1908							
březen	29	8030	10 40	$h > X$	$<$11,2	l. v.	50
				Y Geminorum			
1907							
leden	23	7599	10 30	c 0,1 Y	9,52	Ci ☽	29

Datum	Jul. den	Stř. č. Greenw.	Pozorování	Velikost	Poznámky	Zvětšení
			RS Geminorum			
1908	241					
březen 29	8030	9 57	$a > RS$ 2·3 x	11,2		50
			RX Geminorum			
1908						
březen 29	8030	9 33	$a > RX$ 6 b	8,7		50
září 30	8215	11 21	$a > RX$ 6,8 b	8,65		,,
			W Herculis			
1908						
únor 13	7985	13 20	d 3 W ?	9,1:	*Ci* ☽☽	50
duben 20	8052	12 00	β' 4 W 4 n	12,1	☽	165
červen 24	8117	12 00	b' 3 W	10,5		,,
			X Herculis			
1907						
duben 12	7678	11 30	X 10 b	6,2:	X oranžově červené	29
květen 18	7714	8 40	$v >> X >> (\pi) b$	5,8:	,, ,, ,,	,,
			RR Herculis			
1907						
duben 12	7678	12 00	$a > RR > c$	7,8		29
			ST Herculis			
1907						
duben 12	7678	11 50	A 6,8 ST	7,8:	ST žluto-bílé	29
květen 18	7714	9 20	A 4 ST	7,6	ST oranžově červené	,,
			SU Herculis			
1907						
duben 20	7686	11 00	$c >> SU$ 6·8 a	12,0	$a > d$; vše l. v.	225
			SV Herculis			
1907						
duben 20	7686	11 40	b 2 $SV > c$	11,6:	☽	50
			SY Herculis			
1908						
duben 20	8052	12 20	$a >> SY$ 3,4 c	10,6	☽	50
			T Librae			
1908						
březen 25	8026	11 55	T 2 a	11,4		165
			V Librae			
1908						
březen 25	8026	11 20	$h \doteq V$	10,4		50

Datum	Jul. den	Stř. č. Greenw.	Pozorování	Velikost	Poznámky	Zvětšení
			RT Librae			
1908	241					
březen 25	8026	11 45	*RT* ⌒	< 12		165
			RV Librae			
1908						
březen 25	8026	11 30	*f* 6 *RV* 4 *g*	8,8		50
			RW Monocerotis			
1908						
leden 13	7954	10 15	*A* > *RW* 8 *a*	8,7:	☽☽	50
			V Orionis			
1907						
prosinec 22	7932	11 50	*α* 5 *V* > *d*	9,1	☽☽	50
1908						
říjen 5	8220	10 37	*ε* 2 *V*	11,7	*a* >> *ε* ☽	50
			W Orionis			
1907						
prosinec 22	7932	12 00	*W* >>> *a*	> 6	*W* oranžově červené ☽☽	30
1908						
říjen 5	8220	11 30	*A* >> *W* > (♒) *a*	5	*W* žluto červené ☽	50
			W Ophiuchi			
1909						
červen 17	8475	11 48		< 10	jistě menší 10 m, snad ta nejjasnější červenavá hvězdička ve skupině na jeho místě stojící; v. š. o.	29
			SW Ophiuchi			
1909						
červen 17	8475	11 41	*SW* 3 *α*	8,9	v. š. o	29
			SX Ophiuchi			
1909						
červen 17	8475	11 35	*a* 4 *SX* 2,3b ♒	9,75	v. š. o.	29
			T Pegasi			
1909						
červenec 3	8491	11 40	*T* ?	< 10	☹	50
			RV Persei			
1906						
říjen 9	7493	10 00	*RV* (6) *a*	9,7	☽∞	70
24	7508	9 50	*RV* 3,*a*	9,8	*RV* l. v. *Cu*	,,
prosinec 22	7567	8 00	*RV* 4,6 *a*	9,7	velmi bílo ☽	,,

Datum	Jul. den.	Stř. č. Greenw.	Pozorování	Velikost	Poznámky	Zvětšení
			RX Persei			
1906	241					
listopad 8	7523	8 00	$a > RX$?	< 10	l. v.	29
prosinec 22	7567	7 50	$a > RX$?	< 10	l. v.	,,
1907						
září 27	7846	8 45	$a > RX$?	< 10	l. v. ☽	,,
			ST Persei			
1907						
listopad 4	7884	9 00	*a* 6,8 *ST* 4 *b*	8,7	*b* 6 *c* 2 *d*; *b* oranžové ?	50
8	7888	7 50	*b* 4 *ST* 4 *c*.	9,1	*c* 2 *d*	,,
prosinec 22	7932	10 20	$a >> ST$ 4 *b*	8,7	*b* 6 *d* 2 *c* v. m. o. ☽☽	,,
1908						
leden 5	7946	11 30	$a >> ST$ 4·5 *b*	8·7	$b > c$	,,
			SV Persei			
1907						
listopad 4	7884	10 15	*a* 6 *SV* 2,3 *b*	8,8	*SV* oranžové ?	50
			R Piscium			
1908						
září 7	8192	11 50	$\zeta > R$ ⌒	$<12,1$	☽☽ ∞	165
30	8215	9 50	$c > R$ ⌒	$<10,5$		,,
prosinec 2	8278	5 40	R ⌒	$<10,8$	α 5 $b > a$ ☽ ≡	220
—	—	5 50	R ⌒	$<10,5$	α 2·3 b ☽ ≡	50
23	8299	5 15	$c > R$ ⌒	$<10,5$		165
1909						
leden 14	8321	5 40	$\alpha > R$ ⌒	$<10,3$	c ⌒ ∞²	,,
20	8327	7 00	α 6 R	10,6	R l. v.	,,
únor 8	8346	6 26	ζ 1 R			,,
18	8356	6 26	i 2 R		≡²	220
—	—	6 30	$i = R$		≡²	50
srpen 23	8542	10 30	R 6,8 ε			70
listopad 11	8591	9 35	$a >> R$ ⌒	$<10,8$	∞²	50
			V Piscium			
1906						
říjen 20	7504	6 07	*f* 4,5 *V* 5,6 *g*	10,7	st.	220
1908						
leden 5	7946	8 30	*f* 3,4 *V* 5,6 *g*	10,7		165
září 7	8192	12 12	*f* 4 *V* 6 *g*	10,7	☽☽	,,

Datum	Jul. den.	Stř. č. Greenw.	Pozorování	Velikost	Poznámky	Zvětšení
			W Sagittae			
1906	241					
listopad 11	7526	9 00	*q* 6 *W*	9,9:	*p* > *q*	70
1907						
duben 2	7668	13 40	*q* >> *W* 3 *α*	12,5		50
listopad 7	7887	9 10	*q* >>> *W* ⌢ ?	< 12		165
			R Scorpii			
1909						
červen 8	8466	10 32	*R* ⌢	< 12		165
			S Scorpii			
1909						
červen 8	8466	11 32	*S* ⌢	< 12		165
			W Scuti			
1907						
červenec 24	7791	9 05	*c* 4 *W* 1 *d*	9,8	*a* 2 *b* 4,5 *c* ☽☽	50
1908						
červen 28	8121	11 50	*a* > *W* 2 *b*	9,2		,,
			R Tauri			
1906						
listopad 8	7523	8 30	*A* 4 *R*	9,7		29
			RR Tauri			
1906						
listopad 11	7526	11 00	*p* > *RR* 6 *q*	11,6:		70
1907						
leden 5	7581	9 00	*a* > *RR* 3 *p*	11,1:		,,
listopad 4	7784	8 50	*q* 2 *RR* 5 *α*	12,0	*p* 6 *q*	165
1908						
březen 21	8022	7 50	*q* >> *RR* 6 *α*	12,1		,,
			RT Tauri			
1906						
listopad 11	7526	12 00	*c* 2,3 *RT*	9,8	*b* >> *c*	29
1907						
leden 5	7581	8 30	*c* 3 *RT* 6,8 *d*	9,8:	velmi m. o.	70
březen 5	7640	9 18	*a* 4,6 *RT*	9,8:		29
duben 3	7669	9 10	(*c* >) *RT* 3 *b*	8,8	*b* > *a* v. m. o.	50
srpen 14	7802	13 50	*RT* 1,2 *b'*	9,2:		,,

Datum	Jul. den.	Stř. č. Greenw.	Pozorování	Velikost	Poznámky	Zvětšení
			SW Tauri			
1908	241					
leden 23	7964	10 20	*a* 6 *SW* 2 *b*	9,7		50
			R Trianguli			
1908						
únor 24	7996	8 00	*b* 10 *R* 8 *c*	6,4		29
			RW Ursae majoris			
1907						
červenec 9	7766	9 40	*a* 6 *RW* 6,8 *b*	9,4:		29
21	7778	10 30	*a* > *RW* 4 *b*	9,6	☽☽	50
			ST Ursae majoris			
1907						
červenec 9	7766	9 46	*a* 3 *ST* > *b*	7,2:	*ST* oranžové	29
			R Virginis			
1908						
červen 25	8118	10 40	*A* >> *R* 4,5 *g*	6,8		50
—	—	—	*A* > *R* 4 *g*	6,85		30
			S Virginis			
1908						
březen 25	8026	10 30	*γ* > *S* 2 *δ*	9,9	*δ* > *β*; *S* červené	50
			T Virginis			
1908						
březen 22	8023	12 20	*r* > *T*	13:	*T* l. v. ?; *p* > *q* > *r*	165
			U Virginis			
1908						
březen 21	8022	11 30	*a′* 4 *U*		l. v. ☽☽	50
červen 3	8096	11 00	*β* 5 *U* >> *A*	8,7:		,,
16	8109	9 50	*β′* 2,3 *U* >> *b*	9,1		,,
25	8118	10 25	*β′* >>> *U* 2 *b′*	9,6:		,,
—	—	10 30	*b* 5 *U*	9,6		,,
			V Virginis			
1908						
březen 25	8026	10 10	*g* 4 *V* 2 *h*	10,1		50
			W Virginis			
1908						
březen 25	8026	10 00	*a* >> *W* >> (8)*b*	8,9:		50

Datum	Jul. den	Str. č. Greenw.	Pozorování	Velikost	Poznámky	Zvětšení
			Y Virginis			
1908	241				☽☽	
březen 22	8023	12 30	*x* 4,5 *Y* >> *y*		*a* > *x*	165
duben 23	8055	13 30	*a* 2 *Y* >> *b*		*b* 5 *x* >> *y*	50
			RR Virginis			
1908						
březen 25	8026	11 45	*c* >> *RR* ⊙			165
			RT Virginis			
1908						
březen 21	8022	11 15	*m* > *RT* 5,6 *n*	8·3	*RT* oranžové; velmi bílo ☽☽	50
červen 3	8096	11 00	*m* 2 *RT* >> *n*	7·9	*n* > *p*; *RT* červené	,,
16	8109	9 55	*m* >> *RT* (8) *n*	8·1	*RT* oranžové	,,
			58. 1905 W Arietis			
1906					☽☽	
prosinec 22	7567	8 10	⊙	< 10		29
1907						
srpen 4	7719	12 30	⊙	< 10		50
listopad 8	7888	7 45	⊙ ?	< 10		,,
			6. 1907 Andromedae			
1907						
březen 5	7640	7 25	⊙	< 10		29
prosinec 1	7911	10 20	⊙	< 10		50
1908						
leden 5	7946	9 30	⊙	< 10		,,
červen 25	8118	11 40	⊙	< 10		,,
říjen 5	8220	15 20	⊙	< 10		,,
1909						
srpen 24	8543	11 00	⊙	< 10		,,
			30. 1907 Aurigae			
1907						
listopad 2	7882	9 07	*d* >> *Var* ?			165
28	7908	8 00	*e* 6 *Var* ?			300
1908						
leden 2	7943	8 50	*d* > *Var* ⊙			,,
únor 26	8001	9 20	*Var* ⊙		*Ci*	165
březen 23	8024	8 50	*g* >> *Var* ⊙			300

Datum		Jul. den	Stř. č. Greenw.	Pozorování	Velikost	Poznámky	Zvětšení
				34. 1907 Persei			
1908		241					
leden	5	7946	10 15	*A >> Var* 5,6 *B*	8·8		50
	21	7962	9 20	*A >> Var ≐ B*	9·1	☽ ≡	,,
červen	29	8122	12 00	*A >> Var* 2,3 *B*	8·95		,,
září	7	8192	10 30	*a > Var* 4,6 *b*	9·0	*A >>> a*	,,
říjen	5	8220	9 22	*A >> Var* 3,4 *B*	8·9	☽☽	,,
	—	—	9 26	*a >> Var* 4 *b*	9·1	☽☽	,,
	29	8244	7 44	*α >> Var* 3 *γ*		*A >> β* 4 *α* ≡	,,
	—	—	7 47	*b >> Var* 3 *γ*		≡	,,
prosinec	9	8285	5 20	*a >> Var* 10,12 *b*	8·75	*Ci* ☹	,,
	—	—	5 22	*A >> Var* 6 *B*	8·8	☹	,,
1909							
leden	18	8325	11 25	*α* 2 *Var >> b*	8·8	*δ* 8 *β* 6,8 *α*	,,
	—	—	11 30	*A >> Var* 6,8 *B*	8·75	*δ* 4 *A*; *δ* 4,5 *A* 6 *β*	,,
	28	8335	8 45	*α ≐ Var*	8·7	*δ* 2 *β > α*	,,
	—	—	8 47	*A >> Var* 8 *B*	8·7		,,
	—	—	8 50	*a* 8 *Var >>> b*	8·75		,,
duben	19	8416	9 14	*a >> Var* 6 *b*	8·9		,,
				37. 1907 Cassiopeiae			
1907							
červenec	9	7766	13 05	*a* 2 *Var >> b*	8·1	≡[1]	29
srpen	9	7797	11 30	*a* 2 *Var* 6,8 *b*	8·1		,,
				38. 1907 Cassiopeiae			
1907							
červenec	9	7766	13 00	*Var* 2 *a*	8·4	≡	29
				46. 1907 Ursae majoris			
1907							
červen	21	7748	9 55	*a >> Var* (10) *b*	7·7:		29
	27	7754	10 15	*a >> Var* (1) *b*	7·2:		,,
				62. 1907 RS Scuti			
1908							
červen	28	8121	11 55	*a >> Var* 2 *b*	9·1		50
				156. 1907 Corvi			
1908							
březen	22	8023	11 51	*a* 3,4 *Var* 2,3 *b*	9,25	☹ ∞	50
duben	15	8047	11 00	*a > Var* 4 *b*	9,2:	± ☹	,,
	23	8055	12 20	*a > Var* 2 *b*	9,3:	±	,,
1909							
duben	19	8416	9 56	*b* 2,3 *Var* 8 *c*	9,55		,,
	—	—	10 33	*b* 0.1 *Var >> c*	9,45		,,
	21	8418	8 07	*b* 2 *Var >> c*	9,5	*Ci*	,,
	—	—	9 29	*a >> Var* 0,1 *b*	9,35		,,
	24	8421	8 42	*b* 1 *Var >> c*	9,45		,,
	—	—	9 22	*b* 2,3 *Var >> c*	9,55		,,
	—	—	10 20	*b* 3,4 *Var >> c*	9,6		,,
	—	—	10 55	*b* 2,3 *Var >> c*	9,55		,,
	—	—	11 40	*b* 2,3 *Var >> c*	9,55	*a* 6 *b*	,,
květen	9	8436	8 46	*b* 2,3 *Var*	9,55		,,
	11	8438	9 30	*b* 2 *Var*	9,5	∞[2]	,,
	—	—	10 18	*b* 2 *Var >> c*	9,5	∞[2]	,,
	12	8439	8 35	*b* 1,2 *Var*	9,45	*Ci* ∞[2]	,,
červen	8	8466	9 43	*b ≐ Var*	9,4		,,

Datum		Jul. den.	Stř. č. Greenw.	Pozorování	Velikost	Poznámky		Zvětšení
				159. 1907 Draconis				
1908		241						
duben	20	8052	10 10	$a > Var$ 0,1 b	8,95			50
				163. 1907 RX Hydrae				
1909								
duben	24	8421	9 15	b 2 Var 6 c	9,2:	a 5 b; $c > d$	*Cuni*	50
				175. 1907 UU Herculis				
1908								
únor	13	7985	13 15	a 2,3 $Var >> p$	8,7		*Ci* ♓	50
duben	20	8052	11 50	a 3 Var 3 c	8,7:	$c > b$ v. m. o.	st. ☽	,,
červen	24	8117	12 00	$c = Var >> b$	8,9:	$a > c$		,,
1909								
duben	24	8421	10 00	a 2 $Var >> b$	8,6:	c 4 a	st. ☽☽	,,
				200. 1907 Arietis				
1908								
leden	23	7964	8 25	$a > Var$ 2 b	8,7			50
říjen	25	8240	10 59	b 3·4 $Var >> c$	9,0			,,
				201. 1907 Tauri				
1908								
leden	23	7964	8 20	a 2 Var 6,8 b	9,1			50
říjen	25	8240	11 07	a 2 $Var > b$	9,1			,,
				1. 1908 SY Geminorum				
1908								
březen	29	8030	10 50	$Var \frown$?	< 11			300
září	30	8215	11 35	$Var \frown$?	< 11			,,
				B Lyrae				
1909								
duben	19	8416	11 00	l 8 B 6 p	7,8	(55) $>> r$ 6 l; $p > A$		50
				BD 45° 624 = UX Andromedae				
1907								
leden	22	7568	6 30	a 2,3 $Var > b$	8,3	$b > d$	☽☽ ∞	29
duben	1	7667	9 00	a 6,8 Var 6 d	8,55			50

Proměnná		Srov. hvězda	B. D.		Hagen		Harvard		Přijatá vel. *m*	Poznámky
Jméno	Souhvězdí		No.	*m*	No	*m*	ozn.	*m*		
U	Andromedae	*n*	39,293	9,0			*c*	9,60	9,6	
		m	40,254	9,1			*d*	9,60	9,6	
		h (*l*)	40,256	9,2			.	.	10,2:	
		f'	.	.			.	.	10,4	
		f	.	.			*n*?	13,1	10,6	
Z	Andromedae	*p*	48,4094	9,3					9,3	
		q	48,4088	9,5					9,7	
RS	Andromedae	*g*	47,4312	7,5					8,0	P. D. 14,077 (8,04)
		f	48,4190	7,7					7,8	
		d	47,4311	8,4					8,4	
		c	47,4327	8,9					8,9	
		x	47,4317	9,4					*R*	d. J. 7738,7743 ⌢ !!
Z	Aurigae	*b*	53,982	9,1			*b*	9,50	9,5	
		a	53,984	9,2			*c*	9,63	9,6	
		f	53,980	9,5			.	.	9,6	
		e	.	.			*d*	9,91	9,9	
S	Draconis	*β*	55,1873	8,3					8,3	
		b	54,1828	8,5					8,8	
		a	55,1864	8,7					9,0	
RY	Draconis	*c*	68,703	6,5					6,7	P. D. 7097 (6,71)
		d	66,768	7,3					7,9	P. D. 6997 (7,90)
T	Geminorum	*a*	23,1813	9,5					9,4	
		b	23,1819	9,4					9,7	
U	Geminorum	*A*	22,1793	.					9,49	Van der Bildt No. 8
		b	.	.					12,42	31
		a	.	.					12,75	32
		r	.	.					13,83	33
X	Geminorum	*h*	30,1330	9,5			*k*	11,16	11,2	
Y	Geminorum	*c*	21,1659	9,2					9,2	
RS	Geminorum	*a*	30,1397	9,5					10,0:	
		x	30,1396	9,5			*f*	11,45	11,4	

Proměnná		Srov. hvězda	B. L.		Hagen		Harvard		Přijatá vel. *m*	Poznámky
Jméno	Souhvězdí		No.	*m*	No	*m*	ozn.	*m*		
RX	Geminorum	*a*	33,1417	8,2					8,2	
		b	33,1421	9,5					9,5	
W	Herculis	*d*	37,2779	9,1	8	8,9			8,9	
		b′	.	.	19	10,3			10,3	
		β′	.	.	32	11,9			11,9	
		n	.	.	35	12,3			12,3	
X	Herculis	*v*	46,2142	4,1					5,0	P. D. 8,493 (4,98)
		b	47,2300	6,7					6,8	P. D. 8,527 (6,82)
RR	Herculis	*a*	51,2046	7,8					⩾ 7,5	
		c	51,2050	8,0			*a*	7,97	⩽ 8,0	
		b	50,2250	8,8			*e*	8,97	9,0	
ST	Herculis	*A*	47,2267	6,8					7,4	P. D. 8,387 (7,40)
SU	Herculis	*c*	22,3220	9,3					9,3	
		a	.	.					12,5:	4,′5 severně od *SU*
		d	.	.					12,8:	2,′5 jižně od *SU*
SV	Herculis	*A*	25,3531	9,5			.	.	9,5:	
		f	24,3419	9,5			*e*	9,84	9,8	
		b	.	.			*k*	11,47	11,5	
		c	.	.			*m*	12,46	12,5	
SY	Herculis	*a*	22,3040	9,5			.	.	9,5	
		c	.	.			.	.	10,8	předchází 4,′5 jižně.
T	Librae	*a*	— 19,4042	10			*k*	11,54	11,5	
V	Librae	*h*	— 16,3911	9,5			*l*	10,39	10,4	
RV	Librae	*f*	— 17,4133	8,5					8,5	
		g	— 17,4119	9,0					9,0	
RW	Monocerotis	*A*	9 1282	8,7					⩾ 8,7	
		a	8,1400	9,2					9,2	
V	Orionis	*α*	3,756	8,8					8,8	
		d	4,832	9,4			*e*	10,04	10,0	
		a	3,764	9,4			*g*	10,78	10,8	
		ε	.	.	28	10,8			11,6	
W	Orionis	*A*	2,888	4,8					4,7	P. D. 3159 (4,70)
		a	0,975	6,5					6,1	P. D. 3152 (6,08)

Proměnná		Srov. hvězda	B. D.		Hagen		Harvard		Přijatá vel. *m*	Poznámky
Jméno	Souhvězdí		No.	*m*	No	*m*	ozn.	*m*		
SW	Ophiuchi	*α*	— 6,4395	9,1					9,1	
SX	Ophiuchi	*a*	— 6,4401	9,5					9,5	
		b	.	.					9,9	$16^h\ 11^m$ — $6^0\ 13'$
RV	Persei	*a*	33,804	9,5					10,0	
RX	Persei	*a*	32,670	9,5					10,0	
ST	Persei	*a*	38,608	8,2					8,2	
		b	38,604	9,1					8,9	
		c	38,605	9,1					9,3	
		d	38,607	9,0					9,4	
SV	Persei	*a*	42,1055	8,5					8,5	
		b	42,1063	8,6					9,0	
R	Piscium	*ζ*			31	12,1			12,1	
		ε								
		α			18	10,3			10,3	
		a			20	10,8			10,8	
		b			16	10,2			10,5	
		c			17	10,2			10,5	
		i								
V	Piscium	*f*	.	.	.	.	.	.	12,5	Hartwig 21 : *f*
		g	.	.	.	.	.	.	11,0	,, 21 : *g*
W	Sagittae	*a*	16,3814	9,5					9,0	
		b	16,3818	9,5					9,5	
		p	.						9,2	
		q	.						9,6	
		α	.						12,7	soused *a*
W	Scuti	*a*	— 13,4970	9,1					8,9	
		b	— 13,4971	9,3					9,3	
		c							9,5	
		d							9,9	
R	Tauri	*A*	9,581	9,4					9,4	
RR	Tauri	*a*					*g*:	10,72	10,7	
		p					*h*	11,31	11,3	
		q		.			*m*	12,60	11,9	

Proměnná		Srov. hvězda	B. D.		Hagen		Harvard		Přijatá vel. *m*	Poznámky
Jméno	Souhvězdí		No.	*m*	No	*m*	ozn.	*m*		
RR	Tauri	*α*					*o*:	.	12,3:	
RT	Tauri	*b*	23,821	9,0					9,0	
		b′	23,820	9,3					9,3	
		a	23,836	9,5					9,5:	
		c	23,819	9,4					9,6	
		d	.	.					10,2	
SW	Tauri	*a*	3,600	9,5					9,4	
		b	3,598	9,5					9,8	
RW	Ursae majoris	*a*	52,1580	9,1					9,1	
		b	.	.					9,8	
ST	Ursae majoris	*a*	45,1926	6,8					7,1	P. D. 6432 (7,07)
		b	45,1927	6,8					7,0:	P. D. 6433 (7,02)
R	Virginis	*A*	7,2568	6,0					5,7	P. D. 6984 (5,74)
		g	8,2617	7,1					7,1	P. D. 6921 (7,08)
S	Virginis	*γ*	— 6,3833	9,3			*n*	9,55	9,5	
		δ	— 6,3835	9,5			.	.	10,0	
		β	.	.			*u*	12,04	12,0	
T	Virginis	*p*	.	.			*p*[1])	11,81	11,8	[1]) Harv. Ann. *39*. 2. pag. 162
		q	.	.			*q*[1])	12,12	12,1	
		r	.	.			*r*[1])	12,40	12,4	
U	Virginis	*β*	6,2670	8,7					8,5	
		A	6,2671	8,8					8,9	
		β′	6,2663	9,0	4	8,9			8,9	
		b	6,2666	9,0	5	9,1	*l*	9,26	9,3	
		b′	6,2667	9,5					9,7	
		a	6,2665	9,5	10	9,9	*o*	10,08	10,0	
		a′								
V	Virginis	*f*	— 2,3689	9,0					9,3	
		g	— 2,3690	9,5					9,9	
		h	— 2,3687	9,7			*m*[1])	10,25	10,2	[1]) Harv. Ann. *37*. 2. pag. 164
W	Virginis	*a*	— 3,3458	8,6					8,5	
		b	— 3,3455	9,3					9,5	
Y	Virginis	*a*								

Proměnná		Srov. hvězda	B. D.		Hagen		Harvard		Přijatá vel. *m*	Poznámky
Jméno	Souhvězdí		No.	*m*	No	*m*	ozn.	*m*		
Y	Virginis	*b*								
		x								
		y								
RT	Virginis	*m*	5,2699	8,2					7,8	
		n	5,2709	8,8			*d*	8,51	8,5	
		p	5,2710	8,6			*c*	8,74	8,8	
	30,1907 Aurig.	*R*	*R*	*R*	*R*	*R*	*R*	*R*	*R*	
	34,1907 Persei	δ	57,487	9,0					8,0	= 0 grad.
		A	57,493	9,3					8,2	4
		a	57,502	8,5					8,35	7
		β	58,373	9,0					8,5	10
		α	58,375	8,6					8,7	15
		B	57,506	9,1					9,1	23
		b	57,503	9,0					9,3	26
		γ	57,495	9,0					.	
	37,1907 Cass.	*a*	64,347	8,2					8,0	
		b	65,284	8,2					8,5	
	38,1907 Cass.	*a*	62,475	8,5					8,5	
	46,1907 Urs.maj	*a*	64,896	6,0					6,4	P. D. 6858 (6,43)
		b	64,887	8,2					8,2	
	62,1907 Scuti	*a*	— 10,4817	9,0					> 9,0	
		b	— 10,4829	9,2					9,2	
	156,1907 Corvi	*a*	— 16,3504	9,2					9,0	
		b	— 16,3501	9,4					9,4	
		c	— 16,3505	9,6					10,0	
	159,1907 Dracon.	*a*	57,1778	8,6					8,4	
		b	57,1779	9,0					9,0	
	163,1907 Hydrae	*a*	— 8,2580	9,0					8,8	
		b	— 8,2582	9,0					9,1	
		c	— 7,2718	9,1					9,5	
		d	— 7,2719	9,7					10,0	
	175,1907 Herculis	*a*	38,2798	8,5					8,5	
		c	38,2807	8,7					8,9	

Proměnná		Srov. hvězda	B. D.		Hagen		Harvard		Přijatá vel. *m*	Poznámky
Jméno	Souhvězdí		No.	*m*	No	*m*	ozn.	*m*		
	175, 1907 Herculis	*b*	38,2800	9,0					9,0	
	200, 1907 Arietis	*a*	9,415	8,5					8,3	
		b	9,413	8,8					8,8	
		c	9,411	9,4					9,5	
	201, 1907 Tauri	*a*	— 1,490	9,0					9,0	
		b	— 1,485	9,5					9,5	
B	Lyrae	*B*	36,3243	7,5					var?	žlutočervené
		(55)	36,3246	6,4					6,2	P. D. 10,084 (6,19)
		r	36,3256	7,5					7,1	P. D. 10,112 (7,11)
		e	36,3239	7,0					7,5	P. D. 10,070 (7,50)
		A	36,3241	8,1					8,2	oranžově žluté
		p	36,3261	8,3					8,2	
	B. D. 45,°624 (9,1)	*a*	45,627	8,2					8,2	
		b	44,545	8,7					8,8	
		d	44,526	9,0					9,3	

R : *Srovnávací hvězdy k proměnné 30. 1907 Aurigae* : Podle A. N. 4175 udávám rozdíly v poloze srovnávacích hvězd proti proměnné, a sice tak, že první číslo udává rozdíl ve směru rektascenze, druhé pak rozdíl ve směru klesající deklinace. Hvězdy tyto srovnávám dle jejich fotografických světlostí a sice:

$$f = +\,6{\cdot}0\ m/m \quad -\,0{\cdot}7\ m/m$$
$$e = +\,6{\cdot}8\ m/m \quad -\,2{\cdot}2\ m/m$$
$$c = +\,6{\cdot}7\ m/m \quad +\,2{\cdot}8\ m/m$$
$$b = +\,8{\cdot}7\ m/m \quad +\,3{\cdot}3\ m/m$$
$$g = +\,5{\cdot}0\ m/m \quad -\,1{\cdot}5\ m/m$$
$$d = +\,5{\cdot}3\ m/m \quad +\,1{\cdot}2\ m/m$$

Oddíl druhý.

Střední křivky světlosti.

V oddíle tomto sestaven jest materiál následujících typických hvězd a sice: *T*, *U*, *RV*, *RW* Cassiopeiae; *RS* Aurigae; *RV* Draconis; *RS*, *RR* Ursae majoris; *U* Ursae minoris; *V*, *RR* Bootis; *X*, *V* Coronae; *RT*, *U* Draconis; *W* Pegasi; *SV* Andromedae. Materiál zpracován byl za příčinou stručnosti tabellárním způsobem. V prvním odstavci jest užito následujících zkratek:

Den Juliánský (d. J.), Epocha (*E*), vzdálenost časová ve dnech, počítaná od nejbližšího předchozího maxima (Δt), pozorovaná velikost (poz. *m.*), váha pozorování (*p*), graficky odvozená velikost (vyp. m.), rozdíl mezi pozorovanou a vyrovnanou velikostí v desítinách velikosti hvězdné (*P*—*V*).

V tabulce první sestaven jest chronologicky materiál pro výpočet normálních bodů, které slouží pak ke grafickému řešení dané úlohy; výsledky tohoto obsaženy jsou v oddílu následujícím, který obsahuje normální body vypočtené a graficky vyrovnané. Význam zkratek jest zřejmý. Postup práce byl ten, že každá epocha rozdělena byla na 24 fází (*Č*), tím odpovídá pak pravidelně Δt zde jedné čtyřiadvacetině doby oběhu. Odchylky mezi střední hodnotou vypočítanou a graficky řešenou jsou udány v setinách hvězdné velikosti a zůstávají vesměs v mezích pozorovacích chyb, pokud se ovšem jedná o body větším počtem pozorování zajištěné. Tyto rozdíly nemohou ovšem, jak z předmluvy jest patrno, označovány býti co odchylky pozorování, neboť obsahem srovnání jsou vesměs hodnoty vypočtené, vyjímaje ovšem ony případy, kde některá fáse určena jest pouze jedním pozorováním. V tom případu náhlý skok v differenci *P*—*V* ukazuje na různorodost obou těchto hodnot. Při hvězdě *RW* Cassiopeiae rozdělena byla doba oběhu na jedenáct dílů z té příčiny, že drobnějších rozdělení krátkost periody nepřipouštěla. Odchylka mezi středními hodnotami počítanými a graficky vyrovnanými obnáší až na jeden jediný případ vesměs méně než jednu desítinu hvězdné velikosti, což jest dokladem přesně periodického průběhu měny světelné při rotačních fenomenech. Hodnoty, ve sloupci *J* uvedené značí denní změnu světlosti

v jednotlivých fásích průběhu střední křivky světelné. Minimum hodnot J značí jednak body obratu (kulminační), jednak prozrazuje sekundární stagnace světelné. Naproti tomu maxima těchto hodnot prozrazují pravidelné lineární vzestupy příslušných větví. K soustavě elementů středních křivek světlosti přidal jsem elementy měny světlosti, které jednak pro pozorovanou mezidobu jsem odvodil (na př. *T* Cassiopeiae, *V* Coronae), jednak s použitím materiálu v literatuře mně přístupného methodou nejmenších čtverců vypočetl. Literatura uvedena jest v tomto případu co možno stručně a užívané zkratky jsou ony, kterých užívám v publikaci: *Astronomischer Jahresbericht*, vydávané král. astronom. mathematickým ústavem v Berlíně. Elementy moje převzaty jsou vesměs do efemerid proměnných hvězd 1911.

K literárnímu přehledu přidána jest hvězda *R* Trianguli, jejížto rušené elementy jsem vypočítal.

Elementy měny světlosti při výpočtu normálních bodů za základ vzaté.

T Cassiopeiae:	Max	= 241 6910 + 463 E;	platí pouze pro dobu pozorov.
U „	„	= 1354 + 278,3 E	
RV „	„	= 6795 + 327 E	
RW „	„	= 7062,5 + 14,80 E	
RS Aurigae:	„	= 7635 + 164 (E — 1)	
RV Draconis:	„	= 7517 + 205 E	
RS Ursae maj.:	„	= 6976 + 255,4 E	
RR „ „	„	= 7565 + 229,6 E	
U Ursae min.:	„	= 6647 + 307 E	
V Bootis:	„	= 7436 + 263 E;	platí pouze jako u *T* Cassiopeiae
RR „	„	= 7546 + 196,7 E	
X Coronae:	„	= 7687 + 246 E	
V „	„	= 7987 + 367 E;	platí pouze jako u *T* Cassiopeiae
RT Draconis:	„	= 7037 + 280 E	
U „	„	= 240 0870 + 318,76 E	
W Pegasi:	„	= 241 3484 + 342,6 E	
SV Andromedae:	„	= 7903 + 318 E	
R Trianguli:	„	= 2171 + 266,2 E + $16^d \sin(11^0 E - 33^0)$.	

d. J.	E	Δt	Poz. m	p	Vyp. m	$P-V$
			T Cassiopeiae.			
7388	1	15	8,0	1	7,9	+1
7389	1	16	7,95	1	7,9	0
7394	1	21	7,83	1	7,9	—1
7407	1	34	7,8	½	8,0	—2
7408	1	35	7,8	1	8,0	—2
7409	1	36	7,8	½	8,0	—2
7411	1	38	7,8	½	8,0	—2
7413	1	40	7,9	½	8,0	—1
7415	1	42	7,9	½	8,1	—2
7418	1	45	8,05	½	8,1	0
7421	1	48	8,2	½	8,2	0
7422	1	49	8,2	1	8,2	0
7423	1	50	8,3	½	8,2	+1
7428	1	55	8,1	¼	8,3	—2
7429	1	56	8,3	½	8,3	0
7430	1	57	8,3	½	8,4	—1
7431	1	58	8,3	1	8,4	—1
7436	1	63	8,4	½	8,5	—1
7437	1	64	8,4	1	8,5	—1
7478	1	105	8,9	1	9,2	—3
7490	1	117	9,2	¼	9,4	—2
7492	1	119	9,0	½	9,4	—4
7493	1	120	9,0	1	9,5	—5
7494	1	121	9,5	½	9,5	0
7502	1	129	9,7	½	9,7	0
7598	1	225	10,2	¼	10,0	+2
7627	1	254	9,7	1	9,4	+3
7637	1	264	9,3	1	9,2	+1
7639	1	266	9,25	1	9,2	0
7667	1	294	8,5	1	8,6	—1
7668	1	295	8,5	1	8,6	—1
7702	1	329	7,8	1	7,9	—1
7705	1	332	7,9	1	7,8	+1
7725	1	352	8,0	1	8,0	0
7735	1	362	8,0	1	8,0	0
7738	1	365	8,3	½	8,0	+3
7742	1	369	7,9	½	8,0	—1
7754	1	381	8,0	½	8,0	0
7761	1	388	8,0	1	8,0	0
7766	1	393	8,0	1	8,0	0
7787	1	414	7,9	1	7,9	0
7792	1	419	7,9	½	7,9	0
7795	1	422	7,9	1	7,9	0
7796	1	423	7,9	1	7,9	0
7797	1	424	7,9	1	7,9	0
7810	1	437	7,4	¼	7,8	—4
7813	1	440	7,9	1	7,8	+1
7814	1	441	7,9	1	7,7	+2
7830	1	457	7,6	1	7,7	—1
7843	2	7	7,8	1	7,9	—1
7846	2	10	7,8	1	7,9	—1
7850	2	14	7,9	½	7,9	0
7857	2	21	7,9	1	7,9	0
7862	2	26	8,0	¼	7,9	+1
7871	2	35	8,1	1	8,0	+1
7878	2	42	8,3	½	8,1	+2
7879	2	43	8,1	1	8,1	0
7880	2	44	8,05	1	8,1	0
7884	2	48	8,1	½	8,2	—1
7886	2	50	8,1	½	8,2	—1
7908	2	72	8,8	½	8,6	+2
7914	2	78	8,7	1	8,7	0
7944	2	108	9,4	½	9,3	+1
7951	2	115	9,3	½	9,4	—1
7962	2	126	9,4	½	9,7	—3
8215	2	379	8,1	1	8,0	+1
8244	2	408	8,3	½	7,9	+4
8285	2	449	7,8	½	7,7	+1
8299	3	0	7,7	1	7,8	—1
8326	3	27	8,0	½	7,9	+1
8329	3	30	8,0	1	7,9	+1
8346	3	47	8,3	1	8,2	+1
8356	3	57	8,4	½	8,4	0
8416	3	117	9,7	½	9,4	+3
8475	3	176	10,6	1	10,5	+1
8481	3	182	10,7	1	10,4	+3
8530	3	231	10,1	1	9,9	+2
8535	3	232	9,9	1	9,9	0
8542	3	243	9,8	1	9,7	+1
8555	3	256	9,7	1	9,4	+3
			U Cassiopeiae.			
7492	22	15	8,7	1	8,7	0
7495	22	18	8,8	1	8,8	0
7502	22	25	8,7	½	9,2	—5
7525	22	48	10,2	1	10,2	0
7552	22	75	11,7	1	12,1	—4
7703	22	226	11,4	½	10,1	+13!
7742	22	265	8,3	1	8,4	—1
7744	22	267	8,4	1	8,4	0
7754	22	277	8,4	1	8,4	0
7761	23	6	8,1	½	8,4	—3
7766	23	11	8,5	½	8,6	—1
7773	23	18	8,6	½	8,8	—2
7778	23	23	8,6	¼	9,0	—4
7787	23	32	9,4	½	9,5	—1
7792	23	37	9,4	½	9,6	—2
7796	23	41	9,8	1	9,6	+2
7797	23	42	9,8	1	9,7	+1
7801	23	46	9,8	1	10,0	—2
7813	23	58	11,3	½	11,0	+3
7960	23	205	12,4	¼	12.2	+2
8001	23	246	8,8	1	8,7	+1
8019	23	264	8,3	½	8,4	—1
8048	24	14	8,4	¼	8,7	—3
8080	24	46	10,2	½	10,0	+2
8096	24	62	11,1	1	11,3	—2
8109	24	75	12,0	1	12,1	—1
8111	24	77	12,0	1	12,3	—3
8117	24	83	12,4	1	12,6	—2
8122	24	88	12,6	1	12,8	—2
8125	24	91	12,8	1	12,9	—1
8129	24	95	13,0	½	13,0	0
8299	24	265	8,5	1	8,4	+1
8326	25	14	8,5	1	8,7	—2
8335	25	23	8.5	1	9,0	—5
8346	25	34	8,9	1	9,6	—7
8356	25	44	9,6	1	9,0	—3

RV Cassiopeiae.

d. J.	E	Δt	Poz. m	p	Vyp. m	P—V
7754	2	305	8,9	1	8,7	+ 2
7761	2	312	8,7	½	8,5	+ 2
7766	2	317	8,7	½	8,5	+ 2
7773	2	324	8,7	½	8,4	+ 3
7778	3	2	8,6	½	8,3	+ 3
7787	3	11	8,6	½	8,5	+ 1
7792	3	16	8,7	1	8,7	0
7796	3	20	8,7	1	8,8	— 1
7797	3	21	8,7	1	8,8	— 1
7801	3	25	8,75	1	8,9	— 1
7810	3	34	8,75	½	9,1	— 3
7813	3	37	8,9	½	9,2	— 3
7843	3	67	10,0	½	10,2	— 2
7846	3	70	10,0	1	10,2	— 2
7850	3	74	10,3	1	10,4	— 1
7857	3	81	10,3	1	10,6	— 3
7861	3	85	10,3	1	10,7	— 4
7878	3	102	11,0	1	11,3	— 3
7884	3	108	10,9	½	11,5	— 6
7886	3	110	11,4	1	11,6	— 2
7905	3	129	12,1	1	—	—
8080	3	304	8,7	1	8,8	— 1
8096	3	320	8,0	1	8,5	— 5
8109	4	6	8,0	1	8,5	— 5
8111	4	8	8,4	1	8,5	— 1
8117	4	14	8,5	1	8,6	— 1
8118	4	15	8,4	1	8,6	— 2
8122	4	19	8,4	1	8,7	— 3
8125	4	22	8,9	½	8,8	+ 1
8129	4	26	9,0	½	8,9	+ 1
8138	4	35	8,8	½	8,7	+ 1
8190	4	87	10,0	1	10,8	— 8
8220	4	117	11,2	½	11,8	— 6
8346	4	243	12,5	1	12,0	+ 5
8356	4	253	12,4	1	11,4	+ 10
8416	4	313	10,0	¼	8,5	+ 15
8456	5	26	8,7	¼	8,8	— 1
8485	5	55	10,1	⅓	9,8	+ 3
8491	5	61	9,8	¼	10,0	— 2
8542	5	112	11,1	½	11,6	— 5

RW Cassiopeiae.

7436,5	25	4,0	8,9	0,5	8,9	0
7478,5	28	1,6	8,7	1,0	8,6	+ 1
7488,2	28	11,3	9,4	0,5	8,9	+ 5
7490,4	28	13,5	8,7	0,5	8,5	+ 2
7491,3	28	14,4	8,45	0,5	8,4	0
7492,3	29	0,6	8,4	0,5	8,5	— 1
7493,3	29	1,6	8,6	1,0	8,6	0
7494,3	29	2,6	8,7	1,0	8,8	— 1
7495,3	29	3,6	8,8	1,0	8,8	0
7497,5	29	5,8	9,0	1,0	9,0	0
7498,3	29	6,6	9,0	1,0	9,1	— 1
7499,3	29	7,6	9,4	1,0	9,4	0
7501,3	29	9,6	9,4	1,0	9,4	0
7502,3	29	10,6	9,2	1,0	9,0	+ 2
7503,3	29	11,6	8,9	1,0	8,9	0
7505,3	29	13,6	8,7	0,5	8,5	+ 2
7506,5	30	0,0	8,5	1,0	8,4	+ 1
7517,5	30	11,0	9,2	0,5	9,0	+ 2
7522,3	31	1,0	8,4	0,5	8,6	— 2
7525,5	31	4,2	8,8	1,0	8,9	— 1
7526,5	31	5,2	8,8	1,0	8,9	— 1
7535,4	31	14,1	8,3	0,5	8,4	— 1
7552,5	33	1,6	8,5	1,0	8,6	— 1
7553,4	33	2,5	8,8	0,5	8,8	0
7556,3	33	5,4	8,9	0,5	8,9	0
7565,3	33	14,4	8,4	0,5	8,4	0
7566,7	34	1,0	8,5	0,5	8,6	— 1
7567,4	34	1,7	8,6	0,5	8,6	0
7581,3	35	0,8	8,5	1,0	8,5	0
7599,3	36	4,0	8,8	1,0	8,8	0
7600,3	36	5,0	8,9	0,5	8,9	0
7602,4	36	7,1	9,0	1,0	9,2	— 2
7608,3	36	13,0	9,0	1,0	8,5	+ 5
7612,3	37	2,2	8,7	0,5	8,7	0
7618,3	37	8,2	9,4	0,2	9,4	0
7627,3	38	2,4	8,5	0,5	8,8	— 3
7637,3	38	12,4	8,8	1,0	8,8	0
7638,3	38	13,4	8,4	1,0	8,5	— 1
7639,4	38	14,5	8,4	1,0	8,4	0
7646,6	39	6,9	9,0	0,5	9,2	— 2
7656,4	40	1,9	8,5	0,5	8,7	— 2
7666,4	40	11,9	8,9	0,5	8,8	+ 1
7668,4	40	13,9	8,2	1,0	8,5	— 3
7670,3	41	1,0	8,5	0,5	8,6	— 1
7684,5	42	0,4	8,5	0,5	8,4	+ 1
7687,3	42	3,2	8,9	0,3	8,8	+ 1
7703,6	43	4,7	9,0	0,5	8,9	+ 1
7705,5	43	6,6	9,2	1,0	9,1	+ 1
7714,4	44	0,7	8,5	0,5	8,5	0
7748,4	46	5,1	8,9	1,0	8,9	0
7962,4	60	11,9	9,4	0,5	8,8	+ 6

RS Aurigae.

7608	— 1	137	9,4	1	9,5	— 1
7639	0	4	8,8	1	9,2	— 4
7656	0	21	9,25	0,5	9,6	— 3
7666	0	31	9,95	0,5	9,9	0
7670	0	35	10,2	1	10,0	+ 2
7678	0	43	10,2	1	10,3	— 1
7684	0	49	10,7	1	10,5	+ 2
7691	0	56	10,7	0,5	10,7	0
7701	0	66	10,8	0,5	10,7	+ 1
7702	0	67	10,9	0,5	10,7	+ 2
7703	0	68	10,8	0,5	10,7	+ 1
7707	0	72	10,8	0,5	10,6	+ 2
7797	0	162	8,7	1	9,0	— 3
7850	+ 1	51	10,9	0,5	10,5	+ 4
7866	1	67	10,8	0,5	10,7	+ 1
7882	1	83	10,3	1	10,4	— 1
7888	1	89	9,9	1	10,4	— 5
7908	1	109	9,7	1	10,1	— 4
7910	1	111	9,7	1	10,1	— 4
7920	1	121	9,2	0,5	9,8	— 6
7923	1	124	9,2	0,5	9,7	— 5

d. J.	E	Δt	Poz. m	p	Výp. m	$P-V$	d. J.	E	Δt	Poz. m	p	Výp. m	$P-V$
7927	1	128	9,3	0,5	9,6	—3	8299	4	8	9,1	0,5	9,3	—2
7930	1	131	9,2	0,5	9,6	—4	8325	4	34	9,7	1	10,0	—3
7932	1	133	9,5	0,5	9,5	0	8333	4	42	9,95	1	10,2	—2
7941	1	142	8,9	1	9,3	—4	8346	4	55	10,5	1	10,7	—2
7943	1	144	8,9	1	9,2	—3	8348	4	57	10,5	0,5	10,7	—2
7944	1	145	8,7	1	9,2	—5	8355	4	64	10,9	1	10,8	+1
7946	1	147	8,8	1	9,2	—4	8356	4	65	10,8	1	10,7	+1
7951	1	152	8,6	1	9,1	—5	8358	4	67	10,95	0,5	10,7	+2
7953	1	154	8,65	1	9,1	—4	8412	4	121	10,2	1	9,8	+4
7956	1	157	9,1	0,5	9,0	+1	8416	4	125	10,1	1	9,7	+4
7960	1	161	9,0	1	9,0	0	8421	4	130	10,0	0,5	9,6	+4
7962	1	163	8,9	1	9,0	—1	8436	4	145	9,8	0,5	9,2	+6
7964	2	1	9,3	1	9,0	+3	8438	4	147	9,7	1	9,2	+5
7970	2	7	9,3	0,5	9,3	0	8439	4	148	9,7	1	9,1	+6
7973	2	10	9,25	1	9,3	0	8440	4	149	9,6	1	9,1	+5
7985	2	22	9,8	0,3	9,6	+2	8466	5	11	9,3	1	9,3	0
7996	2	33	9,85	0,5	10,0	—1	8475	5	20	9,55	0,5	9,6	0
7998	2	35	10,0	0,5	10,0	0	8530	5	75	10,4	0,5	10,5	—1
8001	2	38	10,15	0,5	10,1	0	8542	5	87	10,5	1	10,4	+1
8002	2	39	10,0	1	10,2	—2	8553	5	98	10,6	0,5	10,4	+2
8003	2	40	10,0	1	10,2	—2	8555	5	100	10,6	1	10,3	+3
8008	2	45	10,05	1	10,3	—2	8591	5	136	10,1	1	9,5	+6
8019	2	56	10,7	0,5	10,7	0							
8021	2	58	10,8	0,5	10,7	+1							
8022	2	59	10,8	1	10,8	0				*RV Draconis.*			
8023	2	60	10,75	0,5	10,8	0	7490	—1	178	10,15	1	10,1	0
8024	2	61	10,8	1	10,8	0	7501	—1	189	9,9	1	9,7	+2
8026	2	63	10,7	1	10,8	—1	7506	—1	194	9,8	1	9,4	+4
8028	2	65	10,7	1	10,7	0	7526	0	9	9,7	1	9,4	+3
8030	2	67	10,7	1	10,7	0	7678	0	161	11,85	0,5	10,8	+10
8040	2	77	10,6	0,5	10,5	+1	7684	0	167	11,5	0,5	10,6	+9
8045	2	82	10,4	0,5	10,4	0	7686	0	169	10,6	1	10,5	+1
8047	2	84	10,4	0,5	10,4	0	7691	0	174	10,3	0,5	10,2	+1
8048	2	85	10,4	0,5	10,4	0	7701	0	184	10,0	0,5	9,8	+2
8049	2	86	10,45	0,5	10,4	0	7703	0	186	9,2	1	9,7	—5
8052	2	89	10,4	1	10,4	0	7705	0	188	8,9	1	9,7	—8
8055	2	92	10,4	1	10,4	0	7713	0	196	8,4	1	9,4	—10
8056	2	93	10,3	1	10,4	—1	7725	+1	3	8,5	1	9,2	—7
8058	2	95	10,3	1	10,4	—1	7735	1	13	8,8	0,5	9,7	—9
8065	2	102	10,2	1	10,3	—1	7738	1	16	9,4	0,5	9,9	—5
8080	2	117	9,85	0,5	9,9	0	7743	1	21	9,9	0,5	10,2	—3
8122	2	159	9,05	1	9,0	0	7748	1	26	9,1	0,5	10,4	—13
8129	3	2	9,6	0,5	9,0	+6	7754	1	32	10,25	0,5	10,8	—5
8190	3	63	10,7	0,5	10,8	—1	7761	1	39	10,6	1	11,1	—5
8192	3	65	10,75	0,5	10,8	0	7778	1	56	11,4	0,5	—	—
8215	3	88	10,75	1	10,4	+3	7903	1	181	10,6	1	10,0	+6
8216	3	89	10,75	1	10,4	+3	7904	1	182	10,35	1	9,9	+4
8220	3	93	10,5	1	10,4	+1	7910	1	188	10,2	1	9,7	+5
8221	3	94	10,4	0,5	10,4	0	7914	1	192	9,5	1	9,5	0
8225	3	98	10,3	0,5	10,4	—1	7919	1	197	9,7	1	9,3	+4
8230	3	103	10,3	0,5	10,2	+1	7923	1	201	9,6	0,5	9,2	+4
8231	3	104	10,3	1	10,2	+1	7943	2	16	10,0	0,5	9,9	+1
8234	3	107	10,3	1	10,1	+2	7951	2	24	10,2	1	10,3	—1
8240	3	113	10,3	1	10,0	+3	7954	2	27	10,2	0,5	10,5	—3
8247	3	120	10,1	1	9,8	+3	7960	2	33	10,7	0,5	10,9	—2
8253	3	126	10,0	1	9,3	+7	7964	2	37	10,7	0,5	11,1	—4
8278	3	151	9,75	0,5	9,1	+6	8122	2	195	9,6	0,5	9,4	+2
8282	3	155	9,3	0,5	9,0	+3	8125	2	198	9,4	1	9,2	+2
8285	3	158	8,95	0,5	9,0	0	8129	2	202	9,6	1	9,1	+5
8290	3	163	9,0	1	9,0	0	8138	3	6	9,3	0,5	9,3	0
8291	4	0	9,0	1	9,0	0	8299	3	167	10,9	0,5	10,6	+3

d. J.	E	Δt	Poz. m	p	Výp. m	$P-V$
8324	3	192	9,8	1	9,5	+3
8325	3	193	9,8	1	9,5	+3
8330	3	198	9,3	1	9,3	0
8346	4	9	9,3	1	9,4	−1
8358	4	21	10,0	1	10 2	−2
8524	4	187	10,1	0 5	9 7	+4
8530	4	193	11,15	0,5	9,5	+16!
8535	4	198	9,9	0,5	9,2	+7
8542	5	0	9,5	0,5	9,0	+5
8554	5	12	9,0	0,5	9,6	+3
			RS Ursae maioris.			
7421	1	190	12,8	1	12,9	−1
7526	2	39	10,8	1	10,8	0
7684	2	197	12,3	1	12,1	+2
7701	2	214	10,4	0,5	10,2	+2
7703	2	216	9,8	1	10,1	−3
7705	2	218	9,7	1	9,9	−2
7713	2	226	9,0	1	9,4	−4
7723	2	236	8,5	0,5	9,0	−5
7725	2	238	8,6	0,5	9,0	−4
7729	2	242	8,6	1	8,8	−2
7735	2	248	8,6	1	8,8	−2
7738	2	251	8,6	0,5	8,7	−1
7742	3	0	8,5	0,5	8,7	−2
7743	3	1	8,6	1	8,7	−1
7748	3	6	8,75	0,5	8,8	0
7753	3	11	8,7	0,5	9,0	−3
7754	3	12	8,9	1	9,1	−2
7761	3	19	9,1	1	9,5	−4
7763	3	21	9,2	0,5	9,6	−4
7766	3	24	9,4	1	9,7	−3
7773	3	31	10,1	1	10,1	0
7776	3	34	10,2	1	10,4	−2
7778	3	36	10,3	0,5	10,5	−2
7782	3	40	10,6	0,3	10,9	−3
7787	3	45	10,6	0,5	11,2	−6
7792	3	50	11,0	0,5	11,6	−6
7796	3	54	11,6	1	11,8	−2
7944	3	202	12,3	1	11,6	+7
7946	3	204	12,2	1	11,4	+8
7951	3	209	11,95	1	10,6	+13!
7954	3	212	10,8	0,5	10,4	+4
7956	3	214	10,6	0,5	10,2	+4
7960	3	218	9,7	0,5	9,9	−2
7962	3	220	9,6	0,5	9,8	−2
7964	3	222	9,4	1	9,6	−2
7976	3	234	9,2	0,5	9,1	+1
7985	3	243	8,6	0,5	8,8	−2
7992	3	250	8,6	1	8,7	−1
7996	3	254	8,5	1	8,7	−2
7998	4	0	8,5	1	8,7	−2
8001	4	3	8,5	1	8,8	−3
8002	4	4	8,5	1	8,8	−3
8008	4	10	8,4	1	8,9	−5
8019	4	21	8,5	1	9,6	−11!
8021	4	23	8,6	1	9,7	−11!
8023	4	25	8,7	0,5	9,8	−11!
8024	4	26	8,9	1	9,8	−9
8025	4	27	9,2	1	9,9	−7
8028	4	30	9,4	1	10,0	−6
8030	4	32	9,35	1	10,2	−9
8036	4	38	9,7	0-5	10,7	−10
8040	4	42	10,2	0-5	11,0	−8
8049	4	51	10,6	0-5	11,6	−10
8052	4	54	11,6	1	11,8	−2
8055	4	57	12,0	1	12,0	0
8068	4	70	12,3	1	12,9	−6
8215	4	217	12,1	1	10,0	+21!
8216	4	218	11,9	1	9,9	+20!
8220	4	222	11,0	1	9,6	+14
8225	4	227	10-6	1	9,4	+12
8234	4	236	9,8	1	9,0	+8
8236	4	238	10,1	0,5	9,0	+11
8240	4	242	9,4	1	8-8	+6
8247	4	249	9,7	1	8,7	+10
8255	5	2	9,6	1	8,7	+9
8263	5	10	9,3	0,3	8,9	+4
8282	5	29	10,4	0,5	10,0	+4
8285	5	32	10,9	0,5	10,2	+7
8299	5	46	12,0	1	11,3	+7
8330	5	77	13,4	1	—	—
8466	5	213	10,15	0,5	10,3	−1
8475	5	222	8,95	0,5	9,6	−6
8485	5	232	8,5	0,5	9,1	−6
8491	5	238	8,5	0,5	9,0	−5
8515	6	7	8,9	1	8,9	0
8520	6	12	9,05	0,5	9,1	0
8524	6	16	9,4	1	9,3	+1
8530	6	22	9,75	1	9,6	+1
8535	6	27	9,8	1	9,9	−1
8542	6	34	10,4	0,5	10,4	0
8553	6	45	11,0	0,5	11,2	−2
8555	6	47	11,8	0,5	11,4	+4
8556	6	48	11,8	0,5	11,4	+4
			RR Ursae maioris.			
7127	−2	11	9,5	1	9,3	+2
7506	−1	171	11,0	1	11,4	−4
7526	−1	191	10,2	1	10,2	0
7535	−1	200	9,3	0,5	9,9	−6
7552	−1	217	9,1	1	9,5	−4
7553	−1	218	9,15	0,5	9,4	−2
7565	0	0	8,65	1	9,0	−3
7567	0	2	8,7	0,5	9,1	−4
7568	0	3	8,9	0,5	9,1	−2
7581	0	16	8,9	0,5	9,5	−6
7595	0	30	9,1	0,5	10,1	−10
7597	0	32	9,3	1	10,2	−9
7600	0	35	9,45	0,5	10,4	−9
7602	0	37	9,85	0,5	10,5	−6
7608	0	43	10,5	0,3	10 8	−3
7766	0	201	10,4	1	9,9	+5
7773	0	208	10,0	1	9,7	+3
7778	0	213	10,0	0,5	9,6	+4
7782	0	217	9,85	0,5	9,5	+3
7787	0	222	9,9	0,5	9,3	+6
7792	0	227	9,6	1	9,2	+4
7796	+1	1	9,5	1	9,1	+4
7797	1	2	9,3	0,5	9,1	+2

d. J.	E	Δt	Poz. m	p	Výp. m	$P-V$	d. J.	E	Δt	Poz. m	p	Výp. m	$P-V$
7813	1	18	10,0	1	9,6	+ 4	7713	3	85	10,1	1	10,4	— 3
7814	1	19	10,05	0,5	9,7	+ 4	7725	3	97	10,3	0,5	10,7	— 4
7815	1	20	10,0	1	9,7	+ 3	7743	3	115	11,1	0,5	11,1	0
7970	1	175	11,6	0,5	11,1	+ 5	7754	3	126	11,4	1	11,2	+ 2
7985	1	190	10,4	0,5	10,3	+ 1	7766	3	138	11,1	1	11,2	— 1
7996	1	201	9,3	0,5	9,9	— 6	7774	3	145	11,1	0,5	11,1	0
8001	1	206	9,2	0,5	9,8	— 6	7778	3	150	11,3	0,5	11,0	+ 3
8008	1	213	8,7	1	9,6	— 9	7787	3	159	11,5	0,5	10,8	+ 7
8019	1	224	8,8	0,5	9,3	— 5	7792	3	164	11,25	1	10,7	+ 5
8021	1	226	9,0	0,5	9,3	— 3	7796	3	168	11,1	0,5	10,6	+ 5
8023	1	228	9,1	0,5	9,2	— 1	7813	3	185	11,1	1	10,3	+ 8
8025	2	1	8,8	0,3	9,1	— 3	7814	3	186	10,8	0,5	10,3	+ 5
8028	2	4	9,0	1	9,1	— 1	7843	3	215	9,8	1	9,8	0
8030	2	6	9,1	1	9,2	— 3	7847	3	219	9,6	1	9,7	— 1
8036	2	12	9,2	0,5	9,4	— 2	7850	3	222	9,8	1	9,6	+ 2
8040	2	16	9,3	0,5	9,5	— 2	7857	3	229	9,6	1	9,5	+ 1
8049	2	25	9,85	0,3	9,9	0	7860	3	232	9,4	1	9,4	0
8052	2	28	9,55	0,5	10,1	— 5	7861	3	233	9,4	1	9,4	0
8058	2	34	10,5	1	10,3	+ 2	7871	3	243	9,3	0,5	9,3	0
8065	2	41	10,6	1	10,7	— 1	7878	3	250	9,3	1	9,2	+ 1
8080	2	56	11,4	1	11,4	0	7881	3	253	9,15	1	9,1	0
8081	2	57	11,5	1	11,4	+ 1	7884	3	256	9,0	0,5	9,0	0
8225	2	201	10,3	0,5	9,9	+ 4	7886	3	258	9,0	0,5	9,0	0
8234	2	210	10,2	1	9,6	+ 6	7914	3	286	8,2	0,5	8,5	— 3
8236	2	212	10,3	1	9,6	+ 7	7919	3	291	7,9	0,5	8,4	— 5
8240	2	216	10,1	1	9,5	+ 6	7923	3	295	7,9	0,5	8,3	— 4
8247	2	223	10,1	1	9,3	+ 8	7943	3	315	8,1	0,5	8,1	0
8255	3	1	10,0	0,5	9,1	+ 9	7944	3	316	8,1	0,5	8,1	0
8282	3	28	9,9	0,5	10,1	— 2	7951	3	323	8,0	1	8,1	— 1
8285	3	31	10,3	0,5	10,2	+ 1	7954	3	326	7,9	0,5	8,1	— 2
8299	3	45	10,7	1	10,9	— 2	7960	4	5	8,15	0,5	8,2	0
8438	3	184	11,2	1	10,6	+ 6	7964	4	9	8,6	0,3	8,3	+ 3
8456	3	202	10,2	1	9,9	+ 3	7970	4	15	8,4	0,5	8,4	0
8466	3	212	9,0	1	9,6	— 6	7985	4	30	9,2	0,5	8,8	+ 4
8475	3	221	8,75	0,5	9,4	— 6	7996	4	39	9,3	1	9,1	+ 2
8485	4	2	8,6	0,5	9,1	— 5	8001	4	46	9,6	1	9,3	+ 3
8491	4	8	8,75	1	9,2	— 4	8008	4	53	9,5	1	9,6	— 1
8520	4	37	9,8	0,5	10,5	— 7	8021	4	66	9,8	0,5	9,9	— 1
8530	4	47	10,5	1	11,0	— 5	8025	4	70	9,8	1	10,0	— 2
8542	4	59	10,9	0,5	11,5	— 6	8030	4	75	10.0	1	10,1	— 1
8553	4	70	11,5	0,5	—	—	8052	4	97	10 8	1	10 7	+
							8058	4	103	11,6	1	10,7	+ 3
							8080	4	125	11,2	1	11,2	0
		U Ursae minoris.					8081	4	126	11,25	1	11,2	0
7422	2	121	11,1	1	11,2	— 1	8092	4	135	11,35	1	11,2	+ 1
7478	2	177	11,1	1	10,4	+ 7	8096	4	141	10,9	1	11,1	— 2
7526	2	225	9,9	1	9,6	+ 3	8109	4	154	11,3	0,5	10,9	+ 4
7553	2	252	9,3	0,5	9,1	+ 2	8111	4	156	10,9	1	10,9	0
7597	2	296	8,8	1	8,3	+ 5	8117	4	162	10,6	1	10,7	— 1
7608	2	307	8,35	1	8,2	+ 1	8120	4	165	10,6	1	10,7	— 1
7612	2	311	8,45	0,5	8,1	+ 3	8025	4	170	11,1	1	10,6	+ 5
7618	2	317	8,2	0,5	8,1	+ 1	8129	4	174	11,1	1	10,5	+ 6
7627	2	326	8,35	1	8,1	+ 2	8134	4	179	10,3	1	10,4	— 1
7637	3	9	8,1	1	8,3	— 2	8138	4	183	10,3	1	10,3	0
7638	3	10	8,3	1	8,3	0	8192	4	237	9,2	1	9,4	— 2
7639	3	11	8,5	1	8,3	+ 2	8215	4	260	9,0	1	9,0	0
7646	3	18	8,5	1	8,5	0	8220	4	265	8,9	1	8,9	0
7656	3	28	8,8	1	8,8	0	8225	4	270	8,9	1	8,8	+ 1
7668	3	40	8,9	1	9,1	— 2	8234	4	279	8,9	1	8,6	+ 3
7678	3	50	9,4	1	9,5	— 1	8236	4	281	8,9	1	8,6	+ 3
7684	3	56	9,4	1	9,6	— 2	8240	4	285	8,0	0,3	8,5	— 5

d. J.	E	Δt	Poz. m	p	Výp. m	$P-V$	d. J.	E	Δt	Poz. m	p	Výp. m	$P-V$
8247	4	292	8,4	0,5	8,4	0	7866	1	168	8,9	0,5	8,9	0
8255	4	300	8,0	1	8,2	—2	7878	1	179	8,8	1	8,5	+3
8282	5	0	7,6	1	8,1	—5	7920	1	221	8,2	1	8,0	+2
8285	5	3	7,6	0,5	8,1	—5	7927	1	228	7,85	1	8,0	—1
8299	5	77	7,95	0,5	8,5	—5	7943	1	244	7,8	0,5	7,8	0
8324	5	42	9,2	1	9,2	0	7941	1	245	7,85	1	7,8	0
8330	5	48	9,3	1	9,4	—1	7951	1	252	7,8	1	7,7	+1
8346	5	64	9,7	1	9,8	—1	7960	1	261	7,8	1	7,7	+1
8421	5	139	10,8	0,5	11,2	—4	7964	2	2	7,85	1	7,7	+1
8438	5	156	10,8	0,5	10,9	—1	7970	2	8	7,95	1	7,7	+2
8456	5	174	10,5	0,5	10,5	0	7973	2	11	7,8	1	7,7	+1
8466	5	184	10,5	0,5	10,3	+2	7985	2	23	7,8	0,5	7,9	—1
8475	5	193	10,1	0,5	10,2	—1	8002	2	40	7,9	0,5	8,4	—5
8485	5	203	9,8	0,5	10,0	—2	8003	2	41	8,0	1	8,4	—4
8491	5	209	9,7	0,5	9,9	—2	8008	2	46	8,05	1	8,5	—4
8520	5	238	9,75	0,3	9,3	+4	8019	2	57	8,35	0,5	8,9	—5
8530	5	248	9,25	1	9,2	0	8021	2	59	8,5	0,5	8,9	—4
8542	5	260	9,15	1	9,0	+1	8024	2	62	8,8	0,5	9,1	—3
8556	5	274	9,0	1	8,7	+3	8028	2	66	8,7	0,5	9,2	—5
8591	5	309	7,7	0,5	8,2	—5	8030	2	68	9,0	1	9,3	—3
							8036	2	74	9,3	1	9,5	—2
							8040	2	78	9,5	1	9,6	—1
			V Bootis.				8048	2	86	9,85	0,5	9,9	0
7436	0	0	7,5	1	7,7	—2	8052	2	90	9,7	1	10,0	—3
7491	0	55	8,7	1	8,8	—1	8056	2	94	9,9	1	10,1	—2
7501	0	65	9,2	0,5	9,2	0	8058	2	96	9,9	1	10,2	—3
7565	0	129	11,0	0,5	10,2	+8	8065	2	103	10,45	0,5	10,4	0
7596	0	160	9,5	0,5	9,2	+3	8080	2	118	10,5	1	10,5	0
7624	0	188	8,5	1	8,2	+3	8081	2	119	10,4	1	10,5	—1
7639	0	203	8,5	1	8,1	+4	8089	2	127	10,4	1	10,3	+1
7646	0	210	8,4	1	8,0	+4	8092	2	130	10,4	1	10,2	+2
7656	0	220	8,1	1	8,0	+1	8096	2	134	10,1	1	10,0	+1
7659	0	223	8,2	1	8,0	+2	8111	2	149	9,9	1	9,6	+3
7668	0	232	8,4	1	7,9	+5	8117	2	155	9,5	1	9,4	+1
7678	0	242	8,05	1	7,8	+2	8118	2	156	9,0	0,5	9,4	—4
7684	0	248	8,1	1	7,8	+3	8120	2	158	9,4	0,5	9,3	+1
7686	0	250	7,8	1	7,7	+1	8121	2	159	9,4	1	9,3	+1
7691	0	255	7,9	0,5	7,7	+2	8125	2	163	9,0	1	9,1	—1
7703	1	4	7,8	1	7,7	+1	8129	2	167	8,85	1	9,0	—1
7705	1	6	7,7	1	7,7	0	8138	2	176	8,8	1	8,6	+2
7710	1	11	7,6	1	7,7	—1	8192	2	230	7,8	1	8,0	—2
7725	1	26	8,1	1	8,0	+1	8214	2	252	7,9	1	7,7	+2
7729	1	30	8,1	1	8,1	0	8220	2	258	7,85	1	7,7	+1
7735	1	36	8,05	1	8,3	—2	8234	3	9	7,7	0,5	7,7	0
7738	1	39	8,4	0,3	8,4	0	8236	3	11	7,8	1	7,7	+1
7743	1	44	8,05	1	8,5	—4	8263	3	38	8,0	0,5	8,3	—3
7754	1	55	8,4	1	8,8	—4	8298	3	73	10,8	0,3	9,5	+13!
7760	1	61	9,1	1	9,0	+1	8324	3	99	10,2	0,5	10,3	—1
7761	1	62	9,0	1	9,1	—1	8326	3	101	10,1	1	10,3	—2
7763	1	64	8,6	0,3	9,2	—6	8333	3	108	9,6	0,3	10,5	—9
7766	1	67	9,0	1	9,2	—2	8346	3	121	9,95	1	10,5	—5
7772	1	73	9,2	1	9,4	—2	8356	3	131	9,5	1	10,1	—6
7773	1	74	9,4	0,5	9,5	—1	8412	3	187	9,8	1	8,3	—3
7777	1	78	9,55	1	9,6	0	8418	3	193	8,0	1	8,2	—2
7787	1	88	9,6	1	9,9	—3	8421	3	196	8,0	1	8,1	—1
7797	1	98	10,6	1	10,3	+3	8436	3	211	7,7	1	8,1	—4
7801	1	102	10,65	1	10,4	+2	8466	3	241	7,5	1	7,8	—3
7813	1	114	9,8	0,3	10,5	—7	8475	3	250	7,4	1	7,7	—3
7815	1	116	10,9	1	10,5	+4	8485	3	260	7,4	1	7,7	—3
7845	1	146	10,0	1	9,7	+3	8491	4	3	7,3	1	7,7	—4
7860	1	161	9,5	1	9,2	+3	8520	4	32	7,9	0,5	8,4	—3

d. J.	E	Δt	Poz. m	p	Výp. m	$P-V$
8524	4	36	8,5	0,5	8,3	+ 2
8530	4	42	8,4	1	8,4	0
8535	4	47	8,4	0,5	8,5	— 1
8542	4	54	8,95	0,5	8,8	+ 1
8555	4	67	9,05	1	9,2	— 1
8556	4	68	9,1	0,5	9,3	— 2
8591	4	103	10,35	0,5	10,4	0
			RR Bootis.			
7565	0	19	8,8	1	9,4	— 6
7596	0	50	10,0	0,5	10,6	— 6
7598	0	52	10,4	1	10,7	— 3
7624	0	78	11,4	1	11,8	— 4
7701	0	155	10,8	1	10,6	+ 2
7703	0	157	10,7	1	10,5	+ 2
7705	0	159	10,7	0,5	10,3	+ 4
7713	0	167	10,3	1	9,9	+ 4
7725	0	179	9,2	0,5	9,1	+ 1
7729	0	183	8,5	0,5	9,0	— 5
7735	0	189	8,5	1	8,8	— 3
7738	0	192	8,2	1	8,8	— 6
7743	1	0	8,5	1	8,7	— 2
7754	1	11	8,7	0,5	9,1	— 4
7760	1	17	8,4	1	9,3	— 9
7761	1	18	8,6	1	9,3	— 7
7763	1	20	8,6	0,5	9,4	— 8
7766	1	23	8,7	0,5	9,5	— 8
7772	1	29	9,2	0,5	9,7	— 5
7773	1	30	9,3	0,5	9,8	— 5
7777	1	34	9,3	1	9,9	— 6
7787	1	44	10,0	1	10,4	— 4
7797	1	54	10,6	1	10,8	— 2
7801	1	58	10,7	1	11,0	— 3
7911	1	168	10,4	0,5	9,8	+ 6
7920	1	177	9,9	1	9,3	+ 6
7927	1	184	9,6	1	9,0	+ 6
7943	2	4	9,5	1	8,8	+ 7
7944	2	5	9,45	1	8,9	+ 6
7951	2	12	9,55	1	9,1	+ 5
7960	2	21	9,75	1	9,5	+ 3
7964	2	25	9,9	1	9,5	+ 4
7970	2	31	9,8	1	9,8	0
7973	2	34	9,9	1	9,9	0
7985	2	46	10,6	0,3	10,5	+ 1
8003	2	64	11,4	0,5	11,2	+ 2
8008	2	69	11,5	0,5	11,4	+ 1
8024	2	85	12,2	0,5	12,1	+ 1
8052	2	113	12,7	0,5	12,5	+ 2
8056	2	117	12,7	0,5	12,4	+ 3
8080	2	141	11,4	0,5	11,4	0
8089	2	150	10,8	1	10,8	0
8092	2	153	10,7	1	10,6	+ 1
8096	2	157	10,4	1	10,5	— 1
8109	2	170	9,3	0,5	9,7	— 4
8111	2	172	9,3	1	9,5	— 2
8117	2	178	8,8	1	9,2	— 4
8118	2	179	8,5	1	9,1	— 6
8120	2	181	8,3	1	9,1	— 8
8121	2	182	8,4	1	9,0	— 6
8125	2	186	8,5	0,5	8,9	— 4
8129	2	190	8,5	0,5	8,8	— 3
8138	3	2	8,3	1	8,7	— 4
8214	3	78	11,9	0,5	11,8	+ 1
8298	3	162	10,7	0,5	10,2	+ 5
8324	3	188	10,0	1	8,9	+ 11
8326	3	190	9,3	1	8,8	+ 5
8333	4	0	9,2	0,5	8,7	+ 5
8346	4	13	9,4	0,5	9,2	+ 2
8356	4	23	9,6	1	9,5	+ 1
8412	4	79	11,5	1	11,9	— 4
8418	4	85	12,05	0,5	12,1	0
8436	4	103	12,6	1	12,6	0
8466	4	133	11,4	1	11,6	— 2
8475	4	142	11,2	0,5	11,2	0
8485	4	152	10,85	0,5	10,7	+ 1
8491	4	158	10,65	0,5	10,4	+ 2
8520	4	187	8,85	0,5	8,9	0
8524	4	191	9,0	0,5	8,8	+ 2
8530	5	0	8,95	1	8,7	+ 2
8535	5	5	9,15	1	8,9	+ 2
8542	5	12	9,2	0,5	9,1	+ 1
8555	5	25	9,9	0,5	9,5	+ 4
8556	5	26	10,9	1	9,6	+ 13!
8591	5	61	11,3	1	11,1	+ 2
			X Coronae.			
7639	— 1	198	10,4	1	10,7	— 3
7646	— 1	205	10,2	1	10,3	— 1
7656	— 1	215	10,2	1	9,7	+ 5
7667	— 1	226	9,7	1	9,3	+ 4
7668	— 1	227	9,65	1	9,3	+ 4
7678	— 1	237	9,35	1	9,0	+ 4
7684	— 1	243	8,7	1	8,9	— 2
7686	— 1	245	8,7	1	8,9	— 2
7687	0	0	9,0	0,5	8,9	+ 1
7701	0	14	9,3	1	9,3	0
7703	0	16	9,35	1	9,4	0
7705	0	18	9,45	1	9,5	0
7713	0	26	9,5	1	9,8	— 3
7725	0	38	10,05	0,5	10,2	— 1
7729	0	42	10,2	1	10,4	— 2
7735	0	48	10,5	1	10,6	— 1
7743	0	56	10,6	0,5	10,9	— 3
7777	0	90	12,9	1	12,4	+ 5
7860	0	173	12,1	0,5	12,0	+ 1
7878	0	191	11,9	1	11,0	+ 9
7882	0	195	11,5	1	10,8	+ 7
7904	0	217	9,9	0,5	9,7	+ 2
7911	0	224	9,6	1	9,4	+ 2
7920	0	233	9,4	1	9,1	+ 3
7927	0	240	8,7	1	9,0	— 3
7944	1	11	9,2	1	9,2	0
7951	1	18	9,7	1	9,5	+ 2
7960	1	27	9,5	1	9,8	— 3
7970	1	37	9,9	1	10,2	— 3
7973	1	40	9,8	1	10,3	— 5
7985	1	52	10,3	0,5	10,7	— 4
8003	1	70	12,3	0,5	11,6	+ 7
8024	1	91	12,1	0,5	12,4	— 3

d. J.	E	Δ	Poz. m	p	Výp. m	$P-V$	d. J.	E	Δt	Poz. m	p	Výp. m	$P-V$
8040	1	107	12,6	0,5	12,9	—3	7911	—1	291	11,9	0,3	10,4	+15!
8052	1	119	12,9	1	13,2	—3	7920	—1	300	10,0	0,5	10,1	—1
8096	1	163	12,8	1	12,3	+5	7927	—1	307	10,0	1	9,9	+1
8111	1	178	12,7	1	11,8	+9	7944	—1	324	9,4	1	9,3	+1
8117	1	184	12,05	0,5	11,3	+8	7951	—1	331	9,2	1	9,1	+1
8120	1	187	11,85	1	11,2	+6	7960	—1	340	8,6	0,5	8,8	—2
8129	1	196	11,4	1	10,8	+6	7964	—1	344	8,6	0,5	8,6	0
8138	1	205	10,7	1	10,3	+4	7970	—1	350	8,5	1	8,4	+1
8192	2	13	8,9	1	9,3	—4	7973	—1	353	8,4	1	8,3	+1
8214	2	35	9,7	0,5	10,1	—4	7985	—1	365	7,7	0,5	7,9	—2
8220	2	41	9,8	1	10,3	—5	8002	0	15	8,3	0,5	7,9	+4
8225	2	46	10,2	1	10,5	—3	8008	0	21	7,8	1	7,9	—1
8234	2	55	10,7	1	10,8	—1	8021	0	34	8,2	0,5	8,0	+2
8236	2	57	11,2	0,5	10,9	+3	8024	0	37	8,2	1	8,0	+2
8356	2	177	12,7	1	11,8	+9	8028	0	41	8,2	1	8,0	+2
8412	2	233	8,7	1	9,1	—4	8036	0	49	8,4	1	8,1	+3
8418	2	239	8,6	1	9,0	—4	8040	0	53	8,4	1	8,1	+3
8436	3	11	8,8	1	9,2	—4	8048	0	61	8,4	0,5	8,2	+2
8466	3	41	10,3	1	10,3	0	8052	0	65	8,4	1	8,2	+2
							8058	0	71	8,45	1	8,2	+2
							8065	0	78	8,68	0,5	8,3	+4
			V Coronae.				8080	0	93	8,6	1	8,5	+1
7437	—2	183	9,7	1	10,4	—7	8082	0	95	8,7	1	8,6	+1
7478	—2	225	10,1	1	11,2	—11	8092	0	105	8,6	1	8,8	—2
7491	—2	238	10,1	1	11,1	—10	8096	0	109	9,0	1	8,8	+2
7501	—2	248	11,3	0,5	11,3	—0	8109	0	122	8,9	1	9,1	—2
7523	—2	270	10,1	0,5	10,9	—8	8111	0	124	9,1	1	9,1	0
7526	—2	273	10,1	0,5	10,8	—7	8117	0	130	9,4	1	9,2	+2
7565	—2	312	9,6	0,3	9,7	—1	8120	0	133	9,4	1	9,3	+1
7597	—2	344	8,4	1	8,6	—2	8129	0	142	9,6	1	9,5	+1
7639	—1	19	7,3	0,5	7,9	—3	8138	0	151	9,4	0,5	9,7	—3
7646	—1	26	7,5	1	7,9	—4	8192	0	205	11,45	1	10,8	+6
7656	—1	36	7,4	1	8,0	—3	8214	0	227	11,4	1	11,2	+2
7668	—1	48	7,5	1	8,1	—6	8220	0	233	10,9	0,5	11,3	—4
7678	—1	58	7,55	1	8,1	—6	8225	0	238	11,0	0,5	11,3	—3
7684	—1	64	8,0	1	8,2	—2	8234	0	247	11,7	0,5	11,4	+3
7686	—1	66	7,55	0,5	8,2	—3	8236	0	249	11,4	1	11,3	+1
7691	—1	71	7,55	1	8,2	—6	8298	0	311	10,2	1	9,8	+4
7701	—1	81	8,2	0,5	8,3	—1	8346	0	359	8,4	1	8,1	+3
7703	—1	83	8,2	1	8,4	—2	8356	+1	2	8,4	1	7,9	+5
7705	—1	85	8,0	1	8,4	—4	8412	1	58	8,35	1	8,1	+2
7713	—1	93	8,1	1	8,5	—4	8418	1	64	8,6	1	8,2	+4
7725	—1	105	8,6	0,5	8,8	—2	8436	1	82	8,7	0,5	8,4	+3
7729	—1	109	8,5	0,5	8,8	—3	8466	1	112	9,4	0,5	8,9	+5
7735	—1	115	8,7	1	8,9	—2	8485	1	131	9,4	0,5	9,3	+1
7738	—1	118	8,7	1	9,0	—3	8520	1	166	10,3	0,5	10,0	+3
7743	—1	123	8,7	1	9,1	—4	8524	1	170	10,6	0,5	10,1	+5
7754	—1	134	9,4	0,5	9,3	+1	8530	1	176	10,9	0,5	10,2	+7
7763	—1	143	9,2	1	9,5	—3	8542	1	188	11,3	1	10,5	+8
7777	—1	157	9,3	1	9,8	—5							
7797	—1	177	10,5	1	10,2	+3							
7801	—1	181	10,1	1	10,3	—2							
7815	—1	195	10,18	1	10,6	—4				*RT Draconis.*			
7845	—1	225	11,4	1	11,2	+2	7845	2	248	10,7	1	10,3	+4
7851	—1	231	10,9	1	11,3	—4	7847	2	250	10,5	1	10,2	+3
7860	—1	240	11,5	1	11,4	+1	7850	2	253	10,2	1	10,1	+1
7867	—1	247	10,9	1	11,4	—5	7857	2	260	9,8	1	10,0	—2
7878	—1	258	11,6	1	11,1	+5	7860	2	263	10,1	0,5	10,0	+1
7882	—1	262	11,4	1	11,1	+3	7861	2	264	10,1	1	9,9	+2
7886	—1	266	11,5	1	11,0	+5	7862	2	265	9,9	0,5	9,9	0
7904	—1	284	11,4	1	10,6	+8	7863	2	266	10,0	0,5	9,9	+1

d. J.	E	Δt	Poz. m	p	Výp. m	$P-V$
7867	2	270	10,1	1	9,8	+ 3
7871	2	274	10,15	1	9,8	+ 3
7878	3	1	10,0	0,5	9,8	+ 2
7879	3	2	9,5	1	9,8	— 3
7881	3	4	9,5	0,5	9,9	— 4
7884	3	7	9,9	0,5	9,9	0
7886	3	9	10,0	0,5	10,0	0
7887	3	10	9,9	0,5	10,0	— 1
7895	3	18	9,9	0,5	10,3	— 4
7904	3	27	10,2	1	10,6	— 4
7910	3	33	10,4	1	10,8	— 4
7911	3	34	10,7	1	10,8	— 1
7919	3	42	10,7	1	11,0	— 3
7927	3	50	11,0	0,5	11,3	— 3
8122	3	245	9,5	0,5	10,3	— 8
8125	3	248	9,9	1	10,3	— 4
8129	3	252	10,1	1	9,9	+ 2
8346	4	189	10,7	1	—	—
8412	4	255	9,6	0,5	10,0	— 4
8421	4	264	9,6	1	9,9	— 3
8436	4	279	9,45	0,5	9,8	— 3
8456	5	19	10,7	0,5	10,3	+ 4
8467	5	30	11,1	0,5	10,7	+ 4
			U Draconis.			
7491	52	45	10,7	0,5	11,1	— 4
7495	52	49	10,9	1	11,3	— 4
7498	52	52	11,1	1	11,4	— 3
7568	52	122	12,0	1	—	—
7668	52	222	12,2	1	—	—
7684	52	238	11,7	1	11,5	+ 2
7702	52	256	11,5	1	11,0	+ 5
7725	52	279	10,7	1	10,3	+ 4
7735	52	289	10,7	1	10,6	+ 1
7761	52	315	9,3	1	9,4	— 1
7766	53	2	9,3	1	9,4	— 1
7773	53	9	9,6	0,5	9,7	— 1
7792	53	28	10,3	1	10,4	— 1
7795	53	31	10,7	1	10,5	+ 2
8001	53	237	11,7	1	11,5	+ 2
8003	53	239	11,95	1	11,5	+ 4
8008	53	244	12,1	1	11,4	+ 7
8021	53	257	11,1	0,5	11,0	+ 1
8036	53	272	10,9	1	10,5	+ 4
8045	53	281	10,1	0,5	10,3	— 2
8052	53	288	10,0	1	10,0	0
8055	53	291	10,05	1	10,0	0
8058	53	294	9,9	1	9,9	0
8065	53	301	9,9	1	9,7	+ 2
8068	53	304	9,9	1	9,6	+ 3
8080	53	316	9,6	1	9,4	+ 2
8082	54	0	9,5	1	9,4	+ 1
8089	54	6	9,6	1	9,6	0
8092	54	9	9,6	1	9,7	— 1
8096	54	13	9,7	1	9,8	— 1
8109	54	26	9,9	1	10,3	— 4
8117	54	34	10,3	1	10,6	— 3
8120	54	37	10,6	1	10,7	— 1
8122	54	39	10,3	1	10,9	— 6
8125	54	42	11,05	1	11,0	0
8129	54	46	11,1	1	11,1	0
8216	54	133	11,7	0,3	—	—
8325	54	242	11,4	1	11,4	0
8335	54	252	11,1	1	11,1	0
8346	54	263	10,6	1	10,8	— 2
8412	55	10	9,45	1	9,7	— 2
8421	55	19	10,0	1	10,0	0
8436	55	34	10,8	1	10,6	+ 2
8456	55	54	11,0	1	11,5	— 5
8466	55	64	11,7	1	11,9	— 2
8475	55	73	12,0	0,5	12,3	— 3
			W Pegasi.			
7501	11	248	10,9	1	10,1	+ 8
7600	12	5	7,5	1	7,8	— 3
7815	12	220	11,3	1	11,1	+ 2
7845	12	250	10,2	1	10,1	+ 1
7857	12	262	9,7	1	9,7	0
7860	12	265	9,4	0,5	9,6	— 2
7867	12	272	9,3	1	9,4	— 1
7878	12	283	9,7	0,2	9,0	+ 7
7879	12	284	9,1	1	9,0	+ 1
7884	12	289	9,1	0,5	8,4	+ 7
7895	12	300	8,6	0,5	8,4	+ 2
7905	12	305	8,5	1	8,2	+ 3
7914	12	319	7,7	1	7,7	0
7927	12	332	7,5	1	7,6	— 1
7932	12	337	7,6	1	7,6	0
7943	13	5	7,7	1	7,8	— 1
7953	13	15	8,6	1	8,2	+ 4
7960	13	22	8,7	0,5	8,5	+ 2
7964	13	26	8,7	1	8,7	0
8001	13	63	9,6	1	10,2	— 6
8192	13	254	9,8	0,5	10,0	— 2
8214	13	276	9,6	1	9,3	+ 3
8220	13	282	9,6	1	9,0	+ 6
8225	13	287	9,6	1	8,9	+ 7
8234	13	296	9,2	1	8,5	+ 7
8240	13	302	8,7	0,5	8,3	+ 4
8247	13	309	9,2	1	8,0	+ 12
8282	14	2	7,8	1	7,6	+ 2
8285	14	5	7,8	1	7,8	0
8321	14	41	9,2	1	9,3	— 1
8330	14	50	9,2	1	9,6	— 4
8355	14	75	9,7	1	10,5	— 8
8475	14	195	11,7	1	11,8	— 1
8530	14	250	9,8	1	10,1	— 3
8542	14	262	9,7	0,5	9,7	0
			SV Andromedae.			
7867	— 1	282	9,35	0,5	8,9	+ 4
7871	— 1	286	9,05	0,5	8,8	+ 2
7878	— 1	293	8,9	0,5	8,6	+ 3
7879	— 1	294	8,9	0,5	8,6	+ 3
7882	— 1	297	8,6	0,5	8,5	+ 1
7883	— 1	298	8,6	0,5	8,5	+ 1
7884	— 1	299	8,5	0,5	8,5	0
7887	— 1	302	8,5	1	8,5	0
7895	— 1	310	8,5	0,5	8,4	+ 1

d. J.	E	Δt	Poz. m	p	Výp. m	$P-V$	d. J.	E	Δt	Poz. m	p	Výp. m	$P-V$
7904	0	1	8,1	1	8,4	—3	8190	0	287	8,6	1	8,7	—1
7911	0	8	8,5	1	8,6	—1	8214	0	311	7,7	1	8,4	—7
7914	0	11	8,5½	1	8,6	—1	8220	0	317	8,15	1	8,4	—2
7927	0	24	9,15	1	9,1	0	8225	1	4	8,1	0,5	8,5	—4
7932	0	29	9,4	1	9,3	+1	8234	1	13	8,15	0,5	8,7	—5
7943	0	40	9,8	1	9,7	+1	8240	1	19	8,15	0,5	8,9	—7
7946	0	43	10,0	1	9,8	+2	8247	1	26	8,85	1	9,2	—3
7951	0	48	10,3	1	10,0	+3	8282	1	61	9,8	1	10,5	—7
7953	0	50	10,4	0,5	10,1	+3	8285	1	64	10,6	1	10,6	0
7960	0	57	10,9	0,5	10,3	+6	8330	1	109	12,2	0,5	12,2	0
7964	0	61	10,9	1	10,4	+5	8530	1	309	9,0	1	8,4	+6
8001	0	98	12,6	0,5	11,8	+8	8542	2	3	8,7	1	8,4	+3
8139	0	236	10,7	1	10,3	+4	8553	2	14	9,0	1	8,7	+3

Normální body středních křivek světlosti.

(Hodnota J značí rychlost měny světelné v jednotlivých fásích, t. j. přírůstek [positivní či negativní] za jeden střední den.)

Č	Δt d	Počet poz.	Velikost poz.	Velikost graf.	Δm10-2 P—g	J
			T Cassiopeiae.			
0	0	6	7,85	7,85	00	0,003
1	19	10	7,91	7,91	00	0,005
2	39	16	8,02	8,02	00	0,021
3	58	4	8,43	8,41	+ 02	0,016
4	77	1	8,7	8,72	00	0,019
5	96	3	9,12	9,09	+ 03	0,015
6	116	7	9,32	9,39	— 07	0,026
7	135	.	.	9,89	.	0,015
8	154	.	.	10,18	.	0,015
9	174	2	10,65	10,46	+ 19	0,002
10	193	.	.	10,43	.	0,014
11	212	2	10,12	10,17	— 05	0,016
12	232	2	9,85	9,85	00	0,019
13	251	4	9,49	9,49	00	0,019
14	270	.	.	9,13	.	0,032
15	289	2	8,50	8,53	— 03	0,014
16	309	.	.	8,25	.	0,008
17	328	2	7,85	8,10	— 25	0,003
18	347	3	8,06	8,04	+ 02	0,002
19	367	3	8,02	8,00	+ 02	0,001
20	386	2	8,00	7,98	+ 02	0,002
21	405	6	7,94	7,95	— 01	0,004
22	425	3	7,83	7,83	00	0,002
23	444	2	7,73	7,80	— 07	0,003
			U Cassiopeiae.			
0	0	2	8,30	8,30	00	0,025
1	12	5	8,67	8,60	+ 07	0,037
2	23	5	8,80	9,05	— 25	0,053
3	35	4	9,70	9,63	+ 07	0,036
4	46	3	10,04	10,03	+ 01	0,081
5	58	2	11,17	11,00	+ 17	0,064
6	70	3	11,90	11,77	+ 13	0,066
7	81	3	12,60	12,50	+ 10	0,042:
8	93	1	13,0	13,00	00	.
.	.	.	.	.	.	.
17	197	1	12,4	12,6	— 20	0,080
18	209	.	.	11,65	.	0,091
19	220	1	11,4	10,65	+ 75:	0,071
20	232	.	.	9,80	.	0,079
21	244	1	8,8	8,85	— 05	0,034
22	255	3	8,38	8,48	— 10	0,007
23	267	2	8,40	8,40	00	0,009

Č	Δt d	Počet poz.	Velikost poz.	Velikost graf.	Δm10-2 P—g	J
			RV Cassiopeiae.			
0	0	4	8,33	8,37	— 04	0,017
1	14	10	8,75	8,60	+ 15	0,027
2	27	3	8,85	8,95	— 10	0,028
3	41	.	.	9,34	.	0,032
4	54	3	9,98	9,75	+ 23	0,031
5	68	3	10,20	10,18	+ 02	0,030
6	82	2	10,15	10,60	— 45	0,036
7	95	2	10,95	11,07	— 12	0,032
8	109	3	11,28	11,52	— 24	0,039
9	122	1	12,1	12,03	+ 07	.
10	136	.	.	.	.	.
11	150	.	.	.	.	.
12	163	.	.	.	.	.
13	177	.	.	.	.	.
14	190	.	.	.	.	.
15	204	.	.	.	.	.
16	218	.	.	.	.	.
17	231	1	12,5	12,63	— 13	0,050
18	245	1	12,4	11,9	+ 50	0,062
19	258	.	.	11,1	.	0,050
20	272	.	.	10,4	.	0,057
21	286	.	.	9,6	.	0,050
22	299	3	8,78	8,95	— 17	0,029
23	313	4	8,53	8,54	— 01	0,012
			RW Cassiopeiae.			
0	0	8	8,48	8,41	+ 07	0,154
1	1,3	9	8,63	8,60	+ 03	0,143
2	2,7	2	8,82	8,80	+ 02	0,062
3	4,0	7	8,85	8,85	00	0,057
4	5,4	4	8,91	8,93	— 02	0,169
5	6,7	3	9,16	9,15	+ 01	0,192
6	8,0	1	9,4	9,4	00	0,050
7	9,4	2	9,33	9,33	00	0,215
8	10,7	5	8,91	9,05	— 14	0,179
9	12,1	2	8,90	8,80	+ 10	0,231
10	13,4	8	8,41	8,50	— 09	0,064

Č	Δt d	Počet poz.	Velikost poz.	Velikost graf.	$\Delta^m 10^{-2}$ P—g	J
			RS Aurigae.			
0	0	4	9,10	9,03	+ 07	0,037
1	7	4	9,42	9,29	+ 13	0,013
2	14	.	.	9,38	.	0,033
3	20	3	9,48	9,58	— 10	0,031
4	27	2	9,90	9,80	+ 10	0,029
5	34	6	10,00	10,00	00	0,029
6	41	3	10,07	10,20	— 13	0,033
7	48	2	10,80	10,43	+ 37	0,037
8	54	5	10,62	10,65	— 03	0,021
9	61	10	10,83	10,80	+ 03	0,014
10	68	6	10,74	10,70	+ 04	0,026
11	75	2	10,50	10,52	— 02	0,013
12	82	6	10,41	10,43	— 02	0,002
13	88	8	10,43	10,42	+ 01	0,001
14	95	4	10,45	10,41	+ 04	0,020
15	102	4	10,27	10,27	00	0,024
16	109	3	9,90	10,10	— 20	0,023
17	116	4	9,94	9,94	00	0,027
18	122	4	9,78	9,78	00	0,027
19	129	3	9,57	9,59	— 02	0,017
20	136	3	9,47	9,47	00	0,027
21	143	7	9,28	9,28	00	0,026
22	150	4	9,06	9,10	— 04	0,010
23	157	7	8,96	9,03	— 07	0,000
			RV Draconis.			
0	0	3	8,95	9,00	— 05	0,050
1	9	7	9,65	9,45	+ 20	0,062
2	17	2	9,95	9,95	00	0,050
3	26	2	10,06	10,40	— 34	0,062
4	34	2	10,63	10,90	— 27	0,048
5	43	1	11,4	11,33	+ 07	.
6	51	.	.	.	.	.
7	60	.	.	.	.	.
8	68	.	.	.	.	.
9	77	.	.	.	.	.
10	85	.	.	.	.	.
11	94	.	.	.	.	.
12	102	.	.	.	.	.
13	111	.	.	.	.	.
14	119	.	.	.	.	.
15	128	.	.	.	.	.
16	136	.	.	.	.	.
17	145	.	.	.	.	.
18	153	2	11,67	11,40	+ 27	0,049
19	162	2	10,70	10,84	— 14	0,051
20	170	2	10,22	10,43	— 21	0,042
21	179	5	10,13	10,05	+ 08	0,040
22	187	10	9,74	9,73	+ 01	0,041
23	196	7	9,36	9,36	00	0,040

Č	Δt d	Počet poz.	Velikost poz.	Velikost graf.	$\Delta^m 10^{-2}$ d	J
			RS Ursae maioris.			
0	0	10	8,72	8,72	00	0,025
1	11	5	9,02	9,00	+ 02	0,058
2	21	12	9,31	9,58	— 27	0,056
3	32	8	10,24	10,20	+ 04	0,080
4	42	8	11,26	11,00	+ 26	0,069
5	53	3	11,76	11,76	00	0,061
6	64	1	12,3	12,43	— 13	0.087
7	74	1	13,4	13,3	+ 10	—
8	85	.	.	.	.	.
9	95	.	.	.	.	.
10	106	.	.	.	.	.
11	117	.	.	.	.	.
12	127	.	.	.	.	.
13	138	.	.	.	.	.
14	148	.	.	.	.	.
15	159	.	.	.	.	.
16	170	.	.	.	.	.
17	180	1	12,8	13,4:	— 60	0,055
18	191	1	12,3	12,8:	— 50	0,110
19	201	3	12,12	11,7:	+ 42	0,117
20	212	13	10,42	10,41	+ 01	0,081
21	223	3	9,54	9,52	+ 02	0,042
22	233	9	9,09	9,10	— 03	0,025
23	244	5	8,82	8,83	— 01	0,010
			RR Ursae maioris.			
0	0	11	9,03	9,05	— 02	0,023
1	10	5	9,49	9,28	+ 21	0,042
2	19	5	9,90	9,66	+ 24	0,044
3	29	7	9,78	10,10	— 32	0,048
4	38	4	10,69	10,53	+ 16	0,047
5	48	2	11,45	11,00	+ 45	0,045
6	58	1	10,9	11,45	— 55	0,044
7	67	1	11,5	11,85	— 35	—
8	77	.	.	.	.	.
9	86	.	.	.	.	.
10	96	.	.	.	.	.
11	106	.	.	.	.	.
12	115	.	.	.	.	.
13	125	.	.	.	.	.
14	134	.	.	.	.	.
15	144	.	.	.	.	.
16	154	.	.	.	.	.
17	163	.	.	.	.	.
18	173	1	11,6	11,30	+ 30	0,073
19	182	3	10,64	10,64	00	0,044
20	192	4	9,94	10,20	— 26	0,032
21	202	4	9,90	9,88	+ 02	0,031
22	211	8	9,50	9,60	— 10	0,024
23	221	7	9,44	9,36	+ 08	0,023

Č	Δt d	Počet poz.	Velikost poz.	Velikost graf.	$\Delta^m 10^{-2}$ P—g	J
			U Ursae minoris.			
0	0	7	8,25	8,06	+ 19	0,024
1	14	3	8,34	8,40	— 06	0,028
2	27	4	9,03	8,76	+ 27	0,029
3	41	5	9,40	9,16	+ 24	0,034
4	54	3	9,60	9,60	00	0,021
5	68	2	9,90	9,90	00	0,027
6	82	1	10,1	10,28	— 18	0,031
7	95	3	10,78	10,68	+ 10	0,025
8	109	2	11,10	11,03	+ 07	0,015
9	122	3	11,28	11,22	+ 06	0,000
10	136	5	11,07	11,22	— 15	0,016
11	150	6	11,00	11,00	00	0,023
12	163	6	11,01	10,70	+ 31	0,019
13	177	6	10,69	10,44	+ 25	0,018
14	190	2	9,95	10,20	— 25	0,019
15	204	2	9,77	9,94	— 17	0,017
16	218	4	9,72	9,70	+ 02	0,019
17	231	5	9,41	9,45	— 04	0,015
18	245	5	9,19	9,24	— 05	0,019
19	258	5	8,99	8,99	00	0,017
20	272	4	8,86	8,75	+ 11	0,018
21	286	5	8,33	8,50	— 17	0,018
22	299	4	8,14	8,26	— 12	0,010
23	313	6	8,13	8,12	+ 01	0,004
			V Bootis.			
0	0	7	7,67	7,67	00	0,005
1	11	3	7,73	7,73	00	0,017
2	22	4	8,02	7,92	+ 10	0,026
3	33	7	8,25	8,21	+ 04	0,025
4	44	4	8,30	8,48	— 18	0,029
5	55	9	8,76	8,80	— 04	0,036
6	66	9	9,17	9,20	— 03	0,035
7	77	3	9,59	9,58	+ 01	0,033
8	88	5	9,94	9,94	00	0,034
9	99	6	10,31	10,31	00	0,021
10	110	4	10,54	10,54	00	0,006
11	121	5	10,17	10,47	— 30	0,034
12	132	1	10,1	10,1	00	0,027
13	143	2	9,95	9,80	+ 15	0,032
14	154	7	9,34	9,45	— 11	0,036
15	165	2	8,87	9,05	— 18	0,041
16	176	2	8,80	8,60	+ 20	0,031
17	187	4	8,12	8,26	— 14	0,013
18	198	1	8,5	8,12	+ 38	0,006
19	209	2	8,05	8,05	00	0,000
20	220	5	8,03	8,05	— 02	0,009
21	231	2	7,95	7,95	00	0,010
22	242	8	7,84	7,84	00	0,012
23	253	4	7,71	7,71	00	0,004

Č	Δt d	Počet poz.	Velikost poz.	Velikost graf.	$\Delta^m 10^{-2}$ P—g	J
			RR Bootis.			
0	0	7	9,00	8,69	+ 31	0,035
1	8	4	9,28	8,98	+ 30	0,039
2	16	9	9,28	9,29	— 01	0,028
3	25	4	9,65	9,54	+ 11	0,045
4	33	2	9,60	9,90	— 30	0,045
5	41	2	10,12	10,26	— 14	0,043
6	49	2	10,40	10,60	— 20	0,045
7	57	3	11,08	10,96	+ 12	0,038
8	66	1	11,5	11,30	+ 20	0,047
9	74	3	11,54	11,68	— 14	0,040
10	82	2	12,12	12,00	+ 12	0,037
11	90	.	.	12,30	.	0,034
12	98	1	12,6	12,57	+ 03	0,014
13	107	1	12,7	12,70	00	0,032
14	115	1	12,7	12,44	+ 26	0,039
15	123	.	.	12,13	.	0,049
16	131	1	11,4	11,74	— 34	0,055
17	139	2	11,33	11,30	+ 03	0,048
18	148	4	10,78	10,87	— 09	0,046
19	156	5	10,61	10,50	+ 11	0,052
20	164	3	10,08	10,08	00	0,067
21	172	6	9,13	9,55	— 42	0,056
22	180	7	9,00	9,10	— 10	0,028
23	189	5	8,69	8,85	— 16	0,024
			X Coronae.			
0	0	1	9,0:	8,85	+ 15	0,029
1	10	7	9,24	9,14	+ 10	0,042
2	21	2	9,50	9,60	— 10	0,035
3	31	3	9,84	9,95	— 11	0,039
4	41	5	10,20	10,34	— 14	0,038
5	51	4	10,70	10,72	— 02	0,035
6	62	1	12,3:	11,20	+110	0,050
7	72	.	.	11,70	.	0,040
8	82	2	12,63	12,10	+ 53	0,036
9	93	.	.	12,50	.	0,030
10	103	1	12,6	12,80	— 20	0,030
11	113	1	12,9	13,10	— 20	0,016
12	124	.	.	13,28	.	0,012
13	134	.	.	13,40	.	0,007
14	144	.	.	13,33	.	0,039
15	155	1	12,8	12,90	— 10	0,050
16	165	1	12,1:	12,40	— 30	0,050
17	175	3	12,57	11,90	+ 67	0,040
18	185	3	11,75	11,30	+ 45	0,045
19	196	5	10,66	10,80	— 14	0,055
20	206	1	10,2	10,25	— 05	0,055
21	216	3	9,70	9,70	00	0,036
22	227	3	9,25	9,30	— 05	0,030
23	237	5	8,61	9,00	— 39	0,017

Č	Δt d	Počet poz.	Velikost poz.	Velikost graf.	Δm10-2 P—g	J
			V Coronae.			
0	0	1	8,4:	7,90	+ 50	0,000
1	15	4	7,68	7,90	— 22	0,003
2	31	4	7,97	7,95	+ 02	0,006
3	46	5	8,04	8,04	00	0,008
4	61	7	8,16	8,16	00	0,008
5	76	5	8,28	8,28	00	0,014
6	92	5	8,51	8,51	00	0,019
7	107	5	8,84	8,80	+ 04	0,018
8	122	7	9,21	9,07	+ 14	0,021
9	138	3	9,40	9,40	00	0,017
10	153	2	9,63	9,66	— 03	0,026
11	168	5	10 26	10,05	+ 21	0,022
12	184	2	10,74	10,40	+ 34	0,023
13	199	1	11,45	10.74	+ 71	0,016
14	214	3	10,97	11,00	— 03	0,018
15	229	5	10,68	11,27	— 59	0,008
16	245	5	11,42	11,40	+ 02	0,020
17	260	4	11,00	11,10	— 10	0,023
18	275	1	11,4:	10,76	+ 64	0,023
19	291	2	10,40	10,37	+ 03	0,029
20	306	3	10 03	9,93	+ 10	0,035
21	321	2	9,30	9,40	— 10	0,033
22	337	4	8,50	8,87	— 37	0,037
23	352	5	8,26	8,32	— 06	0,028
			W Pegasi.			
0	0	4	7,70	7,60	+ 10	0,043
1	14	3	8,66	8,20	+ 46	0,040
2	29	1	9,2	8,80	+ 40	0,042
3	43	1	9 2	9,39	— 19	0,039
4	57	1	9,6	9,93	— 33	0,034
5	71	1	9,7	10,40	— 70	.
6	86	.	.	.	.	.
7	100	.	.	.	.	.
8	114	.	.	.	.	.
9	129	.	.	.	.	.
10	143	.	.	.	.	.
11	157	.	.	.	.	.
12	172	.	.	.	.	.
13	186	1	11,7	12,0	— 30	0,021
14	200	.	.	11,7	.	0 029
15	214	1	11,3	11,30	00	0,035
16	229	.	.	10,77	.	0,034
17	243	4	10,23	10,30	— 07	0,029
18	257	3	9,62	9,90	— 28	0,033
19	272	5	9,42	9,40	+ 02	0,036
20	286	3	9,36	8,90	+ 46	0,036
21	300	4	8,84	8,40	+ 44	0,043
22	314	1	7,7	7,80	— 10	0,014
23	328	2	7,55	7,60	— 05	0,000

Č	Δt d	Počet poz.	Velikost poz.	Velikost praf.	Δm10-2 P—g	J
			RT Draconis.			
0	0	6	9,76	9,76	00	0,028
1	12	2	10,30	10,10	+ 20	0 032
2	23	4	10,60	10 45	+ 15	0,032
3	35	1	10,7	10,83	— 13	0.031
4	47	1	11,0	11,20	— 20	.
21	246	6	10,33	10 33	00	0,024
22	257	6	9,89	10,07	— 18	0,019
23	269	3	9,90	9,84	+ 06	0,007
			U Draconis.			
0	0	6	9,51	9,37	+ 14	0,035
1	13	3	9,87	9,83	+ 04	0 035
2	27	6	10 50	10 32	+ 18	0 036
3	40	5	11,00	10,89	+ 11	0,042
4	53	2	11 35	11,44	— 09	0,043
5	66	1	12,0	12,00	00	.
16	213	1	12 2	12,2	00	0,026
17	226	2	11,70	11,86	— 16	0,028
18	239	4	11,64	11,50	+ 14	0,028
19	253	3	11,06	11,10	— 04	0 031
20	266	1	10 9	10,70	+ 20	0,028
21	279	5	10,33	10 33	00	0,031
22	293	3	9,90	9,90	00	0,026
23	306	2	9,45	9,57	— 12	0,016
			SV Andromedae.			
0	0	5	8,41	8,35	+ 06	0,027
1	13	5	8,79	8,70	+ 09	0,036
2	27	1	9,4	9,20	+ 20	0,042
3	40	4	9,75	9,75	00	0,035
4	63	4	10,09	10,20	— 11	0,039
5	56	4	10,50	10,70	— 20	0,032
6	80	.	.	11,15	.	0,035
7	93	1	12,6:	11,60	+ 100	0,039
8	106	1	12,2:	12,10	+ 10	—
9	120	.	.	.	.	.
10	133	.	.	.	.	.
11	146	.	.	.	.	.
12	160	.	.	.	.	.
13	173	.	.	.	.	.
14	186	.	.	.	.	.
15	199	.	.	.	.	.
16	213	.	.	.	.	.
17	226	1	10,7	10,7	00	0,039
18	239	.	.	10,2	.	0,032
19	253	.	.	9,75	.	0,035
20	266	.	.	9,3	.	0,029
21	279	3	8,93	8,93	00	0,025
22	292	6	8,64	8,60	+ 04	0,012
23	305	4	8,32	8,45	— 13	0,008

Část třetí.

Literatura hvězd, jichž střední křivky světlosti byly odvozeny.

T Cassiopeiae: Prof. G. Müller dotýká se v prvním archu připravovaného katalogu proměnných hvězd sporné otázky o tvaru křivky světlosti a kloní se k názoru, že sekundární oscillace přičísti dlužno na vrub pozorovacích chyb. Měl jsem příležitost zpracovati pozorování Šafaříkova i svá a přicházím k opačnému názoru v této otázce. Hvězda *T* Cassiop. mění svoji křivku světlosti od případu k případu mnohdy velmi nápadně a to měrou takovou, že přičítati odchylky chybám pozorovacím bylo by velmi násilno. Výsledky u Šafaříka vypočtené ukazují nesporně epochy, kde probíhá maximum velmi ploše, jiné zase, kde vedle hlavního maxima vystupuje ostře vyznačená sekundární fáse (viz: Untersuchungen über den Lichtwechsel älterer veränderlicher Sterne I pag. 14). Perioda mnou pozorovaná patří naproti tomu k době, kde křivka světelná probíhá celkem stejnoměrně, vykazujíc v době před maximem déle trvající stagnaci světelnou. Pokus vyložiti sekundární oscillace proměnností hvězdy 190.1904 Cassiopeiae (BD 54° 49), která v maximu jest nejpříhodnější srovnávací hvězdou, jest velmi choulostivý a to z toho důvodu, že, jak jsem (l. c. pag. 16) ukázal, jedná se zde o hvězdu pravděpodobně konstantní. Jsou tudíž sekundární oscillace, v literatuře této hvězdy připomínané, reelní; pochybnost o jejich skutečnosti vzniknouti může pouze nevhodným konstruováním střední křivky světlosti, která v našem případu veškeré detaily zahlazuje a tak k nesprávným závěrům vede

U Cassiopeiae: Espin pozoroval tuto hvězdu 30. listopadu 1886 $= 8^m5$, v roce pak 1887 byla hvězda 6. února 9^m9 a 27. února 11^m3. Townley odvodil ze svých pozorování velikou amplitudu 8^m až $< 15^m$, spodní hranice byla však odvozena pouze graficky, poněvadž hvězda pro užitý dalekohled ($15\frac{1}{2}''$) déle 2 měsíců ostává neviditelnou. První elementy odvozuje Dunér, který z vlastních a Townley-ových pozorování rovnici $M = 2413360 + 275{\cdot}4\,E$ určil. Později Pračka zpracoval material z let 1889—1909 v elementy definitivní: $M = 2410801 + 277{\cdot}8\,E$; $M - m = 128$, které pouze při epoše Bohlinem na 1896 září 30. určené o 24 dní se uchylují. V Bonnu pozorována byla hvězda třikráte, a sice: 1856 říjen 29. a 30. co 9^m5, dále 1859 říjen $7 = 8^m0$. První dvě pozorování vyhovují dobře elementům, třetí pak ukazuje, že patřilo asi abnormálně jasnému maximu. Pokud se křivky světlosti týče, určují pozorování průběh její co nesymmetrický (Espin, Dunér, Reed), Dunér

našel v sestupné větvi u 10^m5 stagnaci měny světelné, což potvrzují též pozorování Baxendell-ova zpracovaná Müllerem, dle něhož křivka světlosti 10^m5 kolem maxima jest ostře precisována a symmetrická. Střední křivka světlosti Pračkou odvozená, jest zřetelně nesymmetrická, an vzestup mnohem rychleji probíhá nežli sestup. Slabé sploštění křivky před maximem jest patrně zaviněno rozdíly v absolutní světlosti těchto bodů obratů. O formě křivky kol minima není ničeho určitého známo, epocha Reed-em určená ukazuje pravděpodobně, že průběh měny světlosti tehda byl anormální. Barvu hvězdy určují Espin a Pračka co sytě oranžově-červenou; první určil spektrum co pruhové. Graff vyměřil místo.

Literatura: Espin (A. N. 2777, 2780), Baxendell jun. (Pozorování 1887 až 1889 na hvězdárně v Postupimi.), Townley (Publ. Washburn VI. 3, A. J. 249.), Knopf (Pozorování 1890—92 hvězdárna Jena.), Dunér (A. J. 254, 291.), Hartwig (Publ. Bamberg II. 1.), Reed (A. J. 330.), Yendell (A. J. 328.), Porro (Publ. Oss. Torino IV.), Bohlin (A. N. 3809.), Pickering (H. A. *46*. 232.), Hedrick (A. N. 3896.), O'Halloran (P. A. S. P. *16*. 208, *18*. 50, Pop. Astr. *16*. 125.), Baranof (Publ. Obs. Engelh. *2*. 48, 61.), Whiteside (A. J. 584, 585, 593, 602.), Smith a Simpson (Pop. Astr. 14. 381.), Whitney (A. J. 600.) Pračka (Publ. Nižbor I. II. 1 a 2, III. A. N. 4196, 4221, 4284.), Graff (A. N. 4289.) Campbell (H. A. *57*. 223.).

RV Cassiopeiae: Hvězda tato byla v r. 1904 srpen 12, 15, 18, září 13 dle moskevských fotografií menší 12^m, naproti tomu 31. října t. r. 9^m a v r. 1905 Blažkem 13. a 14. února co 12^m pozorována. Pračka určil periodu v prvním přiblížení na 326 dní, naproti tomu Enebo tutéž na 512 dní. Další sledování této hvězdy vedlo k odvození elementů max $= 2416785 + 327\,E$, které vyhovují snímce harvardské (čís. 2, 1901 listop. 2.), kde hvězda chybí. Střední křivka světlosti jest slabě nesymmetrická a probíhá hladce v mezích $8^m2 - < 13^m$. Barva hvězdy určena co žluto-červená, místo její pak vyměřeno Hartwig-em.

Literatura: Ceraski (A. N. 4001.), Pračka (A. N. 4221, 4284, Publ. Nižbor I., II. 1. 2. III.), Enebo (A. N. 4207, Beob. II.), Campbell (H. A. *57*. 2.), Hartwig (V. J. S. *43*. 72, Publ. Bamberg II. 1.).

RW Cassiopeiae: Rovněž na moskevských fotografiích odkryto s měnou světelnou $8^m9 - 11^m0$. Elementy odvozeny byly Blažkem ve formě max $= 2417065{\cdot}5 + 14{,}80\,E$ a potvrzeny pozorováními, která vykonali Seares, Enebo a Pračka, jenž určil barvu co oranžově-červenou. Místo určil Graff. Střední křivka světlosti jest svým průběhem velice zajímavá a ukazuje, že hvězda nepatří k Mira-typu, nýbrž typicky náleží ke třídě δ-Cephei. Světlost od minima stoupe velice rychle a dosáhnuvši kulminačního bodu (8^m4), klesá nejprve rychle k velikosti 8^m8, načež zpožďuje svoji měnu, zůstávajíc po 2,7 dne téměř konstantní. Této stagnaci následuje opět zrychlený pokles k ostrému minimu (9^m4).

Literatura: Ceraski (A. N. 4010.), Blažko (A. N. 4108.), Seares (Laws Bull. 10.), Enebo (A. N. 4207.), Pračka (A. N. 4196, 4221, I., III.), Graff (A. N. 4289.).

RS Aurigae: Na moskevských snímkách měnila tato hvězda svoji světlost v mezích $9^m2 - 10^m5$. První elementy odvodil Pračka, jenž usuzoval na periodu 171 den, Enebo zkracuje trvání na 167 dní a konečné zpracování všeho materialu vede k elementům max $= 2417628 + 164\,E$. Hvězda jest dle pozorování Pračkových oranžověčervená a patří k Mira-typu. Střední křivka světlosti jest slabě nesymmetrická a vykazuje ve vzestupné větvi při 10^m5 patrnou stagnaci. Místo určil Graff.

Literatura: Ceraski (A. N. 3971.), Pračka (A. N. 4207, 4196, 4221, 4224, 4242, 4284, 4323, II. 1. 2. III.), Enebo (A. N. 4207, Beob. II., III.), Graff (A. N. 4289.).

RV Draconis. Variace světelná $9^m7 - < 12^m5$ objevena byla v Moskvě. První nesouvislá pozorování vykonána byla v r. 1906 Hartwig-em, který odvodil na základě nesprávných předpokladů periodu 147 dní. Výsledek tento vyvrátila soustavná pozorování let 1906—09, jež vykonal Pračka; ten dochází k soustavě elementů dané rovnicí: Max $= 2417517 + 205\,E$. Měna světlosti bledožlutě zbarvené hvězdy probíhá v mezích $8^m5 - < 13^m$ křivkou symmetrickou beze všech vedlejších fásí.

Literatura: Ceraski (A. N. 4097.), Hartwig (V. J. S. *41*. 310.), Pračka (A. N. 4196, 4212, 4242, 4284, I., II. 2, III.).

RS Ursae majoris: Současně odkryta byla tato hvězda na hvězdárně Cambridge-ské a Moskevské, kteréž udávají amplitudu měny světelné v mezích $9^m - < 12^m$. První elementy uveřejnila Miss Cannon, udávajíc hodnotu periody 259 dní. Později Enebo odvozoval pro periodu hodnoty 310 a 267 dní. Pozorovací řada získaná Pračkou vedla k definitivním elementům max $= 2416976 + 255{\cdot}4\,E$. Jest však velmi pravděpodobno, že skutečná měna světlosti probíhá se silnými poruchami, což může teprve dlouhá řada kulminačních fásí přesně odvoditi. Křivka světlosti probíhá v jednotlivých případech slabě nesymmetricky a vykazuje zajištěné případy stagnace měny světelné. Též absolutní světlost mění se v maximech dosti značně. Tyto individuelní odchylky vyrovnávají se ve střední křivce světlosti, která probíhá docela hladce. Barva hvězdy jest žlutobílá, místo její určil Hartwig.

Literatura: Pickering (H. C. 98.), Ceraski (A. N. 4051.), Biesbroeck (A. N. 4092.), Canon (H. S. C.), Pračka (A. N. 4196, 4221, 4284, 4323, I., II. 1. 2. III.), Enebo (Beob. 2. 3., A. N. 4207, 4280.), Blažko (Ann. 1908.), Campbell (H. A. *57*. 2.), Hartwig (V. J. S. *44*. 7.).

RR Ursae majoris: O průběhu měny světelné této v Moskvě odkryté hvězdy není mimo řady Pračkou pozorované nic známo. Střední křivka světlosti probíhá celkem symmetricky, značné odchylky mezi pozorovanými hodnotami a graficky odvozenými spočívají v tom, že absolutní světlost jednotlivých kulminačních fásí se od případu k případu mění. Barva hvězdy jest žlutá, takže kolísání maximální světlosti v mezích

8^m5 — 9^m9 není možno přičísti na vrub pozorovacích chyb. Místo hvězdy určil Hartwig. Spektrum jest dle Harvard-ských určení *Md* ? .

Literatura: Ceraski (A. N. 4151.), Hartwig (V. J. S. *44*. 7.), Pračka (A. N. 4196, 4221, 4284, 4323, I., II. 1. 2., III.).

U Ursae minoris: Hvězda tato jest svojí červenou barvou dosti obtížná, za základ střední křivky světlosti vzaty byly elementy Pračkou odvozené: max = 2416647 + 327 *E*. Střední křivka světlosti probíhá celkem symmetricky a hladce, neboť malé oscillace vyrovnávají se ve svých středních hodnotách.

V Bootis: Hlavní zájem při této proměnné bude jednou tvořiti otázka, zda perioda měny světelné jest konstantní, čili nic. Dosud získaný materiál nedovoluje určení eventuelních poruch, nehraje-li ovšem zvláštní tvar křivky kolem maxima svoji úlohu. Střední křivka světlosti ukazuje přesně určené minimum, naproti tomu však před maximem nastupuje kolem 8^m dlouho trvající stagnace vzestupu světelného, takže určení vlastního maxima jest při menším počtu pozorování dosti obtížné. Střední křivka světlosti odvozena byla pomocí elementů pro dobu pozorování 1906—09 platících, jež jsou: max = 2417436 + 263 *E*.

RR Bootis: Na moskevské hvězdárně odkrytá hvězda pozorována byla jednotlivě Luizet-em, Hartwig-em a soustavně Pračkou, který také první elementy odvodil. Perioda určována byla hodnotami 184, 197 a posléze 196·7 dne, kterážto hodnota všem pozorováním dobře vyhovuje. Střední křivka světlosti probíhá nesymmetricky a zajímavo jest, že zde opět veliké oscillace světlostí nejen maxim, ale i větví se ve středních hodnotách hladce vyrovnávají, takže se zdá, že oprávněna jest doměnka, že střídají se pravidelně jasné a slabší fáse měny světelné.

Literatura: Ceraski (A. N. 4110.), Luizet (A. N. 4196.), Hartwig (A. N. 4212.), Pračka (A. N. 4196, 4212, 4242, 4284, 4323, I., II. 1. 2., III.).

X Coronae: Fleming objevila variaci této hvězdy, která dle udání probíhala v mezích 8^m3 — 11^m5. Spektrální typus určen byl co *Md*. Graff-ova pozorování potvrdila proměnnost této hvězdy, spočívala však, jak Pračkova pozorování dokázala, na nesprávné identifikaci hvězdy, takže teprve pozorování téhož zákony měny světelné správně určují. Střední křivka světlosti založena jest na elementech max = 2417687 + 246 *E* a probíhá hladce v tvaru nesymmetrickém. Oba kulminační body této hvězdy jsou přesně definovány a žlutavá barva její neklade při určování světlosti žádných obtíží. Místo určil Graff.

Literatura: Pickering (H. C. 111.), Graff (A. N. 4127, 4289.), Pračka (A. N. 4196, 4242, 4284, I., II. 2., III.).

V Coronae.: Silně nesymmetrická forma světelné křivky bude asi příčinou vedle sytě červené barvy, že určení maxim jest u většiny pozorovatelů dosti nejisto. Světlosti přibývá z dobře definovaného minima velice

rychle postupem přímočarým. V maximu nastává téměř náhlý lom v křivku silně sploštělou, která později opět téměř přímočárně do minima se vrací. Veškeré oscillace vyrovnávají se ve svých středních hodnotách a mohou s ohledem na výše uvedené zbarvení hvězdy přičtěny býti na vrub pozorovacích chyb.

U Draconis : První pozorování této hvězdy vykonána byla v Bonnu, kde 17. října, 6., 10., 15. listopadu 1857 hvězda chybí, naproti tomu však 18. a 19. dubna 1861 co 9^m5 byla pozorována. Proměnnost její poznal teprvé Anderson, který v r. 1897 na jaře hvězdy neviděl ($<10^m$), 26. listopadu naproti tomu 9^m4 pozoroval. Hartwig kladl maximum na 12. listopad 1897 a odhadoval periodu na 335 dní. Přesnější znalost zákona měny světelné děkujeme J. A. Parkhurst-ovi, jenž odvodil pro periodu hodnotu 329 dní a křivku světlosti definoval co nesymmetrickou s dobře definovanými maximy a plochými minimy. Mimo roztroušená pozorování Hartwigova a O'Halloranova, určuje řada Pračkova v novější době měnu světlosti. Tato řada potvrzuje výsledky Parkhurst-ovy a pro elementy dává ve spojení se staršími pozorováními: max $= 2410870 + 318{,}8\,E$. Dle těchto elementů spadají bonnská pozorování do doby 1 měsíc po maximu, ten fakt však, že v *B. D.* chybí, dá se vyložiti tím, že světlost hvězdy v různých epochách jest také různá, takže v uvedené době mohla býti i pod 10^m. Barva hvězdy jest žlutooranžová. Místo určeno Hartwig-em.

Literatura : Anderson (A. N. 3463.), Deichmüller (A. N. 3549.), Anderson (P. A. V. 556, VI. 247.), Hartwig (V. J. S. *33*. 347.), J. A. Parkhurst (A. J. 433, 456, 473, A. J. *14*. 174.), O'Halloran (P. A. *11*. 400.), Pickering (Spektrum H. C. 111.), Hollis (M. N. *62*. 429.), Pračka (A. N. 4221, 4284, I., II. 2., III.), Hartwig (V. J. S. *44*. 7.), L. Campbell (H. A. *57*. 2.).

W Pegasi : Hvězda tato pozorována byla v Bonnu (1885 září 10.) co 9^m5, teprve Anderson pozoroval v r. 1895 říjen-listopad variaci světelnou $8^m1 - 8^m9$. V letech 1897—1903 zabýval se hvězdou H. M. Parkhurst a odvozuje pro periodu hodnotu 341 a 338 dní. Systematická pozorování Pračkova určují ve spojení se starším materialem elementy max $= 2413484 + 342{,}6\,E$, na nichž odvození střední křivky světlosti spočívá. Tato probíhá celkem hladce, jeví však zajímavý případ nesymmetrie v tom ohledu, že sestup od maxima děje se mnohem prudčeji než vzestup k maximu. Vyskytující se odchylky mezi hodnotami pozorovanými a graficky vyrovnanými jest přičísti jednak na vrub pozorovacích chyb, jednak té okolnosti, že absolutní světlost jednotlivých fásí se značně mění. Barva hvězdy jest sytě žlutočervená.

Literatura : Anderson (A. N. 3320.), Yendell (A. J. 388, 422.), H. M. Parkhurst (J. A. 400, 487, 498, 563.), H. M. Parkhurst a Perry (A. J. 432.), Köhl (Neredukovaná pozorování v P. A. S. P. 1897—1911.), Whiteside (A. J. 584—585.), L. Campbell (H. A. *57*. 2.), Graff (A. N. 4289.), Pračka (A. N. 4242, 4284, 4323, I., II. 1. 2., III.).

RT Draconis: Střední křivka světlosti probíhá nesymmetricky bez vedlejších světelných fásí, takže hvězdu sluší počítati k obyčejnému Mira-typu.

SV Andromedae: Mimo ohlášení objevu z hvězdárny moskevské není o této hvězdě až na řadu Pračkovu nic známo Střední křivka světlosti probíhá zcela hladce a zdá se, že jest sestup k minimu příkřejší, nežli větev vzestupná. V minimu samotném hvězda klesá pod 13^m.

R Trianguli: Dodatkem k mým pozorováním uvedeným v I. bude tuším zajímavo uvésti nové mnou vypočtěné elementy. Hvězda sama byla již v r. 1890 Espin-em a neodvisle na Harvardské observatoři ve své proměnnosti poznána a pak Yendell-em, Knott-em, později specielně Nijlandem sledována. Mnou odvozeny byly dva systémy elementů, avšak vždy jevil se vliv časových poruch. Z níže uvedeného materialu odvodil jsem pak elementy: max $= 2412171 + 266{\cdot}2\ E + 16^d\ sin\ (11^0\ E - 33^0)$, $M - m = 126$. Tyto elementy vyhovují všem pozorováním až do r. 1856, kde hvězda pozorována byla poprvé v Bonnu.

Literatura: Espin (A. N. 3005.), Fleming (Sid. Mess. *10.* 8.), Yendell (A. J. 266, 290, 311, 341, 364.), Knott (A. J. 276.), Sawyer (A. J. 338, 399.), H. M. Parkhurst (A. J. 314, 346, 377, 468, 487, 498.), J. A. Parkhurst (A. J. 320, 349.), Arnold (Pop. Astr. *2.* 472.), Gruss a Láska (A. J. 348.), Gill (A. J. 368.), Pickering (H. A. *46.* 234.), Kopf (Publ. Königst. I. 190.), Götz (Publ. Königst. *2.* 67.), Luizet (A. N. 3958.), Baranof (Publ. Obs. Engelh. *2.* 49 a 62.), Lehnert (V. A. P. *14.* 36.), Nijland (A. N. 4116, 4309, 4164, 4239, 4309.), Tass (A. N. 4275), Smith a Simpson (Pop. Astr. *14.* 381.), Whiteside (A. J. 589, 593.), Pračka (A. N. 4196, 4221, I., III.), Whitney (A. J. 600.), Campbell (H. A. 57. 227).

Část čtvrtá.

Přehled pozorovaných hvězd,
pokud v Rozpravách pozorování jich byla uveřejněna:

I.	Rozpravy tř.	II.	Ročník	XVII.	č. 12.
II. 1.	„	„	„	XVIII.	č. 19.
II. 2.	„	„	„	XIX.	č. 39.
III.	„	„	„	XXI.	č. 6.
RR Ceti.	„	„	„	XVIII.	č. 21.
RZ Aurigae.	„	„	„	XIX.	č. 51.

V přehledu odvozených kulminačních bodů křivek světelných jest význam zkratek zřejmý.

č.	Souhvězdí	Jméno	I.	II. 1.	II. 2.	III.	Σ	M	m	Poznámky.
1	Andromeda	*T*	.	.	9	.	9	1	1	Mira
2	,,	*U*	.	.	.	15	15	.	.	,,
3	,,	*V*	.	.	28	.	28	3	.	,,
4	,,	*W*	22	.	.	.	22	1	1	,,
5	,,	*Y*	.	.	7	.	7	1	.	,,
6	,,	*Z*	.	.	.	1	1	.	.	Nova-Typus
7	,,	*RR*	.	23	5	.	28	3	1	Mira
8	,,	*RS*	.	.	.	3	3	.	.	neznámo
9	,,	*RU*	.	.	6	.	6	.	.	Mira
10	,,	*RV*	21	.	2	.	23	1	.	,,
11	,,	*RW*	.	.	20	.	20	2	.	,,
12	,,	*SS*	.	.	2	.	2	1	.	,,
13	,,	*ST*	.	31	5	.	36	2	.	irreg?
14	,,	*SU*	.	.	18	.	18	1	1	,,
15	,,	*SV*	20	.	26	.	46	3	.	Mira
16	,,	*TU*	.	.	6	.	6	1	.	,,
17	,,	*UX*	.	.	.	2	2	.	.	neznámo
18	,,	6. 1907	.	.	.	6	6	.	.	,,
19	Aries	*T*	.	.	1	.	1	.	.	Mira
20	,,	*W*	.	.	.	3	3	.	.	Nova?
21	,,	200. 1907	.	.	.	2	2	.	.	neznámo
22	Auriga	*U*	.	21	3	.	24	2	1	Mira
23	,,	*V*	.	72	.	.	72	2	.	,,
24	,,	*X*	.	.	7	.	7	.	1	,,
25	,,	*Z*	.	.	.	3	3	.	.	irreg?
26	,,	*RR*	.	.	5	.	5	1	.	Mira
27	,,	*RS*	.	108	16	.	124	5	5	,,
28	,,	*RV*	.	.	2	.	2	.	.	,,
29	,,	*RW*	.	124	8	.	132	.	.	irreg.
30	,,	*RZ*	.	.	.	.	.	.	.	Algol; XIX. 51.
31	,,	*SS*	.	.	94	.	94	.	.	*U* Geminorum-typus
32	,,	*ST*	.	.	40	.	40	2	.	Mira
33	,,	*SV*	.	93	16	.	109	2	.	irreg.
34	,,	*TU*	.	.	4	.	4	.	.	neznámo

č.	Souhvězdí	Jméno	I.	II. 1	II. 5	III.	Σ	M	m	Poznámky
35	Auriga	30. 1907	.	.	.	5	5	.	.	Mira?
36	Bootes	*R*	25	.	.	.	25	2	1	Mira
37	,,	*S*	.	.	6	.	6	.	.	,,
38	,,	*U*	.	.	1	.	1	.	.	,,
39	,,	*V*	40	57	17	.	114	5	3	,,
40	,,	*Y*	.	55	.	.	55	.	.	pochybno
41	,,	*RR*	52	37	18	.	107	7	4	Mira
42	,,	*RS*	.	.	13	.	13	.	.	δ-Cephei-typus
43	,,	*RT*	.	18	4	.	22	2	.	Mira
44	Camelopard.	*R*	29	.	.	.	29	1	.	,,
45	,,	*S*	.	30	4	.	34	3	1	,,
46	,,	*T*	.	.	3	.	3	1	.	,,
47	,,	*V*	.	.	9	.	9	2	.	,,
48	,,	*X*	.	.	7	.	7	2	.	,,
49	,,	*RR*	.	.	28	.	28	3	1	,,
50	,,	*RS*	.	.	8	.	8	.	.	neznámo
51	,,	*RT*	.	.	1	.	1	.	.	Mira
52	,,	*RU*	.	.	7	.	7	2	.	krátkoperiodická
53	,,	*RV*	.	.	5	.	5	.	.	neznámo
54	,,	*RW*	.	.	3	.	3	.	.	krátkoperiodická
55	,,	*RX*	.	.	4	.	4	.	.	neznámo
55	Cancer	*R*	.	.	1	.	1	.	.	Mira
56	,,	*Z*	.	.	3	.	3	.	.	,,
57	Canis minor	*S*	.	.	9	.	9	.	1	,,
58	,,	*T*	.	.	5	.	5	.	.	,,
59	,,	*U*	.	13	3	.	16	1	.	irreg?.
60	Cassiopea	*S*	.	.	6	.	6	1	.	Mira
61	,,	*T*	63	.	17	.	80	3	2	,,
62	,,	*U*	34	22	7	.	63	3	1	,,
63	,,	*W*	21	.	.	.	21	1	1	,,
64	,,	*RV*	22	34	6	.	62	3	2	,,
65	,,	*RW*	54	.	.	.	54	10	2	,,
66	,,	*RY*	.	.	3	.	3	.	.	krátkoperiodická
67	,,	*ST*	.	15	.	.	15	.	1	irreg. ?

č.	Souhvězdí	Jméno	I.	II. 1	II. 2	III.	Σ	M	m	Poznámky
68	Cassiopaea	*SX*	.	.	9	.	9	.	.	krátkoperiodická
69	,,	*SZ*	.	.	10	.	10	1	1	Mira
70	,,	*TT*	.	.	16	.	16	.	.	neznámo
71	,,	190. 1904	40	.	6	.	46	.	.	,,
72	,,	37. 1907	.	.	.	2	2	.	.	,,
73	,,	38. 1907	.	.	.	1	1	.	.	,,
74	Cepheus	*R*	.	68	14	.	82	1	.	irreg. ?
75	,,	*Y*	.	.	1	.	1	.	.	Mira
76	,,	*Z*	.	.	2	.	2	.	.	,,
77	,,	*RS*	.	.	1	.	1	.	.	Algol
78	,,	*RU*	.	89	15	.	104	1	1	irreg. ?
79	Cetus	*RR*	.	.	4	.	4	.	.	δ-Cephi-typus XVIII. 21
80	Columba	*R*	.	.	1	.	1	.	.	Mira
81	Coma	*R*	.	.	20	.	20	2	.	,,
82	Corona	*R*	.	.	3	.	3	.	.	irreg.
83	,,	*S*	32	.	5	.	37	1	1	Mira
84	,,	*V*	45	34	9	.	88	3	.	,,
85	,,	*X*	45	.	45	.	90	4	2	,,
86	,,	*Y*	.	79	8	.	87	2	1	irreg.
87	,,	*Z*	.	.	25	.	25	3	1	Mira
88	,,	*RR*	.	41	.	.	41	.	.	irreg.
89	Corvus	*R*	.	.	11	.	11	1	.	Mira
90	Cygnus	*SS*	.	81	.	1	82	1	.	*U*-Geminorum-typus
91	Draco	*R*	12	.	.	.	12	1	.	Mira
92	,,	*S*	.	.	.	2	2	.	.	,,
93	,,	*U*	23	.	36	.	59	3	.	,,
94	,,	*Y*	.	.	9	.	9	2	.	,,
95	,,	*RS*	.	.	24	.	24	2	2	,,
96	,,	*RT*	28	.	17	.	45	3	.	,,
97	,,	*RV*	45	.	25	.	70	6	.	,,
98	,,	*RY*	.	.	.	2	2	.	.	irreg
99	,,	159. 1907	.	.	.	1	1			neznámo
100	Gemini	*U*	.	.	.	14	14			*U*-Geminorum-typus
101	,,	*X*	.	.	.	1	1			Mira

č.	Souhvězdí	Jméno	I.	II. 1	II. 2	III.	Σ	M	m	Poznámky
102	Gemini	*Y*	.	.	.	1	1	.	.	Mira
103	,,	*RS*	.	.	.	1	1	.	.	,,
104	,,	*RX*	.	.	.	2	2	.	.	Algol
105	,,	*SY*	.	.	.	2	2	.	.	neznámo
106	Hercules	*W*	.	.	.	3	3	.	.	Mira
107	,,	*X*	.	.	.	2	2	.	.	,,
108	,,	*RR*	.	.	.	1	1	.	.	,,
109	,,	*ST*	.	.	.	2	2	.	.	irreg
110	,,	*SU*	.	.	.	1	1	.	.	Mira
111	,,	*SV*	.	.	.	1	1	.	.	,,
112	,,	*SY*	.	.	.	1	1	.	.	,,
113	,,	*UU*	.	.	.	4	4	.	.	neznámo
114	Hydra	*R*	.	.	1	.	1	.	.	Mira
115	,,	*S*	.	.	5	.	5	1	1	,,
116	,,	*RX*	.	.	.	1	1	.	.	neznámo
117	Libra	*T*	.	.	.	1	1	.	.	Mira
118	,,	*V*	.	.	.	1	1	.	.	,,
119	,,	*RT*	.	.	.	1	1	.	.	,,
120	,,	*RV*	.	.	.	1	1	.	.	irreg
121	Lyra	*B*	.	.	.	1	1	.	.	neznámo
122	Monoceros	*RW*	.	.	.	1	1	.	.	Algol
123	Orion	*R*	14	10	.	.	24	3	.	Mira
124	,,	*V*	.	.	.	2	2	.	.	,,
125	,,	*W*	.	.	.	2	2	,	.	irreg
126	Ophiuchus	*W*	.	.	.	1	1		.	Mira
127	,,	*SW*	.	.	.	1	1		.	Algol
128	,,	*SX*	.	.	.	1	1	.	.	,,
129	Pegasus	*T*	.	.	.	1	1	.	.	Mira
130	,,	*W*	20	13	3	.	36	3	1	,,
131	,,	*RT*	.	.	1	.	1	.	.	,,
132	Perseus	*R*	.	.	4		4	.	.	,,
133	,,	*S*	.	.	2	.	2	.	.	irreg.
134	,,	*T*	.	.	4	.	4	.	.	,,
135	,,	*W*	.	.	1	.	1	.	.	,,

č.	Souhvězdí	Jméno	I.	II. 1.	II. 2.	III.	Σ	M	m	Poznámky.
136	Perseus	*X*	.	.	1	.	1	.	.	dlouhá neznámá perioda
137	„	*RU*	.	.	9	.	9	1	1	Mira
138	„	*RV*	.	.	.	3	3	.	.	Algol
139	„	*RX*	.	.	.	3	3	.	.	Mira
140	„	*ST*	.	.	.	4	4	.	.	Algol
141	„	*SU*	.	.	10	.	10	.	.	neznámo
142	„	*SV*	.	.	.	1	1	.	.	krátkoperiodická
143	„	34. 1907	.	.	.	16	16	.	.	neznámo
144	Pisces	*R*	.	.	.	12	12	.	.	Mira
145	„	*V*	.	.	.	3	3	.	.	pochybno
146	Sagitta	*W*	.	.	.	3	3	.	.	Mira
147	Scorpius	*R*	.	.	.	1	1	.	.	„
148	„	*S*	.	.	.	1	1	.	.	„
149	Scutum	*W*	.	.	.	2	2	.	.	neznámo
150	„	*RS*	.	.	.	1	1	.	.	Algol
151	Taurus	*R*	.	.	.	1	1	.	.	Mira
152	„	*RR*	.	.	.	4	4	.	.	irreg?
153	„	*RT*	.	.	.	5	5	.	.	neznámo
154	„	*RV*	.	.	8	.	8	.	.	β - Lyrae - typus
155	„	*RX*	.	.	3	.	3	.	.	neznámo
156	„	*SW*	.	.	.	1	1	.	.	„
157	„	201. 1907	.	.	.	2	2	.	.	„
158	Triangulum	*R*	16	.	.	1	17	1	.	Mira
159	Ursa major	*R*	10	.	.	.	10	1	1	„
160	„	*S*	14	.	24	.	38	2	3	„
161	„	*T*	.	.	21	.	21	1	.	„
162	„	*V*	.	.	11	.	11	.	.	„
163	„	*Y*	93	72	18	.	183	5	3	irreg.
164	„	*Z*	72	65	16	.	153	11	10	„
165	„	*RR*	55	41	14	.	110	5	.	Mira
166	„	*RS*	47	67	22	.	136	4	.	„
167	„	*RT*	.	73	4	.	77	.	.	irreg.
168	„	*RW*	.	.	.	2	2	.	.	Algol
169	„	*ST*	.	.	.	1	1	.	.	krátkoperiodická

č.	Souhvězdí	Jméno	I.	II.1	II.2	III.	Σ	M	m	Poznámky
170	Ursa maior	46. 1907	.	.	.	2	2	.	.	neznámo
171	Ursa minor	*R*	.	.	1	.	1	.	.	irreg.
172	,,	*T*	20	16	6	.	42	3	.	Mira
173	,,	*U*	50	39	12	.	101	3	4	,,
174	,,	14. 1909	18	26	11	.	55	.	.	neznámo
175	Virgo	*R*	.	.	.	2	2	.	.	Mira
176	,,	*S*	.	.	.	1	1	.	.	,,
177	,,	*T*	.	.	.	1	1	.	.	,,
178	,,	*U*	.	.	.	5	5	.	.	,,
179	,,	*V*	.	.	.	1	1	.	.	,,
180	,,	*W*	.	.	.	1	1	.	.	krátkoperiodická
181	,,	*Y*	.	.	.	2	2	.	.	Mira
182	,,	*RR*	.	.	.	1	1	.	.	,,
183	,,	*RT*	.	.	.	3	3	.	.	,,
184	,,	*RU*	.	.	6	.	6	1	.	,,
185	,,	*SU*	.	.	30	.	30	3	1	,,
	Součet		1102	1567	1092	186	3947	171	68	
	Aurigae	*RZ*					92			
	Ceti	*RR*					125			
	Celkový součet		1102	1567	1092	186	4164	171	68	

Odvozené epochy největšího a nejmenšího světla.

Proměnná	M	d. J.	Per	E	P—V	m	d. J.	Per.	M—m
ST Cass.	.	.	.	.	.	8,9	7600	.	.
T Androm.	8,0	8565	.	70	+ 9	<12,1	7568:	.	.
T Cassiop.	8,0	7373	.	29	—28	.	.	.	.
	8,0	7799	426	30	—46	11,5	7578	.	221
	7,7	8299	500	31	+10	10,8	8490	456	.
TU Androm.	7,7	8504	.	.	+21	.	.	.	.
U Cassiop.	8,5	7492	.	22	+15	<13	7619	.	131
	8,3	7750	258	23	— 5	.	.	.	.
	8,2	8028	278	24	— 5	.	.	.	.
	8,3	8315	287	25	+ 3	.	.	.	.
RW Androm.	8,5	8121:	.	3	— 9	.	.	.	.
	8,9	8553:	432	4	—12	.	.	.	.
RR Androm.	9,4	7820	.	6	— 5	.	.	.	.
	8,8	8166	340	7	+ 7	.	.	.	.
RV Cass.	8,6	7776	.	3	0	<13	7978:	.	125
	8,0	8103	327	4	0	<13	8259:	281	197
	8,7	8456:	353	5	+26	.	.	.	.
W Cass.	8,4	7845:	.	18	+14	.	.	.	.
RW Cass.	8,4	7491	.	29	0	.	.	.	.
	8,4	7506	15	30	0	9,4	7500	.	6
	8,4	7521	15	31	0	.	.	.	.
	8,4	7551	15	33	0	.	.	.	.
	8,4	7565	14	34	— 1	.	.	.	.
	8,4	7580	15	35	0	.	.	.	.
	8,4	7610	15	37	0	9,4	7604	14,9	6
	8,4	7639	14,5	39	— 1	.	.	.	.
	8,4	7669	15	41	0	.	.	.	.
	8,4	7684	15	42	0	.	.	.	.
RV Androm.	8,9	7613	.	5	— 9	.	.	.	.
	8,9	7813	200	6	+20	.	.	.	
W Androm.	6,5	7769	.	7	—10	.	.	.	.
SZ Cass.	9,3	8327	.	.	.	10,3	7953	.	.
R Trianguli	6,2	7505	.	.	.	.	.	.	.
T Camelop.	7,3	7638	.	13	— 9	.	.	.	.
X Camelop.	8,2	7685	.	8	+ 8	.	.	.	.
R Orionis	9,5	7569	.	50	0	.	.	.	.
	8,7	7943	374	51	— 3	.	.	.	.
RR Camelop.	9,2	7740	.	0	—30	.	.	.	.
	9,2	8000	130	2	0	10,5	7817	.	68
	9,2	8230	115	4	0	.	.	.	.
S Camelop.	8,0	7800	.	1	— 7	.	.	.	.
	7,8	8140	340	2	+ 8	10,8	8305	.	152
U Aurigae	9,3	8227	.	16	—14	13,4	8026	.	201
RS Aurigae	8,8	7628:	.	0	— 7	.	.	.	.
	8,7	7800	172	1	+ 1	10,9	7695:	.	105
	8,6	7953	153	2	—10	11,0	7850:	155	103
	9,0	8292	170	4	+ 1	10,8	8026	176	101
	9,0	8459:	167	5	+ 4	10,9	8205:	179	87:
X Aurigae	.	.	.	.	.	12,6	7642	.	.
ST Aurigae	12,4	8215:	?	?	.	.	.	.	.
	9,2	8439	.	0	+ 1	.	.	.	.
V Aurigae	8,7	7656	.	21	— 4	.	.	.	.
	8,3	8003:	347	22	— 9	.	.	.	.
R Ursae maj.	7,3	7568:	.	.	.	12	7460:	.	.
Z Ursae maj.	7,3	7443	7,3	*R*	*R*	8,3	7490	*R*	*R*
	7,0	7540	7,0	.	.	7,6	7600	.	.
	7,3	7639	7,3	.	.	8,3	7693	.	.
	6,9	7759	6,95	.	.	7,6	7800	.	.
	7,1	7834	7,1	.	.	8,2	7905	.	.

Proměnná	m	d. J.	Per.	E	P—V	m	d. J.	Per.	M—m
Z Ursae maj.	6,9	7954	6,95	.	.	7,8	8008	.	.
	7,3	8043	7,3	.	.	8,7	8104	.	.
	6,9	8145:	6,9	.	.	7,6	8186:	.	.
	6,9	8220	6,9	.	.	8,7	8295	.	.
	6,8	8330	6,8	.	.	8,3	8478	.	.
	7,3	8520:	7,3	.	.	.	.	.	.
R Comae	9,1	8131	.	52	+ 13	.	.	.	.
	9,0	8491:	360	53	+ 11	.	.	.	.
SU Virginis	10,1	8053:	.	0	— 2	.	.	.	.
	8,8	8263:	210	1	+ 6	13,8	8369	.	93
	9,1	8462	199	2	+ 3	.	.	.	.
RV Draconis	8,8	7515:	.	0	— 5	.	.	.	.
	8,4	7723	208	1	0	.	.	.	.
	8,8	7926	203	2	0	.	.	.	.
	8,8	8125:	199	3	— 4	.	.	.	.
	9,2	8337	212	4	+ 5	.	.	.	.
	9,5	8543	206	5	+ 8	.	.	.	.
RS Ursae maj.	8,5	7734	.	3	— 8	.	.	.	.
	8,5	8005	271	4	+ 7	.	.	.	.
	9,3:	8260	255	5	+ 7	.	.	.	.
	8,5	8499	239	6	— 9	.	.	.	.
Y Ursae maj.	7,8	7456	.	.	.	.	.	.	.
	7,9	7670	214	.	.	9,3	7617:	.	53
	8,4	7836	166	.	.	9,3	7735	118	101
	7,7	8006	170	.	.	9,3	7895	160	111
	7,9	8323	158:	.	.	.	.	.	.
S Ursae maj.	7,7	7522:	.	.	.	11,4	7424:	.	.
	7,4	8421	.	.	.	11,2	7646	.	.
	.	.	.	.	.	11,4	8312:	.	.
	.	.	.	.	.	11,5	8542:	.	.
RU Virginis	7,6	8104:	.	11	— 50	.	.	.	.
RR Ursae maj.	8,6	7574	.	0	+ 9	.	.	.	.
	9,3	7798	224	1	+ 3	.	.	.	.
	8,5	8014	216	2	— 10	.	.	.	.
	9,9	8260:	246:	3	+ 6	.	.	.	.
	8,6	8484	224	4	+ 1	.	.	.	.
T Ursae min.	9,0	7925	.	3	— 2	.	.	.	.
	9,9	8248	325	4	0	.	.	.	.
	9,9	8553:	305	5	— 16	.	.	.	.
U Ursae min.	8,2	7628	.	3	0	< 11	7448:	.	180
	8,1	7945	317	4	— 10	11,5	7787	339	158
	7,6	8276	331	5	— 6	11,3	8090	303	186
	.	.	.	.	.	< 11	8420:	330	.
V Bootis	7,5	7436:	.	0	0	.	.	.	.
	7,7	7704	268	1	+ 5	11,0	7554:	.	145
	7,5	7955	251	2	— 7	11,0	7820	266	142
	7,8	8225:	270	3	0	10,5	8077	257	148
	7,4	8490	265	4	+ 2	10,8	8303	226	185
R Camelop.	7,7	7503	.	.	.	.	.	.	.
R Bootis	6,8	7485	.	.	.	11,5	7387	.	98
	7,5	7710	225	.	.	.	.	.	.
RR Bootis	8,4	7553:	.	0	+ 7	.	.	.	.
	8,0	7748	195	1	+ 5	12,6	7672	.	76
	9,4	7934	186	2	— 5	.	.	.	.
	8,2	8130:	196	3	— 6	< 13,2	8047	.	83
	9,2	8337:	207	4	+ 4	.	.	.	.
	8,9	8530	193	5	0	12,6	8435	.	95
RT Bootis	9,5	7801:	.	.	.	.	.	.	.
	9,1	8078	277	.	.	.	.	.	.
	9,4	8326:	248	.	.	.	.	.	.

Proměnná	M	d. J.	Per.	E	P—V	m	d. J.	Per.	M—m
S Coronae	6,7	7640	.	.	.	11,7	7530:	.	110
X Coronae	8,7	7686	.	0	—1	.	.	.	.
	8,7	7930	244	1	0	13,5	7830	.	103
	8,6	8180	250	2	+1	13,6	8080	250	100
	8,4	8425:	245	3	0	.	.	.	.
V Coronae	7,4	7653	.	—1	+33	11,3	7500:	.	153
	7,7	7987	334	0	0	11,5	7875	375	112
	< 8	8375:	388	+1	+21	11,6	8240	365	135
Z Coronae	9,5	7944	.	.	.	.	.	.	.
	8,9	8192	248	.	.	14,6	8088	.	104
	10,4	8436	244	.	.	.	.	.	.
W Herculis	.	.	.	.	.	12,1	8052:	.	.
R Dracon.	7,5	7515	.	.	.	.	.	.	.
RT Dracon.	9,6	7882	.	.	.	.	.	.	.
	9,5	8428	.	.	.	.	.	.	.
RS Dracon.	9,3	7675s	.	.	.	12,0	7577	.	.
	8,3	7748	.	.	.	9,9	7700s	.	.
U Dracon.	9,3	7764	.	53	0	.	.	.	.
	9,5	8085	321	54	+2	.	.	.	.
W Pegasi	7,6	7596	.	.	.	.	.	.	.
	7,6	7933	337	.	.	12,0	7735	.	198
	7,8	8285	352	.	.	.	.	.	.
ST Androm.	.	.	.	.	.	10,2	8145	.	.
SV Androm.	8,1	7903	.	.	.	.	.	.	.
	8,0	8217	314	.	.	.	.	.	.
	8,7	8542	325	.	.	.	.	.	.

ÚVAHA O METHODĚ POZOROVÁNÍ.

Nabyv sedmiletou činností při dalekohledu a vědeckým zpracováním mnoha tisíců cizích pozorování bohatých zkušeností v methodách astrofotometrických, zmíním se o pravém významu častoc itované methody Argelander-ovy a pokusím se podati kritiku svých vlastních pozorování.

Ideálně jednoduchá methoda Argelander-ova spočívá na odhadu rozdílů intensit dvou vjemů zrakových, rozeznávajíc celkem pět stupňů, z nichž základem jest stejnost vjemů ($a = b$), prvý pak stupeň udává minimum appercepce rozdílů intensit ($a\ 1\ b$). Určitě vnímané rozdíly světelné označuje Argelander stupni 2—4, při čemž vztah $a\ 4\ b$ jest již neurčitě definován co na první pohled patrný rozdíl světelný. Jest samozřejmo, že při přesném applikování methody Argelander-ovy vědecky oprávněnou jest pouze stupnice daná vztahem $a\ 0—3\ b$, tak že veškeré vyšší rozdíly dle methody Argelander-ovy jsou nepřípustny, ano protismyslny. V praksi pozorovací nevyjdeme však naprosto s touto přesnou methodou Argelander-ovou a sice z toho jednoduchého důvodu, že při větší amplitudě proměnné hvězdy nenajdeme postupem doby vhodných mezních bodů a_i b_i, které by výše uvedené podmínce vyhovovaly. Tu jsme nuceni buďto držeti se přesně methody Argelander-ovy a přibírati srovnávací hvězdy z dalekého okolí anebo opustiti tuto a měřiti přímo větší difference než vlastně jest přípustno. Po dlouhých zkouškách rozhodl jsem se pro druhý případ a to z následujících vážných důvodů :

Psychofysický zákon Fechner-ův ukazuje, že nejedná se při Argelander-ově stupnici 0—4 o addiční řadu prostých rozdílů intensit, nýbrž že ve skutečnosti appercipujeme vztahy logaritmické. Čistá methoda Argelander-ova vyhovuje v pomezí 0—3 těmto požadavkům tak, že možno pro určité poměry a určitého pozorovatele bráti za korrelát jednoho stupně hodnotu ležící velmi blízko při 0·06 až 0·08 velikosti hvězdné. Jest tedy zřejmo, že ono postřehnutelné minimum rozdílů dvou intensit leží blízko hodnoty 0·5 stupně, čili při 0·04 *hv.* velikosti. Zpracováním řad Šafaříkových, Baxendell-ových a vlastních přicházím, srovnávaje výsledky se systémem postupimského General-Katalogu, .k tomu důsledku, že stupeň Argelander-ův jest ve skutečnosti velice složitou funkcí intensity absolutní srovnávaných hvězd, a sice v tom smyslu, že přibývá-li oběma srovnávaným objektům stejně na intensitě, fotometrický korrelát stupně stoupe, t. j. oko se otupuje. Nebude tudiž při grafickém řešení fotometrických hodnot srovnávacích hvězd možno tyto vyrovnati přímočaře (dle vztahů

$m = g\,tang\,\alpha$), nýbrž bude vždy resultovati parabolické sploštění assymptotického grafu fotometrických hodnot. Jest tedy zřejmo, že střední hodnota stupně z pozorování čistě Argelander-ovou methodou vykonaných odvozená, jest vlastně implicitní funkcí absolutní intensity srovnávaných hodnot a nikoliv konstantou. Tento vztah vedle zjevu Purkyňova a vlivu polohy srovnávaných hvězd jest pravidelně při redukci zanedbáván. Další však komplikace nastává v onom případu, kde srovnávané objekty jsou o více než poloměr zorného pole od sebe vzdáleny. Každý zkušený pozorovatel ví, jak napjatě musíme při jen poněkud scintillujících obrazech světlosti srovnávati, a co to skutečné námahy stojí, než ustálíme svůj soud o poměru intensit. Jsou-li hvězdy srovnávací mimo zorné pole položeny, tu nutno dalekohledem pohybovati — a již vstupují v úsudek náš dva momenty rušící a sice: Mezi appercepcí vjemů *a b* uplyne jistá mezidoba, tak že vzpomínka na intensitu *a* seslábne do té doby, nežli uvědomíme si intensitu *b* a naopak. Toto ubývání intensity vzpomínaného pocitu jest přímo úměrno mezidobě mezi vjemy *a b* uplynulé. Daleko důležitější faktor vidím v rušení koncentrace pozornosti nutnými pohyby dalekohledu a orientací v novém zorném poli. Jest ovšem pravda, že většina těchto duševních pochodů odbývá se pod prahem vědomí, ale vzdor tomu, zejména v krajích na hvězdy bohatých, pozornost jimi se ruší, čímž jistota úsudku značně trpí. To jsou asi potíže, s nimiž se praktik při Argelandrově theorii potkává, tak že většinou mimoděk tuto vlastně opouští a volí cestu novou, k níž práce dle Argelandrovy theorie byla nutnou průpravou. Představme si pracovníka, jenž výhradně dle Argelandra velkou řadu (2—3000) pozorování vykonal. Ustavičné postřehování a vyhledávání stejných stupňů rozdílů intensit vede samovolnou abstrakcí k jisté střední představě quantitativního poměru dvou intensit odpovídajícího fotometrickému korrelátu jednoho stupně a tak vyvíjí se časem měřítko či spíše jednotka, dle které rozdíly tyto odhadujeme. Jest přirozeno, že vedle odvislosti od absolutní světlosti bude tu velkou úlohu hráti zvyk, t. j. cvik častým pozorováním nabytý, a sice ve smyslu příznivém, nepříznivý vliv má, jak i v jiných případech psychologie učí, velikost intervallu srovnávaného v poměru k měřítku. Srovnával jsem velké řady svých pozorování s měřeními. Prof. G. Müllera a shledal, že na principu jednotky z Argelandrovy methody odvozené možno s dosti velkou přesností meze zmíněné methody až na 6—8 stupňů extrapolovati, čili rozdíly až k 0,4 hv. velikosti s dosti velkou přesností odhadovati. Při větších intervallech začíná fotometrický aequivalent stupně prudce klesati, či jinými slovy, my v tom případu hodnotu poměru intensit světelných přeceňujeme. Zkušenost nás tedy učí, že postupem času uvědomělé vyhledávání nejmenších postřehnutelných rozdílů při methodě Argelandrově ustupuje do pozadí před přímým odhadem daných differencí pomocí samovolně abstrahované jednotky, tomuto rozdílu minimálního odpovídající. Jest přirozeno, že během doby zrak otupuje, čímž korrelát jednotky stoupe, — proto jest nutna stálá kontrolla, a že jednotka

tato jest odvislá od absolutní světlosti hvězd. Proto třeba jest též tuto hodnotu pro každý dalekohled zvlášť odvoditi, neboť jest pro každého pozorovatele jisté optimum, kde jest si vědom, že nejlépe pracuje, a toto optimum jest odvislo od „ostrosti" obrazu. Při této methodě, k níž nevědomky spějeme všichni, jest ta nesporná výhoda, že vystačíme s nejbližším okolím hvězdy a vyhneme se při volbě větších intervallů dlouhému, rušivému hledání srovnávacích hvězd. To budiž důvodem proti eventuelní námitce, že volím srovnání na př. *a* (8) *b*; tato jsou ovšem v odporu s theorií Argelandrovou ale vynucena jednak poměry prakse, jednak výše uvedeným mechanismem psychickým.

Ostatně doufám, že i v redukci našich pozorování hvězd o velkých amplitudách v brzku ustoupí složité počítání Argelandrovo, jednoduché interpolační grafické methodě a že konečně redukce na jednu setinu hvězdné velikosti při jednotlivých pozorováních dlouhoperiodických hvězd ustoupí zdravé kritice prakse. Zbývá ještě na jednu obvyklou vadu upozorniti. Vlivem hromadné schematické práce Harvardské observatoře ujal se modus voliti za korrelát stupně jednu desetinu hvězdné velikosti, čímž dochází autoři vesměs k absurdním výsledkům. Principielní vadou jejich jest, že kladou hodnotu stupně (měřítka) za konstantní a pokračují beze vší kritiky směrem k slabším intensitám, ačkoliv zde právě hodnota tato klesá t. j. zrak náš se zbystřuje. Touto přímočarou extrapolací přichází na př. *L. Campbell* ve svých „Comparison stars" k hvězdám čtrnácté velikosti, které já na pětipalcovém dalekohledu zcela pohodlně vidím. Jest tedy v tomto díle mnohde systematická chyba až o tři hvězdné velikosti, která se všemi americkými pracemi do nekonečna povleče. Redukoval jsem úmyslně některé hvězdy v Campbellově systemu a sice proto, aby bylo možno srovnati přímo moje pozorování s americkými, ale nikterak se s hodnotami těmi nestotožňuji, specielně pokud jsou pod jedenáctou hv. velikostí.

Konče tímto jednu epochu svého vědeckého života, vzpomínám vděčně svých učitelů, kteří vštípili mi lásku k tomuto odvětví astrofysiky, které bude jednou hráti velikou úlohu v poznání vývoje vesmíru a řídí se tou velkou zásadou, že theorie pominou, ale v pozorováních bude duch náš žíti dále. Proto bude druhou etappou mé práce v Nižboru soustavné studium několika typických jedinců, o čemž bude další práce jednati, jsouc zdokonalením této obsáhlé řady téměř pěti tisíců pozorování.

L. Pračka.

K analytickému řešení problemu Apollonického na kouli.

Napsal

J. SOBOTKA.

(Předloženo dne 23. února 1912.)

1. Uvažujme na dané kouli K středu O a poloměru, jehož délku R beřeme za jednotku, nejprv libovolné dvě kružnice k_1, k_2, jejichž sférické středy označíme S_1, S_2, sférické poloměry r_1, r_2.

Libovolná rovina R, která se obou kružnic dotýká v bodech A_1, resp. A_2 protne kouli v kružnici k dotýkající se v bodech A_1, A_2 kružnic daných. Označme S střed sférický kružnice k. Přímka OS seče rovinu R v obyčejném středu K kružnice k. Kladme dále $\sphericalangle A_1KA_2 = \varphi_{12}$ a veďme středem O rovinu rovnoběžnou k R protínající kouli v kružnici m.

Kružnice velké na kouli v rovinách SA_1O, SA_2O uzavírají úhel φ_{12}. Jejich průsečíky s m, jimiž se oblouky SS_1, SS_2 na nich položené doplňují na $\frac{\pi}{2}$, označme M_1, resp. M_2 a kladme na nich $A_1M_1 = A_2M_2 = \alpha$; značí-li δ_{12} sférickou vzdálenost bodů A_1, A_2, plyne ze sférického trojúhelníku A_1A_2S dle věty cosinové

$$\cos \delta_{12} = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cos \varphi_{12}$$

čili

$$\sin^2 \frac{\delta_{12}}{2} = \cos^2 \alpha \sin^2 \frac{\varphi_{12}}{2}. \tag{1}$$

Sférickou vzdálenost d_{12} bodů S_1, S_2 označme jakožto délku centrály obou kružnic k_1, k_2; vyjádříme-li ji z trojúhelníka sférického S_1SS_2 bude

$$\cos d_{12} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - r_1 - \alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{2} - r_2 - \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - r_1 - \alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{2} - r_2 - \alpha\right)\cos \varphi_{12},$$

z kteréžto rovnice plyne

$$\cos d_{12} = \sin (r_1 + \alpha) \sin (r_2 + \alpha) + \cos (r_1 + \alpha) \cos (r_2 + \alpha) \left(1 - 2 \sin^2 \frac{\varphi_{12}}{2}\right)$$

a dále

$$\sin^2 \frac{d_{12}}{2} - \sin^2 \frac{r_1 - r_2}{2} = \cos (r_1 + \alpha) \cos (r_2 + \alpha) \sin^2 \frac{\varphi_{12}}{2}. \tag{2}$$

Při tom beřeme každý z poloměrů r_1, r_2 kladně nebo záporně, dle toho, je-li na téže straně kružnice k jako střed S aneb ne.

2. Uvažujme nyní společnou tečnu kružnic, t. j. velkou kružnici k_{12}, dotýkající se daných kružnic k_1, k_2; prvé v bodě N_1, druhé v bodě N_2. Rovina takové kružnice se stanoví jakožto rovina tečná, procházející středem O koule ku jednomu z kuželů 2. stupně, které lze kružnicemi položiti; rovina ta jest zároveň společnou rovinou tečnou ploch kulových, které danou kouli K protínají orthogonálně v kružnicích k_1, k_2, obsahuje tudíž příslušný jejich bod podobnosti, který jest též vrcholem řečeného kužele. Délkou t_{12} uvedené společné tečny označujeme sférickou vzdálenost bodů N_1, N_2. Je-li S_{12} pól kružnice k_{12} a beřeme-li délky poloměrů r_1, r_2 algebraicky tak, že mají stejná neb opačná znamení dle toho, leží-li na téže straně nebo po různých stranách společné tečny k_{12}, pak plyne ze sférického trojúhelníka $S_1S_2S_{12}$ buď

$$\cos d_{12} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - r_1\right)\cos\left(\frac{\pi}{2} - r_2\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - r_1\right)\sin\left(\frac{\pi}{2} - r_2\right)\cos t_{12}$$

aneb

$$\cos d_{12} = \cos\left(\frac{\pi}{2} + r_1\right)\cos\left(\frac{\pi}{2} + r_2\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + r_1\right)\sin\left(\frac{\pi}{2} + r_2\right)\cos t_{12}.$$

Z obou rovnic plyne

$$\sin^2\frac{d_{12}}{2} - \sin^2\frac{r_1 - r_2}{2} = \cos r_1 \cos r_2 \sin^2\frac{t_{12}}{2}. \tag{3}$$

Z rovnic (2) a (3) plyne

$$\cos(r_1 + \alpha)\cos(r_2 + \alpha)\sin^2\frac{\varphi_{12}}{2} = \cos r_1 \cos r_2 \sin^2\frac{t_{12}}{2}. \tag{4}$$

3. Uvažujme dále na kouli čtyři kružnice $k_1, \ldots, k_4$, které se dotýkají kružnice páté k v bodech A_1, A_2, A_3, A_4. Ze známé relace, platící o čtyřech bodech kružnice, totiž

$$\begin{vmatrix} 0, & \overline{A_1A_2}^2, & \overline{A_1A_3}^2, & \overline{A_1A_4}^2 \\ \overline{A_2A_1}^2, & 0, & \overline{A_2A_3}^2, & \overline{A_2A_4}^2 \\ \overline{A_3A_1}^2, & \overline{A_3A_2}^2, & 0, & \overline{A_3A_4}^2 \\ \overline{A_4A_1}^2, & \overline{A_4A_2}^2, & \overline{A_4A_3}^2, & 0 \end{vmatrix} = 0$$

vyplývá relace

$$\begin{vmatrix} 0, & \sin^2\frac{\varphi_{12}}{2}, & \sin^2\frac{\varphi_{13}}{2}, & \sin^2\frac{\varphi_{14}}{2} \\ \sin^2\frac{\varphi_{12}}{2}, & 0, & \sin^2\frac{\varphi_{23}}{2}, & \sin^2\frac{\varphi_{24}}{2} \\ \sin^2\frac{\varphi_{13}}{2}, & \sin^2\frac{\varphi_{23}}{2}, & 0, & \sin^2\frac{\varphi_{34}}{2} \\ \sin^2\frac{\varphi_{14}}{2}, & \sin^2\frac{\varphi_{24}}{2}, & \sin^2\frac{\varphi_{34}}{2}, & 0 \end{vmatrix} = 0, \tag{5}$$

kde jest obecně buď $\varphi_{ik} = \sphericalangle A_i K A_k$, značí-li K opět obyčejný střed kružnice k, anebo též $\varphi_{ik} = \sphericalangle A_i O A_k$.

Vložíme-li do posledního determinantu, hledíce k prvnímu významu úhlů φ_{ik} za $sin^2 \frac{\varphi_{ik}}{2}$ hodnotu z rovnice (4) vycházející, obdržíme vzhledem k tomu, že lze obecně z i^{ho} sloupce vyjmouti $\frac{cos\, r_i}{cos\,(r_i + \alpha)}$ a z l^{ho} řádku současně $\frac{cos\, r_l}{cos\,(r_l + \alpha)}$, relaci

$$\begin{vmatrix} 0, & sin^2 \frac{t_{12}}{2}, & sin^2 \frac{t_{13}}{2}, & sin^2 \frac{t_{12}}{2} \\ sin^2 \frac{t_{12}}{2}, & 0, & sin^2 \frac{t_{23}}{2}, & sin^2 \frac{t_{24}}{2} \\ sin^2 \frac{t_{13}}{2}, & sin^2 \frac{t_{23}}{2}, & 0, & sin^2 \frac{t_{34}}{2} \\ sin^2 \frac{t_{14}}{2}, & sin^2 \frac{t_{24}}{2}, & sin^2 \frac{t_{34}}{2}, & 0 \end{vmatrix} = 0, \tag{6}$$

z níž obdržíme dále, značí-li n_{ik} úsečku $N_i N_k$, a klademe-li obecně $\left| sin^2 \frac{t_{ik}}{2} \right| = \frac{n_{ik}^2}{4r^2}$,

$$\begin{vmatrix} 0, & n_{12}^2, & n_{13}^2, & n_{14}^2 \\ n_{12}^2, & 0, & n_{23}^2, & n_{24}^2 \\ n_{13}^2, & n_{23}^2, & 0, & n_{34}^2 \\ n_{14}^2, & n_{24}^2, & n_{34}^2, & 0 \end{vmatrix} = 0. \tag{7}$$

4. *Úhel Θ_{12} dvou kružnic k_1, k_2 na kouli.*

Buďtež K_1, K_2 středy kružnic těch a L jeden jejich společný bod. Úhel tečen jejich v bodě L rovná se úhlu rovin K_1OL, K_2OL. Sférické středy a bod L stanoví na kouli trojúhelník S_1S_2L, z něhož plyne

$$cos\, d_{12} = cos\, r_1\, cos\, r_2 + sin\, r_1\, sin\, r_2\, cos\, \Theta_{12},$$

z kteréžto rovnice obdržíme úpravou

$$sin^2 \frac{d_{12}}{2} - sin^2 \frac{r_1 - r_2}{2} = sin\, r_1\, sin\, r_2\, sin^2 \frac{\Theta_{12}}{2},$$

takže se zřetelem na rovnici (3) obdržíme

$$sin^2 \frac{t_{12}}{2} = tg\, r_1\, tg\, r_2\, sin^2 \frac{\omega_{12}}{2}, \tag{8}$$

a rovnice (6) dává větu analogickou věty Darbouxovy o úhlech čtyř kružnic v rovině, které se páté kružnice dotýkají, přenesenou na kouli, totiž

$$\begin{vmatrix} 0, & \sin^2\frac{\omega_{12}}{2}, & \sin^2\frac{\omega_{13}}{2}, & \sin^2\frac{\omega_{14}}{2} \\ \sin^2\frac{\omega_{12}}{2}, & 0, & \sin^2\frac{\omega_{23}}{2}, & \sin^2\frac{\omega_{24}}{2} \\ \sin^2\frac{\omega_{13}}{2}, & \sin^2\frac{\omega_{23}}{2}, & 0, & \sin^2\frac{\omega_{34}}{2} \\ \sin^2\frac{\omega_{14}}{2}, & \sin^2\frac{\omega_{24}}{2}, & \sin^2\frac{\omega_{34}}{2}, & 0 \end{vmatrix} = 0,$$

čili

$$\sin\frac{\omega_{12}}{2}\sin\frac{\omega_{34}}{2} \pm \sin\frac{\omega_{23}}{2}\sin\frac{\omega_{14}}{2} \pm \sin\frac{\omega_{31}}{2}\sin\frac{\omega_{24}}{2} = 0. \tag{9}$$

Věta tato plyne arciť ze zmíněné věty Darboux-ovy přímo inversí koule v rovinu.

5. Redukuje-li se jedna z kružnic v předcházejícím čl. 3., na př. k_4 na bod P, pak rovina kružnice k_{i4} jest rovinou tečnou ke kuželi, jímž se k_i z bodu O promítá, vedenou přímkou PO; je-li N_i její bod dotyku s k_i, jest t_{i4} čili krátce t_i sférickou vzdáleností bodů P, N_i a $n_{i4} = PN_i$. Obdržíme takto z (6) a (7) vyjádření pro polohu libovolného bodu na kružnici k, která se tří daných kružnic k_1, k_2, k_3 dotýká.

Takto jsme vedeni k řešení úlohy:

Stanoviti kružnici k, která se daných tří kružnic k_1, k_2, k_3, ležících na kouli, dotýká. Buďtež v libovolné soustavě parallelní rovnice rovin daných kružnic příslušně

$$R_1 = 0, \quad R_2 = 0, \quad R_3 = 0.$$

Protíná-li OP rovinu $R_i = 0$ v bodě G_i jest, jak z příslušného obrazce snadno plyne,

$$(OPG_i) = \frac{R}{n_i \sin\frac{t_{i4}}{2}} = \frac{1}{2\sin^2\frac{t_{i4}}{2}}.$$

Tedy

$$\sin^2\frac{t_i}{2} = \frac{1}{2\,(OPG_i)}.$$

Při dosavádním odvození předpokládalo se mlčky, že body N_i jsou realné a tudíž i společné tečny t_{ik}. Není-li tomu tak, pak jednoduše můžeme délku společné tečny t_{ik} definovati pomocí vzorce (3), kladouce

$$\sin^2\frac{t_{ik}}{2} = \frac{\sin^2\frac{d_{ik}}{2} - \sin^2\frac{r_i - r_k}{2}}{\cos r_i \cos r_k}, \tag{10}$$

takže $sin^2 \frac{t_{ik}}{2}$ jest vždy veličina realná, již lze na základě této definice vždy jednoduše sestrojiti nebo vypočítati a pak ovšem platí vzorec (6) obecně i pro případy, v nichž se jednotlivě neb i vůbec nevyskytují realné tečny.

6. Pro délku tečny z bodu libovolného P na kouli ku kružnici k_i máme pak $r_k = 0$, a tedy, značí-li d_i sferickou vzdálenost bodu P od středu S_i kružnice k_i

$$sin^2 \frac{t_i}{2} = \frac{sin^2 \frac{d_i}{2} - sin^2 \frac{r_i}{2}}{cos\, r_i}. \tag{11}$$

Vyjádříme-li na pravé straně čitatele funkcemi úhlu d_{ik} a r_i obdržíme

$$sin^2 \frac{t_i}{2} = \frac{cos\, r_i - cos\, d_i}{2\, cos\, r_i}. \tag{12}$$

Vedeme-li rovinu S_iOP, obsahující tedy též obyčejný střed K_i kružnice k_i a bod G_i, v němž OP seče rovinu $R_i = 0$ kružnice k_i, bude, označíme-li P_i patu kolmice s bodu P na OS_i,

$$OK_i = R\, cos\, r_i,\ OP_i = OP\, cos\, d_i.$$

Následkem toho dává rovnice (12) relaci

$$sin^2 \frac{t_i}{2} = \frac{\overline{OK_i} - \overline{OP_i}}{2 \,.\, \overline{OK_i}};$$

ježto však

$$\frac{OP_i}{OK_i} = \frac{OP}{OG_i},$$

lze relaci tu též vyjádřiti

$$sin^2 \frac{t_i}{2} = \frac{\overline{OG_i} - \overline{OP}}{2 \,.\, OG_i} = \frac{\overline{PG_i}}{2 \,.\, OG_i},$$

takže konečně jest

$$sin^2 \frac{t_i}{2} = \frac{1}{2\ (OPG_i)}.$$

V každém případě jest tedy $2\, sin^2 \frac{t_i}{2}$ rovno poměru, v němž dělí rovina kružnice k_i poloměr bodu P. Mohli bychom zde buď (OPG_i) aneb $sin^2 \frac{t_i}{2}$ označiti jakožto potenci bodu P vzhledem ke kružnici k_i a analogicky pak hodnotu

$$sin^2 \frac{t_{ik}}{2} = \frac{sin^2 \frac{d_{ik}}{2} - sin^2 \frac{r_i - r_k}{2}}{cos\, r_i\, cos\, r_k},$$

již jsme obdrželi pro společnou tečnu dvou kružnic, označiti jakožto potenci dvou cyklů těmito kružnicemi stanovených. Můžeme totiž kružnici přisouditi určitý smysl jako kladný vzhledem ku poloměrům koule ve smyslu od středu O určitě na př. kladně orientovaných a pak ji nazveme cyklem kladným, kdežto přisoudíme-li jí smysl opačný, obdržíme cyklus záporný této kružnici přináležející.

Avšak jakožto potence bodu P jest obvyklé zaváděti hodnotu $tg^2 \frac{t_i}{2}$, danou výrazem plynoucím též přímo z (12), totiž

$$tg^2 \frac{t_i}{2} = tg \frac{d_i + r_i}{2} tg \frac{d_i - r_i}{2}.$$

Z výrazu (10) pro $sin^2 \frac{t_{ik}}{2}$ plyne snadno

$$tg^2 \frac{t_{ik}}{2} = tg \frac{d_{ik} + (r_i - r_k)}{2} tg \frac{d_{ik} - (r_i - r_k)}{2},$$

což nás vede k tomu abychom hodnotu $tg^2 \frac{t_{ik}}{2}$ označili jako potenci příslušných cyklů na kružnicích k_i a k_k položených.

7. Má-li střed O ve vytčené soustavě souřadné souřadnice a, b, c, bod P pak souřadnice x, y, z a značí-li $R_i (a, b, c) = R_i^{(o)}$ resp. $R_i (x, y, z) = R_i$ levou stranu rovnice $R_i = 0$, do níž místo proměnných souřadnic dosadíme souřadnice bodů O, resp. P, tu jak známo

$$(OPG_i) = \frac{R_i^{(o)}}{R_i},$$

a tudíž

$$sin^2 \frac{t_i}{2} = \frac{R_i}{2 R_i^{(o)}}.$$

Rovnice (6) dává nám tudíž relaci mezi vzdálenostmi t_i bodů na kružnici k dotýkající se daných tří kružnic, totiž

$$\begin{vmatrix} 0, & sin^2 \frac{t_{12}}{2}, & sin^2 \frac{t_{13}}{2}, & sin^2 \frac{t_1}{2} \\ sin^2 \frac{t_{12}}{2}, & 0, & sin^2 \frac{t_{23}}{2}, & sin^2 \frac{t_2}{2} \\ sin^2 \frac{t_{13}}{2}, & sin^2 \frac{t_{23}}{2}, & 0, & sin^2 \frac{t_3}{2} \\ sin^2 \frac{t_1}{2}, & sin^2 \frac{t_2}{2}, & sin^2 \frac{t_3}{2}, & 0 \end{vmatrix} = 0, \qquad (13)$$

dále pak relací mezi souřadnicemi x, y, z bodů na k:

$$\begin{vmatrix} 0, & \sin^2\frac{t_{12}}{2}, & \sin^2\frac{t_{13}}{2}, & \frac{R_1}{R_1^{(o)}} \\ \sin^2\frac{t_{12}}{2}, & 0, & \sin^2\frac{t_{23}}{2}, & \frac{R_2}{R_2^{(o)}} \\ \sin^2\frac{t_{13}}{2}, & \sin^2\frac{t_{23}}{2}, & 0, & \frac{R_3}{R_3^{(o)}} \\ \frac{R_1}{R_1^{(o)}}, & \frac{R_2}{R_2^{(o)}}, & \frac{R_3}{R_3^{(o)}}, & 0 \end{vmatrix} = 0, \qquad (14)$$

již lze též psáti

$$\begin{vmatrix} 0, & n_{12}^2, & n_{13}^2, & \frac{R_1}{R_1^{(o)}} \\ n_{12}^2, & 0, & n_{23}^2, & \frac{R_2}{R_2^{(o)}} \\ n_{13}^2, & n_{23}^2, & 0, & \frac{R_3}{R_3^{(o)}} \\ \frac{R_1}{R_1^{(o)}}, & \frac{R_2}{R_2^{(o)}}, & \frac{R_3}{R_3^{(o)}}, & 0 \end{vmatrix} = \emptyset.$$

Vyčíslením plyne

$$\sin^4\frac{t_{23}}{2}\frac{R_1^2}{R_1^{(o)2}} + \sin^4\frac{t_{13}}{2}\frac{R_2^2}{R_2^{(o)2}} + \sin^4\frac{t_{12}}{2}\frac{R_3^2}{R_3^{(o)2}}$$

$$- 2\left(\sin^2\frac{t_{12}}{2}\sin^2\frac{t_{13}}{2}\frac{R_2 R_3}{R_2^{(o)} R_3^{(o)}} + \sin^2\frac{t_{12}}{2}\sin^2\frac{t_{23}}{2}\frac{R_1 R_3}{R_1^{(o)} R_3^{(o)}} + \right.$$

$$\left. + \sin^2\frac{t_{13}}{2}\sin^2\frac{t_{23}}{2}\frac{R_1 R_2}{R_1^{(o)} R_2^{(o)}}\right) = 0,$$

kteroužto relaci lze uvésti na tvar

$$\sin\frac{t_{23}}{2}\sqrt{\frac{R_1}{R_1^{(o)}}} \pm \sin\frac{t_{13}}{2}\sqrt{\frac{R_2}{R_2^{(o)}}} \pm \sin\frac{t_{12}}{2}\sqrt{\frac{R_3}{R_3^{(o)}}} = 0,$$

jemuž odpovídá tvar

$$n_{23}\sqrt{\frac{R_1}{R_1^{(o)}}} \pm n_{13}\sqrt{\frac{R_2}{R_2^{(o)}}} \pm n_{12}\sqrt{\frac{R_3}{R_3^{(o)}}} = 0.$$

Rovnice (14) a následující značí patrně kužel 2. stupně, mající svůj střed v bodu společném rovin $R_1 = 0$, $R_2 = 0$, $R_3 = 0$. Kdybychom tyto roviny zavedli příslušně za roviny souřadné $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ obdrželi bychom rovnici toho kužele na př. ve tvaru

$$\sin\frac{t_{23}}{2}\sqrt{\frac{x}{a}} \pm \sin\frac{t_{13}}{2}\sqrt{\frac{y}{b}} \pm \sin\frac{t_{12}}{2}\sqrt{\frac{z}{c}} = 0. \qquad (15)$$

Kužel ten spojuje tudíž hledaný pár kružnic Apollonických.

8. Body dotyku kružnic těchto s danými kružnicemi k_1, k_2, k_3 obdr-

žíme, klademe-li do rovnice (14) aneb některé z následujících, $R_1 = 0$ resp. $R_2 = 0$ neb $R_3 = 0$. Tak obdržíme v prvém případě

$$\frac{R_2}{R_2^{(o)}} : \frac{R_3}{R_3^{(o)}} = \sin^2 \frac{t_{12}}{2} : \sin^2 \frac{t_{13}}{2}, \tag{16}$$

čili

$$\frac{(OPG_3)}{(OPG_2)} = \frac{\sin^2 \frac{t_{12}}{2}}{\sin^2 \frac{t_{13}}{2}},$$

a proto

$$(G_2G_3PO) = (OPG_3G_2) = \frac{\sin^2 \frac{t_{12}}{2}}{\sin^2 \frac{t_{13}}{2}}.$$

Označíme-li r_{ik} průsečnicí rovin $R_i = 0$, $R_k = 0$, jež značíme krátce R_i, R_k, jest též

$$(R_2, R_3, r_{23}P, r_{23}O) = \sin^2 \frac{t_{12}}{2} : \sin^2 \frac{t_{13}}{2}.$$

Roviny tohoto dvojpoměru protínají rovinu R_1 v přímkách r_{12}, r_{13}, l_1, o_1, při čemž přímka o_1 spojuje bod $r_{12} . r_{13}$ s průmětem bodu O do R_1 ve směru r_{23}; pro přímky ty platí rovněž

$$(r_{12}, r_{13}, l_1, o_1) = \frac{\sin^2 \frac{t_{12}}{2}}{\sin^2 \frac{t_{13}}{2}},$$

čímž jest přímka l_1 protínající k_1 v hledaných bodech dotyku jednoduše stanovena.

Označme E_i pól roviny R_i a H_1 pól roviny $r_{23}P$ vzhledem k dané kouli; pól O_1 roviny $r_{23}O$ leží v nekonečnu na E_2E_3; následkem toho plyne z rovnosti

$$(E_2E_3H_1O_1) = (r_{12}, r_{13}, l_1, o_1),$$

že

$$\frac{E_2H_1}{E_3H_1} = \frac{\sin^2 \frac{t_{21}}{2}}{\sin^2 \frac{t_{31}}{2}} = \frac{n_{21}^2}{n_{31}^2}.$$

Rozdělíme-li tedy E_2E_3 bodem H_1 v poměru $\frac{n_{21}^2}{n_{31}^2}$, pak rovina kolmo k přímce OH_1 položená přímkou r_{23} seče k_1 v bodech dotyku s kružnicemi Apollonickými. Konstrukci tuto můžeme též následovně upraviti.

Póly E_1, E_2, E_3 rovin, v nichž dané kružnice leží, vedeme tři rovnoběžné úsečky, které i co do smyslu jsou v poměru veličin n_{23}^2, n_{31}^2, n_{12}^2; koncové body těchto úseček stanoví trojúhelník perspektivný k trojúhelníku $E_1E_2E_3$;

seče-li osa perspektivity strany E_1E_2, E_2E_3, E_3E_1 *v bodech* G_3, G_1, G_2 *a sestrojíme-li na stranách těch body* H_3, H_1, H_2 *tak, aby* $G_i E_l = E_k H_i$, *obdržíme tři body na přímce h; pak přímka* l_i *v rovině* R_i *kolmo ku* OH_i *vedená seče kružnici* k_i *v hledaných bodech dotyku kružnic Apollonických.*

Když jsme stanovili přímku h, můžeme též spustiti s bodu společného rovinám R_1, R_2, R_3 kolmici q k rovině Oh, pak protínají roviny $r_{23}q$, $r_{31}q$, $r_{12}q$ kružnice k_1, k_2, k_3 v jejich bodech dotyku s hledanými kružnicemi. Jsou-li U_i, V_i body dotyku s k_i, pak tečny v bodech těch se protínají v bodě M_i; body M_1, M_2, M_3 leží na přímce m, a mU_i jest rovina jedné, mV_i druhé kružnice hledané.

9. Přechod k problému příslušnému v rovině podává rovnice (13) a vede přímo k rovnici obdobné k (14), píšeme-li v ní K_i místo $\frac{R_i}{R_i^{(o)}}$, při čemž značí K_i potenci bodu (x, y) vzhledem ke kružnici k_i čili $K_i = 0$. Pro body dotyku kružnic Apollonických na př. s k_1 obdržíme obdobně jako v (16) vztah

$$K_2 : K_3 = t_{12}^2 : t_{13}^2,$$

je-li tu t_{ik} délka společné tečny dvou cyklů v k_2 a k_3 obsažených; což znamená, že body ty leží na kružnici svazku (k_2k_3), jejíž střed H_1 dělí vzdálenost středů S_2, S_3 kružnic k_2, k_3 v poměru $t^2_{12} : t^2_{13}$, takže kolmice ze středu potenčního kružnic k_1, k_2, k_3 na přímku spojující střed S_1 kružnice k_1 s bodem H_1 seče k_1 v hledaných bodech dotyku. Konstrukce tato shoduje se s prve vytčenou pro kružnice na kouli, když necháme E_i splynouti s bodem S_i.

Příspěvky k poznání nižších hub.

IV. Olpidium Brassicae Wor. a dva nové druhy rodu Entophlyctis.

Napsal

Dr. B. NĚMEC v Praze.

(Se dvěma tabulkami a obrázkem v textu.)

(Předloženo dne 8. března 1912.)

V roce 1878. popsal ruský badatel Woronin zajímavého parasita z kořenů rostlin křižatých, jejž nalezl při svých studiích o cizopasníku *Plasmodiophora Brassicae* a označil názvem *Olpidium Brassicae*. Je to Myxochytridinea z čeledi Monolpidiaceí, která nejčastěji žije v kořenech zelí *Brassica oleracea* a sice v pokožce kořenové nebo v buňkách korových. Zprvu jeví se jako nahý protoplast, který se buď celý změní v zoosporangium opatřené tenkou, bezbarvou blánou bez struktury, kteráž konečně vyhání láčkovitou trubičku, kterouž uniknou ze zoosporangia rejdivé, jednobrvé výtrusy. Láčka pronikne skrze blány periferních buněk a dospěvši z kořenu ven, otevře se, čímž umožněno výtrusům vyrejditi. Vedle toho vytváří *Olpidium Brassicae* tlustostěnné cysty (chronisporocysty) tvaru hvězdovitého následkem tupých vmačklin ve bláně.

Olpidium Brassicae je parasit velmi hojný a zvláště hojně objevuje se v kořenech infikovaných *Plasmodiophorou*. Klíční rostliny zelí jsou jím zpravidla infikovány, nezřídka v ohromném množství. De Wildeman (1893) popsal ještě jiný, příbuzný druh v kořenech zelí cizopasící, jenž také v kořenech jiných Crucifer se objevuje a jejž de Wildeman popsal jako *Olpidium Borzii*. Vyznačuje se zoosporangiemi protaženými, na nichž se vytvořuje větší počet vyprazdňovacích láček. Není nemožno, že je *Olpidium Borzii* příbuzno s Chytridiaceou, kterou Zopf jako rod *Pleotrachelus* popsal.

Mohl jsem oba jmenované druhy zkoumati a chci v tomto pojednání podati zprávu o některých poměrech jejich vývoje a cytologie. V ohledu tom nejnovější sdělení máme od ruského badatele Favorskiho (1910).

Favorskij nalezl cizopasníka hlavně v mladších, tenkých kořenech ještě kořenovými vlásky opatřených, kde při silnější infekci — vyjma plerom — skoro všecky buňky mohou býti infikovány. Kořenové

buňky jenom někdy reagují na přítomnost cizopasníka slabou hypertrofií. Přes silnou infekci mohou kořeny zůstávati na živu.

V jiných případech odumřely i rostliny, které naprosto nebyly tak silně infikovány, při čemž v kořenech byly shledány ponejvíce trvalé cysty cizopasníka. Zoospory (rejdivé výtrusy) pronikají do kořenu skrze epidermis. F a v o r s k i j nalezl mladá stadia jak ve vláscích kořenových, tak i v buňkách pokožky kořenové, jež dosud vlásků byly nevytvořily. V buňkách dochází bezpochyby k boji mezi cizopasníkem a jádrem hostitelské buňky, kteréž někdy lze nalézti v těsném styku s cizopasníkem, při čemž jádro je většinou deformováno, ano i odumřelé. Mladí cizopasníci postrádají buněčné blány, jejich jádro je homogenní, jadérko poloměsíčité nebo vřetenovité a periferně uložené při bláně jaderné, cytoplasma má strukturu pěnitou, je však kolem jádra zhuštěna.

Olpidium Brassicae nikdy neproniká až do svazku cévního (pleromu), nýbrž zůstává vždy v kůře. Nazí cizopasníci původně jednojaderní stávají se dvou- a čtyřjadernými, kolem jader zůstává nahloučena hustá cytoplasma, takže již v tomto stadiu plasmatický obsah buněčný do jisté míry je segmentován. Jednotlivé jednojaderné části souvisí spolu pouze cytoplasmatickými provazci, oproti zevnějšku jsou však opatřeny společnou plasmatickou vrstvou. Plasmatické partie stanou se zoosporami, jejichž strukturu však dle F a v o r s k i h o těžko lze vyšetřiti. Jich cytoplasma postrádá vakuol, jádro postrádá bezpečně dokazatelné a distinktní blány. Zoosporangium vytváří vyprazdňovací láčku, ale F a v o r s k i m u se nepodařilo způsob jejího základu poznati. Ač mohl zkoumati veliký materiál, přece se mu nepodařilo nalézti dělení jaderná. Také pro technické obtíže nebylo mu možno bližšího něco stanoviti o vývoji a stavbě trvalých cyst. —

Jak vidět, jsou ještě některé nevyjasněné momenty v našich zkušenostech o druhu *Olpidium Brassicae*, který přece vlastně z Monolpidiaceí je nejlépe ještě znám.

Neznáme dělení jaderných, dále vytváření a stavbu vyprazdňovací láčky a také stavbu trvalých cyst. Těmto otázkám jsem věnoval pozornost, když jsem se odhodlal věnovati druhu tomuto práci. Nemohu říci, že bych byl vše rozřešil, co bych si byl sám přál, ale při chudobě zpráv o Olpidiaceích vůbec uveřejňuji své nálezy přece.

Materiál fixován ve slabém roztoku F l e m m i n g o v ě a barven jednak H e i d e n h a i n o v ý m haematoxylinem, jednak safraninem po slabém moření v taninu.

Nejmladší stadia jsou kulovitá, cytoplasma je zrnitá, bez vakuol. Pak vzrůstá cizopasník, jeho cytoplasma stává se vakuolovitou, jádro podržuje polohu centrální. I ono vzrostlo značně, obsahuje jemně vláknitou anebo zrnitou hmotu, jež se safraninem nebarví a značně velké jadérko, jež je vřetenovitého tvaru a ke bláně jaderné přiléhá (tab. I., obr. 1). Jádro buňky hostitelské leží jen někdy těsně při parasitu a, jak

Favorskij nalezl, je pak tvaru nepravidelného, jeho chromatinová tělíska (prochromosomy) jsou velká, konečně může i degenerovati a státi se homogenním. Jinak, totiž nepřiléhá-li k cizopasníku, má normální tvar i stavbu.

Jednojaderní cizopasníci dosti značně vzrostou, nežli se v nich počne jádro děliti. Před dělením jádro značně vzroste (tab. I., obr. 1) a vedle jadérka obsahuje zprvu zrnitě-vláknitou, velice slabě barvitelnou substanci, načež substance ta se stane zřejmě vláknitou. Vlákénka jsou silněji barvitelna a nezřídka probíhají po párech rovnoběžně. Nápadno je konstantní excentrické položení jadérka — ale také celé jádro leží v kulovité buňce excentricky. Toto stadium, dosti vzácně ovšem pozorované, upomínalo mne poněkud na synapsis.

První dělení jaderné nepodařilo se mi uviděti. Dvojjaderní cizopasníci mají tolikéž cytoplasmu velkými vakuolami opatřenou (tab. I., obr. 2), jádra leží nezřídka blízko sebe, ba skoro se dotýkají, obsahují opět po jednom periferně uloženém jadérku. Ani druhého dělení jsem neviděl. Viděl jsem pouze dvoujaderného cizopasníka, kde každé jádro chovalo dvě jadérka (tab. I., obr. 5), jak tomu bývá tenkráte, když jadérko během dělení persistuje a tolikéž se dělí (Němec 1910). Čtyřjaderná stadia jsou velmi hojná (tab. I., obr. 3). Jádra jsou pravidelně v buňce rozložena, cytoplasma obsahuje poměrně velké vakuoly a intensivně barvitelná zrníčka. Jadérka nejsou příliš veliká, přiléhají však stále ke bláně jaderné. Následují další dělení jaderná, která se dějí v parasitu vždy simultáně, takže máme stadia s 8, 16, 32, 64 jádry. Počet dělení jaderných souvisí s velikostí parasita a tato jistě s jeho výživou, neboť množství plasmy je v parasitech dle velikosti také různé. K vytváření rejdivých výtrusů přistupují individua různé velikosti, není tedy přechod od stadia vegetativního k rozplozovacímu závislý na dosažení určité velikosti cizopasníka. V téže buňce shledáváme zoosporangia různé velikosti. Dobře živení parasiti mohou ještě ve stadiu, kdy chovají 16 nebo 32 jader býti bezblannými a četné vakuoly obsahovati.

Před vytvářením zoospor změní se struktura buňky, neboť větší vakuoly zmizí, cytoplasma se stane stejnoměrně zrnitou a silněji difusně barvitelnou, nukleoly jader jsou značně menší, skoro se jeví pouze jako tečka silně barvitelná v jádru, obsah jaderný však stane se silněji barvitelným a hrubozrným. Obraz 6 (tab. I.) znázorňuje přechod k tomuto stadiu. Mezitím byl parasit na svém povrchu vytvořil jemnou blánu homogenní, na jejíž jedné straně a sice na té, která je obrácena k periferii kořenu, počíná vyrůstati vyprazdňovací láčka (obr. 7, tab. I.). Láčka je na své basi poněkud zaškrcena, její blána je tenčí než blána ostatního povrchu zoosporangia. Obsahuje zprvu pouze cytoplasmu jemně zrnitou, malé vakuoly jsou v ní uloženy při periferii. Vláknitě zrnitá struktura tohoto stadia souvisí asi s proudem cytoplasmy hrnoucí se do láčky. Záhy vcestují i jádra do láčky (obr. 8, tab. I.) a mohou se beze vší pochyby v láčce děliti,

1*

neboť nalezl jsem individuum, ve kterém všecka jádra se dělila a také ona, která byla uložena v láčce (tab. I., obr. 9, 10). Všecka stadia v celém parasitu byla stejná. Vřeténko bylo velmi slabě vyvinuto, chromosomy nezdařilo se mi rozpoznati a sečísti. Křižovitými tyto figury nebyly. Jako křižovité označovány jsou ony dělící figury, při nichž ve stadiu jaderné desky equatoriální se dělí ve směru osy vřeténka jadérko, jakž jsem to též u *Sorolpidium Betae* shledal. Lze tedy souditi, že se tu jadérko rozpustilo a dělení to — podobně jako dělení, které jsem nalezl u druhu *Olpidium Salicorniae*, bylo by analogické dělení reprodukčnímu, známému u *Plasmodiophoraceí*. Potom rozrýhuje se cytoplasma v jednojaderné zoospory a sice jednak zaškrcením, jež ze zevnějšku postupuje, jednak vytvářením a rozšiřováním se vakuol uvnitř cytoplasmy. Že vedle zaškrcování též vakuoly při segmentaci spolupůsobí, dokazují zvláště poměry v láčce, kde segmentaci výborně lze sledovati (obr. 11, tab. I.). Zoospory jsou kulaté, jednojaderné, jadérko malé a ke bláně jaderné přilehlé; také jádro samo leží při periferii zoospory (tab. I., obr. 15).

Láčka vyprazdňovací vzniká jako vychlípenina zoosporangia na straně k periferii kořenu obrácené. Jeho blána je vždy tenčí než blána zoosporangia, někdy se zdá, jakoby tato byla papilou mladé láčky protržena. Vrchol láčky zůstává vždy prost jader. Láčka roste, až vynikne z kořenu ven, takže její délka u individuí hlouběji v kůře uložených průměr zoosporangia několikráte přesahovati může. Vrchol láčky z kořenu vyčnívající jeví se nakonec jako by vyplněn homogenní hmotou slabě barvitelnou, v níž nelze další struktury dokázati a jež dělá dojem nějakého slizu. Zoospory diferencují se pouze v basální části láčky, z oné konečné části cytoplasma vymizí. U otevřených láček konečná část chybí a myslím, že se ve vodě byla rozpustila (obr. 13, 14, tab. I.). Vyndáme-li infikované kořeny z půdy a vložíme je do vody, vyrejdí v několika vteřinách ze zralých zoosporangií výtrusy. Počátek pochodu toho je velice obtížno sledovati, mně se to aspoň nepodařilo. Myslím však, že při styku s vodou konečná část láčky rychle nabubří a pak se ve vodě rozpustí, načež zoospory vyrejdí ven. Rozhodně, jak také z Woroninových pozorování vysvitá, nevyjde tu celý obsah zoosporangia najednou a v souvislosti ven z láčky, aby se teprve před ní v jednotlivé rejdivé výtrusy rozdělil, nýbrž láčkou rejdí ven již zcela odděleně samostatné výtrusy.

Woronin pozoroval, že se někdy vyprazdňovací láčky otevírají již v kořenových buňkách samotných, dříve než proniknou z kořenu ven. Toho jsem já neviděl. Vždy rostly láčky radiálně k periferii kořenu a sice i tenkráte, když se nalézaly v endodermis, neboť až do té mohou vniknouti, ač ovšem poměrně vzácně se tak děje. Většinou zůstávají omezeny na pokožku a buňky korové. V perikambiu neviděl jsem cizopasníků těchto nikdy. Láčka vyprazdňovací neroste sice zcela přesně radiálně a přímo, ale na příčných i podélných řezech infikovanými kořeny lze se přesvědčiti,

že celkem míří vždy k periferii. Homogenní konečnou část vytvoří teprve, když byly nejzevnější živou buňku kořenovou opustily.

Cysty lze těžko barviti. Shledal jsem je, pokud jádra byla zbarvená, vždy jednojadernými. Jen v odumřelých kořenech nalezl jsem několik cyst vícejaderných (obr. 16, tab. I.), které se asi chystaly k vytvoření zoospor. K čemuž také poněkud naduřelá jejich exine poukazovala.

V mých kulturách zprvu se objevoval pouze druh *Olpidium Brassicae*. Jeho zoosporangia byla kulovitá a vytvořovala jedinou láčku vyprazdňovací. Jen ve starších kořenech druhotně tloustnoucích nalezl jsem též parasity s zoosporangiemi protáhlými a jednou láčkou vyprazdňovací opatřenými, kteréž tedy tolikéž ke druhu *Olpidium Brassicae* čítati třeba.

Později objevil se v mých kulturách také druh *Olpidium Borzii*. Jeho zoosporangia byla již svou tlustší blánou odlišná (tab. I., obr. 18) a vyznačovala se také svým protáhlým tvarem. Dále vytvářela větší počet vyprazdňovacích láček. Nalézala se vždy v rhizodermis (kořenové pokožce) nebo v zevní vrstvě korové, takže se i tím odlišovala od druhu předcházejícího, který též hlouběji vniknouti může.

Zprvu jsem se domníval, že tu jde pouze o větší exempláře druhu *Olpidium Brassicae*, ale mohl jsem se přesvědčiti, že také vnitřní strukturou se tento druh od druhu *O. Borzii* liší. *O. Borzii* zvětší se totiž po rozmnožení jader velmi rychle, při čemž cytoplasmy nepřibývá ve stejné míře, pročež uvnitř zoosporangia vznikají velké vakuoly (tab. I., obr. 17), kdežto cytoplasma jádra chovající tvoří nástěnný povlak. I později, když zoosporangium bylo vytvořilo již blánu, lze dokázati v centrální jeho cytoplasmě jader skoro úplně postrádající velké vakuoly (tab. I., obr. 18). Proto myslím, že je *Olpidium Brassicae* druh od *O. Borzii* odchylný, jak dle zevních znaků také de Wildeman soudil. Třeba však výslovně přiznati, že v úzkých buňkách i *Olpidium Brassicae* může jeviti tvar protáhlý. Ale vždy chová jenom malé, difusně rozložené vakuoly, mezi nimiž také difusně jsou rozložena v celém nitru zoosporangia jádra. To také vysvítá z Favorskiho znázornění *O. Brassicae*. U tohoto druhu nikdy se neobjeví v zoosporangiu centrální partie jader prostá, nýbrž buď jsou jádra stejnoměrně v zoosporangiu rozložena nebo dokonce ve středu jeho nahloučena (tab. I., obr. 6).

Velikost obou druhů velmi varíruje, takže by nemělo významu uváděti rozměry. I v téže buňce mohou býti zoosporangia nejrůznější velikosti (tab. I., obr. 14).

V rejdivých výtrusech leží jádro při periferii, pravděpodobně je v nějakém spojení s brvou.

Pozoruhodný je zjev, že vyprazdňovací láčky tak dobře naleznou cestu z kořenu ven. Jak jsme viděli, rostou láčky jejich dosti pravidelně ve směru radiálním. Vzpomeneme-li známého zjevu, že jsou vlákna houbová nebo i láčky klíčících spor velmi dobře chemotropické, resp. aërotropické, jak na př. Miyoshi a Čelakovský jun. dokázali, snadno jsme

vedeni k domněnce, že vyprazdňovací láčky jsou vedeny z kořenu ven aërotropně, t. j. směrem dovnitř difundujícího kyslíku. Méně pravděpodobným zdá se mi býti, že jsou láčky vedeny ve směru svého vzrůstu proudem vodním nebo s ním do centra kořenu proudícími nerostnými solemi. Tyto otázky hodlám experimentálně řešiti.

* * *

V kořenových buňkách tenkých kořenů postranních zelí (*Brassica oleracea*) nalezl jsem často parasita, jejž v nejmladším stadiu těžko bylo rozlišiti od druhu *Olpidium Brassicae*, kterýž však později objevil se býti příslušníkem jiného rodu Chytridiaceí.

Nejmladší dobře rozeznatelná stadia jsou jistě ona, kde cizopasník má přibližně tvar hruškovitý a přisedá těsně ke stěně buněčné (tab. II., obr. 1, 2, 4 a). Je jednojaderný a hustá plasma zpravidla chová silně barvitelné chuchvalečky. V jádru bylo možno stanoviti centrálně položené jadérko, jež však nikdy nemělo tvaru vřetenitého, který je tak charakteristický pro nejmladší stadia druhu *Olpidium Brassicae*. V tomto stadiu je cizopasník bezblanný.

V dalším stadiu počíná cizopasník na volném pólu vysýlati pseudopodiovité výrůstky (tab. II., obr. 3—6), které jsou z počátku krátké a tupé, později však ve vláskovitá tenká vlákénka se prodlouží (tab. II., obr. 7, 7a). Poněkud ztloustnou a na jejich povrchu objeví se jemná, homogenní blána, stejně jako na těle cizopasníka samotného. Vlákénka ta vyrůstají pouze na jednom pólu buňky, někdy větší počet jich v jednom bodě (tab. II., obr. 8), jindy jenom jedno vlákno silné (tab. II., obr. 21), které se na svém konci rozvětvuje. Vlákna jsou v celém svém průběhu stejně tlustá, vysýlají kratší nebo delší větévky postranní (tab. II., obr. 11, 21), jež někdy, ač vzácně, na svém konci jeví kulovité naduření (obr. 11).

Z počátku jsou cizopasníci upevněni ke bláně buněčné, zdá se však, že se od ní později mohou uvolniti, takže by pak mohly volně v buňce ležeti. Vláknitá, hladká haustoria nepronikají nikdy skrze blánu buněčnou z jedné buňky do druhé. Když byl cizopasník definitivní velikosti svojí dosáhl, do kteréžto doby zůstává jednojaderným, počínají se v jeho nitru vytvářeti zoospory, před kterýmžto pochodem se jádro silně zmnoží a haustorie pozvolna degenerují. Při tom stávají se varikosními a pozvolna mizí (tab. II., obr. 12). Po té vytvoří cizopasník krátkou, rovnou vyprazdňovací láčku, jež však nevyrůstá z buňky hostitelské ven, nýbrž v jejím nitru ústí (tab. I., obr. 10, 15, 17, 18). Láčkou vyprazdňují se pak zoospory. Láčka, pokud jsem pozoroval, vždy vyrůstá na tomže pólu, na němž i rhizoidy vznikají. Někdy nalézáme v hostitelské buňce, v níž vyprázdněné zoosporangium leží, také ještě některá vlákna haustoriová (tab. II., obr. 10). Že taková zoosporangia mohou ještě připojena býti ke bláně buněčné, dokazuje případ znázorněný v obr. 13 (tab. II.).

Vedle zoospor může cizopasník vytvářeti také trvalé cysty. I při tom

se basální jeho část holokarpicky mění v cystu, která se jeví býti ve zralém stavu jednojadernou a zpravidla na povrchu svém nízkými, nepravidelnými hrbolky je opatřena (tab. II., obr. 19, 20). Její cytoplasma je hustá a chová silně barvitelné chuchvalečky. Haustorií obyčejně u zcela zralé cysty nelze viděti.

Je zjevno, že tento cizopasník náleží do čeledi *Sporochytriaceí* (A. Fischer) čili Rhizidiaceí. Neboť vegetativní tělo jeho sestává z kulovitého těla, které je vlastně vzrostlou sporou a z jemné části myceliální. Tělo cizopasníka přemění se holokarpicky v zoosporangium anebo v trvalou cystu. Myceliální část zahyne po první fruktifikaci. Počítám cizopasníka tohoto k Fischerovu (1892) rodu *Entophlyctis*, ač se náš druh od druhů dosud známých rodu tohoto liší v některých podrobnostech. Rozdíly však nejsou podstatné.

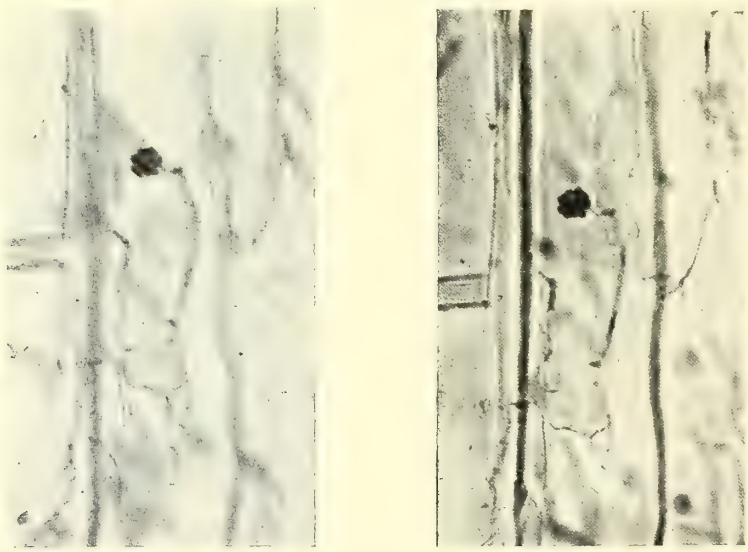
Předně nelze dokázati, že by tělo cizopasníka bylo od počátku opatřeno blanou, dále nelze na místě, kde cizopasník ke bláně buněčné přisedá, dokázati čípek, jenž jinak cizopasníka na blánu upevňuje. Dále vzniká láčka na polu haustoriovém a otevírá se v buňce hostitelské. Ale jinak odpovídají morfologické vlastnosti jakož i způsob vývoje parasita zcela vlastnostem rodu *Entophlyctis*, označuji tedy cizopasníka právě popsaného jako *Entophlyctis Brassicae* n. sp. Ostatní dosud známé druhy rodu *Entophlyctis* žijí v řasách a v *Characeích*.

Jiný druh, jejž jako *Entophlyctis Salicorniae* n. sp. označuji, nalezl jsem v kořenech druhu *Salicornia herbacea*, jejž jsem ve sklenníku svého ústavu pěstoval. Byly to tytéž rostliny, na kterých jsem objevil druh *Olpidium Salicorniae* (Němec 1911).

Tento druh je poněkud větší než *Entophlyctis Brassicae*, vegetativní tělo zprvu také přisedá ke bláně hostitelské buňky (tab. II., obr. 27), později však leží, jak se zdá, v buňce zcela volně. Také tento druh vytváří mocné haustorium, které tolikéž, pokud mi bylo možno pozorovati, zůstává intramatrikálním a neopouští buňky infikované (tab. II., obr. 22—25). Haustorium sestává ze stejnoměrně tlustých, hladkých, často dichotomicky, ale i monopodiálně rozvětvených vláken, jež zřejmě opatřeny jsou tenkou blanou. Z vegetativního těla vyrůstá nejprve dosti dlouhé vlákno, které se na svém konci rozvětvuje. Vegetativní tělo je jednojaderné, později však se změní buď v zoosporangium, jehož vyprazdňovací trubičku jsem nemohl bohužel nalézti, anebo v trvalou cystu, jež se vyznačuje hvězdicovitým tvarem, kterýž je podmíněn vchlípeninami v exosporu (tab. II., obr. 28, 29). Exospor je tlustý a žlutavý. Vedle toho obklopena je cysta často ještě hladkou, tenkou blanou původního vegetativního těla. Během vytváření se cysty odumírá haustorium, ale často i potom lze souvislost jeho s cystou stanoviti (obr. textový). Další osud trvalých cyst zůstal mi neznám.

De Wildeman popisuje a kreslí (1893) cysty, jež nalezl v kořenech u *Brassica oleracea*, které považuje — ovšem s otazníkem — za

cysty druhu *Olpidium Brassicae*. Jeho obrázky čís. 19, 22, 23 a 25 velmi se podobají naším obrázkům č. 28 a 29 (tabulka II.). Hvězdovitý tvar cyst dosažen však byl u de Wildemanových cyst teprve po plasmolyse glycerinem, proto nemohu zde popisované cysty a de Wildemanovy za identické považovati. Tolik však musím na základě dosavadních zkušeností svých říci, že mnohé Chytridiacee vytvořují cysty



Entophlyctis Salicorniae n. sp., cysta ještě v souvislosti s haustoriemi. Fotografováno ve dvou rovinách. Zeiss, Apochr. 2 *mm*, Komp. ok. 6.

hvězdicovitého tvaru, což ovšem určování jich stěžuje. *Olpidium Brassicae* na př. vytvořuje cysty hrbolovité, které na optickém řezu dosti se podobají cystám rodu *Asterocystis*.

Druhy rodu *Entophlyctis* právě popsané vnikají většinou do vyrostlých a starších částí kořenových. Ač jsem je nalezl i v buňkách, které ještě měly normálně strukturované jádro a nástěnnou cytoplasmu, tedy pravděpodobně živé byly, objevovaly se přece většinou v buňkách již odumřelých. Tyto druhy jsou tedy pravděpodobně poloparasity, právě jako ostatní druhy rodu *Entophlyctis*, které často lze nalézti v buňkách již odumřelých anebo odumírajících. S tím v souvislost mohla by se uvésti též okolnost, že druhy ty vytvářejí mocné haustorium.

Při druhu cizopasícím v kořenech *Brassicy* byl pro mne zvláště zajímavým pochod tvoření se haustorií. Musím považovati haustoria tato za bezjaderné pseudopodie, které se později rozvětvují a konečně blánou obklopí. Jejich vývoj dokazuje, že tu zprvu jde o skutečné pseudopodie, neboť jsou nahé a z počátku i tvaru velmi nepravidelného. Je možno, že na ostatním povrchu těla parasitova dříve se zakládá blána buněčná než

na pseudopodiích, snad jen jako zhuštěná exoplasma. Rozhodně nelze na pseudopodiích, pokud nejsou definitivně přeměněny ve stejnoměrně tlustá vlákna, stanoviti nějaké zvláštní blány.

Zopf (1884, p. 184) pozoroval u svého druhu *Amoebochytrium rhizidioides* tolikéž vytváření se haustorií a myslím, že tu jde o stejný pochod jako u *Entophlyctis Brassicae*. Je však možno, že u *Amoebochytria pseudopodia* od počátku jsou opatřena jemnou blankou.

Zopf označuje vlákna právě zmíněná jako mycelium, Fischer jako rhizoidy, stejně také Atkinson (1909). Myslím, že indiferentní označení vláken jako *haustoria* je nejvhodnější, ježto zpravidla na mycelium klademe vyšší měřítko. Haustoria rodu *Entophlyctis* a vůbec Rhizidiaceí jsou bezjaderná, jsou proto trvale odvislá od basálního vegetativního těla jádro chovajícího; jsou vlastně jenom jeho přívěsky, jsou to tedy pouhé části jedné buňky, a stojí ve službách absorpce látek živných. Není vyloučeno, že u forem vícejaderných jádra i do haustorií vcestují a že tímto způsobem skutečné mycelium povstati může, jak je u některých Hyphochytriaceí diferencováno. V tomto ohledu mohly by Rhizidiacee se stanoviska srovnavacího býti velmi důležitými. Biologii jakož i systematickému postavení Olpidiaceí věnovati chci jednu ze příštích částí těchto příspěvků. Při té příležitosti budu také referovati o důležité práci, kterou nedávno uveřejnil Bally (1911).

Dodatkem ku svému poslednímu (III.) příspěvku připomínám, že se mi teprve nedávno dostala do rukou Griggsova práce o *Monochytrium* (1910). Práce ta je zajímavá vzhledem k *Olpidium Salicorniae* proto, poněvadž *Monochytrium* tolikéž zaviňuje hypertrofii buněk a dále poněvadž jeho trvalé cysty jsou dvoujaderné, kterážto dvoujadernost dala se bezpečně vyložiti jako následek splynutí dvou mladých cizopasníků do hostitelské buňky vniknuvších. Tím nabývá můj výklad o původu dvoujadernosti cyst u *Olpidium Salicorniae* na pravděpodobnosti.

Literatura.

Bally W., 1911, Cytologische Studien an Chytridineen. Jahrb. f. wiss. Bot. Bd. 50.

Faworskij W. J., 1910, Nové zprávy o cytologii a vývoji Plasmodiophora Brassicae. Zpr. přír. spol. v Kievě (rusky).

Fischer A., 1892, Phycomycetes. Rohenhorts Kryptogamenflora, Abt. IV.

Griggs R. F., 1910, Monochytrium, a new genus of the Chytridiales, its life history and cytology. Ohio Naturalist.

Loewenthal W., 1905, Weitere Untersuchungen an Chytridiazeen. Arch. f. Protistenkunde, Bd. V.

Němec B., 1911, Příspěvky k poznání nižších hub. I.—III. Rozpr. České Akad.

de Wildeman E., 1893, Notes mycologiques. Ann. de la Soc. Belge de Microscopie. T. XVII.

Woronin M., 1878, Plasmodiophora Brassicae. Jahrb. f. wiss. Bot. Bd. 11.

Zopf W., 1884, Zur Kenntnis der Phycomyceten. Nova acta, Bd. 47, Halle.

Výklad tabulek.

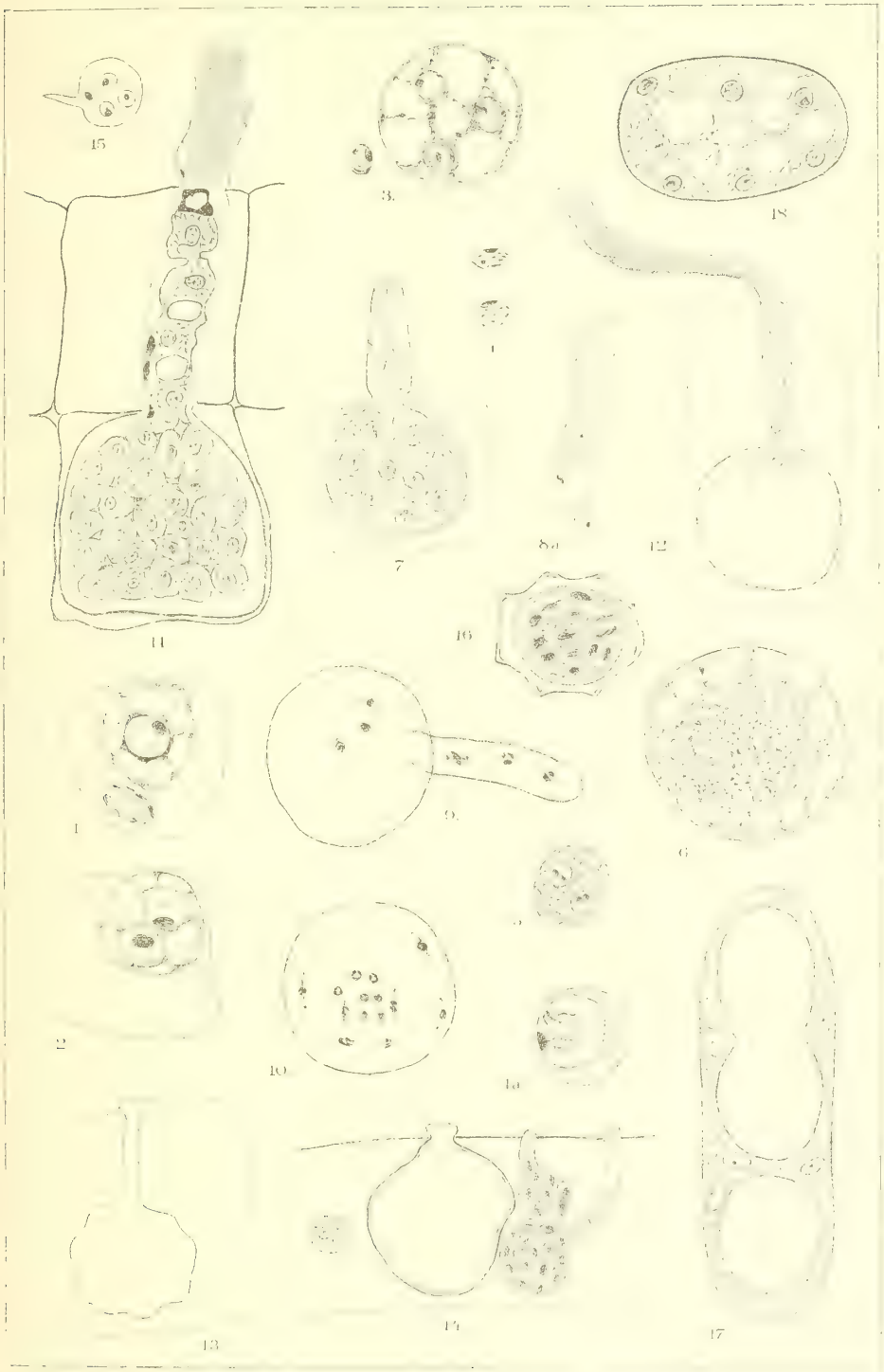
Všechny obrazy kresleny jsou dle preparátů ve Flemmingově tekutině fixovaných a safraninem — po předchozím moření v taninu — barvených a sice většinou při zvětšení Reich. hom. imm. $^1/_{12}$, komp. ok. 6, mimo obr. na tab. II. č. 4, 5, 7 a, 14—16, které jsou kresleny při téže immersi s komp. ok. č. 12.

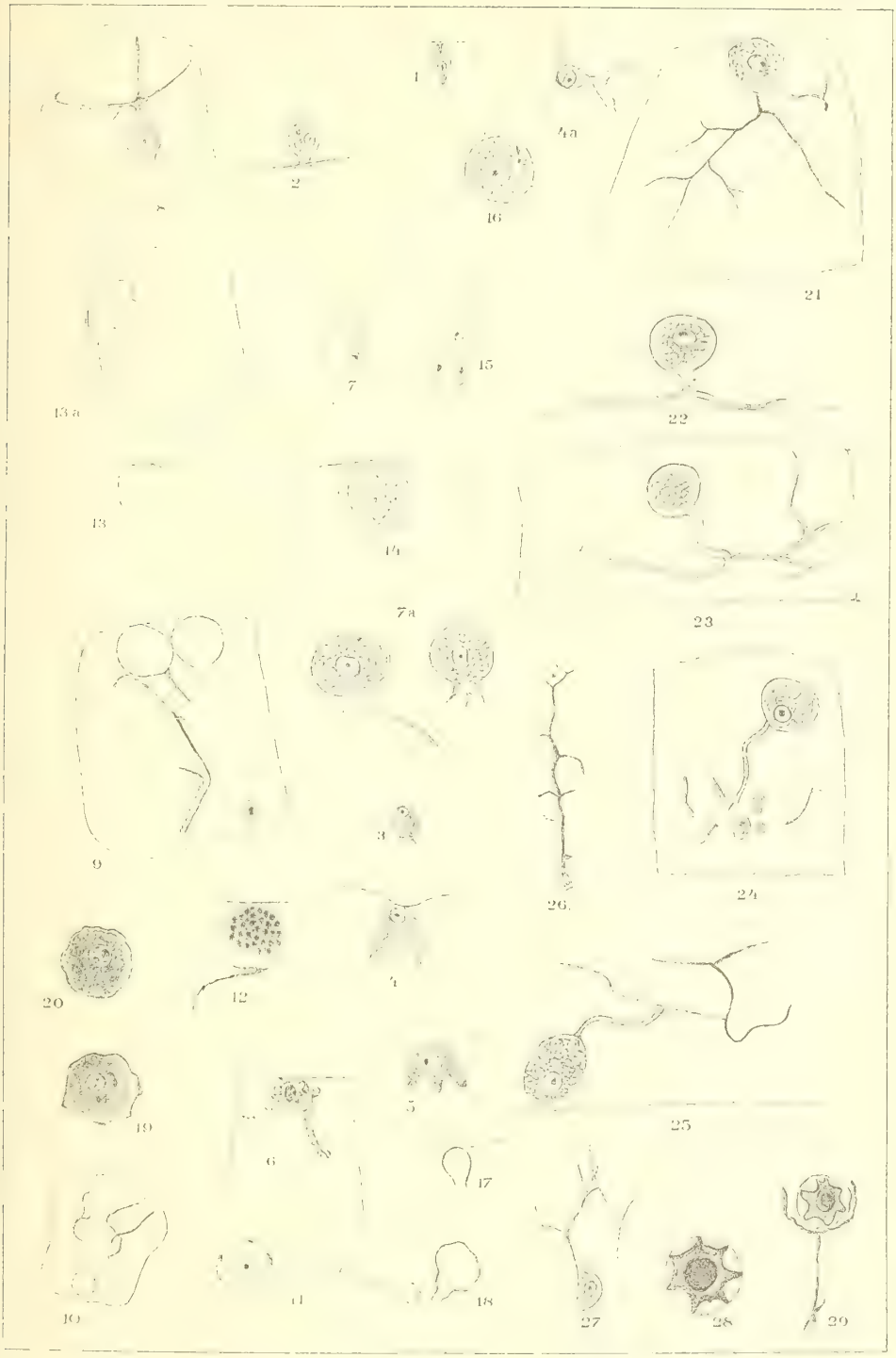
TABULKA I.

Obr. 1—16 *Olpidium Brassicae*, obr. 17, 18 *Olp. Borzii*.
„ 1 jednojaderné stadium, 1 a jádro připravující se k dělení.
„ 2 dvojjaderné stadium.
„ 3 čtyřjaderné stadium, čtvrté jádro nalézalo se na nejbližším řezu.
„ 4 Jádro k dělení se připravující.
„ 5 dvojjaderné stadium, každé jádro má dvě jadérka.
„ 6 mnohojaderné stadium, jadérka jsou malá, cytoplasma silně zbarvená.
„ 7 základ vyprazdňovací láčky.
„ 8 do vyprazdňovací láčky vniká jádro, 8 a jiné jádro ze základu láčky.
„ 9, 10 dělící figury jaderné.
„ 11 parasit v hypodermální buňce s počínající segmentací v zoospory.
„ 12 podobný parasit v rhizodermis.
„ 13 vyprázdněné zoosporangium.
„ 14 větší počet parasitů v jedné buňce pokožkové.
„ 15 malé zoosporangium s zoosporami.
„ 16 cysta s větším počtem jader.
„ 17 cizopasník bez blány.
„ 18 cizopasník s blanou.

TABULKA II.

Obr. 1—21 *Entophlyctis Brassicae* n. sp., obr. 13 a *Olpidium Brassicae*, obr. 22—29 *Entophlyctis Salicorniae* n. sp.
„ 1—7 zakládání se haustorií ve způsobu pseudopodií.
„ 8—11 individua s haustoriemi.
„ 12 cizopasník s degenerujícími haustoriemi a zakládání se zoospor.
„ 13, 15, 17, 18 vyprázdněná zoosporangia.
„ 14 zoosporangium se základem láčky.
„ 15 vzrostlé individuum před diferenciací zoospor.
„ 19, 20 cysty.
„ 21 vzrostlé individuum s rozvětvenými haustoriemi.
„ 22—25 cizopasníci s haustoriemi.
„ 26 část rozvětveného haustoria.
„ 27 mladý parasit.
„ 28, 29 trvalé cysty.


15
3.
18
1
7
8a
12
11
16
1
9.
6
2
10
14
13
17


1
2
16
4a
21
13a
7
15
22
13
14
7a
23
9
3
26
24
20
12
4
25
19
5
6
17
10
11
18
27
28
29

Analytické úvahy o koulích dotýkajících se čtyř daných koulí.

Napsal

J. SOBOTKA.

(Předloženo dne 8. března 1912.)

1. Je-li A_i $(i = 1, 2, 3, 4, 5)$ pět bodů na kouli, a značí-li d_{ik} vzdálenosti bodů A_i, A_k, platí známá relace, která jest rozšířením věty Ptolemeovy na kouli:

$$\begin{vmatrix} 0, & d_{12}^2, & d_{13}^2, & d_{14}^2, & d_{15}^2 \\ d_{12}^2, & 0, & d_{23}^2, & d_{24}^2, & d_{25}^2 \\ d_{13}^2, & d_{23}^2, & 0, & d_{34}^2, & d_{35}^2 \\ d_{14}^2, & d_{24}^2, & d_{34}^2, & 0, & d_{45}^2 \\ d_{15}^2, & d_{25}^2, & d_{35}^2, & d_{45}^2, & 0 \end{vmatrix} = 0. \qquad (1)$$

Uvažujme pět koulí K_i $(i = 1, \ldots 5)$, jež se dotýkají koule šesté K středu S a poloměru r v bodech A_i. Buďtež S_i středy a r_i poloměry jejich. Dále klaďme

$$\sphericalangle S_i S S_k = \varphi_{ik}.$$

Patrně jest

$$d_{ik}^2 = 4 r^2 \sin^2 \frac{\varphi_{ik}}{2}.$$

Dosazením těchto hodnot do (1) dospíváme k relaci mezi úhly, které tvoří pět přímek z pevného bodu vycházejících, totiž

$$\begin{vmatrix} 0, & \sin^2 \frac{\varphi_{12}}{2}, & \sin^2 \frac{\varphi_{13}}{2}, & \sin^2 \frac{\varphi_{14}}{2}, & \sin^2 \frac{\varphi_{15}}{2} \\ \sin^2 \frac{\varphi_{21}}{2}, & 0, & \sin^2 \frac{\varphi_{23}}{2}, & \sin^2 \frac{\varphi_{24}}{2}, & \sin^2 \frac{\varphi_{25}}{2} \\ \sin^2 \frac{\varphi_{31}}{2}, & \sin^2 \frac{\varphi_{32}}{2}, & 0, & \sin^2 \frac{\varphi_{34}}{2}, & \sin^2 \frac{\varphi_{35}}{2} \\ \sin^2 \frac{\varphi_{41}}{2}, & \sin^2 \frac{\varphi_{42}}{2}, & \sin^2 \frac{\varphi_{43}}{2}, & 0, & \sin^2 \frac{\varphi_{45}}{2} \\ \sin^2 \frac{\varphi_{51}}{2}, & \sin^2 \frac{\varphi_{52}}{2}, & \sin^2 \frac{\varphi_{53}}{2}, & \sin^2 \frac{\varphi_{54}}{2}, & 0 \end{vmatrix} = 0. \qquad (2)$$

Dále plyne z trojúhelníku $S_i S S_k$

$$c_{ik}^2 = \overline{S_i S_k}^2 = (r - r_i)^2 + (r - r_k)^2 - 2(r - r_i)(r - r_k) \cos \varphi_{ik} =$$
$$= (r_i - r_k)^2 + 4(r - r_i)(r - r_k) \sin^2 \frac{\varphi_{ik}}{2}.$$

Při tom zaveďme si pojem koulí orientovaných, které můžeme nazvati sférami. Když totiž zavedeme určitý smysl rotační kolem přímky za kladný a opačný za záporný dle známé definice, a orientujeme každou normálu koule tak, aby od paty její na př. ve směru neobsahujícím střed koule byla kladnou, ve směru k středu směřujícím zápornou, pak smysl na kouli odpovídající kladnému smyslu otáčení orientuje kouli jakožto sféru kladnou, opačný smysl pak stanoví sféru zápornou. Poloměr kladné sféry béřeme kladně, poloměr záporné béřem záporně, takže poslední rovnice platí obecně, jak pro vnější tak pro vnitřní dotyk dvou koulí.

Klademe-li

$$t_{ik}^2 = c_{ik}^2 - (r_i - r_k)^2, \tag{3}$$

značíce t_{ik} délku společných tečen pro dané sféry K_i, K_k, ať již jest t_{ik}^2 kladné neb záporné, bude se zřetelem na hodnotu pro c_{ik}^2 právě vypočítanou

$$\sin^2 \frac{\varphi_{ik}}{2} = \frac{t_{ik}^2}{4(r - r_i)(r - r_k)}. \tag{4}$$

Dosadíme-li tyto hodnoty do determinantu (2) dospějeme, násobíce $i^{tý}$ řáuek $4(r - r_i)$, $k^{tý}$ sloupec $(r - r_k)$, k relaci

$$\begin{vmatrix} 0, & t_{12}^2, & t_{13}^2, & t_{14}^2, & t_{15}^2 \\ t_{21}^2, & 0, & t_{23}^2, & t_{24}^2, & t_{25}^2 \\ t_{31}^2, & t_{32}^2, & 0, & t_{34}^2, & t_{35}^2 \\ t_{41}^2, & t_{42}^2, & t_{43}^2, & 0, & t_{45}^2 \\ t_{51}^2, & t_{52}^2, & t_{53}^2, & t_{54}^2, & 0 \end{vmatrix} = 0. \tag{5}$$

Je-li Θ_{ik} úhel, v němž se dvě sféry protínají, obdržíme snadno relaci

$$\sin^2 \frac{\Theta_{ik}}{2} = \frac{t_{ik}^2}{4 r_i r_k}$$

a pro úhly, pod nimiž se pět sfér dotýkajících se téže koule protíná, obdržíme z (5) relaci:

$$\begin{vmatrix} 0, & \sin^2 \frac{\Theta_{12}}{2}, & \sin^2 \frac{\Theta_{13}}{2}, & \sin^2 \frac{\Theta_{14}}{2}, & \sin^2 \frac{\Theta_{15}}{2} \\ \sin^2 \frac{\Theta_{21}}{2}, & 0, & \sin^2 \frac{\Theta_{23}}{2}, & \sin^2 \frac{\Theta_{24}}{2}, & \sin^2 \frac{\Theta_{25}}{2} \\ \sin^2 \frac{\Theta_{31}}{2}, & \sin^2 \frac{\Theta_{32}}{2}, & 0, & \sin^2 \frac{\Theta_{34}}{2}, & \sin^2 \frac{\Theta_{35}}{2} \\ \sin^2 \frac{\Theta_{41}}{2}, & \sin^2 \frac{\Theta_{42}}{2}, & \sin^2 \frac{\Theta_{43}}{2}, & 0, & \sin^2 \frac{\Theta_{45}}{2} \\ \sin^2 \frac{\Theta_{51}}{2}, & \sin^2 \frac{\Theta_{52}}{2}, & \sin^2 \frac{\Theta_{53}}{2}, & \sin^2 \frac{\Theta_{54}}{2}, & 0 \end{vmatrix} = 0. \tag{6}$$

2. Je-li K_5 koule nullová, redukující se v reálné části na bod P, pak jest P bodem na kouli K dotýkající se příslušných sfér ploch $K_1, \ldots, K_4$, a naopak lze každý bod P koule K považovati za takovou plochu K_5 poloměru nullového.

Jsou-li v obecných souřadnicích parallelních $K_i = 0$, $K = 0$ rovnice ploch K_i, K nabývá tu t_{i5}^2 hodnoty K_i, kterou obdržíme, když do levé strany rovnice $K_i = 0$ místo souřadnic běžných bodů na K_i klademe souřadnice libovolného bodu na K.

Tím přejde (5) v rovnici

$$\begin{vmatrix} 0, & t_{12}^2, & t_{13}^2, & t_{14}^2, & K_1 \\ t_{21}^2, & 0, & t_{23}^2, & t_{24}^2, & K_2 \\ t_{31}^2, & t_{32}^2, & 0, & t_{34}^2, & K_3 \\ t_{41}^2, & t_{42}^2, & t_{43}^2, & 0, & K_4 \\ K_1, & K_2, & K_3, & K_4, & 0 \end{vmatrix} = 0. \tag{7}$$

Rovnice (7) náleží tudíž plochám kulovým, které se dotýkají čtyř daných koulí K_i.

Pro určité sféry, z nichž každá náleží jedné z těchto čtyř koulí, obdržíme určité hodnoty t_{ik}^2 ze vzorce (3), béřeme-li poloměry r_i, r_k s určitým znamením, t. j. buďto oba stejně nebo různě označeny. Tudíž volíce takto hodnoty t_{ik}^2 určitým způsobem a kladouce kratčeji $\tau_{ik} = t_{ik}^2$, vyjádřen jest jeden pár ploch kulových dotyčných rovnicí

$$\begin{vmatrix} 0 & \tau_{12} & \tau_{13} & \tau_{14} & K_1 \\ \tau_{12} & 0 & \tau_{23} & \tau_{24} & K_2 \\ \tau_{13} & \tau_{23} & 0 & \tau_{34} & K_3 \\ \tau_{14} & \tau_{24} & \tau_{34} & 0 & K_4 \\ K_1 & K_2 & K_3 & K_4 & 0 \end{vmatrix} = 0, \tag{8}$$

aneb rozvedeme-li:

$$\begin{aligned} &\tau_{23}\tau_{24}\tau_{34} K_1^2 + \tau_{13}\tau_{14}\tau_{34} K_2^2 + \tau_{12}\tau_{14}\tau_{24} K_3^2 + \tau_{12}\tau_{13}\tau_{23} K_4^2 \\ &\quad - \tau_{34}(-\tau_{12}\tau_{34} + \tau_{13}\tau_{24} + \tau_{14}\tau_{23}) K_1 K_2 \\ &\quad - \tau_{14}(\tau_{12}\tau_{34} + \tau_{13}\tau_{24} - \tau_{14}\tau_{23}) K_2 K_3 \\ &\quad - \tau_{12}(-\tau_{12}\tau_{34} + \tau_{13}\tau_{24} + \tau_{14}\tau_{23}) K_3 K_4 \\ &\quad - \tau_{23}(\tau_{12}\tau_{34} + \tau_{13}\tau_{24} - \tau_{14}\tau_{23}) K_4 K_1 \\ &\quad - \tau_{24}(\tau_{12}\tau_{34} - \tau_{13}\tau_{24} + \tau_{14}\tau_{23}) K_1 K_3 \\ &\quad - \tau_{13}(\tau_{12}\tau_{34} - \tau_{13}\tau_{24} + \tau_{14}\tau_{23}) K_2 K_4 = 0. \end{aligned} \tag{9}$$

Všechny páry dotykových koulí obdržíme tudíž tím, že zvolíme všechny možné kombinace veličin τ_{ik}, kladouce buď $\tau_{ik} = d_{ik}^2 - (r_i - r_k)^2$, aneb $\tau_{ik} = d_{ik}^2 - (r_i + r_k)^2$; podle toho, volíme-li poloměry r_i, r_k buď tak, aby byly stejně neb nestejně označeny; obdržíme pro znaménka poloměrů r_1, r_2, r_3, r_4 v celku 16 možných kombinací; každá taková kombinace vede k určitým hodnotám τ_{ik} a tedy k jednomu páru dotykových koulí. Je-li však ε_1, ε_2, ε_3, ε_4 jedna kombinace znamének pro poloměry r_l, vedoucí k příslušným hodnotám τ_{ik}, tu kombinace opačných

znamének, tedy $(-\varepsilon_1, -\varepsilon_2, -\varepsilon_3, -\varepsilon_4)$ vede k těmže hodnotám τ_{ik}, takže jest možno jenom 8 různých kombinací hodnot τ_{ik} sestaviti, čímž přicházíme k osmi párům koulí dotyčných ku čtyřem koulím daným; při tom jest patrno, že dvě koule se dotýkají vnitř nebo vně podle toho, jsou-li poloměry jejich stejně neb opačně označeny.

3. Považujme střed potenční O daných čtyř ploch kulových za počátek soustavy souřadné a budiž p společná potence jejich, pak jest

$$K_i = \varphi(x, y, z) - x\,\varphi'_{a_i} - y\,\varphi'_{b_i} - z\,\varphi'_{c_i} + \varphi(a_i, b_i, c_i) - r_i^2 = 0,$$

klademe-li

$$\varphi(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + 2\,x\,y\cos x\,y + 2\,y\,z\cos y\,z + 2\,z\,x\cos z\,x,$$

$$\varphi'_{a_i} = \frac{\partial\,\varphi(a_i, b_i, c_i)}{\partial\,a_i},$$

$$\varphi'_{b_i} = \frac{\partial\,\varphi(a_i, b_i, c_i)}{\partial\,b_i},$$

$$\varphi'_{c_i} = \frac{\partial\,\varphi(a_i, b_i, c_i)}{\partial\,c_i},$$

a jsou-li a_i, b_i, c_i souřadnice středu.

Zaveďme dále označení

$$\begin{vmatrix} 0, & \tau_{12}, & \tau_{13}, & \tau_{14} \\ \tau_{21}, & 0, & \tau_{23}, & \tau_{24} \\ \tau_{31}, & \tau_{32}, & 0, & \tau_{34} \\ \tau_{41}, & \tau_{42}, & \tau_{43}, & 0 \end{vmatrix} = \triangle,$$

$$\begin{vmatrix} 0, & \tau_{12}, & \tau_{13}, & \tau_{14}, & n_1 \\ \tau_{21}, & 0, & \tau_{23}, & \tau_{24}, & n_2 \\ \tau_{31}, & \tau_{32}, & 0, & \tau_{34}, & n_3 \\ \tau_{41}, & \tau_{42}, & \tau_{43}, & 0, & n_4 \\ m_1, & m_2, & m_3, & m_4, & 0 \end{vmatrix} = \left|\begin{array}{c} \\ \triangle \\ \\ \hline m_1,\ m_2,\ m_3,\ m_4,\ 0 \end{array}\right| \begin{array}{c} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \\ 0 \end{array} = (m_i, n_i),$$

kde v případě, když prvky m_i, resp. n_i neb části jejich jsou stejné, klademe za ně přímo příslušné hodnoty.

Majíce zřetel k tomuto označení, rozvedeme determinant v (8) podle prvků posledního sloupce, čímž obdržíme, ježto

$$p = \varphi(a_i, b_i, c_i) - r_i^2,$$

a píšeme-li místo $\varphi(x, y, z)$ krátce φ

$$(\varphi + p)(K_i, 1) - x\,(K_i, \varphi'_{a_i}) - y\,(K_i, \varphi'_{b_i}) - z\,(K_i, \varphi'_{c_i}) = 0. \qquad (10)$$

Poněvadž

$$\left|\begin{array}{c} \\ \triangle \\ \\ \hline K_1,\ K_2,\ K_3,\ K_4,\ 0 \end{array}\right| \begin{array}{c} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \\ 0 \end{array} = (K_i, n_i) = (\varphi + p)(1, n_i) - x\,(\varphi'_{a_i}, n_i) - y\,(\varphi'_{b_i}, n_i) - z\,(\varphi'_{c_i}, n_i),$$

proto nabude rovnice (10) dalším rozvedením a úpravou tvaru

$$(1,\,1)\,(\varphi+p)^2-2\,[(\varphi'_{a_i},\,1)\,x+(\varphi'_{b_i},\,1)\,y+(\varphi'_{c_i},\,1)\,z]\,(\varphi+p)$$
$$+\,[(\varphi'_{a_i},\,\varphi'_{a_i})\,x^2+(\varphi'_{b_i},\,\varphi'_{b_i})\,y^2+(\varphi'_{c_i},\,\varphi'_{c_i})\,z^2]$$
$$+\,2\,[(\varphi'_{a_i},\,\varphi'_{b_i})\,x\,y+(\varphi'_{b_i},\,\varphi'_{c_i})\,y\,z+(\varphi'_{c_i},\,\varphi'_{a_i})\,z\,x]=0. \qquad (11)$$

4. Hledejme nyní průsek této dvojice koulí s $K_1=0$; za tím účelem klaďme v rovnici (11)

$$\varphi+p=x\,\varphi'_{a_1}+y\,\varphi'_{b_1}+z\,\varphi'_{c_1},$$

výraz to plynoucí z rovnice $K_1=0$. Takto obdržíme z rovnice (11) novou rovnici

$$[(1,\,1)\,(x\,\varphi'_{a_1}+y\,\varphi'_{b_1}+z\,\varphi'_{c_1})^2-2\,[(\varphi'_{a_i},\,1)\,x+(\varphi'_{b_i},\,1)\,y+(\varphi'_{c_i},\,1)\,z].$$
$$(x\,\varphi'_{a_1}+y\,\varphi'_{b_1}+z\,\varphi'_{c_1})$$
$$+\,[(\varphi'_{a_i},\,\varphi'_{a_i})\,x^2+(\varphi'_{b_i},\,\varphi'_{b_i})\,y^2+(\varphi'_{c_i},\,\varphi'_{c_i})\,z^2]$$
$$+\,2\,[(\varphi'_{a_i},\,\varphi'_{b_i})\,x\,y+(\varphi'_{b_i},\,\varphi'_{c_i})\,y\,z+(\varphi'_{c_i},\,\varphi'_{a_i})\,z\,x]=0.$$

Vynásobením a úpravou plyne z této rovnice dále

$$[(1,\,1,)\,\varphi'^2_{a_1}-2\,(\varphi'_{a_i},\,1)\,\varphi'_{a_1}+(\varphi'_{a_i},\,\varphi'_{a_i})]\,x^2$$
$$+\,[(1,\,1)\,\varphi'^2_{b_1}-2\,(\varphi'_{b_i},\,1)\,\varphi'_{b_1}+(\varphi'_{b_i},\,\varphi'_{b_i})]\,y^2$$
$$+\,[(1,\,1)\,\varphi'^2_{c_1}-2\,(\varphi'_{c_i},\,1)\,\varphi'_{c_1}+(\varphi'_{c_i},\,\varphi'_{c_i})]\,z^2$$
$$+\,2\,[\varphi'_{a_1}\,\varphi'_{b_1}\,(1,\,1)-\varphi'_{b_1}\,(\varphi'_{a_i},\,1)-\varphi'_{a_1}\,(\varphi'_{b_i},\,1)+(\varphi'_{a_i},\,\varphi'_{b_i})]\,x\,y$$
$$+\,2\,[(\varphi'_{b_1}\,\varphi'_{c_1}\,(1,\,1)-\varphi'_{c_1}\,(\varphi'_{b_i},\,1)-\varphi'_{b_1}\,(\varphi'_{c_i},\,1)+(\varphi'_{b_i},\,\varphi'_{c_i})]\,y\,z$$
$$+\,2\,[\varphi'_{c_1}\,\varphi'_{a_1}\,(1,\,1)-\varphi'_{a_1}\,(\varphi'_{c_i},\,1)-\varphi'_{c_1}\,(\varphi'_{a_i},\,1)+(\varphi'_{c_i},\,\varphi'_{a_i})]\,z\,x=0. \qquad (12)$$

Výrazy v hranatých závorkách lze sloučiti. Jest totiž na př.

$$(1,\,1)\,\varphi'^2_{a_1}-2\,(\varphi'_{a_i},\,1)\,\varphi'_{a_1}+(\varphi'_{a_i},\,\varphi'_{a_i})=$$
$$(\varphi'_{a_1},\,\varphi'_{a_1})-(\varphi'_{a_i},\,\varphi'_{a_1})-(\varphi'_{a_i},\,\varphi'_{a_1})+(\varphi'_{a_i},\,\varphi'_{a_i})$$
$$=-(\varphi'_{a_i}-\varphi'_{a_1},\,\varphi'_{a_1})+(\varphi'_{a_i},\,\varphi'_{a_i}-\varphi'_{a_1})$$
$$=(\varphi'_{a_i}-\varphi'_{a_1},\,\varphi'_{a_i})-(\varphi'_{a_i}-\varphi'_{a_1},\,\varphi'_{a_1})=$$
$$=(\varphi'_{a_i}-\varphi'_{a_1},\,\varphi'_{a_i}-\varphi'_{a_1});$$

a dále

$$\varphi'_{a_1}\,\varphi'_{b_1}\,(1,\,1)-\varphi'_{b_1}\,(\varphi'_{a_i},\,1)-\varphi'_{a_1}\,(\varphi'_{b_i},\,1)+(\varphi'_{a_i},\,\varphi'_{b_i})=$$
$$-[(\varphi'_{a_i},\,\varphi'_{b_1})-(\varphi'_{a_1},\,\varphi'_{b_1})]+[(\varphi'_{a_i},\,\varphi'_{b_i})-(\varphi'_{a_1},\,\varphi'_{b_i})]=$$
$$-(\varphi'_{a_i}-\varphi'_{a_1},\,\varphi'_{b_1})+(\varphi'_{a_i}-\varphi'_{a_1},\,\varphi'_{b_i})=(\varphi'_{a_i}-\varphi'_{a_1},\,\varphi'_{b_i}-\varphi'_{b_1})$$

Takto se rovnice (12) zjednoduší přecházejíc v rovnici:

$$(\varphi'_{a_i} - \varphi'_{a_1}, \varphi'_{a_i} - \varphi'_{a_1})\, x^2 + (\varphi'_{b_i} - \varphi'_{b_1}, \varphi'_{b_i} - \varphi'_{b_1})\, y^2 + (\varphi'_{c_i} - \varphi'_{c_1}, \varphi'_{c_i} - \varphi'_{c_1})\, z^2$$
$$+ 2\,(\varphi'_{a_i} - \varphi'_{a_1}, \varphi'_{b_i} - \varphi'_{b_1})\, x\, y + 2\,(\varphi'_{b_i} - \varphi'_{b_1}, \varphi'_{c_i} - \varphi'_{c_1})\, y\, z$$
$$+ 2\,(\varphi'_{c_i} - \varphi'_{c_1}, \varphi'_{a_i} - \varphi'_{a_1})\, z\, x = 0. \qquad (13)$$

5. Hledáme-li obecně průsek páru dotykových koulí K, K′ (11) k daným čtyřem koulím K_i s libovolnou koulí Q, náležející komplexu kulovému, stanovenému danými čtyřmi koulemi, tu jelikož jest rovnice koule Q, značíme-li α, β, γ souřadnice jejího středu a ϱ její poloměr,

$$\varphi + p - x\,\varphi'_\alpha - y\,\varphi'_\beta - z\,\varphi'_\gamma = 0,$$

při čemž

$$p = \varphi\,(\alpha, \beta, \gamma) - \varrho^2,$$

jest pouze třeba klásti do rovnice (11)

$$\varphi + p = x\,\varphi'_\alpha + y\,\varphi'_\beta + z\,\varphi'_\gamma,$$

čímž dospějeme k rovnici obdobné rovnici (13), v níž však nutno nahraditi

$$\varphi'_{a_1}, \varphi'_{b_1}, \varphi'_{c_1} \text{ veličinami } \varphi'_\alpha, \varphi'_\beta, \varphi'_\gamma.$$

Obdržíme tudíž

$$(\varphi'_{a_i} - \varphi'_\alpha, \varphi'_{a_i} - \varphi'_\alpha)\, x^2 + (\varphi'_{b_i} - \varphi'_\beta, \varphi'_{b_i} - \varphi'_\beta)\, y^2 + (\varphi'_{c_i} - \varphi'_\gamma,$$
$$\varphi'_{c_i} - \varphi'_\gamma)\, z^2 + 2\,(\varphi'_{a_i} - \varphi'_\alpha, \varphi'_{b_i} - \varphi'_\beta)\, x\, y + 2\,(\varphi'_{b_i} - \varphi'_\beta, \varphi'_{c_i} - \varphi'_\gamma)\, y\, z$$
$$+ 2\,(\varphi'_{c_i} - \varphi'_\gamma, \varphi'_{a_i} - \varphi'_\alpha)\, z\, x = 0. \qquad (14)$$

Rovnice tato vyjadřuje obecně kužel 2. řádu, mající střed svůj v bodě O a spojující kružnice, v nichž seče Q koule K, K′. Tyto kružnice, ležíce na Q si přísluší inversí vzhledem ku kouli O, která seče všecky koule vytčeného komplexu orthogonálně, majíc svůj střed v O a poloměr $\sqrt{p}$. Z toho vychází, že i K, K′ si přísluší touto inversí, což jest již patrno z toho, že rovnice páru kulového K, K′ (8) resp. (9) jest homogenní a vyjadřuje tudíž plochu anallagmatickou rozkládající se v koule K, K′.

6. Hledáme-li ale průsek s koulí K_1, tu příslušná plocha kuželová (13) degeneruje v pár rovin imaginarných, protínajících se v přímce p_1, která seče kouli $K_1 = 0$ v bodech jejích dotyčných s koulemi K, K′. Následkem toho diskriminant rovnice (13) rovná se nulle. Derivujeme-li rovnici tu po sobě dle x, y a z, obdržíme rovnice tří rovin:

$$R_1 \equiv (\varphi'_{a_i} - \varphi'_{a_1}, \varphi'_{a_i} - \varphi'_{a_1})\, x + (\varphi'_{a_i} - \varphi'_{a_1}, \varphi'_{b_i} - \varphi'_{b_1})\, y$$
$$+ (\varphi'_{a_i} - \varphi'_{a_1}, \varphi'_{c_i} - \varphi'_{c_1})\, z = 0,$$

$$R_2 \equiv (\varphi'_{b_i} - \varphi'_{b_1},\ \varphi'_{a_i} - \varphi'_{a_1})\ x + (\varphi'_{b_i} - \varphi'_{b_1},\ \varphi'_{b_i} - \varphi'_{b_1})\ y + (\varphi'_{b_i} - \varphi'_{b_1},\ \varphi'_{c_i} - \varphi'_{c_1})\ z = 0,$$

$$R_3 \equiv (\varphi'_{c_i} - \varphi'_{c_1},\ \varphi'_{a_i} - \varphi'_{a_1})\ x + (\varphi'_{c_i} - \varphi'_{c_1},\ \varphi'_{b_i} - \varphi'_{b_1})\ y + (\varphi'_{c_i} - \varphi'_{c_1},\ \varphi'_{c_i} - \varphi'_{c_1})\ z = 0.$$

Roviny tyto se protínají v přímce p_1.

Násobíme-li v každé z těchto rovnic v každém determinantu poslední sloupec příslušně veličinami x, y resp. z a sečteme-li pak ty tři determinanty v každé z těchto rovnic se vyskytující, obdržíme

$$R_1 \equiv \left|\begin{array}{c|c} & 0 \\ \triangle & K_2 - K_1 \\ & K_3 - K_1 \\ & K_4 - K_1 \\ \hline 0,\ \varphi'_{a_2} - \varphi'_{a_1},\ \varphi'_{a_3} - \varphi'_{a_1},\ \varphi'_{a_4} - \varphi'_{a_1}, & 0 \end{array}\right| = 0,$$

$$R_2 \equiv \left|\begin{array}{c|c} & 0 \\ \triangle & K_2 - K_1 \\ & K_3 - K_1 \\ & K_4 - K_1 \\ \hline 0,\ \varphi'_{b_2} - \varphi'_{b_1},\ \varphi'_{b_3} - \varphi'_{b_1},\ \varphi'_{b_4} - \varphi'_{b_1}, & 0 \end{array}\right| = 0,$$

$$R_3 \equiv \left|\begin{array}{c|c} & 0 \\ \triangle & K_2 - K_1 \\ & K_3 - K_1 \\ & K_4 - K_1 \\ \hline 0,\ \varphi'_{c_2} - \varphi'_{c_1},\ \varphi'_{c_3} - \varphi'_{c_1},\ \varphi'_{c_4} - \varphi'_{c_1}, & 0 \end{array}\right| = 0;$$

aneb kratčeji

$$R_1 \equiv (\varphi'_{a_i} - \varphi'_{a_1},\ K_i - K_1) = 0,$$
$$R_2 \equiv (\varphi'_{b_i} - \varphi'_{b_1},\ K_i - K_1) = 0,$$
$$R_3 \equiv (\varphi'_{c_i} - \varphi'_{c_1},\ K_i - K_1) = 0. \qquad (15)$$

7. Zaveďme nyní specielní soustavu souřadnou.

Středy S_1, S_2, S_3, S_4 daných koulí $K_i = 0$ stanoví čtyřstěn. Hledáme-li, jako zde tomu jest, body dotyku koulí K, K′ s koulí K_1, zaveďme za osy souřadné x, y, z kolmice s bodu O na roviny $S_1S_2S_3$, $S_1S_2S_4$, $S_1S_3S_4$, kteréžto osy jsou potenčními přímkami koulí K_1, K_2, K_3; K_1, K_2, K_4; resp. K_1, K_3, K_4, takže rovina yz jest rovinou potenční koulí K_1, K_4; rovina zx koulí K_1, K_3 a rovina xy koulí K_1, K_2. Poněvadž pro libovolný bod P (x, y, z) znamenají

$$\frac{\partial \varphi\ (x, y, z)}{\partial x},\quad \frac{\partial \varphi\ (x, y, z)}{\partial y},\quad \frac{\partial \varphi\ (x, y, z)}{\partial z},$$

dvojnásobné délky průmětů orthogonalných vektoru $O\,P$ na osy x, y, z, proto jest v soustavě souřadné právě zvolené

$$\varphi'_{a_3} = \varphi'_{a_2} = \varphi'_{a_1}; \quad \varphi'_{b_4} = \varphi'_{b_2} = \varphi'_{b_1}; \quad \varphi'_{c_4} = \varphi'_{c_3} = \varphi'_{c_1},$$

pročež obdržíme pro roviny $R_1 = 0$, $R_2 = 0$, $R_3 = 0$ jednodušší rovnice tyto:

$$R_1 = \begin{vmatrix} 0, & \tau_{21}, & \tau_{31}, & 0 \\ \tau_{12}, & 0, & \tau_{32}, & P_{12} \\ \tau_{13}, & \tau_{23}, & 0, & P_{13} \\ \tau_{14}, & \tau_{24}, & \tau_{34}, & P_{14} \end{vmatrix} = 0,$$

$$R_2 = \begin{vmatrix} 0, & \tau_{21}, & \tau_{41}, & 0 \\ \tau_{12}, & 0, & \tau_{42}, & P_{12} \\ \tau_{13}, & \tau_{23}, & \tau_{43}, & P_{13} \\ \tau_{14}, & \tau_{24}, & 0, & P_{14} \end{vmatrix} = 0,$$

$$R_3 = \begin{vmatrix} 0, & \tau_{31}, & \tau_{41}, & 0 \\ \tau_{12}, & \tau_{32}, & \tau_{42}, & P_{12} \\ \tau_{13}, & 0, & \tau_{43}, & P_{13} \\ \tau_{14}, & \tau_{34}, & 0, & P_{14} \end{vmatrix} = 0,$$

když klademe

$$\begin{aligned} P_{12} &= K_1 - K_2 = (\varphi'_{c_2} - \varphi'_{c_1})\, z, \\ P_{13} &= K_1 - K_3 = (\varphi'_{b_3} - \varphi'_{b_1})\, y, \\ P_{14} &= K_1 - K_4 = (\varphi'_{a_4} - \varphi'_{a_1})\, x. \end{aligned} \tag{16}$$

Vyčíslením determinantů zde se vyskytujících nabudeme rovnic

$$R_1 = \tau_{13}(-\tau_{12}\tau_{34} + \tau_{13}\tau_{24} - \tau_{11}\tau_{23})P_{12} + \tau_{12}(\tau_{12}\tau_{34} - \tau_{13}\tau_{24} - \tau_{14}\tau_{23})P_{13} + 2\,\tau_{12}\tau_{13}\tau_{23}P_{14} = 0, \tag{15$_1$}$$

$$R_2 = \tau_{14}(-\tau_{12}\tau_{34} - \tau_{13}\tau_{24} + \tau_{14}\tau_{23})P_{12} + 2\,\tau_{12}\tau_{14}\tau_{24}P_{13} + \tau_{12}(\tau_{12}\tau_{34} - \tau_{13}\tau_{24} - \tau_{14}\tau_{23})P_{14} = 0, \tag{15$_2$}$$

$$R_3 = 2\,\tau_{13}\tau_{14}\tau_{34}P_{12} + \tau_{14}(-\tau_{12}\tau_{34} - \tau_{13}\tau_{24} + \tau_{14}\tau_{23})P_{13} + \tau_{13}(-\tau_{12}\tau_{34} + \tau_{13}\tau_{24} - \tau_{14}\tau_{23})P_{14} = 0. \tag{15$_3$}$$

Cyklickou záměnou indexů 4, 3, 2, 4 přecházejí rovnice ty samy v sebe, totiž (15$_1$) v (15$_2$), (15$_2$) v (15$_3$) a (15$_3$) v (15$_1$).

Z rovnic (15$_2$), (15$_1$) plyne

$$P_{12} : P_{13} : P_{14} = \begin{Vmatrix} \tau_{14}(-\tau_{12}\tau_{34} - \tau_{13}\tau_{24} + \tau_{14}\tau_{23}), & 2\,\tau_{12}\tau_{14}\tau_{24}, \\ \tau_{13}(-\tau_{12}\tau_{34} + \tau_{13}\tau_{24} - \tau_{14}\tau_{23}), & \tau_{12}(\tau_{12}\tau_{34} - \tau_{13}\tau_{24} - \tau_{11}\tau_{23}), \\ & \tau_{12}(\tau_{12}\tau_{34} - \tau_{13}\tau_{24} - \tau_{14}\tau_{23}) \\ & 2\,\tau_{12}\tau_{13}\tau_{23} \end{Vmatrix}.$$

Klademe-li

$$N = \tau_{12}^2 \tau_{34}^2 + \tau_{13}^2 \tau_{24}^2 + \tau_{14}^2 \tau_{23}^2 - 2\,\tau_{12}\tau_{34}\tau_{13}\tau_{24} - 2\,\tau_{12}\tau_{34}\tau_{14}\tau_{23} - 2\,\tau_{13}\tau_{24}\tau_{14}\tau_{23}$$

$$= -(t_{12}t_{34} + t_{13}t_{24} + t_{14}t_{23})(-t_{12}t_{34} + t_{13}t_{24} + t_{14}t_{23})(t_{12}t_{34} - t_{13}t_{24} + t_{14}t_{23})(t_{12}t_{34} + t_{13}t_{24} - t_{14}t_{23})$$

a vyjádříme-li poměry minorů v uvedené matici, bude pro ϱ jakožto libovolný proporcionální součinitel

$$\varrho P_{12} = -\tau_{12}^2 N, \quad \varrho P_{13} = -\tau_{12}\tau_{13} N, \quad \varrho P_{14} = -\tau_{12}\tau_{14} N.$$

Obdržíme tudíž přímku p_1 též jakožto přímku společnou rovinám

$$\frac{P_{12}}{P_{13}} = \frac{t_{12}^2}{t_{13}^2}, \quad \frac{P_{12}}{P_{14}} = \frac{t_{12}^2}{t_{14}^2}, \quad \frac{P_{13}}{P_{14}} = \frac{t_{13}^2}{t_{14}^2}. \tag{17}$$

Rovnice ty lze se zřetelem na rovnice (16) psáti:

$$\begin{aligned} P_4 &= (\varphi'_{c_2} - \varphi'_{c_1})\, t_{13}^2\, z - (\varphi'_{b_3} - \varphi'_{b_1})\, t_{12}^2\, y = P_{12}\, t_{13}^2 - P_{13}\, t_{12}^2 = 0, \\ P_3 &= (\varphi'_{c_2} - \varphi'_{c_1})\, t_{14}^2\, z - (\varphi'_{a_4} - \varphi'_{a_1})\, t_{12}^2\, x = P_{12}\, t_{14}^2 - P_{14}\, t_{12}^2 = 0, \\ P_2 &= (\varphi'_{b_3} - \varphi'_{b_1})\, t_{14}^2\, y - (\varphi'_{a_4} - \varphi'_{a_1})\, t_{13}^2\, x = P_{13}\, t_{14}^2 - P_{14}\, t_{13}^2 = 0. \end{aligned} \tag{18}$$

Pro přímku průsečnou p_1 těchto rovin obdržíme na př. z rovnice druhé a prvé

$$x : y : z = \begin{Vmatrix} -(\varphi'_{a_4} - \varphi'_{a_1})\, t_{12}^2, & 0, & (\varphi'_{c_2} - \varphi'_{c_1})\, t_{12}^2 \\ 0, & -(\varphi'_{b_3} - \varphi'_{b_1}), & (\varphi'_{c_2} - \varphi'_{c_1})\, t_{13}^2 \end{Vmatrix},$$

čili

$$x : y : z = \frac{t_{14}^2}{\varphi'_{a_4} - \varphi'_{a_1}} : \frac{t_{13}^2}{\varphi'_{b_3} - \varphi'_{b_1}} : -\frac{t_{12}^2}{\varphi'_{c_2} - \varphi'_{c_1}}. \tag{19}$$

Tím jest přímka p_1 stanovena.

8. Výšky čtyřstěnu $S_1 S_2 S_3 S_4$ značme příslušně v_1, v_2, v_3, v_4 a berme za kladné neb záporné, jdou-li od vrcholů, z nichž vycházejí počínaje ve směru kladném neb záporném zvolených os souřadných, aneb naopak volme kladné směry os souhlasně se směry výšek v_4, v_3, v_2, pak bude

$$x : y : z = \frac{t_{14}^2}{v_4} : \frac{t_{13}^2}{v_3} : \frac{t_{12}^2}{v_2}. \tag{20}$$

Na základě této úměry lze p_1 též snadno sestrojiti.

Jinou konstrukci obdržíme, když si ještě zbývající roviny potenční koulí $K_4 = 0$ vyjádříme.

Jest obecně

$$P_{ik} = K_i - K_k = (\varphi'_{a_k} - \varphi'_{a_i})\, x + (\varphi'_{b_k} - \varphi'_{b_i})\, y + (\varphi'_{c_k} - \varphi'_{c_i})\, z = 0$$

a ježto v našem případě

$$\varphi'_{a_1} = \varphi'_{a_2} = \varphi'_{a_3}, \quad \varphi'_{b_1} = \varphi'_{b_2} = \varphi'_{b_4}, \quad \varphi'_{c_1} = \varphi'_{c_3} = \varphi'_{c_4},$$

proto bude

$$P_{23} = (\varphi'_{b_3} - \varphi'_{b_1})\, y - (\varphi'_{c_2} - \varphi'_{c_1})\, z = 0,$$
$$P_{24} = (\varphi'_{a_4} - \varphi'_{a_1})\, x - (\varphi'_{c_2} - \varphi'_{c_1})\, z = 0,$$
$$P_{34} = (\varphi'_{a_4} - \varphi'_{a_1})\, x - (\varphi'_{b_3} - \varphi'_{b_1})\, y = 0,$$

čili

$$-P_{23} = P_{12} - P_{13} = 0, \quad -P_{24} = P_{12} - P_{14} = 0,$$
$$-P_{34} = P_{13} - P_{14} = 0. \tag{21}$$

Označme rovinu $P_{(\lambda)} = 0$ krátce $\mathrm{P}_{(\lambda)}$ a stanovme dvojpoměry vyskytujících se zde rovin. Nejprv bude přihlížíme-li k prvním rovnicím v (18) a (21)

$$(\mathrm{P}_{12}\,\mathrm{P}_{13}\,\mathrm{P}_4\,\mathrm{P}_{23}) = \frac{t_{12}^2}{t_{13}^2}$$

a obdobně

$$(\mathrm{P}_{12}\,\mathrm{P}_{14}\,\mathrm{P}_3\,\mathrm{P}_{24}) = \frac{t_{12}^2}{t_{14}^2},$$
$$(\mathrm{P}_{13}\,\mathrm{P}_{14}\,\mathrm{P}_2\,\mathrm{P}_{34}) = \frac{t_{13}^2}{t_{14}^2}.$$

Roviny, které do dvojpoměru $(\mathrm{P}_{12}\,\mathrm{P}_{13}\,\mathrm{P}_4\,\mathrm{P}_{23})$ vcházejí, protínají se v ose potenční ploch $K_1 = 0$, $K_2 = 0$, $K_3 = 0$, která jest kolmá k rovině $S_1\,S_2\,S_3$. Kolmice s bodu S_1 k těmto rovinám leží tudíž v rovině $S_1\,S_2\,S_3$. Jsou to přímky $S_1\,S_2 \perp \mathrm{P}_{12}$, $S_1\,S_3 \perp \mathrm{P}_{13}$, $s_4 \perp \mathrm{P}_4$, $s_{23} \parallel S_2\,S_3$.

Následkem toho jest

$$(S_1\,S_2,\ S_1\,S_3,\ s_4,\ s_{23}) = \frac{t_{12}^2}{t_{13}^2}.$$

Sestrojíme-li tudíž na $S_2\,S_3$ bod G_4 tak, aby

$$S_2\,G_4 : S_3\,G_4 = t_{12}^2 : t_{13}^2,$$

bude rovina P_4 položená bodem O normalně ku přímce $S_1\,G_4$ obsahovati přímku hledanou p_1.

Sestrojíme-li dále na přímce $S_3\,S_4$ bod G_2 tak, aby

$$S_3\,G_2 : S_4\,G_2 = t_{13}^2 : t_{14}^2,$$

následuje z toho vzhledem ku třetímu z dvojpoměrů právě vytčených, že rovina P_2 bodem O normálně ku přímce $S_1\,G_2$ položená obsahuje taktéž p_1. Konečně z druhého dvojpoměru vychází

$$(\mathrm{P}_{14}\,\mathrm{P}_{12}\,\mathrm{P}_3\,\mathrm{P}_{24}) = \frac{t_{14}^2}{t_{12}^2},$$

a tedy jest rovina P_3 bodem O vedená a obsahující p_1 kolma ku přímce $S_1\,G_3$, při čemž G_3 leží na $S_4\,S_2$ tak, že

$$(S_4\,S_2\,G_3) = \frac{t_{14}^2}{t_{12}^2}.$$

Poněvadž $(S_2 S_3 G_4)\ (S_3 S_4 G_2)\ (S_4 S_2 G_3) = 1$, leží body G_1, G_2, G_3 na přímce g_1 a přímka p_1 jest normála s bodu O na rovinu $S_1 g_1$.

9. Zavedeme-li nyní parallelní soustavu souřadnou mající svůj počátek v S_1 a za osy x, y, z přímky $S_1 S_2$, $S_1 S_3$, $S_1 S_4$ tak, že kladné směry os směřují od vrcholu S_1 k vrcholům S_2, S_3, S_4, mají vrcholy následující souřadnice:

$$S_1 \ldots (0,\ 0,\ 0),$$
$$S_2 \ldots (d_{12},\ 0,\ 0),$$
$$S_3 \ldots (0,\ d_{13},\ 0),$$
$$S_4 \ldots (0,\ 0,\ d_{14}),$$

a body G_4, G_2, G_3 mají souřadnice

$$G_4 \ldots \left(\frac{\tau_{13}\, d_{12}}{\tau_{13} - \tau_{12}},\quad \frac{-\tau_{12}\, d_{13}}{\tau_{13} - \tau_{12}},\quad 0\right),$$

$$G_2 \ldots \left(0,\quad \frac{\tau_{14}\, d_{13}}{\tau_{14} - \tau_{13}},\quad \frac{-\tau_{13}\, d_{14}}{\tau_{14} - \tau_{13}}\right),$$

$$G_3 \ldots \left(\frac{-\tau_{14}\, d_{12}}{\tau_{12} - \tau_{14}},\quad 0,\quad \frac{\tau_{12}\, d_{14}}{\tau_{13} - \tau_{14}}\right).$$

Následkem toho jest rovnice roviny $S_1 g_1$

$$\begin{vmatrix} x, & y, & z \\ \tau_{13}\, d_{12}, & -\tau_{12}\, d_{13}, & 0 \\ 0, & \tau_{14}\, d_{13}, & -\tau_{13}\, d_{14} \end{vmatrix} = 0$$

aneb

$$\frac{\tau_{12}}{d_{12}}\, x + \frac{\tau_{13}}{d_{13}}\, y + \frac{\tau_{14}}{d_{14}}\, z = 0.$$

Uzavírá-li normála s bodu S_1 na $S_1 g_1$ s osami souřadnými úhly ξ, η, ζ, jest

$$\cos\xi : \cos\eta : \cos\zeta = \frac{\tau_{12}}{d_{12}} : \frac{\tau_{13}}{d_{13}} : \frac{\tau_{14}}{d_{14}}.$$

Můžeme tudíž přímku p_1 sestrojiti též následovně.

Sestrojíme úsečky $\frac{t_{12}^2}{d_{12}}$, $\frac{t_{13}^2}{d_{13}}$, $\frac{t_{14}^2}{d_{14}}$ z S_1 vycházející na př. tak, aby každá směřovala příslušně ve smyslu $S_2 S_1$, $S_3 S_1$, $S_4 S_1$ neb opačném podle toho, je-li t_{12}^2, t_{13}^2, resp. t_{14}^2 kladné neb záporné; v koncových bodech úseček těch klademe roviny normálné ku $S_1 S_2$, $S_1 S_3$, $S_1 S_4$, které se protnou v jednom bodě E_1; pak přímka p_1 jest rovnoběžná ku $S_1 E_1$.

Analogické úvahy a konstrukce platí pro přímky p_2, p_3, p_4, spojující body dotyku sfér K_2, K_3, K_4 s dotykovými plochami kulovými K, K′.

10. Zaveďme nyní soustavu souřadnou, mající $S_1 S_2 S_3 S_4$ za souřadný čtyřstěn, jeho těžiště za bod jednotkový a tudíž nekonečně vzdálenou

rovinu za rovinu jednotkovou. V soustavě této jsou rovnice rovin $S_1 g_1$, $S_2 g_2$, $S_3 g_3$, $S_4 g_4$, kolmých ku p_1, p_2, p_3, p_4 příslušně:

$$\begin{aligned} * &+ \tau_{12} x_2 + \tau_{13} x_2 + \tau_{14} x_4 = 0, \\ \tau_{21} x_1 &+ * + \tau_{23} x_3 + \tau_{24} x_4 = 0, \\ \tau_{31} x_1 &+ \tau_{32} x_2 + * + \tau_{34} x_4 = 0, \\ \tau_{41} x_1 &+ \tau_{42} x_2 + \tau_{43} x_3 + * = 0. \end{aligned} \tag{22}$$

Součinitele τ_{ik} v rovnicích těchto obsažené jsou zároveň souřadnicemi přímek g_1, g_2, g_3, g_4; determinant

$$\triangle = \begin{vmatrix} 0 & \tau_{12} & \tau_{13} & \tau_{14} \\ \tau_{21} & 0 & \tau_{23} & \tau_{24} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & 0 & \tau_{34} \\ \tau_{41} & \tau_{42} & \tau_{43} & 0 \end{vmatrix}$$

ze souřadnic těch utvořený jest symmetrický, ježto $\tau_{ik} = \tau_{ki}$, z čehož plyne, že přímky g_1, g_2, g_3, g_4 mají polohu hyperboloidickou.

Každá rovina čtyřstěnu souřadného seče hyperboloid obsahující přímky g_1, g_2, g_3, g_4 ještě v jedné přímce spojující průsečíky její s oněmi třemi z přímek g_1, g_2, g_3, g_4, jež nejsou v rovině té obsaženy. Označme přímky ty příslušně q_1, q_2, q_3, q_4. Tak obdržíme body, v nichž g_2, g_3, g_4 sekou rovinu $S_2 S_3 S_4$, kladouce do 2., 3. a 4. rovnice (22) $x_1 = 0$. Tím obdržíme body, jejichž souřadnice jsou dány schematem:

x_1	x_2	x_3	x_4
0	0	$-\tau_{24}$	τ_{23}
0	$-\tau_{34}$	0	τ_{32}
0	$-\tau_{34}$	τ_{42}	0

Pročež mají roviny $S_1 q_1$, $S_2 q_2$, $S_3 q_3$, $S_4 q_4$, resp. přímky q_1, q_2, q_3, q_4 v příslušných rovinách souřadných rovnice

$$\begin{aligned} * &+ \tau_{24}\tau_{23} x_2 + \tau_{32}\tau_{34} x_3 + \tau_{42}\tau_{43} x_4 = 0, \\ \tau_{13}\tau_{14} x_1 &+ * + \tau_{31}\tau_{34} x_3 + \tau_{43}\tau_{41} x_4 = 0, \\ \tau_{14}\tau_{12} x_1 &+ \tau_{24}\tau_{21} x_2 + * + \tau_{42}\tau_{41} x_4 = 0, \\ \tau_{13}\tau_{12} x_1 &+ \tau_{21}\tau_{23} x_2 + \tau_{31}\tau_{32} x_3 + * = 0. \end{aligned} \tag{23}$$

Vyloučíme-li z prvních rovnic v (22) a (23) x_2, a klademe-li v druhé z rovnic (22) $x_1 = x_2 = 0$, obdržíme paprsky z S_2 vycházející a směřující k průsečíkům přímky q_1 s přímkami $g_1, \ldots, g_4$:

$$\begin{aligned} \tau_{23}(-\tau_{12}\tau_{34} + \tau_{13}\tau_{21}) x_3 + \tau_{24}(-\tau_{12}\tau_{31} + \tau_{14}\tau_{23}) x_4 &= 0, \\ \tau_{23} x_3 + \tau_{24} x_4 &= 0, \\ x_3 &= 0, \\ x_4 &= 0, \end{aligned}$$

z kterýchžto rovnic plyne

$$(g_1\, g_2\, g_3\, g_4) = (g_4\, g_3\, g_2\, g_1) = \frac{-\tau_{12}\tau_{34} + \tau_{14}\tau_{23}}{-\tau_{12}\tau_{34} + \tau_{13}\tau_{24}}. \qquad (24)$$

Hyperboloid $(g_1\, g_2\, g_3\, g_4)$ má stěny souřadného čtyřstěnu za roviny tečné. V jeho tangencialní rovnici budou proto scházeti členy obsahující čtverce proměnných souřadnic. Souřadnice τ_{ik} rovin tečných (22) vyhovují této rovnici, rovněž souřadnice $\tau_{ik}\,\tau_{il}$ rovin tečných (23), konečně i souřadnice rovin, jejichž rovnice obdržíme, když k rovnicím (22) přičteme příslušně x_1, x_2, x_3, x_4. Tím dojdeme k rovnici řečeného hyperboloidu

$$\begin{vmatrix} u_1\,u_2, & u_1\,u_3, & u_1\,u_4, & u_2\,u_3, & u_2\,u_4, & u_3\,u_4 \\ 0, & 0, & 0, & \tau_{12}\tau_{13}, & \tau_{12}\tau_{14}, & \tau_{13}\tau_{14} \\ \tau_{12}, & \tau_{13}, & \tau_{14}, & 0, & 0, & 0 \\ \tau_{12}, & 0, & 0, & \tau_{23}, & \tau_{24}, & 0 \\ 0, & \tau_{12}\tau_{13}, & \tau_{12}\tau_{24}, & 0, & 0, & \tau_{23}\tau_{24} \\ \tau_{13}\tau_{23}, & 0, & \tau_{13}\tau_{34}, & 0, & \tau_{23}\tau_{34}, & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

Vyčíslíme-li determinant ten podle prvků prvého řádku, při čemž sluší poznamenati, že cyklickou záměnou indexů rovnice příslušná přechází sama v sebe, tak že jest nutno pouze polovici minorů těmto prvkům příslušných počítati, dojdeme krátíce ještě součinem $\tau_{12}\tau_{13}\tau_{23}$ $(\tau_{13}\tau_{24} - -\tau_{14}\tau_{23})$, k následující rovnici uvažovaného hyperboloidu.

$$(\tau_{13}\tau_{24} - \tau_{14}\tau_{23})\,(\tau_{34}\,u_1\,u_2 + \tau_{12}\,u_3\,u_4) + (\tau_{14}\tau_{23} - \tau_{12}\tau_{34})\,(\tau_{24}\,u_1\,u_3 + \tau_{13}\,u_2\,u_4) + (\tau_{12}\tau_{34} - \tau_{13}\tau_{24})\,(\tau_{23}\,u_1\,u_4 + \tau_{14}\,u_2\,u_3) = 0.$$

II. Roviny $S_l g_l$ tvoří čtyřstěn (I II III IV), při čemž značíme L vrchol jeho protilehlý stěně $S_l\, g_l$. Řešením rovnic (22) seskupených po třech dle x_k obdržíme souřadnice $x_k^{(l)}$ vrcholů L, pro něž tedy obdržíme následující schema:

$$\begin{aligned}
x_1^{(4)} &= \tau_{23}(-\tau_{12}\tau_{34} - \tau_{13}\tau_{24} + \tau_{14}\tau_{23}), & x_1^{(3)} &= \tau_{24}(+\tau_{12}\tau_{34} - \tau_{13}\tau_{24} + \tau_{14}\tau_{23}),\\
x_2^{(4)} &= \tau_{13}(-\tau_{12}\tau_{34} + \tau_{13}\tau_{24} - \tau_{14}\tau_{23}), & x_2^{(3)} &= \tau_{14}(+\tau_{12}\tau_{34} + \tau_{13}\tau_{24} - \tau_{14}\tau_{23}),\\
x_3^{(4)} &= \tau_{12}(+\tau_{12}\tau_{34} - \tau_{13}\tau_{24} - \tau_{14}\tau_{23}), & x_3^{(3)} &= -2\,\tau_{12}\tau_{14}\tau_{24},\\
x_4^{(4)} &= 2\,\tau_{12}\tau_{13}\tau_{23}, & x_4^{(3)} &= \tau_{12}(-\tau_{12}\tau_{34} + \tau_{13}\tau_{24} + \tau_{14}\tau_{23}),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_1^{(2)} &= \tau_{34}(+\tau_{12}\tau_{34} - \tau_{13}\tau_{24} - \tau_{14}\tau_{23}), & x_1^{(1)} &= -2\,\tau_{23}\tau_{24}\tau_{34},\\
x_2^{(2)} &= 2\,\tau_{13}\tau_{14}\tau_{34}, & x_2^{(1)} &= \tau_{34}(-\tau_{12}\tau_{34} + \tau_{13}\tau_{24} + \tau_{14}\tau_{23}),\\
x_3^{(2)} &= \tau_{14}(-\tau_{12}\tau_{34} - \tau_{13}\tau_{24} + \tau_{14}\tau_{23}), & x_3^{(1)} &= \tau_{24}(+\tau_{12}\tau_{34} - \tau_{13}\tau_{24} + \tau_{14}\tau_{23}),\\
x_4^{(2)} &= \tau_{13}(-\tau_{12}\tau_{34} + \tau_{13}\tau_{14} - \tau_{14}\tau_{23}), & x_4^{(1)} &= \tau_{23}(+\tau_{12}\tau_{34} + \tau_{13}\tau_{24} - \tau_{14}\tau_{23}).
\end{aligned}$$

Z těchto souřadnic snadno můžeme souditi o významu rovin (15_1), (15_2), (15_3).

Především jest

$$\begin{aligned}
R_1 &= x_2^{(4)} P_{12} + x_3^{(4)} P_{13} + x_4^{(4)} P_{14} = 0,\\
(-)\ R_2 &= x_2^{(3)} P_{12} + x_3^{(3)} P_{13} + x_4^{(3)} P_{14} = 0, \qquad (15')\\
R_3 &= x_2^{(2)} P_{12} + x_3^{(2)} P_{13} + x_4^{(2)} P_{14} = 0.
\end{aligned}$$

Budiž dále v_i výška čtyřstěnu $S_1 S_2 S_3 S_4$ příslušná vrcholu S_i a kladný smysl její nechť směřuje od S_i k protilehlé stěně, dále označme kolmice z počátku O na roviny $S_1 S_2 S_3$, $S_1 S_2 S_4$, $S_1 S_3 S_4$, jež jsme dříve značili x, y, z, nyní X_4, X_3, X_2 a berme je kladně v kladném smy lu výšek v_i. Pak přecházejí rovnice (16) v

$$P_{12} = -v_2 X_2, \quad P_{13} = -v_3 X_3, \quad P_{14} = -v_4 X_4$$

a rovnice (15′) v

$$\begin{aligned} x_2^{(4)} v_2 X_2 + x_3^{(4)} v_3 X_3 + x_4^{(4)} v_4 X_4 &= 0, \\ x_2^{(3)} v_2 X_2 + x_3^{(3)} v_3 X_3 + x_4^{(3)} v_4 X_4 &= 0, \\ x_2^{(2)} v_2 X_2 + x_3^{(2)} v_3 X_3 + x_4^{(2)} v_4 X_4 &= 0. \end{aligned}$$

Jelikož jsme zvolili těžiště čtyřstěnu souřadného za bod jednotkový, jest obecně $x_k^{(l)} v_k$ čtyřnásobná vzdálenost bodu L od stěny jeho protilehlé vrcholu S_l. Označíme-li tuto vzdálenost $\delta_k^{(l)}$ nabudou rovnice rovin $R_1 = 0$, $R_2 = 0$, $R_3 = 0$ jednoduchého tvaru následujícího:

$$\begin{aligned} \delta_2^{(4)} X_2 + \delta_3^{(4)} X_3 + \delta_4^{(4)} X_4 &= 0, \\ \delta_2^{(3)} X_2 + \delta_3^{(3)} X_3 + \delta_4^{(3)} X_4 &= 0, \\ \delta_2^{(2)} X_2 + \delta_3^{(2)} X_3 + \delta_4^{(2)} X_4 &= 0. \end{aligned} \qquad (15'')$$

Přímka $L S_l$ uzavírá s rovnoběžkami ku osám X_2, X_3, X_4 bodem L vedenými úhly, jejichž kosiny jsou úměrny hodnotám $\delta_2^{(l)}, \delta_3^{(l)}, \delta_4^{(l)}$; ježto ale, jak z rovnic (15″) patrno, též normály ku rovinám (15″) z počátku O spuštěné uzavírají s osami X_2, X_3, X_4 úhly, jejichž kosiny těmže hodnotám jsou úměrny, plyne z toho, že $R_1 = 0$, $R_2 = 0$, $R_3 = 0$ jsou roviny normálné ku přímkám S_1 IV, S_1 III, S_1 II.

Obdobné výsledky plynou cyklickou záměnou pro určení přímek p_2, p_3, p_4.

Souřadnice přímek S_1 I, S_2 II, S_3 III, S_4 IV, resp. jejich bodů průsečných s protilehlými stěnami čtyřstěnu souřadného jsou dány schematem

$$\begin{vmatrix} 0, & -x_2^{(1)}, & -x_3^{(1)}, & -x_4^{(1)} \\ x_1^{(2)}, & 0, & x_3^{(2)}, & x_4^{(2)} \\ -x_1^{(3)}, & -x_2^{(3)}, & 0, & -x_4^{(3)} \\ x_1^{(4)}, & x_2^{(4)}, & x_3^{(4)}, & 0 \end{vmatrix}.$$

Poněvadž ale z hodnot dříve vypočítaných pro $x_k^{(l)}$ plyne, že

$$x_k^{(l)} = \pm x_l^{(k)},$$

tak, že poslední determinant jest symmetrický, proto jsou přímky řečené opět v poloze hyperboloidické, což ostatně plyne ze známé věty, že spojnice příslušných vrcholů dvou čtyřstěnů jsou v hyperboloidické poloze, když jsou v takové poloze průsečnice protilehlých stěn. Dvojpoměr přímek těch bychom vypočítali, kdybychom si na př. vyjádřili

rovnice rovin $S_1 S_4$ IV, $S_1 S_3$ III, $S_1 S_2$ II a roviny spojující jejich průsečnici s přímkou S_1 I. Obdržíme opět

$$(S_1 \text{ I}, S_2 \text{ II}, S_3 \text{ III}, S_4 \text{ IV}) = \frac{-\tau_{12}\tau_{34} + \tau_{14}\tau_{24}}{-\tau_{12}\tau_{34} + \tau_{13}\tau_{23}}$$

jako pro přímky g_i.

12. Naše úvahy vedou nejprv k následující konstrukci: Označme dané koule v libovolném uspořádání K_1, K_2, K_3, K_4 a jejich středy tudíž S_1, S_2, S_3, S_4. Sestrojme na př. nejprv body C_3, C_4 na $S_1 S_2$ tak, aby $(S_1 S_2 C_3) = \frac{\tau_{13}}{\tau_{23}}$, $(S_1 S_2 C_4) = \frac{\tau_{14}}{\tau_{24}}$, dále bod D_3 na $S_1 S_4$ tak, aby $(S_1 S_4 D_3) = \frac{\tau_{13}}{\tau_{43}}$, bod A_1 na $S_2 S_3$ tak, aby $(S_2 S_3 A_1) = \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}}$ a konečně bod B_1 na $S_3 S_4$ tak, aby $(S_3 S_4 B_1) = \frac{\tau_{31}}{\tau_{41}}$. Jest pak $g_1 = A_1 B_1$ a přímka p_1 jest kolmá k rovině $S_1 g_1$; dále jest $g_3 = C_3 D_3$ a přímka p_3 jest kolmá k rovině $S_3 g_3$.

Přímka $A_1 B_1$ nechť seče $S_2 S_4$ v bodě C_1, přímka $C_3 D_3$ nechť seče $S_2 S_4$ v bodě E_3. Tím jsou dány přímky g_1, g_3 řady jedné na hyperboloidu $(g_1 g_2 g_3 g_4)$; přímka $e_2 = B_1 D_3$ náleží mu jakožto přímka řady druhé v rovině $S_1 S_3 S_4$, která se hyperboloidu dotýká. Průsečík této přímky s $S_1 S_3$ označme E_4. Tím obdržíme v $C_4 E_4$ další přímku g_4 a přímka p_4 jest kolma ku rovině $S_4 g_4$. Průsečík přímky g_4 s $S_2 S_3$ označme F_4. Tím dospíváme ku přímce $e_1 = E_3 F_4$ řady druhé, která seče $S_3 S_4$ v bodě, jejž označíme F_2. Dále jest $e_4 = A_1 C_3$ přímkou hyperboloidu z řady druhé a seče $S_1 S_3$ v bodě D_2. Pak jest konečně $g_2 = F_2 D_2$ a přímka p_2 jest kolmá ku rovině $S_2 g_2$. Seče-li g_2 přímku $S_1 S_4$ v bodě E_2 leží body C_1, C_4, E_2 na přímce e_3 řady druhé.

Takto jsme všecky body dotyku s danými koulemi stanovili.

13. Jde-li o to, stanoviti spolu středy ploch kulových dotykových, bude výhodnější pokračovati následovně. Sestrojíme nejdřív průsečnici g_{12} rovin $S_1 g_1$, $S_2 g_2$ na př. tak, že stanovíme na $S_1 S_3$ a $S_1 S_4$ body A_2, B_2 na základě poměrů dělících $(S_1 S_3 A_2) = \frac{\tau_{12}}{\tau_{32}}$, $(S_1 S_4 B_2) = \frac{\tau_{12}}{\tau_{42}}$, dále na $S_2 S_3$ a $S_2 S_4$ body A_1, B_1 na základě dělících poměrů $(S_2 S_3 A_1) = \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}}$, $(S_2 S_4 B_1) = \frac{\tau_{21}}{\tau_{41}}$; přímky $S_1 A_1$, $S_2 A_2$ se protínají v bodě A_{12}, přímky $S_1 B_1$, $S_2 B_2$ v bodě B_{12}; přímka g_{12} jest spojnicí těchto bodů A_{12}, B_{12}.

Středem potenčním O klademe pak rovinu G_{12} kolmou ku přímce g_{12}. Rovina ta obsahuje obě přímky p_1, p_2, z nichž první jest kolmá k rovině $S_1 A_1 B_1$, druhá k rovině $S_2 A_2 B_2$. Buďtež k_1, k_2 kružnice, v nichž rovina ta seče koule K_1 a K_2; přímka p_1 nechť protíná kružnici k_1 v bodech U_1, V_1, kružnici k_2 v bodech U_2, V_2. Hledané koule dotykové K, K′ nechť jsou protaty rovinou tou v kružnicích k, k'. Přiřadění těch bodů do-

tyčných k sobě jest zřejmé z toho, že k a k' se dotýkají obou kružnic k_1, k_2 a sice obou stejným způsobem, t. j. obou vně neb vnitř, je-li $\tau_{12} = d_{12}^2 - (r_1 - r_2)^2$ a nestejným způsobem, je-li $\tau_{12} = d_{12}^2 - (r_1 + r_2)^2$. Mimo to, má-li se k dotýkati kružnic k_1, k_2 v bodech U_1, U_2, k' v bodech V_1, V_2, musí jak spojnice $U_1 U_2$, tak spojnice $V_1 V_2$ procházeti dle známé vlastnosti bodem podobnosti kružnic k_1, k_2 a sice týmž bodem podobnosti, který pro prvou hodnotu τ_{12} jest vnějším, pro druhou hodnotu vnitřním bodem podobnosti. Tím jest přiřadění zmíněné stanoveno.

Poněvadž kružnice k, k' jsou k sobě inversní vzhledem ke kružnici středu O, v níž G_{12} protíná kouli orthotomickou k daným plochám $K_i = 0$, proto jest bod O středem podobnosti kružnic k, k' a leží tudíž na přímce, která spojuje jejich středy K_{12}, K_{12}'. Vedeme-li středy těmi rovnoběžky k_{12}, k_{12}' ku g_{12}, budou tyto obsahovati středy S, S' hledaných koulí, kteréžto středy budou zároveň ležeti na poloměrech $U_1 S_1$, $U_2 S_2$, resp. $V_1 S_1$, $V_2 S_2$ a zároveň bude spojnice jejich procházeti bodem O, což vychází také z toho, že $U_1 V_1$ jest stopou do G_{12} pro rovinu $S_1 S S'$ a $U_2 V_2$ stopou pro rovinu $S_2 S S'$. Obě roviny se protínají v přímce $S S'$, která má svou stopu v průsečíku O stop $U_1 V_1$, $U_2 V_2$. Takto jsou hledané koule dotykové zcela určitě a víc než dostatečně stanoveny.

Geologické a tektonické studie v Karpatech sev. od Dobšiné.

Podává

Dr. JOSEF WOLDŘICH.

(Se 2 tabulkami a třemi obr. v textu.)

Předloženo dne 8. března 1912.

ÚVOD.

Sledujeme-li průběh alpského oblouku od záp. k vých., shledáme, že sev. část vých. Alp náhle se končí u Vídně a jižně odtud podél velkých zlomů stáří miocenního a má po delším přerušení svoje pokračování v oblouku karpatském, kdežto jižní část Alp pokračuje v pohoří dinarském. Spojka mezi Alpami a Karpatami leží tedy pohřbena pod mladoterciérními sedimenty a jen některé ostrovy, jež vzdorovaly poklesu, připomínají nám, že Karpaty nejsou leč pokračováním velehor alpských. Nejlepší znalec Karpat, nedávno předčasně zemřelý V. Uhlig, geniální geolog vídeňský, rozeznává v díle Bau und Bild der Karpaten (1)*) v středních a západních Karpatech tři hlavní pásma a to: 1. Vnější nebo pískovcové pásmo, 2. vnitřní pásma, složená z *a*) pásu útesového, *b*) horských jader a *c*) vnitřního pásu (= Veporské a Spišsko-Gemerské Rudohoří), 3. pásmo vulkanické na vnitřní straně karpatské.

Území námi mapované v délce asi 8 *km* a šířce asi 3½ *km* leží v Uhligově vnitřním pásu a to v Spišsko-Gemerském Rudohoří severně od Dobšiné, v němž Uhlig vidí pokračování ústředních Alp. Vnitřní pás počíná u Detvy, směřuje odtud k sev.-vých. až k horskému uzlu Kralovy Holy, odkud zahýbá na východ, jsa náhle ukončen při velkém zlomu hernadském, jímž protéká řeka Hernad. Prozkoumané území patří částečně k stolici Spišské, částečně ku Gemerské; hranice mezi oběma probíhá tu stále údolím Gelnice, jejíž pravý běh leží již v Gemeru, levý v Spiši. Krajina porostlá po většině starými hlubokými lesy jehličnatými, vzácněji bukovými obyd-

*) Pod číslem v závorce uvedeným lze nalézti příslušnou literaturu na konci práce uvedenou.

lena jest hlavně Slováky živícími se podstatně chovem skrovného počtu dobytka neb hornickou prací. Ode dávných dob přivábil k sobě tento jinak opuštěný, tichý a romantický kraj svým bohatstvím rudním podnikavost lidskou a vybírá-li doposud horník z vnitra hor rudy železné, měděnné, niklové, kobaltové a j., zbavují jich četné papírny a pily znenáhla ozdobného starého porostu.

Starší práce geologické, týkající se našeho území, pocházejí hlavně od Andriana, Hauera a Stura, v novější době pracovali tu zejména Böckh, Schafarzik, Gesell, Posewitz, Illés, Voit, Frech a j. Stratigrafie a stáří komplexů vrstevních nejsou doposud ve všech směrech vyjasněny pro nedostatek zkamenělin. Tektonické studie zabývající se naším územím doposud vůbec nebylo. Mapování jest tu velmi stíženo nedostatkem cest, starými namnoze chybnými topografickými mapami jakož i tím, že často celé svahy vrchů bývají k malé radosti mapujícího geologa pokryty porubanými kmeny stromů.

A. PŘEHLED STRATIGRAFICKÝ.

Dříve nežli se budu zabývati stratigrafií našeho území mnou stanovenou, chci uvésti všeobecné úvahy o sledu vrstevním, jaký stanovili v Spišsko-Gemerském Rudohoří Uhlig, Böckh a jiní. Uhlig (1) pokládá za střední pásmo celého Rudohoří t. zv. rudonosnou serii, složenou z metamorfovaných hornin prostoupených kyselými a basickými intrusemi v podobě porfyroidů po příp. křem. porfyrů a zelenokámů. Dle Hauera (2) bylo by toto pásmo devonského stáří, Uhlig bližšího stáří neuvádí, pokládaje však tuto serii za starší karbonu. K jmenované serii hornin přikládá se pak dle Uhliga jak na severu tak na jihu pruh červených drob karbonských, snad kulmských, dále ostatní karbon a pásmo triasové. Böckh (3) přičítá v Rudohoří ústřední pásmo složené ze žul, tmavých grafitických břidlic, fyllitických hornin s vložkami pískovců a drob, bituminických vápenců a dolomitů spodnímu karbonu po příp. i starším útvarům. Křemité porfyry vyvřely dle něho v době intrakarbonského svraštění, tedy mezi spodním a svrchním karbonem. K svrchnímu karbonu by pak patřily pískovce, červené břidlice, křemencové břidlice, slepence a brekcie, v kterémžto komplexu vrstevním prý byly nalezeny u Dobšiné zbytky rostlinné. Křemence, křemencové pískovce, brekcie křemencové a břidlice v nadloží dříve jmenovaného pásma pokládá dle uložení za permské. Na permu leží pak Werfenské břidlice až svrchní trias. Sled vrstevní jest stejný směrem severním i jižním. Voit (4) celkem se přidržuje stratigrafie Uhligovy a starších vídeňských geologů. Bartelsova stratigrafie (5) jest celkem souhlasná s Voitovou, pochybuje však o permském stáří červených pískovců a břidlic v nadloží karbonu; podobně nemá triasové stáří břidlic, jež se považují dle zvyku za Werfenské, za dokázáno. Uherští geologové v Rudohoří mapující přidržují se celkem stratigrafie Böckhovy.

V severní části Rudohoří ležívá Uhligův karbon *pod* starší serií rudonosnou, Böckhův perm *pod* karbonem. Uhlig převrácený sled vrstevní si vysvětluje překocenými, isoklinalními vrásami, jak lze vyčísti z jeho profilu severní částí Spišsko-Gemerského Rudohoří (1, obr. 23.). Naproti tomu postrádám ve většině ostatních prací tímto územím se zabývajících akcentování této okolnosti, ba namnoze se mluví na př. o karbonských a permských slepencích, křemencích atd. v nadloží zelených břidlic tam, kde jsou ve skutečnosti v jejich podloží.

Na základě svého mapování a svých studi tektonických rozeznávám v našem území: 1. starší palaeozoikum, k němuž čítám: *a*) pásmo slepencové, *b*) porfyroidové, *c*) diabasové s chloritickými břidlicemi, 2. gabbro; 3. karbon; 4. pásmo triasové; 5. sedimenty diluvialní a alluvialní. Odchyluji se tedy hlavně ve skupině prvé od obvyklých názorů, neboť pásmo slepencové by patřilo k Uhligovu karbonu a Böckhově svrchn. karbonu a permu, pásmo porfyroidové pak odpovídá dle názorů Böckhových svým stářím karbonskému svraštění. Normální sled vrstevní staropalaeozoického pásma lze sledovati dle mého názoru v profilu Vogelsbergem přes Sturtz (viz prof. *A*—*B*), kdežto karbon tvoří pouze tektonické kry (prof. *E*—*F*) a trias jest oddělena od staršího horstva na severu velkou dislokací. A mají-li dnes geologicky mladší horniny místy třeba vyšší stupeň krystallinity nežli geologicky starší, nesmí nás to již překvapiti, kdy nauka o kontaktní metamorfose nás poučila, jak dalekosáhlá může býti proměna hornin způsobená intrusivními lakkolity nebo batholity.

Chci nyní postupně popsati jednotlivá pásma mnou stanovená, a to nejprve se stanoviska stratigrafického a petrografického.

I. Pásmo slepencové.

V tomto nejspodnějším, celkem k jv zapadajícím pásmu rozeznávám slepence někdy velmi hrubé, někdy brekciovité neb drobovité, droby, drobové břidlice, hlinité břidlice často písčité, slídnaté pískovce, červené křemence a křemencovité břidly. Lavice jmenovaných hornin přecházívají v střídavém uložení navzájem do sebe a pouze slepence vystupují co poněkud stálejší horizont, pročež jsem volil pro celé souvrství název „pásmo slepencové“. Na basi téhož přicházívají husté, málo lesklé hlinité až křemité břidlice barvy červené.

Slepence bývají obyčejně červené, někdy i bělavě žluté a obsahují hlavně valounky křemenné, vzácněji úlomky talkovité horniny, jaká v našem území aspoň v nadloží slepenců se nikde nevyskytuje. Tmel bývá křemitý, často s hojnou slídou nebo chloritem a krystallický. Častěji jest slepenec zbřidličňaten. Jsou-li úlomky hlavně křemenné více méně hranaté, přechází slepenec v *brekcii* neb brekciovitý slepenec, kdežto ubýváním velikosti klastického materialu přechází v drobovité slepence a *droby*. Tyto

bývají dosti malého zrna a barvy červené nebo šedé, uzavírajíce místy též úlomky talkovité horniny. Stává-li se pak zrno drob ještě menším za současného vzniku břidličnatosti, vznikají *drobové břidlice*, které opětně přecházejí přibýváním jemnosti a jilovitého materialu v *hlinité břidlice*. Jsou-li pak makroskopicky nerozeznatelná zrna křemenná stmelena křemitým tmelem, povstávají *křemence*, jež bývají červené nebo žlutošedé. Podřízeně přicházejí též lavice slídnatého pískovce, na jehož plochách vrstevních bývají uloženy hojné lupénky slídy. Mikroskopicky shledal jsem v mnohých jmenovaných horninách sekundarně vzniklý spinell a hojné rudy. Kataklasa bývá velmi patrna u křemenů stlačených slepenců a drob.

Pásmo slepencové táhne se širokým pruhem od sv naší mapy směrem jz přes Gelobtes Land, Königsberg, Stadtberg, Hopfgarten do údolí Florenseifenského.

Vogelsberg. Na západním úpatí v podloží pásma porfyroidového směrem severním vystupuje hlavně slepenec až k Dolině; odtud se dá sledovati tato lavice slepencová místy drobovitá směrem sv do Gelobtes Land. Slepence obsahují tu někdy vedle křemene úlomky talkovité horniny. Severně od Doliny vyskytují se na svazích Vogelsbergu i Königsbergu slepence místy brekciovité, místy drobovité a drobové břidlice v střídavém uložení a s vložkami šedožlutého křemence. Dále na sever již mimo naši mapu sledují křemencové břidlice červené s lavicí talkových břidlic, pak šedé pískovce slídnaté a červené břidlice, někdy též nazelenalé. Celé toto pásmo označené na staré geologické mapě (1 : 75.000) říšsk. geol. ústavu jako karbon po příp. perm, nemá rozhodně nic společného se stejně označeným pravým karbonem u Dobšiné.

Jdeme-li od nejvýchodnějšího pásu porfyroidového směrem severním přes Vogelsberg do Gelobtes Land, narazíme nejprve na slepence, pak na drobové břidlice, slepence a opětně drobové břidlice a slepence. Dále zjištěno pásmo slepencové pochůzkami přes celý hřbet Vogelsbergu v pokračování dislokovaných ker porfyroidových.

Königsberg. Na jižním svahu vystupuje toto pásmo v podloží porfyroidů v podobě červených křemitých slepenců, místy velmi hrubých s valouny křemennými až jako pěst velikými, místy brekciovitých. I lavice červenofialových drobových břidlic se tu vyskytují. Převládá směr od sv k jz s úklonem 40—48° k jv, avšak před mostem přes Gelnici jest směr odchylný vjv — zsz s úklonem asi 33° k jjz, přecházeje brzy zase ve směr normalní. Dále na západ shledal jsem opětně směr vsv-zjz s úklonem ca 27° k jjv a diaklasy směru s-j a ssv-jjz; poblíže hraničního zlomu jest pak opětně směr poněkud odchylný sv až ssv-jz až jjz s úklonem přes 56° k jv, též vjv. Vystupujeme-li údolím potoka, který pramení uprostřed Königsbergu, nahoru, shledáme napřed slepence až k přítoku, pak slídnaté drobové břidlice, někdy velmi husté a jemné, až na hřeben. Na cestě od cóty 1059 směrem jz našel jsem v jemných načervenalých břidlicích,

trvajících až k vrstevnici 960, ve výšce asi 940 *m* otisky rostlinné. Postoupíme-li odtud opětně směrem severním, shledáme napřed pokračování oněch břidlic od sz a v jejich podloží slepence někdy brekciovité s tmelem velmi hustým a s lavicemi drobových břidlic. Došedše takto do údolí Biely Vody na sev. hranici naší mapy, ubíráme se tímto údolím směrem jz a shledáváme po levém břehu hlavně slepence, droby a drobové břidlice, po pravém zejména husté červené břidlice a dále směrem jižním po záp. úpatí Königsbergu droby, drobové břidlice a slepence. Hranici mezi gabbrem a slepencem činí potok tekoucí z Königsbergu do Biely Vody. Na vých. svahu sledoval jsem toto pásmo v údolí potoka ústícího u Doliny. Zde přicházejí nejprve slepence silně stlačené, pak ve výšce asi 880 *m* drobové břidlice pak opětně slepence až do 960 *m*, pak drobové břidlice a nad prameny ve výšce 1000 *m* jemné droby, jež trvají dále přes hřeben Königsbergu přecházejíce v červené drobové a hlinité břidlice na sev. hranici naší mapy; odtud směrem východním do údolí jsou drobové břidlice, droby a slepence. Jdouce údolím dolů narážíme až k nejbližšímu postrannímu přítoku jen na slepence a vystupujíce údolím tohoto zjistíme slepence do výšky 1000 *m*.

Stadtberg. Na záp. svahu sev. od gabbra vystupují drobové břidlice s lavicemi slepencovými, pak velmi jemná až břidličnatá červená droba a křemenec deskovitý; podobný pořad lze zjistiti na vých. svahu a po cestě od nejsevernějšího bodu vrstevnice 900 *m* směrem jižním.

Slepencové pásmo *v západní části naší mapy.* Na cestě od Palzmannovy hutě k Dobšinské Masse sev. od gabbra vyskytují se drobové břidlice s lavicemi slepenců, pak jemné šedé, někdy drobité břidlice transversalně břidličnaté, jež zdají se míti též obvyklý tu úklon k jv; v střídavém uložení s jmenovanými břidlicemi nalézáme husté červené břidlice, jaké bývají na starých mapách ř. geol. ústavu považovány za Werfenské břidlice, a sericiticko-talkovitou vložku s hojnou impraegnací pyritu a uhličitanů. Na silnici vedoucí od Dobšinské Massy ku kříži*) uzříme opětně úzké stratigrafické spojení hustých červených břidlic s pásmem slepencovým; k nim připojují se pak dále šedozelené křemence, šedé transversalně břidličnaté břidlice a úzký pruh slepencový. Sev. od cesty vedoucí od kříže do údolí Florenseifenského leží cóta 921, přes níž přibližně běží hranice mezi gabbrem a pásmem slepencovým. Odtud směrem sz k údolí „Unter Stein" vystupují hlavně slepence a konečně červené husté břidlice, táhnoucí se též dále na západ a východ. Tytéž vrstvy, avšak v opáčném sledu, spatříme na pochůzce od styku údolí Florenseifenského a Unter Stein směrem jv přes cóta 957, podobně od téhož místa podél cesty vedoucí ku kříži. V menší mocnosti pokračuje pak pásmo slepencové směrem západním v údolí Florenseifenském.

---

*) Sev. od cóty 874 na Langenbergu stojí kříž na místě, kde se stýkají a kříží 3 cesty.

Samostatný pruh slepencový vystupuje jižně od Palzmannovy hutě směrem jz, průběh jeho zjistil jsem na cestě naproti Palzmannově huti a na všech cestách vedoucích od kříže. Slepenec bývá často silně břidličnatý a stlačený, směřuje sz od kříže od sv k jz s úklonem asi 50° k jv. Zdá se mi, že tento pruh slepencový má své pokračování na východ v údolí Gelnice; soudím tak též dle úlomků slepencových, vyskytnuvších se na severním úpatí Gugly naproti místu, kde ústí Biela Voda do Gelnice i jinde. Vystoupení tohoto pruhu souvisí s tektonikou území, jak později bude ukázáno.

Srovnejme nyní dosavadní názory o stáří tohoto pásma slepencového v našem i okolním území. Stur (6) počítá pokračování našeho pruhu slepencového na východ směrem ku Krompachům a Koterbachu ku karbonu, uváděje, že slepence leží buď v nadloží nebo podloží „hlinitých břidlic" a obsahují vedle hnědočerveného tmele písčito-jílovitého hlavně valouny křemenné a úlomky starších krystallických hornin. Zkamenělin z tohoto pásma neuvádí a znaje palaeontologicky dokázaný karbon u Dobšiné, považuje slepencový vývoj karbonu za facielní naproti vývoji vápencovému a břidličnému. Křemence, pískovce a slepence severně od tohoto pásma karbonského považuje za permské. Podobně i Hauer (2) a Andrian (7), jenž srovnává naše pásmo slepencové s verrucanem alpským a podotýká, že slepenec obsahuje na Knolle (vých. od Vogelsbergu) úlomky zelených břidlic a dioritu. Těchto jsem ovšem nemohl nikde najíti, ač jsem prošel celou Knollu. Uhlig (1) počítá pruh červených, vzácněji zelených, více méně sericitických břidlic na sev. kraji Spišsko-Gemerského Rudohoří ku karbonu a úzce s těmito spojené droby ku karbonu, nebo snad *kulmu*. Dle Böckha (3) náležela by hořejší část našeho pásma slepencového ku svrchnímu karbonu, spodní k permu. J. Bartels (5) čítá slepence na sev. okraji Spiši, jakož i s nimi spojené břidlice a droby ku karbonu, kdežto červené pískovce zařazuje do permu. Voit (4), zmapovav území od Dobšiné až ku Gelnici, pozoroval sice nápadný rozdíl mezi pravým karbonským slepencem neb drobou na Gugle a mezi červeným hrubým slepencem našeho pásma slepencového, spojil však oboje stratigraficky, přiděliv je ku karbonu, a pokládal je za denudační relikty — jak z jeho mapy vyčítám — ač tvoří zcela samostatná stratigrafická pásma. Mimo to patří sem část hlinitých břidlic na severním okraji Voitovy mapy v údolí Florenseifenském a Unter Stein; upozorňuje Voit sám na jejich písčitou a klastickou povahu a vysoký obsah SiO_2 (přes 75%).

Illés (8) považuje slepence přecházející v pískovce a červené břidlice záp. od našeho území, jakož i Voitovy karbonské slepence za permské.

Pokládám na rozdíl od jmenovaných autorů pásmo slepencové za nejstarší v našem území, a to za staropalaeozoické, z následujících důvodů.

1. Pásmo slepencové leží skutečně v podloží ostatních mnou uvede-

ných pásem, z nichž aspoň pásmo diabasů a chloritických břidlic jest určitě starší karbonu.

2. Kdyby byl slepenec stáří permskeho, měl by aspoň pravděpodobně obsahovati též valouny a úlomky starších gabber, diabasů, chloritických břidlic, karbonských vápenců a břidlic atd. Ač jsem po těchto v celém území bedlivě pátral, nemohl jsem jich přece nikde v slepencích nalezti.

3. Melafyr, dle S t u r a (3, str. 359) typický průvodce permských vrstev v Karpatech, našemu území úplně schází.

4. V načervenalých břidlicích pásma slepencového našel jsem otisky rostlinné, jež úplně připomínají staropalaeozoickou floru odjinud známou. O těchto otiscích bude zvláště pojednáno.

5. Na Gugle našel jsem zkamenělinami doložený spodní a svrchní karbon ve facii vápenců a černých břidlic, bez veškerého spojení s pásmem slepencovým, jehož spodní (dle uložení u nás svrchní) části se připisuje stáří svrchního karbonu. Není pravděpodobno ani vysvětlitelno, že by těsně vedle sebe vystupovaly jednak slepencová a drobová, jednak vápencová a břidličná facie svrchního karbonu. Mimo to jsem zjistil, že karbon na Gugle zapadl dle zlomů do gabbra.

6. Není diskordance mezi domnělým permským a svrchnokarbonským slepencem a staršími útvary, jak by se dala vlivem varisského svraštění očekávati. Naproti tomu v Alpách byla na četných místech dokázána.

Ač jsem se sám dlouho vzpíral nynějšímu svému názoru o stáří pásma slepencového, neboť by tu vystoupilo starší palaeozoikum ve zvláštní, doposud v Karpatech neznámé facii, přece nemohu jinak, nežli z uvedených důvodů jej hájiti.

II. Pásmo porfyroidové.

Stratigrafie.

Sem čítám řadu fyllitických a sericitických hornin, vzniklých hlavně proměnou křemitých porfyrů a keratofyrů a jejich tuffů. Vystupují zejména na Vogelsbergu a Königsbergu v nadloží slepencového pásma.

Königsberg. Na jižním úpatí západně od Mlýnků vystupuje porfyroidové pásmo v podobě fyllitických hornin, obsahujících pásky a vložky zřejmě tuffovitého materialu, nebo sericitické horniny, prozrazující namnoze svou porfyrickou povahu. Celkem jest úklon k jv pravidlem; odchylný úklon k sz na 2 místech tu stanovený přičítám jen podřízeným vráskám nebo vlivu blízkého zlomu. Podél hranice mezi porfyroidy a pásmem slepencovým táhne se přes Königsberg pásmo obvalů, svědčící o tom, že již staří horníci dobře poznali průběh hlavních rudních žil na rozhraní obou jmenovaných pásem. Též na vých. svahu Königsbergu nalézáme v místech, kde vychází pásmo porfyroidové, četné stopy po bývalém dolování. Vedle tmavých fyllitických hornin s vložkami tuffovými shledávám zřejmě metamorfované a stlačené porfyrické horniny.

Vogelsberg. Zde shledáváme pokračování popsaného pásma, rozdě-

lené ovšem zlomy ve tři kry postupně k jihu posunuté. Pěkné kusy fyllitických hornin s pásy tuffovými spatříme na záp. svahu Vogelsbergu již v druhém údolíčku nad Mlýnky, pak vystupují porfyroidy jižněji v údolí Malé Rabenseifen na př. hojně u štoly Cilli, dále na vých. kraji naší mapy na haldě i v okolí opuštěné štoly.

Na Ebersbergu našel jsem úlomky porfyroidů v erosivním zářezu na cestě, vedoucí z údolí Gelnice přes sev. svah Ebersbergu na Guglu, pak západně odtud v brázdě, vedoucí k štole Marii. Oba výskyty mohly by snad poukazovati k tomu, že i tu leží pod diabasem pásmo porfyroidové. Výskyt tuffovité horniny některým porfyroidům podobné na nejjižnějším cípu Stadtbergu dal by se snad vysvětliti antiklinálním slohem pravděpodobně tu panujícím. Dále zjistil jsem temné fyllitické břidlice, oněm z pásma porfyroidového podobné na haldě poblíže slepé cesty od kříže na sev. svah Gugly vedoucí; i to by svědčilo o výskytu porfyroidů v podloží pásma diabasového. V údolí Florenseifenském vyskytají se pak místy přímo v nadloží slepenců úlomky černé porfyroidické břidlice, z nichž rekonstruováno na mapě úzké pásmo.

Petrografie. Zásluhou Schafarzikovou *) byly poprvé křemité porfyry, jejich tuffy a produkty metamorfosy v Karpatech zjištěny a popsány (10, 11). V spisech uvedených lze nalézti též podrobný jejich popis. Horniny pásma porfyroidového bývají velmi dokonale břidličnaté nebo plástevnaté barvy šedé, šedočerné neb nazelenalé, někdy bíle skvrnité neb pruhované; v tomto případě připomínají ještě původní svou porfyrickou strukturu. Poblíže žil rudních bývají úplně proměněny v zelenou celistvou sericitickou břidlici a hojně impregnovány rudami a uhličitany. Makroskopicky rozeznatelny jsou hlavně jen křemen a slída. Mikroskopická struktura bývá kataklastická nebo brekciovitá, někdy se stopami a zbytky původní porfyrické struktury hlavně v podobě vrostlic křemenných.

Mikroskopicky jsou porfyroidy složeny hlavně z křemene a živce (nejčastěji albit), podružně též světlé slídy co produktu rozkladu živcového.

Křemen bývá úplně rozdrcený v jemnou a drobnou jakousi základní hmotu, v níž se vyskytají místy větší individua křemenná obrysu poněkud krystalického s okrajem někdy patrně magmaticky korrodovaným.

Mezi drobnými křemeny leží též nelamellovaná *zrna živcová*, patrně albitová, vlivem skoro stejné výše lámavosti světelné od křemene téměř nerozeznatelná, avšak rozkladem svým a v konv. polar. světle se přece jen prozrazující. Vrostlic živcových jsem neshledal. *Světlá slída*, sericitu podobná, bývá velmi hojně zastoupena, někdy tvoří až polovinu celé hmoty. Pruhy slídové obklopují rozdrcené čočky křemenné, ač i v aggrega-

*) Laskavostí pana báňského rady prof. Schafarzika mohl jsem některé originály k jeho pracím a příslušné výbrusy prohlédnouti. Byly mi jím ochotně zaslány, začež mu upřímné díky vzdávám.

tech zrn křemenných a albitových nalézáme nepravidelně roztroušené lupénky slídové. Většina slídy náleží, jak z chemické analysy a rozpočtu patrno, pro bohatství Na_2O k paragonitu. Připomínám dosti podobný výskyt paragonitu v paragonitických břidlicích uložených mezi dvěma ložemi diabasovými v Sev. Americe (12).

Velmi hojné bývají, zejména poblíže rudních žil, *uhličitany*; vyskytují se co výplň jemných trhlinek i mezi ostatními součástkami a cizí původ jejich bývá velmi patrný. V studené HCl nešumí, tedy nenáleží kalcitu; poněvadž pak při větrání jejich vznikává hnědý hydroxyd železa a že v perličkách fosforečné soli dávají intensivní reakci na Fe, patří větším dílem k sideritu, ač v nich jistě bude obsaženo též něco Mg O a Ca O. V některých porfyroidech však jest jistě též přítomen kalcit a magnesit. Siderit vyskytuje se v zrnech neb klencích.

Pyrit bývá přítomen v krystalech i nejjemnějším prášku, též *haematit*. Větráním železných rud pak vznikává limonit, někdy velmi hojný. *Rutil* vyskytuje se pouze v jmenovaných žilkách uhličitanů, jsa původu cizího; též v ozdobných známých dvojčatech dle P ∞ (101). *Turmalin* našel jsem v drobounkých jehlicích. Akcessoricky pak přistupuje něco málo drobounkého chloritu a snad i spinellu.

Analysa porfyroidu ze štoly „Cilli".

Mikroskopicky shledán křemen, albit, světlá slída, uhličitany, pyrit, limonit, něco málo turmalinu a chloritu. Tuto, jakož i následující nové chemické analysy kvantitativní a kvalitativní vykonal péčí pana Jos. Hanuše, professora české techniky, jeho assistent p. A. Jílek, za kteroužto vzácnou ochotu oběma povinné díky vzdávám.

Původní analysa:	1.	2.	3.	
SiO_2	59·30	68·71	71·50	S = 71·50
Al_2O_3	16·62	19·26	11·79	A = 5·98
Fe_2O_3	3·88	1·63**)	1·41	C = 0·56
Fe O	3·56			F = 44·97
Ca O	1·43	0·50	0·56	M = 0
Mg O	3·07	2·28	3·56	T = 5·25
K_2O	0·46	0·53	0·35	2 = 1·7
Na_2O	4·82	5·59	5·63	a = 10·5
CO_2	3·83	—	—	c = 1
Ztráta žíháním*)	1·89	1·50	5·20	f = 8·5
Fe S_2	0·56	—	—	
Součet	99·42	100·00	100·00	

*) po odečtení CO_2.

**) Fe_2O_3 přepočtěno na aequivalentní Fe O.

1. Původní analysa.

2. Tato přepočtěna na 100 po přibližném na základě mikroskopického zkoumání stanoveném odečtení Fe_2O_3 (2%) na hydroxyd železa, Fe O (3%) na $Fe CO_3$, Ca O (1%) na $Ca CO_3$, Mg O (1·1%) na $Mg CO_3$, H_2O (0·6%) na hydroxyd železa a $Fe S_2$ co pyritu.

3. Molekulární složení v %.

Vzorec horniny dle Osanna a Grubenmanna jest tedy:

$$s_{71\cdot5}\, a_{10\cdot5}\, c_1\, f_{8\cdot5}\, k_{1\cdot7}\,.$$

S = absolutní množství Si O_2 + po příp. Ti O_2.
A = Součet alkalií vázaných Al_2O_3 v poměru 1 : 1.
C = Množství Ca O vázaného Al_2O_3 v poměru 1 : 1.
F = Součet Fe O + Mg O + po příp. ještě zbývající Ca O (= M).
M = Množství Ca O nevázané Al_2O_3.
T = Množství Al_2O_3, zbývající po nasycení alkalií a Ca O kysličníkem hlinitým.

K = Poměr množství Si O_2 k ostatním kysličníkům; $K = \frac{\text{Si O}}{6\,\text{A} + 2\,\text{C} + \text{F}}$.

a, c, f = Číselné hodnoty A, C, F přepočtené na součet 20; jsou to Osannovy projekční hodnoty.

Z procentového složení molekularního dal by se obsah horniny analysované rozpočísti ovšem přibližně na 27% paragonitu, přes 4% sericitu, 27% albitu a zbytek by náležel hl. křemeni, skrovně zastoupenému chloritu a turmalinu. Vysoký obsah Mg O v analyse poukazuje k tomu, že v analysovaném kuse byl snad též spinell. Hornina naše jeví značnou příbuznost s Engadinským sericitickým fyllitem, jejž uvádí Grubenman (13); jest původu eruptivního a má vzorec $s_{80\cdot7}\, a_{10}\, c_2\, f_8\, k_{1\cdot9}$. Projekční body obou hornin leží v 2. sextantu Osannova trojúhelníku (viz obr. 1., str. 26.), kdež umístněny bývají též projekční body křemitých porfyrů (14) vůbec.

Vznik a stáří porfyroidů. Schafarzik (11) poprvé poznal pravou povahu pásma porfyroidového, jež dříve obyčejně bylo uváděno pod názvem sericitických břidlic neb rul. Sledoval u Rožňavy přímo přechody od skoro neporušených křemitých porfyrů k úplně břidličnatým porfyroidům a dále k bělavým až žlutavým, hlavně ze sericitu složeným břidlicím. Poznal též, že vedle pravých křemitých porfyrů přicházejí jejich tuffy, ve stavu metamorfovaném od prvých ovšem velmi těžce rozeznatelné. Ku křemitým porfyrům a jejich tuffům přistupují v pásmu porfyroidovém dle mého náhledu místy též křemité keratofyry a tuffy jejich. Tak na př. vyvřelina, z které povstal náš analysovaný porfyroid, byla bohata na sodnaté alkalické živce, jak lze souditi ze značné převahy Na_2O nad K_2O. Touto nadvládou Na nad K liší se však právě křemité keratofyry od křemitých porfyrů. Neváhám tedy, označiti původní horninu, z níž

povstal analysovaný porfyroid, co *křemitý keratofyr*. Podobné porfyroidy vzniklé z křemitých porfyrů, křemitých keratofyrů, keratofyrů a jejich tuffů popsal Bücking (15) z Taunu; jsou někdy tak silně proměněny, že se podobají pokrývačským břidlicím. Stejného původu jsou porfyroidy na Harci a v Duryňsku dle Johnsena (16). Jistě však jsou u nás vedle křemitých keratofyrů též jejich tuffy a jiný sedimentární materiál, dále křemité porfyry a jejich tuffy přítomny, jež jsou na jiných místech Spišsko-Gemerského Rudohoří tak hojně rozšířené, jak dokazují výzkumy Schafarzikovy a analysy jím uvedené, v nichž $K_2O > Na_2O$.

Zajímavý jest v našem území společný výskyt hornin z řady alkalických magmat, jako jsou křemité keratofyry a porfyry, s horninami z řady alkalicko-vápenatých magmat ve smyslu Rosenbuschově, jako jsou gabbra a diabasy, nebo hornin skupiny atlantické s horninami skupiny pacifické ve smyslu Beckeově (17). Jest to novým důkazem, že existují „smíšené magmatické okresy", jak je Weber (18) nazývá, v nichž vyskytají se zástupci obou Rosenbuschových typů magmatických. Otázkou touto zabývají se v poslední době některé práce Erdmannsdörferovy (19), v nichž lze nalézti též některé případy s našimi analogické.

Považuji tedy celé pásmo porfyroidové za system více méně metamorfovaných křemitých porfyrů, křemitých keratofyrů, keratofyrů a jejich tuffů s přimíšeným třeba ještě sedimentarním materialem; svůj vznik děkuje celé pásmo jedné nebo více submarinním erupcím, přerušeným snad fasemi klidu.

Co se týče stáří, má Schafarzik (10) porfyroidy za mladší karbonu, snad permské, dle Böckha (3) a jiných spadá jejich erupce do doby intrakarbonského svraštění. My pokládáme v souhlasu s naší stratigrafií porfyroidy za *staropalaeozoické*, kdežto v době karbonské byly pravděpodobně metamorfovány. Podobně jsou na příkl. na Harci porfyroidy uloženy konkordantně v břidlicích středního devonu (16), v Taunu vyskytují se v spodních vrstvách Koblenzských dle Bückinga (15), v spodních devonských břidlicích dle Franckha (20), devonského stáří jsou též porfyroidy v údolí Rýnském dle Holzapfela (21) atd.

III. Pásmo diabasů a jejich tuffů (= „zelené břidlice").

Stratigrafie a petrografie.

Téměř ve všech pracích pojednávajících o našem nebo okolním území uvádějí se zelené břidlice co více nebo méně samostatný stratigrafický horizont. Při mapování našeho kraje mohl jsem rozeznati dva horizonty t. zv. zelených břidlic, z nichž spodní na mapě jest vyznačen barvou hnědou, svrchní barvou žlutohnědou. Prvý se skládá, jak níže dokáži, hlavně z příkrovů diabasových a porfyritů diabasových, druhý více z tuffů diabasových a sedimentarního materialu. Zástupce spodního horizontu

uvedu příště prostě názvem „diabasů neb pásma diabasového", členy druhého horizontu pojmenuji společným názvem „pásma chloritových břidlic". V prvém vyskytují se diabasy a diabasové porfyrity, v druhém vedle převládajících chloritických břidlic chloritické břidlice červeně pruhované nebo skvrnité, chloritické břidlice křemité, celistvé, červené břidlice a husté břidlice páskované. Oba tyto horizonty snažil jsem se i při mapování od sebe odděliti, třeba by byly v genetické souvislosti, takže přesnost tu může býti přirozeně jen přibližná.

Hlavní *pásmo diabasové* táhne se od Sturtzy přes jižní část Vogelsbergu, jihových. cíp Königsbergu, sev. úpatí Gugly na Langenberg.

Sturtz-Vogelsberg. Zde vystupují diabasy v nadloží porfyroidů, byvše stejně jako tyto podél zlomů k jihu posunuty. Sledoval jsem je od záp. úpatí Vogelsbergu směrem severových až k zlomu, za nimž sleduje v témž směru pásmo slepencové. Shledal jsem je pak opětně nad levým břehem potoka Rabenseifenského a odtud směrem na sv až k místu, kde jsou opětně zlomem přerušeny. V úzkém pruhu pokračují pak na vých. kraji naší mapy nad zdejšími porfyroidy.

Königsberg-Stadtberg. Na jv cípu prvého jest toto pásmo odkryto v lomu nad údolím Gelnice. Veškeré diaklasy jsou tu vyplněny haematitem a calcitem. Vycházejí pak opětně na záp. úpatí Königsbergu, kde místy zdají se střídati diabasy s úzkými pruhy tuffů diabasových. Na záp. úpatí vystupují diabasy mezi chloritickými břidlicemi patrně v sedle odkryté antiklinaly. V podobném uložení táhnou se pak přes jižní část Stadtbergu, kdež leží v nadloží gabbra.

Eberberg-Gugl-Langenberg. V jednotlivých zářezech vedoucích z údolí Gelnice na Eberberg a Guglu shledávám všude nejprve diabasy, podobně na cestě jdoucí z údolí Gelnice k štole Marii, u níž se zdá býti kus tohoto pásma do gabbra zapadlým nebo vevrásněným. Dále sledoval jsem diabas na cestě z Gugly přes Langenberg ku kříži, po které na 2 místech se objevuje gabbro patrně co apofysy; pak na slepé cestě vedoucí od kříže na Guglu směrem východním diabas a porfyrit diabasový směru k vsv a úklonu jjv 45°. I zde trhliny vyplněny slídou železnou. Diabas zapadá tu tedy pod gabbro. Pokračování pásma diabasového shledávám pak na Dobšinské cestě jižně od kříže, podobně záp. od štoly Zemberg.

Hopfgartenberg-Stempelscheuer: Postupujeme-li od cóty 951 na vrchu Hopfgarten směrem jv narazíme za slepencem nejprve na gabbro, pak na úzké pásmo chloritických břidlic a konečně na diabasy táhnoucí se až k Hopfgartengraben. Též v údolí Florenseifenském vystupují hlavně diabasy, které shledány také po celé cestě vedoucí z jmenovaného údolí na Stempelscheuer.

Vajcakova-Babina. Mezi oběma vrchy sledoval jsem pásmo diabasové nad údolím Gelnice. Pochůzkami z údolí jednak nahoru na Sturtzu, jednak na protilehlou Babinu a na Vajcakovu jsem shledal, že na prvé zapadávají příkře k sev., na druhých k jihu. Na Sturtzi bývají diabasy silně

porušeny. Jedná se zřejmě o antiklinalu přecházející směrem severním v synklinalu.

Pásmo chloritických břidlic. Hlavní část tohoto pásma leží konkordantně v nadloží diabasů. Táhne se přes Sturtzu a jv cíp Königsbergu na Ebersberg, dále na Guglu a Langenberg, vystupuje dále v antiklinale na Königsbergu a Stadtbergu, jz od Palzmannovy huti a v úzkém pruhu na vrchu Hopfgarten.

Sturtz-Vogelsberg. Záp. svah Sturtzy nad údolím Gelnice se skládá ve směru od Mlýnků do Krebsseifen napřed z chloritických břidlic, místy červeně pruhovaných, místy velmi hustých se vzácnými nepatrnými vložkami diabasovými. Úklon bývá tu nejprve obvyklý k jv, až před Krebsseifen jsem zjistil směr vsv-zjz s úklonem asi 80° k ssz; k sz se uklánějí pak též diabasovité horniny na $CaCO_3$ velmi bohaté dále na východ nad levým břehem Gelnice. Po celém jižním svahu Sturtzy převládají diabasy. Po cestě od Mlýnků na jz svah Vogelsbergu pozoroval jsem napřed chloritické břidlice, někdy červeně pruhované; směrem severním stávají se křemitými; podobně po cestě z Mlýnků na Sturtzu. Poblíže místa, kde se zahýbá tato cesta na hřeben Sturtzy ze směru sj směrem sv, zapadá jižně od kóty 1070 červeně páskovaná chloritická břidlice k ssz., kdežto odtud dále na sever panuje úklon k jjv. Pásmo chloritických břidlic tu tvoří synklinalu. V osamoceném ostrově vystupují chloritické břidlice s diabasy na záp. svahu Vogelsbergu a vých. svahu protilehlého Königsbergu. Celý tento ostrov jest starým dolováním tak rozrytý, že nebylo lze tu stanoviti podrobněji stratigrafické poměry. Zdá se mi však, že v severní části převládá diabas, v jižní chloritická břidlice.

Königsberg. V jz cípu vystupuje severně i záp. od Mlýnků nejprve chloritická břidlice, jíž přibývá obojím směrem na křemeni a svraštělosti. Záp. od Mlýnků jest směr zjz — vsv a úklon jjv asi 65°. Východně od ústí Biely Vody do Gelnice jest do slepence vevrásněna kra husté chloritické břidlice vzezření až diabasovitého. Nemá na svahu Königsbergu žádného pokračování a bývá až šroubovitě stočená. Břidlice hustá páskovaná přichází pak na jz cípu Königsbergu, přecházejíc na západ v chloritickou břidlici a jsouc na východ od slepenců oddělena zřetelným zlomem. Tvoří se severním pokračováním svým nadložní část antiklinaly.

Stadtberg-Hopfgartenberg. Na Stadtbergu lze sledovati pokračování chloritických břidlic antiklinaly Königsbergské. Dosti široké pásmo chloritických břidlic táhne se pak jižně od Palzmannovy hutě k Hopfgartengraben. Po cestě z Palzmannovy huti ku kříži vyskytuje se hlavně chloritická břidlice směřující skoro od v k z s úklonem asi 45° k j; někdy bývá hustá, páskovaná, zřídka vystupují i úzké pruhy diabasové. Na hlavní silnici Dobšinské vedoucí z Dobšiné do Stracené vyskytují se sev. od kříže za slepencem chloritické břidlice a červené husté břidlice. Silnice jdoucí od kříže k údolí Florenseifenskému protíná opětně chloritické břidlice, místy skoro fyllitické, pak břidlice páskované; kdežto jižní část

tohoto pruhu má úklon jjv, zapadá sev. část k sz s úhlem asi 80°; ba místy jsou břidlice téměř na hlavu postaveny, zejména poblíže gabbra. Úzký pruh chloritických břidlic zdá se táhnouti též přes Hopfgartenberg.

Eberberg-Gugl-Langenberg. Na sev. svahu Eberbergu shledávám nad cestou vedoucí z Mlýnků do Palzmannovy hutě chloritické břidlice až k pásmu diabasovému. Podobně na vých. svahu podél údolí Gelnice vystupují napřed tytéž břidlice, nabývající směrem jižním povahy křemité a svraštělosti. Místy shledány úzké vložky diabasové souhlasně s protějším svahem Sturtzy. Vystoupíme-li druhým zářezem záp. od Mlýnků z údolí Gelnice na Eberberg, shledáme napřed diabasy, pak chloritické křemité břidlice až k temeni tohoto vrchu; vých. od cóty 1022 chloritické břidlice červeně páskované, pak opětně křemité chloritické břidlice. Při styku dvou cest na jižním svahu Eberbergu leží hranice mezi gabbrem a chloritickou břidlicí, i morfologicky patrná. Úzký pruh chloritických, často červeně pruhovaných břidlic táhne se přes Guglu k Dobšinské cestě a na Zemberg. V překopu štoly Langenbergské jest též prokopána hranice mezi gabbrem a jmenovanou břidlicí; hranice odpovídá tu zjevné dislokaci a břidlice zapadá pod gabbro. Též vých. od Hopfgartengraben lze sledovati pásmo chloritických břidlic a hustých červených břidlic směrem sv přes Langenberg k Dobšinské cestě u kříže a odtud dále týmž směrem k údolí Gelnice, v němž se zdá ležeti jeho pokračování.

Dle uvedeného uložení stratigrafického *pokládám tedy pásmo diabasů a tuffů diabasových* za mladší pásma porfyroidového a slepencového, ale za starší karbonu, uloženého na Birkelnbergu diskordantně v jeho nadloží; tedy za *staropalaeozoické.*

Petrografie.

Upustím v tomto oddílu svého pojednání hned od počátku od starého a pohodlného, obvyklého názvu „zelených břidlic" a uvedu členy tohoto pásma pod jménem, jaké jim dle genese přísluší, hledě současně jich vznik objasniti a názvy zavedené odůvodniti.

Diabasy bývají makroskopicky buď zrnité neb břidličnaté, někdy i poněkud porfyrické (porfyrity diabasové); bývají barvy světle až tmavě zelené. Jsou-li silně stlačeny a zbřidličněny, nabývají podoby chloritických břidlic.

Původní struktura mikroskopická bývá metamorfosou skoro úplně zmařena a místo její nastupuje zpravidla struktura krystalloblastická, jak vyskytá se u krystallických břidlic. Tím důležitější jsou vzácné výjimky, kde jsem mohl zjistiti reliktní strukturu diabasovou hlavně v podobě lištnatého vývoje plagioklasů nebo blastofyrickou strukturu, při níž basické živce vystupují co větší idioblasty, svědčíce o tom, že vedle diabasů tu přicházejí metamorfované diabasové porfyrity jako místní strukturní facie příkrovů diabasových.

Diabasy a jejich porfyrity obsahují hlavně epidot, chlorit, živce,

křemen, aktinolith a kalcit; vedle toho magnetit, haematit, titanit, rutil, sericit a turmalin co součástky akcessorické.

Epidot. Jest po většině opt. záporný, náležeje pistacitu, řídčeji patří k opticky + klinozoisitu: Též zoisit bývá zastoupen v sloupečcích bezbarvých a slabě dvojlomných. Vyskytá se v isometrických zrnech neb aggregatech zrn někdy velmi nepatrných rozměrů, jindy ve větších krystallech. Zřídka pozoroval jsem dvojčetný srůst na klinozoisitu dle $\infty \bar{P}\infty$ (100), při němž dvojčata zhášejí skoro současně, neboť směry zhášení v obou jedincích dvojčetně srostlých svírají mezi sebou nepatrný úhel.

Interferenční barvy bývají nepravidelné a vzhled mezi + nikoly skvrnitý následkem nepravidelného prorůstání různých členů řady epidotové. Na větších krystalech, ukazujících též zřetelný osní obrazec s rovinou os opt. $\perp$ na trhlinách štěpných, jest pleochroismus velmi intensivní $\parallel$ a čirý, $\parallel$ b žlutozelený, $\parallel$ c intensivně čížkově zelený. Množstvím svým převládá někdy epidot nad ostatními součástkami, jindy opětně jest velmi sporý.

Chlorit vyskytá se v nepravidelných lupéncích. Nejeví téměř žádného dvojlomu, nebo jest tento velmi nízký. Zřídka bývá dvojlom poněkud silnější a pleochroismus zřetelný žlutavý-zelený. Zdá se mi, že množství jeho stoupá v stejném poměru s epidotem, což by mohlo poukazovati na společný jejich původ.

Živce. Zpravidla zastoupen albit v individuích dvojčetně lamellovaných neb bez dvojčatění. Je-li lamellován, dá se lehce dle úchylky zhášení a lomu světelného určiti. Bývá bezbarvý a velmi čerstvého vzhledu. Někdy jest protažen v kataklastické pruhy zrn, jindy bývá velmi drobný, jindy opětně prozrazuje porfyrickou strukturu původní horniny, vystupuje co vrostlice dvojčetně rýhovaná dle zákona albitového po příp. i periklinového. Zřídka přítomny basičtější živce řady labradoritové. Vzácný lištnatý vývoj basických živců považuji za palimpsestní strukturu prozrazující diabasový původ horniny.

Křemen vyskytá se v zrnech a bývá někdy obklopen kalcitem. Aggregaty křemene a kalcitu jsou druhotného původu, někdy patrně vůbec nenáležejí původní hornině, vyplňujíce co cizí součástky trhliny.

Kalcit bývá dvojčetně lamellovaný a je v některých horninách dosti hojný. Jest asi podobně jako větší část křemene druhotného původu, vzniknuv při proměně nerostů obsahujících $CaCO_3$, hlavně basických živců.

Aklinolith vyskytuje se někdy v podobě jemných vláken nebo jehlic, jež činí v jednom případě do individuí albitových a křemenných.

Akcessorické součástky. Magnetit bývá dosti hojný a vyskytá se též na trhlinách, podobně jako haematit. Tento může způsobiti též červené pruhování neb zbarvení horniny. Vzácněji přichází sericitická slída, titanit, rutil, leukoxen a turmalin.

Chemické analysy diabasu a příbuzných hornin.

	Původní analysy				Molekularní procenta				Hodnoty Osannovy a Grubenmannovy		
	1	2	3		1	2	3		1	2	3
SiO_2	44·55	44·28	44·82	SiO_2	50·58	49·59	51·4	S	50·58	49·59	51·4
TiO_2	neurčen	0·93	2·38	Al_2O_3	15·42	12·08	13·1	A	2·87	4·22	3·3
Al_2O_3	23·08	18·72	20·18	FeO	10·31	12·66	6·6	C	10·83	7·86	9·8
Fe_2O_3	6·47	4·01	3·47	CaO	10·83	8·88	12·9	F	20·30	26·25	22·4
FeO	5·08	10·24	4·04	MgO	9·99	12·57	12·7	M	—	1·02	3·1
CaO	8·90	7·55	10·82	K_2O	0·23	0·52	1·0	T	1·72	—	—
MgO	5·87	7·64	7·84	Na_2O	2·64	3·70	2·3	K	0·85	0·74	0·8
K_2O	0·33	0·74	1·30	Součet	100·00	100·00	100·0	Hodnoty projekční dle Osanna			
Na_2O	2·40	3·49	2·03	Vzorce hornin.							
CO_2	2·92	0·67	—	1. $a_{1·5}\ c_{6·5}\ f_{12}\ k_{0·85}$				a	1·5	2	2
H_2O	1·06	1·75	3·61	2. $a_2\ c_4\ f_{14}\ k_{0·74}$				c	6·5	4	5·5
Součet	100·66	100·02	100·49	3. $a_2\ c_{5·5}\ f_{12·5}\ k_{0·8}$				f	12	14	12·5

1. Analysa diabasu („zelené břidlice") z jižního svahu Stadtbergu, vykonaná p. assistentem A. Jílkem. V rubrice H_2O uvedena tu vlastně ztráta žíháním po odečtení CO_2.

2. Analysa stlačeného diabasu. Rauental v Taunu. (22.)

3. Analysa epidoticko-chloritické břidlice z Fionnay, Val de Bagne, Wallis (13, str. 99). Zde v rubrice H_2O obsažena voda prchající pod i nad 110° C.

Při rozpočtu analys dle Osanna a částečně Grubenmanna zanedbány CO_2 a H_2O; Fe_2O_3 přepočten na aequivalentní FeO, TiO_2 připočten k SiO_2.

Náš analysovaný diabas č. 1 pochází z antiklinaly Stadtbergské. Makroskopicky jest velmi jemnozrnný, barvy zelené a málo břidličnatý. Mikroskopicky shledal jsem v něm hojný epidot, chlorit, něco sericitu, albit, křemen a akcessoricky magnetit a haematit. Ve srovnání s analysou patří MgO hlavně chloritu, CaO epidotu, Na_2O albitu, K_2O sericitu, Al_2O_3 epidotu + chloritu, albitu a sericitu, SiO_2 těmže a křemeni, Fe_2O_3 po případě FeO epidotu, magnetitu, haematitu a část chloritu. Přebývá zejména něco Al_2O_3. Z obou dalších analys, uvedených za účelem srovnávacím, jakož i z rozpočtu jejich dle Osanna a Grubenmanna vysvítá nejprvé zjevná příbuznost naší horniny s epidoticko-chloritickou břidlicí z Val de Bagne ve Wallisu (analysa 3.). Tato náleží podobně jako i naše hornina do 4. skupiny Grubenmannových krystallických břidlic a to do čeledi epidoticko-chloritických břidlic s převládajícím albitem, chloritem a epidotem. Členy této skupiny vznikly dle Grubenmanna proměnou eruptivních hornin neb tuffů rázu diabasového. Chemická i genetická příbuznost naší horniny se stlačeným diabasem z Rauentalu v Taunu vysvítá

z analysy 2. Tlakem bylo tu těleso diabasové rozděleno dle zlomů v kry, které navzájem proti sobě byly posunuty (22.). Mezi dvěma krami vznikla jednak břidličnatá struktura diabasů, jednak tyto překrystalovaly, takže větší partie zrnitého diabasu jsou obklopeny diabasem břidličnatým. Kdežto prvé mají zřetelnou ofitickou strukturu a jsou složeny hlavně z augitu a basického plagioklasu, druhé postrádají následkem překrystalování této struktury za současné proměny augitu v aktinolit, vedle něhož vystupuje chlorit, živce, křemen a něco uhličitanů, epidotu a titanitu. Proměnu diabasů, kterou v malých rozměrech pozoroval a popsal Milch na diabasech taunských, lze tím spíše přirozeně očekávati a sledovati ve velkém v pohořích, jako jsou Alpy nebo Karpaty, vystavených kolikerému tlaku při pohybech orogenetických.

Jest tedy analysovaná hornina, pocházející ze Stadtbergu, diabasem metamorfovaným. S ní pak jsou vůbec veškeré členy námi vyznačeného pásma diabasového metamorfovanými diabasy, po příp. při reliktní porfyrické struktuře *metamorf. diabasovými porfyrity.*

Pásmo chloritických břidlic:

S pásmem diabasovým v těsné a namnoze přechodní spojitosti jsou chloritické břidlice. Makroskopicky vystupují lupénky chloritové, obalující ostatní součástky a dodávající hornině zeleného zbarvení. Značnějším přistoupením haematitu vznikají chloritické břidlice červeně pruhované nebo skvrnité; přibýváním křemene křemité chloritické břidlice.

Mikroskopicky skládají se hlavně z chloritu, sericitu, po příp. křemene, k nimž přistupuje haematit, zejména v místech již makroskopicky červeně zbarvených a něco epidotu. Na jižním úpatí Sturtzy nabývají zvláštního vzhledu zelenošedého a obsahují mnoho calcitu; čočky sekundarního vápence tu bývají obklopeny chloritem a křemenem. *Dle těsné geologické spojitosti s diabasy, dle struktury a složení považuji tyto břidlice z části za proměněné diabasy, z větší části za tuffy diabasové.*

K těmto horninám druží se *červené břidlice*, jež dle mikroskopického zkoumání se skládají z vlnitých, hustě sestavených proužků sericitických a křemene; prozrazují dle vzezření, struktury a složení svou sedimentarní povahu; *považuji je za metamorfované sedimenty.*

Velmi zajímavé jsou pak *zelenošedé a červenofialově pruhované břidlice celistvé*, vyskytující se místy mezi chloritickými břidlicemi nebo červenými břidlicemi. Dle mikroskopického výzkumu střídají se tu proužky materiálu, odpovídajícího celkem chloritickým břidlicím s materialem, z něhož složeny dříve uvedené červené břidlice. Světlé pruhy zelenošedé skládají se z rozložených živců, sericitu, chloritu, drobných zrn křemenných a kalcitu, tmavší proužky hlavně ze sericitu, křemene a haematitu. Ve výbrusech ale jeví se v těchto břidlicích krásná, takřka mikroskopická tektonika, jsouť složeny v malé vrásky v čáře sedlové často roztržené. Podél těchto trhlin vznikají druhotné nerosty, povstávají mikroskopické přesmyky a vržení. Červenavá barva tmavých pruhů pochází od haematitu.

Odpovídají tedy pruhované břidlice střídavým vrstvám tuffovitého a pravého sedimentarního materialu.

Vznik a stáří pásma diabasů a jejich tuffů.

Horniny pásma diabasového jsou metamorfované diabasy a diabasové porfyrity. Basické plagioklasy původně v diabasech obsažené byly proměněny ve hmotu albitovou, a v zoisit (epidot); při tom mohlo vzniknouti též něco volného kalcitu a křemene; z augitu a molekul anorthitových vznikly aktinolit a zoisit, po příp. chlorit. Albit jest přímo typickým živcem oblastí, jež byly podrobeny dynamometamorfose, a typickou, na úkor basických plagioklasů vzniklou součástkou chloritických a amfibolitických břidlic, vzniklých z dynamometamorfovaných diabasů, na př. v zelených břidlicích alpských (23). Často společný výskyt titanitu a aktinolitu poukazuje na vzájemný účinek hmoty anorthitové, uvolněné proměnou basických plagioklasů, a ilmenitu původně v hornině obsaženého; vznikly z nich jednak titanit, jednak amfibol. Protažením porfyrických individuí živcových vzniklo místy světlé pruhování, poukazující na původní diabasové porfyrity. Extremním vývojem metamorfosy vznikají z diabasů a jejich tuffů břidličnaté horniny, složené hlavně z chloritu, albitu a křemene, k nimž přistupuje někdy dosti kalcitu. Mezi tuffy diabasovými zdají se býti uloženy pravé sedimenty, složené hlavně ze sericitu a křemene.

Dnešní struktura hornin pásma diabasů a chloritických břidlic vznikla hlavně tlakem při pohybech orogenetických, částečně snad i kontaktní metamorfosou, vycházející od batholitu gabbrového. Dynamometamorfosou povstávají co částečný produkt proměny diabasové albit, kontaktní metamorfosou basické plagioklasy; tak dokazuje Erdmannsdörfer (24.) na Harci i jinde. U nás převládají albity co svědci dynamometamorfosy. Naše pásmo t. zv. „zelených břidlic" patří dle kombinace nerostné chlorit — epidot (zoisit) — albit, po příp. aktinolit a titanit do Beckeovy (25) svrchní skupiny metamorfosy, v níž kombinace a vznik nových nerostů jest ovládán zákonem objemovým, dle kterého součet molekularních objemů součástek obsažených v krystallické břidlici jest menší nežli součástek původní horniny eruptivní. Metamorfosa našich hornin jest neobyčejně podobna přeměně t. zv. zelených břidlic v Taunu, Milchem (26) důkladně popsané.

Vyskytují-li se dnes členy pásma diabasů a jejich tuffů v nejrůznějších podobách více nebo méně břidličnatých, liší-li se navzájem často i nerostným složením, připomínají-li místy povahu sedimentární, nemůže nás to překvapiti vzhledem k tomu, že *celá tato serie* nevznikla z tělesa původně jednorodého, nýbrž z *podmořských příkrovů diabasových, na něž se ukládaly mocné vrstvy tuffové; doby erupční, za nichž vznikaly tuffy, byly přerušeny dobami klidu, v kterých povstaly vložky sedimentů*, jak jsme je nahoře popsali. Vzácně jen prozrazují horniny reliktní strukturou diabasovou neb tuffovou svůj původ.

Hauer (2) považuje naše „zelené břidlice" za devonské, neboť bývají uloženy pod karbonem; upozorňuje též na mnohé analogie s devonskými horninami na vých. kraji Sudet. Podobné stáří uvádí Voit (4), Bartels (5), Böckh (27), Illés (8) a j. I dle naší stratigrafie jest možno a *pravděpodobno, že diabasy a jejich tuffy vznikly* jako nejmladší členy našeho pásma staropalaeozoického *v mladším devonu*, jenž na četných místech střední Evropy jest vyvinut ve facii diabasové, po příp. tuffové. Podobné stáří by souhlasilo též s pravděpodobnými stopami staropalaeozoické flory pásma slepencového v podloží diabasů a porfyroidů.

IV. Gabbro.

Stratigrafie a petrografie. Ku gabbru čítám metamorfované horniny, jež jeví dnes ráz více méně amfibolitický. Náležejí rozsáhlému intrusivnímu batholitu, jenž pouze místně byl zbaven denudací pláště, který původně jej pokrýval, a táhne se daleko na východ od našeho území. V naší krajině vystupuje ve dvou pruzích, mezi nimiž umístěn kus pásma staropalaeozoického. I v tomto se vyskytuje gabbro ojediněle, co apofysy vybíhající z velkého batholitu.

Severní pruh gabbrový táhne se ze záp. úpatí *Königsbergu* směrem jz přes Stadtberg na Hopfgartenberg. Na Königsbergu jest gabbro od sev. slepenců odděleno potokem, po jehož levém břehu se dá sledovati; jižně se k němu přikládá pásmo zelených břidlic, jež jest od něho odkloněno. Na Stadtbergu vstupuje gabbro na jednom místě až do údolí Gelnice, odtud bylo sledováno směrem severním až k hranici slepencové. Bývá tu velmi jemnozrnný, někdy střídáním pásků amfibolových a živcových pruhovaný. Přibýváním živců stává se světlejším. Na východním svahu nad údolím Bielé Vody bylo v něm dolováno, patrně na měděné rudy. Na záp. svahu poblíže zlomu tu procházejícího bývá silně pohmožděn. S pokračováním setkáváme se pak na cestě od Palzmannovy hutě k Dobšinské Masse, na cestě Dobšinské, kdež bývá velmi jemnozrnný; na cestě od kříže na Hopfgartenberg jest jemně zrnitý, místy velmi dislokovaný. Dále byl shledán při pochůzce od kóty 951 na Hopfgartenbergu směrem jv; nevyskytuje se však již na Stempelscheuer, jsa patrně ukončen zlomem, procházejícím mezi Hopfgartenberg a Stempelscheuer.

Jižní pruh gabbrový vystupuje hlavně na Gugle. Tak sev. od štoly Marie, sev. nad kótou 998·7, po cestě vedoucí od kříže přes Guglu na Eberberg a po hlavní cestě Dobšinské. Severní hranice gabbra určeny při pochůzkách v jednotlivých zářezech z údolí Gelnice směrem jižním na Guglu. Na Eberbergu náhle přestává gabbro, takže jest tu pravděpodobně zlomem na mapě naznačeným odříznuto, majíc ovšem v hloubce své pokračování na východ. Vzácněji objevují se v gabbru tektonické kry nebo vevrásněné kusy pásma diabasového. Mimo to bylo gabbro zjištěno ve všech překo-

pech četných štol, otevřených v gabbru za účelem dobývání železných, měděných, kobaltových a niklových rud. Apofysám gabbrovým zdají se náležeti výskyty na sev. úpatí Gugly naproti Königsbergu, na slepé cestě od kříže vých. na Guglu a na cestě od kříže směrem jv na Guglu. Ojediněle vyskytují se gabbrovité horniny v údolí Gelnice mezi Sturtzou a Babinou. Vystoupení gabbra mohlo by tu souviseti s antiklinalou pásma diabasového v čáře sedlové roztrženou, takže se tu lehce mohlo dostati magma gabbrové do vyšších poloh.

Metamorfované gabbro má makroskopicky vzezření amfibolitu; bývá buď břidličnaté nebo vzácněji plástevnaté nebo zrnité. Pouhým okem zpravidla lze rozeznati již amfibol a živec ; převládá-li první, jest gabbro barev tmavších, přibývá-li živců, jest barvy světlejší. Někdy střídají se pásky složené hlavně ze živců s pruhy amfibolovými. Poblíže dislokací a žil rudních vystupuje též makroskopicky křemen.

Struktura mikroskopická bývá obyčejně granoblastická neb poikiloblastická. Někdy skupiny tabulovitých živců a amfibolů poukazují co reliktní struktura na povahu gabbrovitou.

Mikroskopicky shledal jsem v četných výbrusech gabbrových amfibol zelený, modravý a hnědý, aktinolit, saussuritované plagioklasy (zoisit-epidot), nehojný orthoklas, mikroperthit, křemen, kalcit, biotit, chlorit; akcessoricky granát, skapolith, zirkon, rutil, titanit, leukoxen, ilmenit, pyrit, magnetit, haematit a chalkopyrit.

Amfibol. Hojně jest zastoupen amfibol zelený, silně pleochroický $\parallel$ c zeleně, $\parallel$ a žlutavě, b $\parallel$ žlutozeleně, při čemž $c > b > a$. Jest opt. negativní a $c : c$ v řezech přibližně vertikalných 14—18°; disperse jest $v > \rho$. Někdy se objeví $\parallel$ c poněkud modravý ton, připomínající na glaukofan, od něhož však se liší zelený amfibol uvedeným větším úhlem zhášení. Bývá většinou zachovalý, místy však se mění v chlorit a epidot po příp. zoisit za vylučování kalcitu a železných rud na trhlinách; někdy uzavírá též apatit a zirkon; v jednom případě též krystall živcový. Vedle zeleného amfibolu vyskytuje se tu též namodralý s prvým nepravidelně srostlý; jeví též stejnou absorpci, pouze $\parallel$ c jest barvy modré. Na mnohých místech zdá se, že vzniká ze zeleného amfibolu, při jehož krajích se zpravidla vyskytuje. I hnědý amfibol jsem našel s absorpcí $c = b > a$, a to $\parallel$ c hnědý, $\parallel$ b hnědý, $\parallel$ a nažloutlý; měnívá se v zelený, stébelnatý amfibol, jak to bývá v gabbrech vůbec častým zjevem. Někdy kompaktní amfibol zelený jest zastoupen aktinolitickým v aggregatech stébelnatých až vláknitých s absorpcí $c > b > a$, jaké vznikávají z pyroxenu. I tento amfibol měnívá se v chlorit za vylučování titanitu a hojného epidotu.

Živce bývají většinou proměněny v saussuritickou hmotu, vzácněji jest ještě původní dvojčatné lamellování bývalých plagioklasů zachováno. Při saussuritisaci vznikají hlavně epidot, zoisit a muskovit. Epidotu bývá více nežli zoisitu, neboť sousední amfibol mohl poskytnouti dostatek Fe k vytvoření prvého. Proto také bývají živce na krajích, kde se stýkají

s amfibolem, obklopeny zrny a sloupečky epidotovými; i původní železné rudy mohly býti částečně spotřebovány na vytvoření hmoty epidotové. Kdežto sloupečky zoisitové bývají čiré, jeví epidoty zřejmý pleochroismus; mezi oběma leží jakási základní hmota odpovídající zbytkům plagioklasovým. Ca O potřebný pro vznik epidotu a zoisitu pochází jednak ze hmoty plagioklasové jednak z proměny původních pyroxenů, po příp. z chloritisace amfibolů. Epidotisace živců a chloritisace amfibolu jsou v přímém poměru. Velmi podrobně pojednal o saussuritisaci živců vůbec C a t h r e i n (28). Při proměně živců vzniká též něco křemene, aktinolithu a muskovitu; tento rovnoběžně s dvojčetným rýhováním. Lze sledovati veškerá stadia proměny v saussurit od onoho, kdy ještě z části jest hmota živcová zachována a lamellována, až k úplnému jejímu zániku.

Zajímavý jest výskyt druhotného mikroperthitu o nepravidelných obrysech; obklopuje na jednom místě několik jedinců plagioklasových. Tyto jsou uvnitř proměněny v aggregat lupínků muskovitických, zrn kaolinových, v epidot, zoisit a kalcit, který svědčí o basické povaze těchto uzavřenin, kdežto nepravidelný, korrodovaný okraj bývá vzhledu čerstvějšího a zřetelně většího lomu světelného nežli okolní hmota mikroperthitická. Tato bývá dosti čerstvá a vznikla na úkor popsaných plagioklasů, jež co zbytky této proměny obaluje. Zákonité orientace individuí plagioklasových k mikroperthitu není.

Mimo saussuritované živce basičtější vystupují též živce čerstvého vzhledu, často i nelamellované a původu patrně sekundarního, mladšího. Náleží albitu dle optického chování. Vzácněji vyskytuje se ojedinělý orthoklas. Vývoj plagioklasů jest někdy tabulovitý, jak to bývá v gabbrech.

Křemen. Vyskytá se v aggregatech zrn ozubených a navzájem do sebe zasahujících neb v partiích dlažebně struovaných. Individua křemenná zhášívají undulosně a bývají na krajích rozdrcená. Někdy zdá se křemen přímo zatlačiti a prostupovati krystaly živcové, zasahuje do nich svými výběžky nebo uzavíraje části jejich; bývá tu provázen rudami a jest pak zřejmě cizí, později do horniny vniklou součástkou, vyplňující též trhlinky v hornině. Mimo to vzniká křemen při proměně amfibolu a živců za současného vylučování kalcitu. Takový křemen můžeme viděti často mezi produkty saussuritické proměny živcové. Charakterický pro větší část křemene bývá doprovod rudami, s kterými se patrně současně dostal do horniny co cizí součástka. Podobně v břidličnatých amfibolech alpských povstalých z gabber jest křemen cizí součástkou dle H e z n e r o v é (29). Téměř veškerý křemen našich gabber jest tedy původu buď druhotného, vzniknuv při proměně jiných nerostů, nebo cizího, dostav se teprve v pozdějších dobách, kdy vznikly žíly rudní, do horniny. Nepovažuji jej dle toho za podstatnou součástku našich gabber, třeba by v některých partiích byl dosti hojný.

X.

Kalcit vznikl hlavně při proměně pyroxenů a basických plagioklasů; nebývá hojný.

Biotit našel jsem pouze v jediném výbruse; ‖ *s o* P jsou v něm zarostlé sloupečky apatitové.

Chlorit povstává hlavně proměnou amfibolu. *Granát* shledán vzácně v krystallech; bývá propleten zeleným penninovitým chloritem o velmi nízkém dvojlomu, interferenčních barvách nanejvýše temně modrých a povaze jakoby jednolomné. Pennin povstal tu proměnou granátu. V amfibolitech alpských již dříve uvedených mění se granát nejprvé v biotit a tento v chlorit (29).

Skapolith. V jednom případě jsem pozoroval pěkné skapolitování plagioklasů. Tyto měnívají se ‖ s polysynthetickým srůstem v bezbarvý sloupkovitý nerost jednoosý a opt. negativní, jehož průřezy vykazují ‖ *c* zřetelné štěpné trhliny dle ∞ P ∞ (100). Zřídka objeví se též optická anomalie, že v konv. polar. světle interferenční kříž se rozevírá. Jest to skapolith, jenž měnívá se zase někdy v hmotu muskovitou neb zoisitu podobnou. Lze sledovati celou řadu stadií postupné proměny živců ve skapolith, jímž probíhají někdy ještě stopy po dvojčatném rýhování plagioklasů. Skapolith jest v gabbrech velmi častým hostem, známý zejména z metamorfovaných gabber a diabasů v sousedství apatitových žil norských, kde gabbro přímo přechází v horninu skapolitho-amfibolovou.

Zirkon nalezen ve větších krystalech zarostlých do amfibolu; v basalních řezech objevují se zřetelné štěpné trhliny dle plochy ∞ P (110). *Rutil* bývá dvojčetně srostlý dle P ∞; vznikává při proměně diallagu a amfibolu v metamorfovaných gabbrech velmi často (30). *Titanit* vyskytá se ve větších zrnech neb krystalech; mívá jádro ilmenitové, někdy na povrchu nebo dle štěpných trhlin se mění v leukoxen. *Ilmenit* bývá buď úplně zachovalý nebo obklopený krajem titanitovým, jenž na jeho úkor vznikává; někdy se mění v leukoxen. *Pyrit* vystupuje v keříčkovitých skupinách a krystalech obyčejně v okolí větších křemenů. Též *magnetit* a *haematit* bývá někdy dosti hojný; chalkopyrit shledal jsem zejména na trhlinách gabbrových. V o i t (4) uvádí též pochybný *fluorit.**)

Analysa gabbra z Gugly.

K analyse byl vybrán kus takového „amfibolitu", jaký bývá v našem území téměř všeobecně rozšířen, takže nepochybuji, že by nové analysy vzorků z jiných míst, ovšem účelně vybraných, byly úplně souhlasné s níže uvedenou, provedenou opětně p. assist. A. Jílkem. Vzorek analysovaný

---

*) Laskavostí p. prof. dra. B e c k a mohl jsem ve Freiberce prohlédnouti celý material V o i t ů v a vypůjčiti si příslušné výbrusy hornin, začež jsem mu povděčen. Prohlídkou jsem tu zjistil, že V o i t o v y chloritické břidlice ležící mezi Dobšinským potokem a jižní hranicí batholitu gabbrového patří k naší skupině diabasů a jejich tuffů; podobně též jeho zelené břidlice, ač část těchto (pruh jz od Palzmannovy hutě) náleží našemu pásmu slepencovému.

pochází z Gugly vých. od kry karbonské z cesty vedoucí z Gugly na Ebersberg.

	1.		2.		3.
$Si O_2$	46·67	$Si O_2$	49·82	S	49·82
$Al_2 O_3$	15·59	$Al_2 O_3$	9·79	*A*	2·14
$Fe_2 O_3$	3·15	Fe O	11·58	*C*	7·65
Fe O	10·19	Ca O	14·24	*F*	30·60
Ca O	12·45	Mg O	12·43	*M*	6·59
Mg O	7·76	$K_2 O$	0·92	*T*	—
$K_2 O$	1·35	$Na_2 O$	1·22	*K*	0·85
$Na_2 O$	1·19	Součet	100·00	Projekční hodnoty Osannovy.	
$C O_2$	1·31	Vzorec horniny.		*a*	1·06
Ztráta žíháním*)	0·72	$s_{50}\ a_1\ c_4\ f_{15}\ k_{0·85}$		*c*	3·79
Součet	100·38			*f*	15·15

1. Původní analysa.

2. Molekularní procenta; při přepočítání převedeno $Fe_2 O_3$ na aequivalentní množství Fe O a zanedbány obsah CO_2 a ztráta žíháním.

3. Hodnoty skupin Osann-Grubenmannových.

Analysovaný „amfibolit" obsahuje dle mikroskop. zkoumání co hlavní součástky zelený a modravý amfibol, aktinolitický amfibol, saussurit (epidot-zoisit), albit, nehojný orthoklas, akcessorický haematit a magnetit.

Dle chemické analysy nutno nejprvé konstatovati, že analysovaná hornina není ani neutralní ani kyselou, nýbrž dle $Si O_2 < 52\%$ *basickou* horninou. Svědčí-li nízké *a* o skrovnějším počtu živců vůbec a kyselejších zvláště, pak nasvědčuje vyšší *c* podstatnému zastoupení molekul anorthitových, kdežto vysoké *f* a nízké *k* potvrzují basickou povahu horniny. Vzorec její vypočtený dle Osanna a částečně Grubenmanna souhlasí *úplně* s Osannovým typem *gabbrovým* Keweenaw (31) ve všech svých komponentách, pro nějž uvádí Osann vzorec $s_{50}\ a_1\ c_4\ f_{15}\ k_{0·85}$, tedy totéž, co vychází z našeho rozpočtu. Vzhledem k namnoze krystallickému vývoji patří naše „amfibolity" do 4. skupiny krystallických břidlic Grubenmannových, v níž spojeny eklogity a amfibolity vzniklé hlavně z gabbroidních a basických dioritických magmat. V téže skupině uvádí Grubenmann (13. p. 99) analysu a vzorec epidotického glaukofanitu $a_{1·5}\ c_{3·5}\ f_{15}\ k_{0·9}$,

*) po odečtení CO_2.

vzorci našemu podstatně podobný. Příbuzný vzorec uvádí Tannhäuser (32) pro gabbro z pruhu gabbrového u Neurode $s_{51\cdot32}\, a_1\, c_{3\cdot5}\, f_{15\cdot5}\, k_{0\cdot91}$.

Jest tedy dle chemické analysy a jejího rozpočtu „amfibolit" naší krajiny metamorfovaným gabbrem.

Vznik a stáří metamorfovaného gabbra.

Batholith gabbrový Spisško-Gemerského Rudohoří má za sebou již celou rozsáhlou literaturu a obdržel od různých autorů nejrůznější názvy, aniž se přihlédlo náležitě k jeho chemické povaze, která jedině může přesněji původní povahu metamorfovaných hornin k batholithu náležících rozluštiti. Zajímavo, že právě v nejstarších spisech nalézáme správné pojmenování „gabbro", kdežto v pozdějších pojednáních většinou se uvádí tento gabbrový massiv co „diorit". Tak na př. Beudant (33) užívá již r. 1822 pro Dobšinskou intrusivní horninu názvu „gabbro", podobně Andrian (34), jenž uvádí co součástky gabbra diallag (= asi hnědý amfibol!) a saussurit, dále Feller (35) a Zeuschner (36); tento čítá ku gabbru i „zelené břidlice" a přivádí gabbro správně v genetickou souvislost se serpentinem Dobšinským. Naproti tomu Roth (37) užívá názvu „křemitý diorit augitický", uváděje co součástky jedné variety dobšinského dioritu na Zembergu též augit a diallag; dle podrobného popisu zdá se býti určení jmenovaných součástek, pro genesi batholithu gabbrového velmi důležité, skutečně správným; bohužel jsem nemohl naleziště Rothem uvedené znovu zjistiti. Týž autor uvádí křemen též co sekundární příměs. Nagy (38) jmenuje naše gabbro „dioritem křemitým i bezkřemenným", Stur (9) uvádí analogické horniny z okolí Gelnice co diorit ve spojení s amfibolitem a serpentinem. Posewitz (39) navazuje na studie Sturovy považuje Dobšinskou horninu hlubinnou za křemitý diorit a upozorňuje na velké kolísání v struktuře i poměru součástek, jakož i na částečně sekundární povahu křemene. Voit (4) podává pěkný mikroskopický popis gabbra Dobšinského, rozeznávaje tu však řadu přechodů od dioritu k amfibolickému granititu. Konečně Bartels (5) v nejnovější době uznává pro „zelenokam" vých. od našeho území až k městu Gelnici správným název křemitý diorit, uváděje co přechody mezi křemitým porfyrickým dioritem a holokrystalinním dioritem slídnatý diorit a křemitý slídnatý diorit. Uznává však též, že v jeho dioritech někdy křemen úplně schází a že mu nebylo lze rozeznati křemene primarního od infiltrovaného.

Jak z uvedené chemické analysy a jejího rozpočtu vysvítá, povstala amfibolitická intrusivní hornina Dobšinská proměnou z gabbra, snad i olivinického. Křemičitany hořečnaté a železnaté (tedy pyroxen a po příp. olivin) a vápenaté křemičitany (v plagioklasech) původního gabbra překrystalovaly jednak v amfibol a epidot po příp. zoisit za výluky železnatých rud (hl. magnetitu) a rutilu, vzácněji v granát, kdežto zbývající sodnaté křemičitany byly vyloučeny co albit a zbývající $Si\,O_2$ co křemen.

V o i t (4) určil v několika vzorcích pocházejících z našeho batholitu gabbrového obsah $Si O_2$ a shledal, převládá-li amfibol 43·56% až 46·06% $Si O_2$, při stejném množství amfibolu a živce 49·34% $Si O_2$, převládá-li živec 51·06% $Si O_2$ a teprvé při podstatném přibývání křemene zjistil 65·56 až 73·60% $Si O_2$. I z těchto údajů vysvítá, že typické horniny našeho batholithu gabbrového, složené hl. z amfibolu a živců s převahou toho neb onoho jsou *basické* horniny, obsahujíce $Si O_2 < 52\%$, nikoliv neutralní neb kyselé jako diority. Toto stanovisko nutno při pojmenování v první řadě akcentovati, jak to učinil již O s a n n (31, str. 426) ve své studii o definici gabbra a dioritu a B r ö g g e r (40) ve svých vynikajících spisech petrografických. Místní stoupání SiO_2 nutno přičísti pozdější impregnaci našich „amfibolitů" hmotou křemennou při cirkulaci thermalních vod, obsahujících v sobě rozpuštěný $Si O_2$; přístup jejich nebyl v batholitu gabbrovém zajisté omezen pouze na místa, kde dnes nalézáme rudní žíly s množstvím křemene, nýbrž působily i na okolní partie hmoty gabbrové přivádějíce $Si O_2$. *Nepřihlížíme-li tedy k nahodilému a sekundárnímu většímu procentuálnímu množství $Si O_2$ v některých kusech našeho amfibolitu, sledujíce spíše genesi a geologický vývoj celku, musíme nazvati Dobšinskou hlubinnou horninu gabbrem nebo gabbroamfibolitem vzhledem k dnešní podobě*; k tomu poukazuje též úzká spojitost batholitu gabbrového se serpentinem (snad původně peridotitem) u Dobšiné i j. Ani cizí, později přivedený křemen, ani strukturní a mineralogické místní nestálosti, jak bývají skoro ve všech massivech gabbrových pozorovány, nesmějí nás pohnouti k tomu, upustiti od názvu „gabbra" pro náš geologicky jednotný batholith.

Poměr gabbra k t. zv. „zeleným břidlicím".

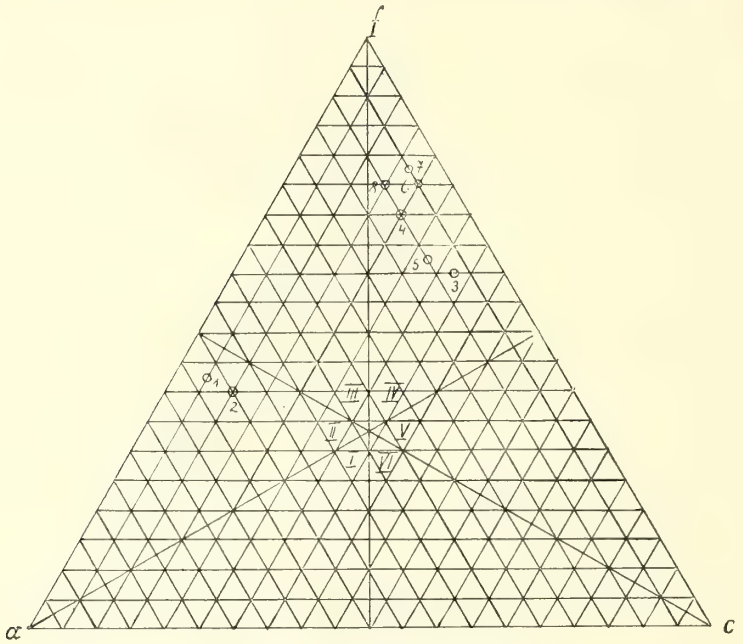
V dříve jmenovaných pojednáních o gabbru Dobšinském Z e u s c h n e r, B e u d a n t považují gabbro a „zelené břidlice" za celek a strukturní variety, S t u r vidí v okolí Gelnice přechody mezi dioritem — amfibolity — serpentinem — zelenými břidlicemi; A n d r i a n a H a u e r naproti tomu považují tyto za samostatná tělesa. P o s e w i t z je spojuje co dioritické břidlice s „dioritem" pro petrografickou povahu, V o i t shledává chemickou i petrografickou příbuznost „zelených břidlic" a „dioritu" po příp. amfibolického granititu". B a r t e l s uvádí genetickou souvislost mezi „zelenokamem" a „zelenými břidlicemi" vých. od našeho území na základě mikroskopických a makroskopických přechodů.

Uvádějí-li někteří autorové, že nelze místy stanoviti hranici mezi gabbrem a „zelenými břidlicemi", podotýkám, že jsem tak při svém mapování neshledal, nýbrž mohl se vždy rozhodnouti, mám-li zanésti diabasy po příp. jejich tuffy (= „zelené břidlice") nebo gabbro. Mapováním dále jsem zjistil, že t. zv. zelené břidlice netvoří s gabbrem jeden geologický celek, že nejsou snad jen povrchovou facií gabbra, nýbrž úplně samostatný, od gabbra neodvislý horizont v mém pásmu staropalaeozoickém. Jejich samostatnost a větší stáří vysvítá též z apofys, jež gabbro do nich vysílá,

jakož i z úplně samostatné, od gabbra neodvislé tektonické stavby, jak lze vyčísti z přiložené mapy a profilů.

Stáří gabbra.

Posewitz (39) má „křemitý diorit" Dobšinský za devonský, Voit (4) a Böckh (27) za staropalaeozoický. Dle našeho mapování lze říci, že gabbro jest mladší pásma diabasů a chloritických břidlic, neboť vysílá do nich apofysy, ale jest starší nežli Dobšinský karbon, jenž leží sev. od



Obr. 1. Projekce dle Osanna.

Dobšiné diskordantně nad sideritovými žilami geneticky s gabbrem souvisícími. Mimo to byl by zajisté vápenec kry karbonské zcela jinak kontaktně metamorfován, kdyby gabbro bylo mladší nežli do něho zapadlá kra karbonská. Poněvadž Frech (41) dokázal, že mořský karbon Dobšinský vznikl v nejmladší době spodního karbonu a naše diabasy jsou pravděpodobně devonské, *zbývá pro erupci gabbrového batholithu pouze starší doba spodního karbonu.*

Projekční body uvedených analysovaných hornin v Osannově trojúhelníku.

1. Náš analysovaný porfyroid = křemitý keratofyr.
2. Sericitický fyllit původu eruptivního. Sp. Engadin.
3. Náš analysovaný diabas.
4. Stlačený diabas. Rauental v Taunu.
5. Epidoticko-chloritická břidlice. Wallis.

6. Náš analysovaný „amfibolit" = gabbro a současně projekce Osannova typu Keweenaw.
7. Gabbro od Neurode a Sobotína.
8. Gabbroamfibolit. Sobotín.

Umístnění projekčních bodů jednotlivých shora uvedených analysovaných hornin souhlasí úplně s výsledky mikroskopických a chemických úvah jakož i s pojmenováním příslušných hornin. Náš analysovaný porfyroid i Grubenmannův sericitický fyllit původu eruptivního mají své projekční body v II. poli Osannova trojúhelníku, kde leží též projekční body křemitých porfyrů, křemitých keratofyrů a liparitů vůbec. Též náš diabas, Rauentalský stlačený diabas a Grubenmannova epidoticko-chloritická břidlice leží v poli diabasů a gabber. V jedné skupině pohromadě leží naše gabbro kryjící se s Osannovým typem Keweenaw, dále Neurodské a Sobotínské gabbro, co nové svědectví, že náš amfibolit jest skutečně gabbrem, neboť projekční body dioritů bývají umístněny více v levo.

V. Karbon.

S karbonskými vrstvami setkal jsem se v zmapovaném území na dvou místech, na Gugle a Birkelnbergu; tento výskyt leží však již skoro úplně mimo naši mapu, takže nebyl mnou blíže prozkoumán.

Po stezce vedoucí poblíže štoly Marie směrem jižním k cestě spojující Eberberg s Langenbergem narazíme uprostřed území gabbrového na kusy šedého pískovce, složeného z dosti jemných zrn křemenných, slídou bohatého a železitého, jaký v jiných formacích našeho území se nevyskytuje. S pískovcem nalezáme současně celistvé a jemné černé břidlice slídnaté, naprosto rozdílné od všech břidlic ostatních formací našich. Pochůzkami všemi směry jsem zjistil hranice této isolované kry, která dle nálezu zkamenělých živočichů a rostlin jest karbonského stáří. Celistvé černé břidlice obsahují často dosti velké valounky křemenné; pískovce stávají se místy drobovitými a slepencovitými, ale i pak jsou úplně rozdílné od drob a slepenců pásma slepencového (Voit oboje různé slepence chybně identifikoval na své mapě). Na temeni Gugly přicházejí pak ojediněle slepence, obsahující vedle valounů křemenných již též úlomky jmenovaných černých břidlic; jsou tedy ony podstatně mladší těchto. Jistě existují v našem území dvojí petrograficky a stratigraficky různé slepence. Východně od místa, kde se shora uvedené dvě cesty křižují, jv od cóty 998·7 na Gugle jsou v rokli stopy starého dolování. V gabbru vyskytá se tu zvětralá žíla sideritová, s úklonem k j. Naproti tomu leží nad žilou kra karbonská do gabbra k sev.-vých. pod úhlem asi 25—30° zapadající a složená vespod z černých až namodralých slídnatých břidlic s krinoidy, nad nimiž jsou uloženy drobové břidlice a nad těmi tmavošedé až černé vápence s velmi četnými

články krinoidovými. Vápenec mívá vzhled brekciovitý, břidlice bývají transversálně břidličnaté, takže vše svědčí tu o dislokaci. Kdežto jmenované vrstvy, jak později ukážeme, jsou mořského původu, obsahujíce mořskou faunu, chovají shora uvedené černé celistvé břidlice zbytky pozemské flory. Vzhledem k tomu, že ve zmíněné rokli jsem mohl zjistiti úklon karbonských modravých břidlic a vápenců k sv, dalo se přirozeně očekávati, že severně odtud narazíme na temeni Gugly na mladší vrstvy karbonské. Skutečně tomu tak jest, jak vysvítá jednak z palaeontologických nálezů zde učiněných a níže popsaných, jednak z petrografické povahy slepenců shora uvedených.

Dle fauny a flory jsou v Gugelské kře karbonské obsaženy vrstvy svrchní části spodního karbonu a vrstvy svrchního karbonu. Spodnímu karbonu náležejí dle fauny namodralé břidlice a vápence crinoidové, svrchnímu karbonu (pravděpodobně střednímu produktivnímu karbonu) dle flory černé celistvé břidlice a slepence, jež jsou jistě mladší břidlic, obsahujíce jich úlomky. *Dle tohoto dokázaného facielního vývoje svrchního karbonu na Gugle nedá se očekávati ani uvěřiti, že by v bezprostřední jeho blízkosti se nalezala naprosto rozdílná facies — jinými slovy — že by část našeho pásma slepencového patřila k svrchnímu karbonu.*

Již v starších spisech uvádí se karbon sev. od Dobšiné. Tak Andrian (7, str. 553) se zmiňuje o dolomitickém vápenci a hlinitých, slídnatých břidlicích stáří karbonského na Birkeln- a Jerusalembergu; dále najdeme zmínky ve všech téměř pojednáních o geologických poměrech krajiny Dobšinské, zejména u Voita (5), bez bližšího stratigrafického rozdělení karbonu. Teprve F. Frech (41) určil dle mořské fauny nalezené ve vápencích a namodralých břidlicích karbonských sev. od Dobšiné na několika místech pro tyto vrstvy stáří spodního karbonu, a sice horizont s Productus giganteus, náležející nejsvrchnější a nejmladší části spodního karbonu.

VI. Trias.

1. Werfenské břidlice.

Již Andrian (7) uvádí, že sev. od Dobšiné triasové vápence spočívají nad Werfenskými břidlicemi a tyto diskordantně na starších vrstvách; Hauer (2) praví, že Werfenské břidlice doprovázejí v úzkém pásu sev. okraj *devonských* hornin okolí Dobšinského a objevují se dále na východ až k zlomu Hernadskému v ojedinělých isolovaných partiích neb přerušených pásech. Záp. od našeho území stanovil Illés (8) nejistý Werfenský stupeň v podobě červených břidlic pod triasovými vápenci uložených, místy s otisky Estheria minuta v. Alb. Typické Werfenské břidlice s Myacites fassaensis popisuje Fötterle (42). Stur (6) seznal u Gelnice, že Werfenské břidlice nejsou všude v podloží vápenců triasových přítomny, takže tyto spočívají někdy na daleko starších vrstvách. Přiznává, že Wer-

fenské pásmo bylo na sev. okraji Spišsko-Gemerského Rudohoří stanoveno hlavně jen na základě petrografické podoby: U Krompachů, tedy východně od našeho území, leží prý Werfenské břidlice ploše a diskordantně na starších krystallických horninách (permu a zelených břidlicích) zapadajících k j. Konečně byly Werfenské břidlice nalezeny na různých místech v jižní části Spišsko-Gem. Rudohoří, kdež bývá jejich určení spolehlivé a jisté na základě typických zkamenělin spodního triasu, jako Myacites fassaensis, Naticella costata Münstr.

V území našem vystupují na několika místech mezi triasovými vápenci a v podloží těchto břidlice, jež považuji za Werfenské. Bývají velmi podobny červeným, celistvým křemitým břidlicím na basi slepencového pásma, jež vycházejí na den právě na jižní hranici našich triasových vrstev, lišíce se od těchto jemností a leskem, slinitými vložkami a úklonem k sev. Mohl jsem se pro vyznačení Werfenských břidlic na mapě rozhodnouti jen tam, kde jsem shledal vložky slínité a úklon k sev., charakteristický pro mezozoikum v severní části Rudohoří naproti jižnímu úklonu palaeozoického pásma slepencového. Jsou to následující lokality: V údolí Biely Vody o něco dále na sever nad krajem naší mapy leží v podloží triasových vápenců lavice slínů a slínitých břidlic zapadajících k severu. Slínité vložky v červených lesklých břidlicích shledal jsem dále na cestě od Biely Vody do Dědinek na jednom místě, kde jmenované vrstvy též se kloní k severu. Dále vystupují Werfenské břidlice se slínitými lavicemi jz od Dědinek, kde poblíže zlomu mají abnormální směr ssz—jjz s úklonem vsv, pokračování táhne se směrem sv. Konečně vyskytají se Werfenské břidlice uprostřed mezi mladšími triasovými vápenci v údolí Gelnice u Stracené. Směřují zde od sz až ssz k jv až jjv s úklonem k sv, po případě vsv asi 25°—30° a jsou náhle ukončeny na vých. podél zlomu, jenž zdá se táhnouti od jv údolím Florenseifenským. Jsou tu přístupny zejména po levém břehu Gelnice a skládají se ze střídavě uložených lavic červených jemných a lesklých břidlic, místy světle zelených, někdy s hojnou slídou na plochách vrstevných, dále z červenavých celistvých křemenců a slínovitých břidlic. Jsou tedy petrograficky úplně souhlasné s typickými, dle zkamenělin určenými Werfenskými břidlicemi na jiných místech nejen v Karpatech, nýbrž i v Alpách. Mimo uvedená místa vystupují snad podřízeně Werfenské břidlice pod triasovými vápenci, avšak souvislých pásem nemohl jsem stanoviti jednak proto, že přímo v sousedství (jižně) triasu vycházejí na den velmi podobné červené, celistvé a málo lesklé břidlice, náležející basi slepencového pásma, jednak že celé rozhraní mezi tímto a triasovým pásmem jest zonou dislokační, kde nejúčinněji mohla zasáhnouti erose, takže vrstevní hlavy eventuellně na různých místech ještě vycházejících Werfenských břidlic jsou snad pokryty ssutí a náplavy.

K odloučení větší části úzkého pásma mezi palaeozoikem a triasovými vápenci, označeného na staré mapě ř. geol. ústavu co Werfenské břidlice, od triasu a připojení k palaeozoiku přiměl mne hlavně znenáhlý

přechod od hornin pásma slepencového k celistvým červeným břidlicím, namnoze chybně za Werfenské pokládaným, jak jej lze sledovati na cestě od kříže k Dobšinské Masse a od Palzmannovy hutě tamže. Na prvé přechází slepenec v drobovitou břidlici transversalně břidličnatou a tato v červené břidlice bez patrné diskordance. Na druhé cestě přecházejí slepence v drobové břidlice a šedé křemičité břidlice; v těchto jsou lavice celistvých červených břidlic, jaké bývají na jiných místech považovány za Werfenské, za nimiž sleduje ještě úzký pruh sericiticko-talkovité horniny. Za touto narazíme již na triasový vápenec s úklonem severním, kdežto celá vrstevní serie před ním zdá se zapadati, pokud to při značně porušeném stavu jejím bylo lze zjistiti, k jv. Scházejí tedy zde Werfenské břidlice určitě mezi pásmem slepencovým a triasovým vápencem.

2. Triasové vápence (= střední a svrchní trias?)

Od palaeozoického pásma podélným zlomem odděleny leží severně jednak již dříve uvedené Werfenské břidlice, jednak vápence všeobecně za triasové pokládané. Skládají Geravský vrch, ležící již severně mimo naši mapu, táhnouce se odtud směrem jz k Dědinkám a kolonii Zeif; z nich složeny vrchy „Am Stein", „Am Pelz" a Mačekov sev. od Stracené. Tyto vápence zapadají všeobecně k severu, jak jsem mohl na různých místech zjistiti. Uhlig (1) shledává tu typický vývoj východoalpského triasu, ovšem že dlužno ještě vyčkati nálezu zkamenělin alpských horizontů slínových. Voit (4) o triasovém stáří vápenců vyslovuje pochybnost, neboť není žádnou zkamenělinou doloženo. Andrian (7) uvádí, že geognostické stáří triasových vápenců sev. od Dobšiné není úplně jasné následkem nedostatku zkamenělin, Hauer (2) zmiňuje se o vápencích svrchního triasu sev. od Dobšiné se stopami neurčitelných břichonožců. Dle Andriana (34) skládá se území sev. od Stracenského údolí výhradně z triasových hornin. Jsou zde Werfenské břidlice, nad nimi černý, málokdy pozorovatelný vápenec a dolomit, nejvýše pak leží nejvíce rozšířený, drobný vápenec s korály a nezřetelnými zkamenělinami, odpovídající snad lombardskému Esinovému vápenci.

V krátké době mého pobytu v mapované krajině nemohl jsem nalézti stratigrafického rozdělení těchto vápenců, jichž stáří se za triasové pokládá. Mohu jen uvésti doposud neznámou lavici se zkamenělinami táhnoucí se střední částí vrchu Am Stein a vycházející poblíže mostu přes Gelnici. Podařilo se mi však pouze zjistiti neurčitelné úlomky korálů a brachiopodů, takže stáří celého tohoto pásma vápencového lze označiti za pravděpodobně triadické, ač není vyloučena možnost, že jest starší. Na četných místech vyskytují se na hranici mezi pásmem slepencovým a triasovým vápencové brekcie co svědci velké dislokace tu probíhající, jíž nasvědčuje i to, že u Dobšinské Massy jsou vápence příkře skoro na hlavu postaveny a podél celého rozhraní tvoří svislé stěny.

VII. Diluvium — alluvium.

Nepatrné zbytky nánosů toků diluvialních shledal jsem jen na několika málo místech. Tarasovitý nános složený ze štěrkovitého materialu nalézá se v údolí Florenseifenbachu hlavně naproti ústí údolí „Unter Stein". Počátek tohoto údolí jest zasypán ssuťovým kuželem, svědčícím o tom, že směr toků říčních tu byl v diluvialní době jiný nežli dnes. Menší tarasy shledal jsem v údolí Unter Stein. Stopy tarasových stupňů vystupují pak po březích bývalého rozsáhlého diluvialního jezera mezi Palzmannovou hutí na jihu, Dobšinskou Massou a Dědinkami na severu. Zbytky tarasovitého nánosu leží na jz cípu Königsbergu nad silnicí aspoň 20 *m* nad dnešním tokem Gelnice; obsahují valouny a úlomky všech hornin v našem území se vyskytajících. Stopy diluvialních tarasů shledávám pak na různých místech hlavně dolního toku Biely Vody. Na mapě vyznačil jsem pouze patrnější zbytky diluvialních tarasů. Svahová ssuť na úbočí vrchů jest hlavně stáří alluvialního. Na severním svahu Gugly nad údolím Gelnice shledal jsem v místech zvaných „Blaufeuer" při vykopávce základů pro stavení nové hutní společnosti na spracování měděnných rud zdejší krajiny mocnost svahové ssuti přes $2\frac{1}{2}$ *m*. Vespod byla hlína s málo ssuti ($1\frac{1}{2}$ *m*), nad tím $\frac{1}{2}$ *m* úlomků diabasových a gabbrových a výše $\frac{3}{4}$ *m* svahových hlín s hranatou ssutí. V širších částech svého údolí v oblasti inundační nanáší Gelnice recentní písek a štěrk.

B. TEKTONIKA.

Dříve nežli přistoupíme k podrobnému výkladu tektoniky naší krajiny, budiž nám dovoleno, zmíniti se stručně o tom, z jakého hlediska dlužno dnes se dívati na celkovou tektoniku karpatského horstva.

Genialní nauka o mocných přesunutých pokrovech západních Alp, šířená Schardtem, Bertrandem, Lugéonem, Termierem, Haugem a j. byla přejata po tuhém boji většinou rakouských geologů pro východní Alpy. Pouze tak výborný znalec geologie Karpat, jakým byl Uhlig, mohl učiniti se zdarem odvážný pokus, applikovati tuto nauku též pro Karpaty co pokračování oblouku alpského (44). Srovnáme-li tedy Uhligovo původní rozdělení Karpat, jak bylo v úvodu uvedeno, s pozdějším, jež uveřejnil ve své „Tektonice Karpat", shledáme, že „pásmo pískovcové" odpovídá v záp. a středních Karpatech co pokrov subbeskidický a beskidický nejstaršímu helvetskému pokrovu alpskému. Jižní „pásmo útesové" lze srovnati jako subpienninský a pienninský pokrov s východoalpským pokrovem lepontinským, kdežto „jádrové pohoří", „vnitřní pás" a „Uherské Středohoří" byly by aequivalentem systemu východoalpských pokrovů ve Vých. Alpách. Naše území ležící ve „vnitřním pásu" odpovídalo by tehdy 2. a 3. částečnému pokrovu systému

východoalpského. Od detailního mapování vnitřního pásu Karpatského očekává Uhlig důležité výsledky pro nazírání na stratigrafii a tektoniku této části záp. a ústředního oblouku karpatského, neboť není doposud jasno, dlužno li přičísti opakování se systémů vrstevních isoklinalní struktuře nebo struktuře šupinaté.

V našem území lze pozorovati hlavně dva systemy zlomů, jedny jsou podélné směru sv až vsv, druhé jsou příčné směru sz až ssz. Odchylný jest diagonalní zlom v Hopfgartengraben a zlom na jižní hranici kry karbonské. Celkem jsou podélné zlomy starší příčných, neboť bývají druhými posunuty.

Podélné zlomy, dle nichž na některých místech událo se též přesmyknutí, jsou tyto. V délce 6 *km* táhne se naším územím podélný zlom na rozhraní triasu a palaeozoika (viz mapu a profily); poslední bylo dle mého náhledu přes mesozoikum lehce přesunuto a pokrývalo původně vrstevní hlavy k sev. ukleněných triadických vrstev. Erosivní činností byl později podél této dislokace vyhlodán hluboký žlab, v němž odkryty nejen vrstevní hlavy triadických vápenců ale místy i podložních Werfenských břidlic. Tvrdé vápencové vrstvy triasové daleko více vzdorovaly erosi nežli poměrně měkké, červené, břidličnaté horniny na basi slepencového pásma, takže dnes triasové vápence se vypínají co strmé skály vysoko nad zmíněnou erosivní brázdu. Podobné poměry panují dále na vých., jak zřejmo z profilů Uhligových (2, obr. 19, 22, 23, 25), jenže všude bude tu asi nutno si domysliti podélný zlom na rozhraní mezi palaeozoikem a mesozoikem, podobně jak jest tomu u nás nebo na Uhligově profilu 22.

Myslím, že podélná dislokace táhnoucí se od pramenů Florenseifenských směrem vsv přes Unter Stein k Dědinkám a dále údolím Biely Vody jest pokračováním velkého zlomu, ze svého původního směru odchýleného, jenž probíhá od Tisovce přes Muráň směrem sev. vých. k pramenům Hronu a dle něhož hraničí všude trias s více méně krystallickým horstvem starším, jež bylo místy přes prvý posunuto. Uhlig jej nazývá čarou Muráňskou. Lehké přesmyknutí vzniklo asi tím způsobem, že klesnutím mesozoické kry byla současně vyzdvižena a přesmyknuta kra palaeozoická. Triasový vápenec bývá podél zlomu místy brekciovitý.

Souběžnými zlomy podélnými jest omezena kra Werfenských břidlic severně od Dědinek, zlomy poněkud odchylného směru kra stejného stáří u Stracené. Není pravděpodobno, že by tyto úzké pruhy spodního triasu byly hrásti, po jejichž stranách by byly široké massy mladších triasových vápenců poklesly do hloubky, nýbrž spíše byly tu Werfenské břidlice vytlačeny nahoru dle dvou parallelních zlomů mezi mladšími vápenci (prof. *E—F* a *J—K*). Podobné případy jsou známy ze sev. a již. vápencových Alp (45), z karnských Alp (46) a úplně analogický případ lze pozorovati na Schneebergu v rakouských vápencových Alpách, kde Werfenské břidlice byly dle zlomů vyzdviženy mezi vápenci svrchn. triasu.

Dva velké zlomy podélné táhnou se pak středem našeho území; severnější směřuje přes Hopfgartenberg k Palzmannově huti a na Königs-

berg, jižní přes Zemberg a Guglu na Eberberg. Dle těchto dvou souběžných dislokací jest část palaeozoického pásma vklíněna do batholitu gabbrového (viz prof. *C—D*, *E—F*, *G—H*). Dle severního zlomu byly chloritové břidlice přesmyknuty přes gabbro, dle jižního bylo gabbro přesunuto přes „zelené břidlice". Podél prvého jeví se pohmoždění hornin na cestě od kříže k Florenseifenbachu j. od cóty 921 a uprostřed Stadtbergu, druhý jest proříznut překopem štoly Langenbergské, kde porušené chloritové břidlice zapadají pod dislokované gabbro.

V samotném pásmu palaeozoickém vklíněném do gabbra vystupuje též několik podélných zlomů. Postupujíce od sev. k jihu vidíme tu nejprvé antiklinalu pásma diabasů a chloritových břidlic přesunutu přes gabbro (prof. *C—D*, *G—H*) a činící místy přímo dojem přesmyknuté vrásy (prof. *E—F*). Mezi touto a dále jižně vzniklou překocenou vrásou téhož pásma leží kra pásma slepencového (prof. *C—D*, *E—F*, *G—H*), jež buďto jest hrástí, nebo pravděpodobněji byla vytlačena mezi mladšími vrstvami podobným způsobem, jak jsme to vyložili nahoře u ker Werfenských. Dislokaci a pohmoždění vrstevní po obou stranách slepencové kry lze pozorovati na cestě od kříže k Dobšinské Masse, dále na sev. úpatí Gugly naproti Stadtbergu, kde se prozrazují dislokační brekcií.

V Hopfgartengraben prochází pak palaeozoickou krou uzavřenou gabbrem diagonalní zlom. Podélná dislokace ohraničuje na severu též karbonskou kru na Gugle (viz prof. *E—F*), dle níž gabbro jest úplně pohmožděno; táž vystupuje zřetelně též v překopu vedoucím k štole „Marie", kde dle ní zapadla malá kra pásma diabasového, snad i úzký pruh karbonských břidlic; obojí jsou úplně roztříštěny, takže vzniká tu zřetelné pásmo pohmožděné (Ruschelzone). Odchylného směru jest zlom na jižní hranici kry karbonské, dle něhož jsou vápence a namodralé břidlice k sv. se klonící silně dislokovány; vápence bývají brekciovité, břidlice transversalně břidličnaté a drobivé. V pokračování zlomu na sz bylo nalezeno též gabbro veskrze zvětralé a rozdrobené.

Údolím Gelnice mezi Sturtzou a Babinou probíhá sedlová čára antiklinaly (viz prof. *A—B*), jejíž severní křídlo pod strmým úhlem zapadá k sev., kdežto jižní křídlo zdá se míti mírnější úklon k j. Myslím, že při svraštění byla tato antiklinala dříve nežli došlo ku vzniku ležaté vrásy dle čáry sedlové roztržena.

Pásmo diabasové vystupuje v ojedinělém ostrovu na záp. svahu Vogelsbergu a protilehlém Königsbergu; bylo tu buď do pásma slepencového vevrásněno, nebo představuje malou příkopovou propadlinu.

Příčné zlomy (viz zejmena prof. *L—M*) jsou v naší krajině zpravidla mladší podélných, neboť jimi prostupují a často současně je posunují. Velký příčný zlom probíhá od Stracené směrem jjv údolím Florenseifenským na Birkelnberg, dle něho náhle ukončeno jest pokračování Stracenské kry Werfenských břidlic na východ, u něho přestává pokračování porfyroidového a diabasového pásma v údolí Florenseifenském a na

Stempelscheuer; týmž zlomem uříznut jest asi též sev. pruh gabbrový a dle něho snad poklesl též karbon i na Birkelnbergu do hloubky, takže byl před denudací aspoň částečně zachráněn. Poblíže zlomu jsou Werfenské břidlice u Stracené úplně rozdrobené a pohmožděné, též jejich směr a úklon jeví odchylky.

Další zřetelný zlom příčný probíhá jiho-východním cípem vrchu Am Stein (viz prof. *L—M*); dle něho jest triasový vápenec zřetelně k jihu posunutý. Záp. od Dědinek hraničí Werfenské břidlice přímo s mladším triasovým vápencem dle zlomu táhnoucího se středem bývalého diluvialního jezera směrem k Palzmannově huti. Na záp. úpatí Stadtbergu i nad protilehlým břehem Gelnice shledal jsem dislokační brekcii; podélné zlomy, jež zmíněná dislokace protíná, jsou dle ní posunuty. Příčným zlomem jest ve dva kusy rozdělena Werfenská kra sev. od Dědinek. Táž jest na východ ukončena příčnou dislokací probíhající odtud údolím Biely Vody na Eberberg; dle ní posunuta jsou proti sobě jednotlivá pásma stratigrafická a zdá se mi též, že východně od ní nevychází více batholit gabbrový souvisle na den, jsa pokryt pláštěm dosud nedenudovaným. Poblíže zlomu a po obou stranách jeho jest na jz cípu Königsbergu na hranici mezi chloritickou břidlicí a slepencem zřetelné pohmožděné pásmo. Břidlice jest silně svrášťělá, stlačená a křemitá, slepenec jeví odchylky od normalního směru a úklonu. Menší příčné zlomy procházejí západní částí Königsbergu. Tak před mostem vedoucím přes Gelnici na j úpatí Königsbergu jest v lomu odkryt malý příčný zlom, po jehož jedné straně vrstvy směřují k vsv s úklonem jjv, kdežto po druhé straně mají směr skoro od v k z s úklonem jižním. Podél zlomu vyvěrají na četných místech prameny. Pásmo porfyroidové na Königsbergu jest příčnou dislokací na západ ukončeno a porušeno, podobně slepenec jest na hranici zbřidličnatěn.

Porfyroidové pásmo Vogelsbergské jest proti Königsbergskému dle zlomu poněkud k jihu posunuto; podobný posun opakuje se pak v zmíněném pásmu na Vogelsbergu dvakráte vlivem příčných dislokací (Viz prof. *L—M*.) Současně s pásmem porfyroidovým jest přirozeně posunuto nadložní pásmo diabasů a chloritických břidlic. Zjištění těchto posunů má praktický význam, neboť podél hranic mezi slepencem a porfyroidem sledují rudní žíly,*) jež byly současně s oněmi dislokovány.

Příčný zlom konečně prochází malým ostrovem pásma diabasového na Vogelsbergu-Königsbergu; dle něho jsou na Königsbergu slepence stlačeny a zbřidličňatěny.

Stáří svraštění a zlomů.

Není pochyby, že svraštění palaeozoického pásma našeho území událo se za doby palaeozoické a to za doby rozsáhlého, varisského vrásnění. Mesozoické vrstvy nezdají se býti zvrásněny.

*) Připomínám, že na mapě a v profilech vyznačená mocnost rudních žil jest poněkud přehnána.

Podélné zlomy jsou asi dvojího stáří: jedny praetriasové, druhé jistě potriasové. K prvým náleží snad zlomy, dle nichž poklesly zelené břidlice do batholitu gabbrového. Jistě starší svrchn. karbonu jsou podélné dislokace, dle nichž vznikly rudní žíly v massivu gabbrovém, povstal-li tento, jak shora bylo uvedeno, za nejstaršího spodního karbonu. Starší jsou asi též žíly rudní na Königsbergu a Vogelsbergu, vzniknuvší též dle podélných slabých dislokací. Mladší triasu jest podélný zlom, dle něhož palaeozoikum bylo přesmyknuto přes mesozoikum, mladší karbonu jsou najisto i zlomy ohraničující karbonskou kru Gugelskou.

Větší část příčných zlomů jest stáří posttriasového, neboť tyto vyvolávají dislokace ještě v triasových sedimentech, ba protínají a posunují i velký potriasový podélný zlom, jsouce tedy mladší tohoto, jsou pravděpodobně třetihorní. Vedle těchto jsou tu však též přítomny staré podřízené zlomy příčné, jež bylo lze zjistiti v jednotlivých štolách. Mnohé z mladých podélných i příčných zlomů byly snad již v starších dobách založeny a při novém zahájení orogenetických pohybů znovu otevřeny, po příp. rozšířeny.

Co výsledek dvojího převládajícího tlaku, působivšího v našem území jednak od jz, po příp. sv, jednak od jv, objevují se v slepencích diaklasy směru středního, tedy severo-jižního.

C. PALAEONTOLOGICKÁ ČÁST.

1. Devonské zbytky rostlinné.

V jemných načervenalých až šedých břidlicích, někdy drobovitých pásma slepencového našel jsem otisky rostlinné. Tak na Königsbergu (viz značku ◎ na mapě), na Vogelsbergu a na cestě, vedoucí z údolí Florenseifenského na Stempelscheuer (již mimo naší mapu). Nalezna na Königsbergu poprvé tyto zbytky rostlinné, pátral jsem po nich v celé hořejší části pásma slepencového na místech, kde se jeví ona vložka jemných břidlic. Hned při prvním nálezu vzpomněl jsem si na naše české Hostinelly po příp. Rhodey a vítal jsem nový důkaz pro svůj názor o staropalaeozoickém stáří slepencového pásma, k němuž jsem již dříve dospěl na základě svého mapování, naproti všeobecně uváděnému stáří svrchnokarbonskému nebo permskému. Rostlinné otisky mnou nalezené jsou vůbec prvními zkamenělinami v pásmu slepencovém objevenými. Rostliny jsou původu allochthonního a svědčí o litoralním vzniku jmenovaného pásma, bývají někdy uloženy i diagonalně k břidličnatosti. Jsou to větévky buď jednoduché neb dichotomicky dělené. Velmi často jsem pozoroval, že jedna z obou větví dichotomických roste dále ve směru mateřské osy, zatlačuje současně druhou větev dceřinnou ku straně, tak že vzniká klamný dojem monopodialního větvení. Od extremního případu, kde skutečně sotva lze dichotomii poznati, sou však přechody k zřetelnému a typickému dichotomi-

ckému dělení. Zatlačená větev dceřinná bývá slabší a na místě dichotomie bývá osa stlustlá. I příčné rýhy, jak je popisuje Potonié a Bernard (47) u Hostinella hostinensis, jsou snad místy pozorovatelné. Považuji jmenované zbytky rostlinné za velmi příbuzné, ne-li identické s českými rostlinami devonskými, a to s Hostinella hostinensis Pot. et Bern. Pozoruji dále značnou podobu s mnohými devonskými, Hostinellám podobnými rostlinami, které popisuje Nathorst (48) z polárních krajin. Též mnohé exempláře Rhodea condrusorum Gilk., které jsem viděl v Potonié-ově sbírce, jsou úplně podobny naším.*)

Na jednom otisku pozoroval jsem zakřivení dichotomicky rozdělených os dceřinných, jak se to charakteristicky jeví u české Rhodea (?) hostinensis Pot. et Bern. (47, str. 13 obr. 8.). Podobna jest Sturova (49, tab. 4. obr. 4.—6.) Hostinella hostinensis a částečně Dawsonova (50) Cyclopteris incerta (tab. 16., obr. 44.) a Gilkinetova Rhodea condrusorum (51).

Na dalších dvou otiscích zdá se mi trnovitý výběžek poněkud připomínati Psilophyton bohemicum Pot. et Bern. (47, p. 59, fig. 143.) nebo Psilophyton princeps Dawson (52, pl. 9., obr. 98.), kdežto pupenovitý přívěsek činí dojem, že se snad jedná o formu příbuznou s jmenovaným Psilophyton, po příp. s Pseudobornia ursina Nath. (53, tab. 12., fig. 1.—7., tab. 14. obr. 5.). U jednoho otisku mám dojem, že osa byla pokryta šupinami nebo listy podobně jak u Potonié-ova Protolepidodendron (47, obr. 91.).

V shora uvedených vrstvách slepencového pásma vyskytají se tedy, ovšem velmi špatně zachovalé, otisky kapradinovitých, po příp. plavuňovitých rostlin, jaké na jiných místech bývají považovány za devonské. Tak v Čechách v Barrandově étagi *H*, v Lenne-ských břidlicích německého devonu, v Belgii, v sev. Americe v státech New York, Maine a j. Všude nalezáme tyto otisky rostlinné v serii hornin, petrograficky analogické naší, totiž v písčitých břidlicích a drobách. Popis devonského sledu vrstevního v státě Maine, odkud popsal Dawson zmíněné zbytky flory, lze přímo srovnati s našim pásmem slepencovým. I tam přicházejí rostlinné otisky v červených, pískovcovitých břidlicích, přecházejících v červené slepence. Podobně u Cách skládá se spodní devon hlavně z červených břidlic a pískovců, kdežto pravé litoralní vrstvy středního devonu jsou vyvinuty v podobě červených slepencovitých pískovců a břidlic.

Z důvodů stratigrafických, petrografických, tektonických a palaeontologických pokládám tedy pásmo slepencové za devonské. Pravděpodobně jest v něm zastoupen (spodní a) střední devon, kdežto příkrovy vyvřelin v nadloží by pak odpovídaly svrchnímu devonu. Nejvíce ovšem zaráží tu okol-

*) Za svého pobytu v Berlíně ukazoval jsem popsané zbytky rostlinné p. prof. Potonié-ovi a p. docentu Gothanovi. Oba se vyslovili, že jsou rozhodně starší permu, poslední pak přímo přísvědčil mému názoru o devonském stáří této flory. Oběma děkuji za propůjčení hojné literatury.

nost, že podobná facie staropalaeozoických vrstev dosavad z Karpat známa není.

2. Karbonské zkameněliny.

a) Spodní karbon.

Karbon Dobšinský jest již odedávna znám. Důkladněji o něm pojednal Kiss v netisknutém rukopise. Hauer jej srovnává již správně s Gailtalskými břidlicemi jihoalpskými, Suess s vrstvami Bleibergskými, Andrian (7) uvádí z tmavého, často dolomitického vápence na Birkeln- a Jerusalembergu u Dobšiné množství stonků krinoidových a jiných neurčitelných zkamenělin. Z hlinitých břidlic nad vápencem uvádí krinoidy a j., E. Suess určil odtud Receptaculites Oceani Eichw., Productus fimbriatus Sow., Camerophoria Kissi Suess, vedle nich Orthis, Spirifer, Productus, Euomphalus atd.; Voit (4) k tomu uvádí Streptorrhynchus cf. crenistria; Gesell (54) praví, že prohlédna naleziště karbonských zkamenělin na Steinbergu a Michaeli u Dobšiné našel v pískovci určitelné zkameněliny. Kayser v Marburgu upozorňuje dle Voita (4) na podobnost Dobšinského karbonu s korutanským. Illés (55) popsal prvního uherského trilobita, nalezeného ve vápencích na Birkelnbergu, pod názvem Griffithides Dobsinensis.

Veškerý doposud u Dobšiné sebraný karbonský material palaeozoický byl konečně zaslán výbornému znalci mořského karbonu F. Frechovi, jenž prozkoumav tuto faunu, zjistil její příslušnost k stupni „Productus giganteus“ (41), tedy k svrchní části spodního karbonu. Jako zkameněliny pro tento stupeň typické uvádí Euphemus Orbignyi, Productus punctatus, semireticulatus a scabriculus, Orthothetes crenistria a radialis, Retzia radialis. Faciellní vývoj spodního karbonu Dobšinského jest podobný jako v Slezsku a Vých. Alpách (Noetschské vrstvy), totiž převládají hlinité břidlice vápenaté s mořskou litoralní faunou.

Navštíviv jednotlivé kry karbonské v okolí Dobšinském, našel jsem v Städtische Massörter v modré břidlici Productus, Schizophoria sp., Retzia, Zaphrentis, Philippsia (?) a četné články krinoidů. Důležitý jest nález zkamenělin, který jsem učinil v karbonské kře Gugelské. V namodralých břidlicích našel jsem tu vedle hojných stonků a článků křinoidových ramenonožce Spiriferina octoplicata Sow., jejž uvádí též Frech z jiných míst. Proto a z důvodů, že *Gugelský karbon ve své spodní části* jest úplně petrograficky totožný s ostatními zdejšími krami spodnokarbonskými, není pochyby, že *náleží též do svrchní části spodní karbonu.*

b) Svrchní karbon.

O neurčitých rostlinných zbytcích v karbonu Dobšinském zmiňuje se již Andrian (7); dle Böckha (3) vyskytují se tu otisky rostlinné náležející svrchnímu karbonu.

Jak jsme dříve uvedli, kloní se vrstvy karbonské kry Gugelské k s. Jdeme-li tedy od její jižní hranice k sev., vycházejí na povrch hlavy vrstev postupně mladších. Skutečně shledal jsem též sev. od vápenců a břidlic spodnokarbonských v černých břidlicích otisk úkrojku listového od Neuropteris flexuosa Brongn. Úkrojek přirůstá kolmo k hlavnímu nervu, jeho base jest srdčitě vykrojená a střední nerv se rozděluje hned od base v postranní nervy. Tyto vystupují ze středního nervu pod úhlem velmi ostrým a často se znovu dichotomicky dělí, aniž by byly přítomny anastomosy. Poloha středního nervu jest naznačena zřetelnou střední rýhou. Úkrojek listový souhlasí úplně s Neuropteris flexuosa, již vyobrazuje Schimper (56., tab. 30., obr. 12—13.), Ryba-Hoffman (57, p. 63, tab. 9., obr. 5., 5. *a*), Zeiller (58, p. 277, pl. 46, obr. 2.).

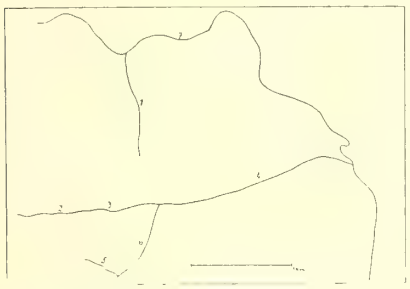
Frech (59) uvádí Neuropteris flexuosa ze svrchního karbonu na Harci, v jižních Alpách, ze střední části svrch. karbonu ve Francii atd., Potonié (60) čítá tuto rostlinu současně s Cyclopteris ku své páté floře náležející střední části svrchního karbonu. Vedle uvedené Neuropteris našel jsem též zbytek Cyclopteris s vějířovitou nervaturou. Leží tedy v Gugelské kře nad namodralými břidlicemi a vápenci spodního karbonu černé břidlice, jež vznikly ve svrchním karbonu a to pravděpodobně ve střední části jeho. S tím by úplně souhlasila i zmínka, kterou v rozmluvě se mnou učinil p. Dr. Ahlburg, geolog prusk. zem. geol. ústavu, o karbonu, v „Städtische *Massörter*", tedy jižně od Gugly. Pravil, že nepravidelný povrch karbonského vápence jest pokryt transgredující černou břidlicí s vložkami drobovými, jež vznikla dle nalezených rostlin za svrchního karbonu. Ve srovnání s mým nálezem Gugelským dalo by se souditi, že Ahlburgem uvedený vápenec patří podobně jako náš dle Frechových výzkumů do svrchní části spodního karbonu, kdežto *černé břidlice vznikly* podobně jako na Gugle *v střední části svrchního karbonu;* mezi oběma dobami leží tedy spodní část svrchního karbonu, v němž patrně vznikly jmenované nerovnosti na povrchu vápencovém.

Konečně dlužno uvésti, že dle všeho *na Gugle se vyskytující slepenec,* obsahující úlomky černých břidlic, *vznikl nejméně ve svrchní části svrchního karbonu.*

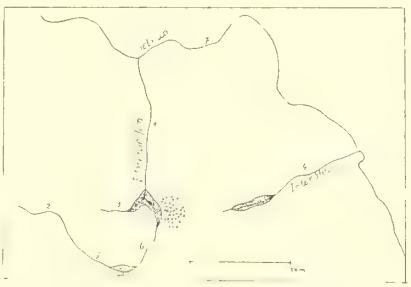
D. POZNÁMKY K MORFOLOGII KRAJINY.

Pohlížíme-li z nejvyššího bodu Gugly (998·7 *m*) do okolní krajiny k východu, severu a západu, pozorujeme, jak na všech stranách se vypínají vrchy o přibližně stejné výši; tak východně Eberberg (1022 *m*), Vajcakova vrch (991 *m*), Babina (1077 *m*), Sturtz (958—1070 *m*), Vogelsberg (1145 *m*), severně Königsberg (947—1059 *m*). Stadtberg (915 *m*), jižní výběžek Geravy sev. od Dědinek (989 *m*) a vých. od kolonie Zeif (1064 *m*), západně pak „Am Stein" (1047 *m*), „Am Pelz" (1011 *m*), Hopfgarten (957 *m*), Stempelscheuer (964 *m*). Vše připomíná starou peneplain.

Potoky mapovaného území vtékají hl. do Gelnice a jejích přítoků až na ony, které pramení v nejjižnější části našeho území a odtékají směrem jižním do Dobšinského potoka. Nejstarší a původní směr toků celého vnitřního pásu byl zajisté směr od sev. k jihu, neboť jest tento jen jedním z příkrovů od j. k sev. přesmyknutých, z nichž složeno horstvo Karpatské dle výzkumů hlavně Lugeonových (43) a Uhligových (44). Většina toků vnitřního pásu ubírá se též konsekventním směrem tímto přesmykem od jihu předepsaným totiž od severu k jihu. Vedle toho povstaly však též subsekventní toky, jichž směr jest souhlasný s převládajícím směrem vrstevním a drží se často též hranice různě tvrdých souvrství; patří sem na př. větší část toku Gelnice. Značný vliv nejen na topografii naší krajiny, ale i na směr toků měly četné podélné a příčné zlomy. Větší počet jich



Obr. 2. *Původní* směr toků v záp. části našeho území.



Obr. 3. *Dnešní* směr toků v záp. části našeho území.

jest v území mezi Palzmannovou hutí, Dobšinskou Massou a Dědinkami. V těchto místech, kterými procházejí tak četné dislokace soudržnost vrstev uvolňující, mohla nejvydatněji působiti rušivá, erosivní činnost toků říčních, takže v diluvialní době v naznačené oblasti vzniklo rozsáhlé diluvialní jezero, do něhož ústily větší přítoky od záp. z údolí Am Stein, od sev.-záp. Gelnica a od vých. pravděpodobně Biela Voda. Vody v jezeře nahromaděné prorvaly si pak odtok u Palzmannovy hutě a odtékaly dále k východu subsekventně, rozšiřujíce své údolí. Zbytky tarasu na jz cípu Königsbergu ve výšce přes 20 *m* nad dnešní hladinou Gelnice svědčí o někdejší úrovni toku Gelnice.

Podobně účinně zasáhla erose dle podélného zlomu, probíhajícího na hranici pásma palaeozoického a mesozoického. Zajímavé dvojité odvedení původních toků lze sledovati v záp. části našeho území (viz obr. 2. a 3.). Dnes Florenseifenbach teče v nejhořejším toku svém od záp. k vých., pak se obrací k jv, odtud k sv. až ssv, kdežto celý hořejší tok má směr od j k s. Vyšší diluvialní nánosy tarasovité lze sledovati v oblouku, kde zahýbá od jv k sv, pak v místech, kde přechází ve směr jiho-severní v záp. prodloužení údolí Unter Stein. Zde též přijímá na jižním úpatí vápencového vrchu Am Pelz od záp. malý přítok. Východními dvěma třetinami údolí

Unter Stein odtéká malý potůček směrem k vých. do Gelnice. Jak v naznačených místech v údolí florenseifenském, tak i v údolí Unter Stein jsou diluvialní tarasy v nepoměru k dnešnímu slabounkému toku říčnému.

Původně byla situace asi tato (viz obr. 2.): Hořejší tok dnešního Florenseifenbachu byl samostatným potokem odtékajícím směrem severním do Gelnice v údolí Stracenském. Právě v těchto místech mohla Gelnice daleko intensivněji prohloubiti své řečiště, protékajíc tu měkkými a lehce rozrušitelnými Werfenskými břidlicemi, nežli slabý přítok, tekoucí tvrdým vápencem. Kdysi ústil tu asi tento přítok malým vodopádem, nemoha mohutnější erosi Gelnice stačiti; jeho údolí stalo se visutým. Snížením erosivní base, možná též posthumními pohyby dle staršího zlomu procházejícího mezi vrchy Am Pelz a Am Stein byla erosivní činnost tohoto potoka zvýšena a oživena, takže zpátečnou erosí dostal se původně malý přítok Gelnice až k řece tekoucí podél jižního úpatí Am Pelz směrem východním přes „Unter Stein" do Gelnice a konečně odvedl hořejší část tohoto toku 2 + 3. Spodní část potoka Unter Stein byla takto oloupena o značnou část své vody a nebyla více s to, odvésti množství materialu naneseného vedlejším přítokem 6, takže tento vlastním svým nánosem byl časem odveden k toku 1, o čemž dodnes svědčí záhyb 7. Tok 1, nabyv takto opětně větší síly vodní, mohl započíti intensivnější erosi, jevící se zejména též v silnější zpátečné erosi malého přítoku 5, kdežto tok 4 oloupený o svůj hlavní přítok 6 bloudí nyní v nejspodnější části původního svého údolí. Na místě, kde přítok 6 sám si zatarasil vlastními nánosy cestu, leží podnes ssuťový kužel. Konečně zpáteční erosí pronikl přítok 5 do nejhořejší části původního toku záp.-východního (2), odváděje část jeho vody.

Tři zbytky naznačují nám tedy původně jednotný subsekventní přítok Gelnice; jeden leží v nejhořejší části dnešního Florenseifenbachu — 2, druhý odpovídá malému jeho přítoku pod vrchem „Am Pelz" — 3, třetí jest přítokem Gelnice — 4. Diluvialní nánosy vyskytají se nejzřetelněji v místech, kde původně ústil potok 5 a 6, pak na místě odvedení toku 2 + 3 a 6 a porůznu v údolí „Unter Stein".

Ku konci tohoto pojednání budiž mi dovoleno poděkovati p. taj. radovi prof. d r u. F. B e y s c h l a g o v i, řediteli král. prusk. geol. ústavu v Berlíně, a prof. d r u. P. K r u s c h o v i, přednostovi oddělení pro mapování v pohoří při témže ústavě, za vzácné pohostinství, jež mi poskytli ve sbírkách jim podřízených po celou dobu mého pobytu v Berlíně. Zmapovav k podnětu p. prof. d r a. P. K r u s c h e výše popsanou krajinu s praktickým zřetelem k rudním žilám, *započal jsem* v srpnu minulého roku spracováním sebraného materialu vědeckého *v ústavě shora uvedeném*, jsa stále podporován nevšední pozorností a radou p. prof. K r u s c h e, jemuž tuto zvlášť upřímné díky vzdávám.

K stejným díkům jsem zavázán p. *Cyr. ryt. Purkyni*, ř. professoru miner. a geologie při české vys. škole technické, *v jehož ústavě jsem práci*

svou dokončil, používaje stále jeho vzácné ochoty a rady. Děkuji dále p. V. Dyckovi, řediteli společnosti na dobývání měděnných rud v Mlýnkách, jehož pohostinství jsem se namnoze těšil, a zejména též svému milému příteli dipl. inž. dru. R. Cronacherovi, vedoucímu inženýru jmenovaných dolů, jenž mi v každém ohledu při namáhavé práci v štolách i terrainu přicházel přátelsky vstříc. Nechci opomenouti též vzácné ochoty p. F. Hanuše, ř. professora analyt. chemie při č. vys. šk. techn., na jehož podnět provedl jeho assistent pan A. Jílek pečlivě analysy hornin v práci uvedené; oběma jsem k díkům zavázán.

RESUMÉ:

1. Z důvodů tektonických, stratigrafických, petrografických a palaeontologických jest velmi pravděpodobno, že pásmo slepencové, jež dosud bylo považováno za mladokarbonské, po příp. permské, jest stáří staropalaeozoického, asi devonského.

2. Pásmo porfyroidové, jež dříve v literatuře pojednávající o našem území bylo uvedeno názvem fyllitických a sericitických břidlic hlinitých, jest metamorfovaným příkrovem křemitých porfyrů, křemitých keratofyrů a jejich tuffů.

3. Nad těmi uloženo pásmo t. zv. zelených břidlic. Rozeznávám v něm dva horizonty stratigrafické a shledávám, že jest hlavně z diabasů, diabasových porfyritů, jejich tuffů a lavic sedimenterního původu složeno.

4. Intruse gabbrového batholitu, dle většiny autorů chybně dioritu, jest mladší předcházejícího pásma, avšak starší karbonského vápence, vzniklého v nejmladší době spodního karbonu. Náleží tedy asi starší době spodního karbonu.

5. Nad břidlicemi a vápencem spodního karbonu zjistil jsem poprvé v této krajině břidlice, jež jsou dle flory v nich nalezené mladokarbonské.

6. Velká část červených břidlic, uvedených na starších mapách co Werfenské břidlice, patří k nejspodnější části pásma slepencového, ač místy snad i podřízeně pravé Werfenské břidlice vystupují.

7. Specielní tektonika krajiny na přiložené geologické mapě znázorněná, jest úplně samostatným a novým výsledkem těchto studií. Vyskytují se tu hlavně dva systémy zlomů; příčné, směřující k sz jsou celkem mladší, podélné směru sv jsou v celku starší. Podélným zlomem jest palaeozoické horstvo odděleno od mesozoického; dle něho bylo prvé přes druhé volně přesmyknuto. Jest asi poněkud odchýleným pokračováním Uhligovy Muráňské tektonické čáry. Podle podélných zlomů jsou mezi mladšími triasovými vápenci vytlačeny úzké kry Werfenských břidlic a dle podobných dislokací jest část palaeozoika vklíněna do batholitu gabbrového, jsouc sama opětně prostoupena zlomy.

S podélnými zlomy bývá spojena tendence k přesmyknutí.

Mapovaným územím, jakož i staršími podélnými zlomy prostupují napříč k převládajícímu směru vrstevnímu (jz—sv) mladší příčné zlomy. V době všeobecného vrásnění varisského byly starší vrstvy složeny v normalní a ležaté vrásy; na jednom místě byla asi antiklinala při vrásnění roztržena v čáře sedlové.

8. Jak z obou systémů dislokačních patrno, bylo území naše podrobeno tlakům hlavně dvojího směru, a to jednak jz, po příp. sv, jednak jv. Výslednicí obou jsou diaklasy, směřující v slepencích od s k j.

9. V břidlicích pásma slepencového byly poprvé nalezeny zkameněliny rostlinné. Tyto mají podobu dichotomicky rozdělených os a jsou nápadně podobny, ne-li totožny s českými Hostinellami a Rhodeami a s podobnými německými i americkými rostlinami devonskými. V břidlicích uložených v nadloží spodního karbonu podařilo se nalézti otisk úkrojku listového od Neuropteris flexuosa a Cyclopteris. V spodním karbonu na Gugle byl nalezen ramenonožec Spiriferina octoplicata.

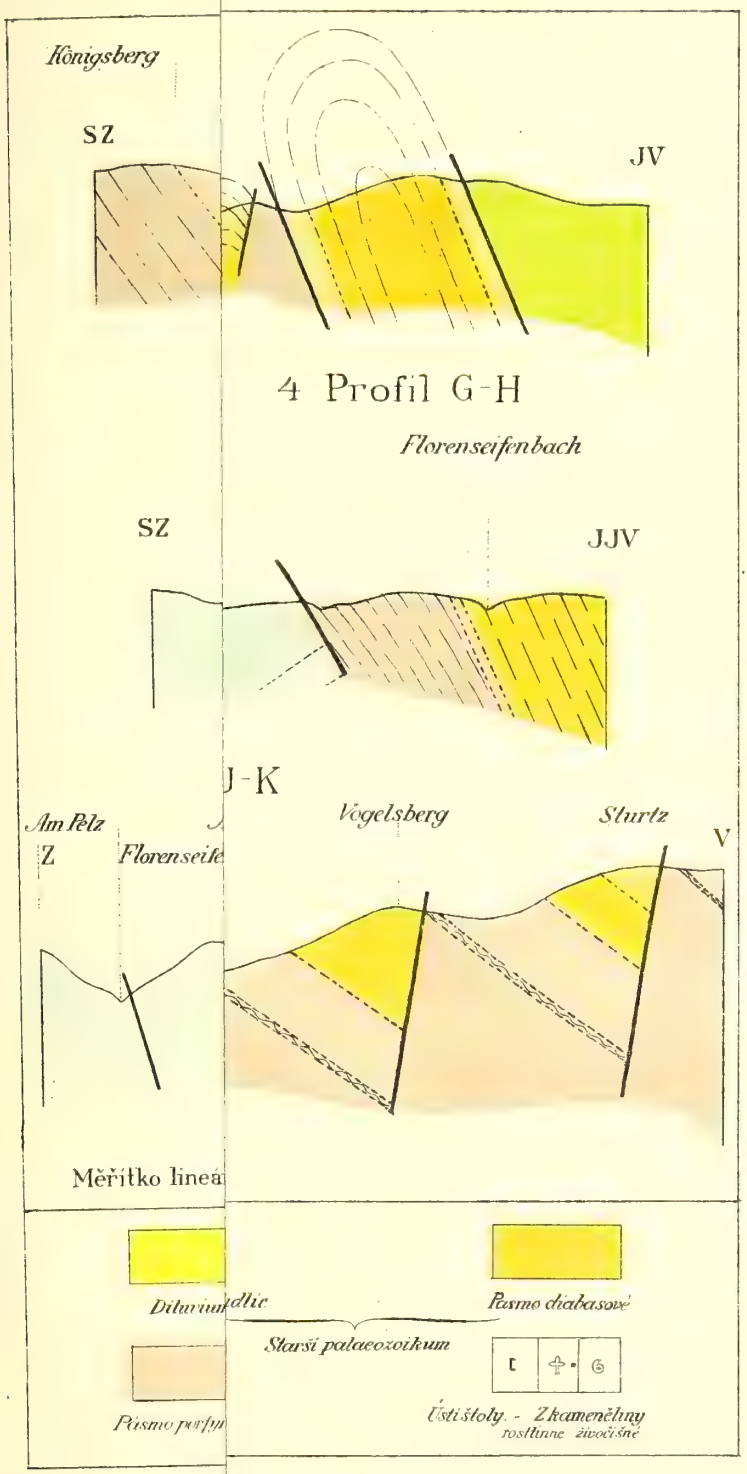
10. Po stránce morfologické jest dosti nápadná konstantní výška vrcholů. Směr toků jest ponejvíce konsekventní, někdy též subsekventní. Dvěma obrazy znázorněny dnešní a bývalý směr toků říčných v záp. části mapovaného území.

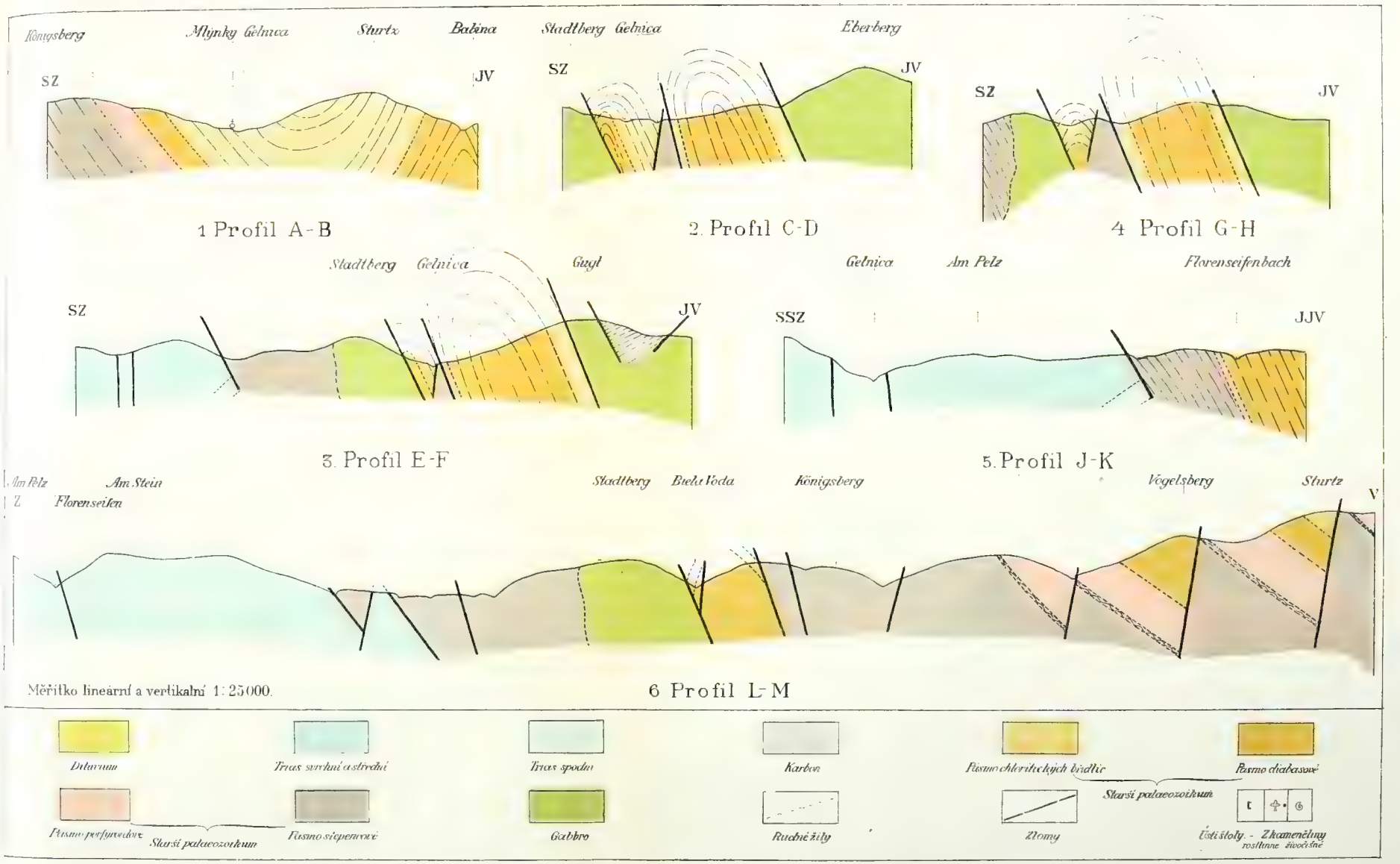
Literatura.

1. V. Uhlig, Bau und Bild der Karpaten v „Bau u. Bild Österreichs". Wien-Leipzig 1903.
2. F. v. Hauer. Geolog. Übersichtskarte der österr.-ungar. Monarchie. West-Karpaten. Jahrb. d. geol. Reichsamt. Wien, 1869 p. 507.
3. H. Böckh, Beiträge zur Gliederung der Ablagerungen des Szepes-Gömörer Erzgebirges. Jahresber. der kgl. ungar.-geol. Anstalt für 1905. Budapest 1907 p. 46.
4. F. W. Voit, Geognost. Schilderung der Lagerstättenverhältnisse von Dobschau in Ungarn. Jahrb geol. Reichsanst. Wien 1900, p. 708.
5. W. Bartels, Spateisenerzlagerstätten des Zipser Comitates in Oberungarn. Archiv f. Lagerstättenforschung. Berlin 1910. H. 5.
6. D. Stur, Bericht über die geolog. Aufnahme der Umgebung von Schmöllnitz und Göllnitz. Jahrb. geol. Reichsamt. 1869, p. 383.
7. F. v. Andrian, Bericht über die Übersichtsaufnahmen im Zipser u. Gömörer Comitate. Jb. geol. R. 1859 p. 535.
8. W. Illés, Montangeolog. Verhältnisse in der westl. Umgebung von Dobsina. Jahresber. der kgl. und. geol. Anst. für 1902. Budapest 1904, p. 134.
9. D. Stur, Bericht über die geolog. Aufnahme im oberen Waag- u. Grantale. Jahrb. geol. R. 1868.
10. F. Schafarzik, Daten zur genaueren Kenntnis des Szepes-Gömörer Erzgeb. Math. u. naturwiss. Berichte aus Ungarn, 1905, H. 3., p. 225.
11. Týž: Vorläuf. Mitteilung über das Auftreten von Quarzporphyren u. Porphyroiden in den Komitaten Gömör u. Szepes. Földtani Közlöny. Budapest 1902, p. 326.
12. H. Credner, Über nordamerik. Porphyroide. Neues Jahrb. f. Min., Petr. u. Geol. 1870, p. 970.
13. U. Grubenmann, Die kristallinen Schiefer. II. Teil, 1907, p. 43.
14. A. Osann, Versuch einer chem. Klassifikation der Eruptivgesteine. II. Die Ergußgesteine. Tschermak's Min. u. petr. Mitteil. 1901, p. 399, *Taf. VIII.*
15. H. Bücking. Über Porphyroidschiefer und verwandte Gesteine des Hinter-Taunus. Ber. der Senckenberg. naturforsch. Gesellsch. Frankfurt a. M. 1903, p. 155.
16. A. Johnsen, Petrogr. Untersuchungen der Harzer Porphyroide. Neues Jahrb. f. Min., Geol. u. Pal. 1901. Beil. Bd. 14, p. 1.
    Týž: Die Thüringer Porphyroide. Ibidem. Beil. Bd. 27, 1909, p. 326.
17. F. Becke, Die Eruptivgesteine des böhm. Mittelgebirges u. der amerik. Andes. Tschermak's Min. u. petr. Mitteil. 1903, p. 209.
18. M. Weber, Zur Petrographie der Samoainseln. Abhandl. der baier. Akad. d. Wiss., Bd. 29.
    Týž: Über Diabase und Keratophyre aus dem Fichtelgebirge. Centralbl. f. Min., Geol. u. Pal. 1910, p. 37.

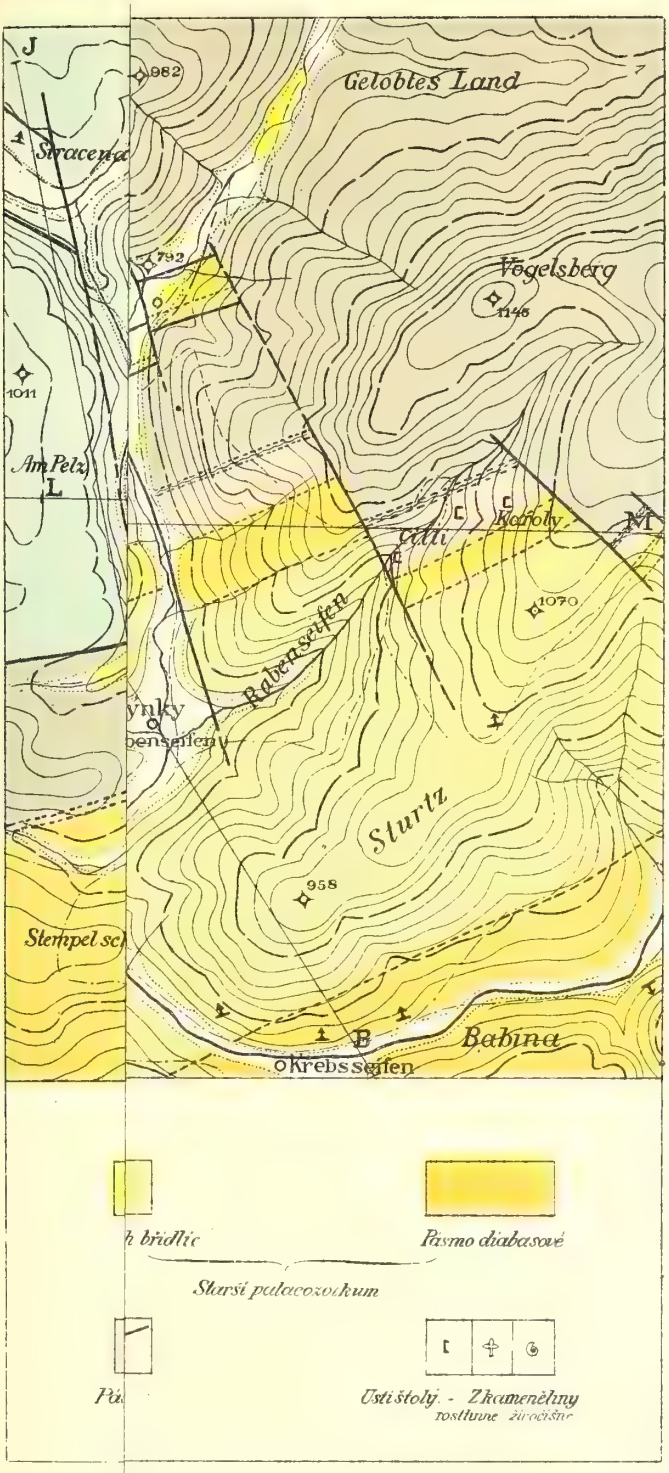
19. O. H. Erdmannsdörfer, Über die systemat. Stellung der Harzer Keratophyre. Ibidem 1909, p. 33.
Týž: Über Magmenverteilung. Geolog. Rundschau. Bd. II., H. 1. Leipzig 1911, p. 8.
20. W. Franckh, Beiträge zur Geologie des südöstl. Taunus, insbes. der Porphyroide dieses Gebietes. Berichte d. oberhess. Ges. f. Natur- u. Heilkunde 1899.
21. E. Holzapfel, Das Rheintal von Bingerbrück bis Lahnstein. Abhandl. der preuss. geol. Landesanst. 1893.
22. L. Milch, Die Diabasschiefer des Taunus. Zeitschr. d. deutsch. geol. Ges. 1889, p. 394.
23. H. Preiswerk, Untersuchung eines Grünschiefers von Brusson (Piemont). Centralbl. f. Min., Pal. u. Geol. 1901, p. 303.
24. O. H. Erdmannsdörfer, Die devon. Eruptivgesteine u. Tuffe bei Harzburg u. ihre Umwandlung im Kontakthof des Brockenmassivs. Jahrb. d. preuß. geol. Landesamt. für 1904, p. 1.
Týž: Über die Umwandlung von Diabasfeldspäten in Kontakthöfen von Tiefengesteinen. Zeitschr. der deutsch. geol. Ges. Bd. 56, p. 1.
25. F. Becke, Über Mineralbestand und Struktur der kristallinen Schiefer. Comptes rendus IX congr. intern. de Vienne 1903, p. 553.
26. L. Milch, Die Diabasschiefer des Taunus. Zeitschr. d. deutsch. geol. Ges. 1889, p. 394.
27. H. Böckh, Die geol. Verhältnisse des Vashegy atd. Mitteil. aus dem Jahrb. d. kgl. ung. Geol. Anst. Bd. XIV., 1905, p. 65.
28. A. Cathrein, Über Saussurit. Groth's Zeitschrift f. Krystallogr. 1883, p. 234.
29. L. Hezner, Ein Beitrag zur Kenntnis der Eklogite u. Amphibolite. Tschermak's Min. u. petr. Mitteil. 1903, p. 505.
30. H. Rosenbusch, Elemente der Gesteinslehre II., 4. Aufl., p. 286.
31. A. Osann, Versuch einer chem. Klassifikation der Eruptivgesteine. Über die Definition von Diorit u. Gabbro. Tschermak's Min. u. petr. Mitteil. 1903, p. 403.
32. F. Tannhäuser, Der Neuroder Gabbrozug in der Grafschaft Glatz. N. Jahrb. für Min., Geol., u. Pal. Beil. Bd. 26, 1908, p. 71.
33. F. S. Beudant, Voyage minéral. et géolog. en Hongrie pendant l'année 1818. Paris 1822.
34. v. Andrian, Umgebung von Dobschau u. Czetnek. Verh. geol. Reichsanst. 1868 p. 55.
35. S. Faller, Reisenotizen über einige wichtigere Metallbergbaue Ober-Ungarns. Berg- u. hüttenmänn. Jahrb. d. k. k. Bergakad. 1867, p. 129.
36. L. Zeuschner, Gangverhältnisse bei Kotterbach u. Poracs. Sitzber. d. k. Akad. d. Wiss. Wien 1853, 1855.
37. S. Roth, Varietät des Dobschauer Grünsteins. Verhandl. d. geol. Reichsanst. 1879, p. 223.
38. L. Nagy, Daten über den Diorit von Dobschau. Földt. Közl. 1879, p. 403.
39. Th. Posewitz, Bemerkungen über den Grünstein von Dobschau. Verhandl. d. geol. Reichsanst. Wien, 1879, p. 79.
40. W. C. Brögger, Triadische Eruptionsfolge bei Predazzo, p. 35.
Týž: Die Eruptivgesteine des Christianiagebietes. I. Die Gesteine der Grorudit-Tinguáit-Series. Christiania, 1894.
41. F. Frech, Das marine Karbon in Ungarn. Földtani Közlöny. Budapest 1906, p. 103.
42. F. Fötterle, Umgebungen von Theissholz. Verh. geol. Reichsanst. Wien, 1867, p. 216.
43. M. Lugeon, Les nappes de recouvrement de la Tatra et l'origine des Klippes des Carpathes. Bull. Soc. Vaudoise des sc. natur. Vol. 39, p. 50.

44. V. Uhlig, Über die Tektonik der Karpathen. Sitzber. der math.-naturw. Klasse der k. Akad. d. Wiss. Wien 1907, II., p. 871.
45. Diener, Bau u. Bild der Ostalpen v „Bau u. Bild Österreichs". Wien-Leipzig, 1903, p. 633.
46. F. Frech, Die Karnischen Alpen, p. 486.
47. H. Polonié, Ch. Bernard, Flore dévonienne de l'étage *H* de Barrande. Syst. silur. du centre de la Bohême, 1904.
48. A. G. Nathorst, Zur fossilen Flora der Polarländer. I. Th., 1. Lief. 1894, I. Th., 3. Lief. 1902.
49. D. Stur, Die Silurflora der Etage Hh_1 in Böhmen. Sitzber. der k. Akad. d. Wiss. Bd. 84, p. 88.
50. J. W. Dawson. On the flora of the devonian period in North-Eastern Amerika. Quat. Journ. of geol. Soc. of London 1862, p. 296.
51. M. F. Gilkinet, Sur quelques plantes fossiles de l'étage des Psammnites Condroz. Bullet. de l'Acad. roy. de Belg. sér. II, 1875.
52. J. W. Dawson, The fossil plants of the devonian and upper silur. formations of Canada. Geolog. Survey of Canada 1871.
53. A. G. Nathorst, Zur palaeoz. Flora der arktischen Zone. Kgl. Svenska Vetensk. Akad. Handling. Stockholm 1894. Bd. 26, Nro. 4, p. 57.
54. A. Gesell, Montangeolog. Aufnahme auf dem von der Dobsinaer südöstl. Stadtgrenze südl. gelegenen Gebiete. Jahresber. der ung. geol. Anst. für 1902. Budapest 1904, p. 120.
55. V. Illés, Der erste in Ungarn gefundene Trilobite. Földtani Közl. Budapest, 1902, p. 408.
56. W. Ph. Schimper, Traité de paléontologie végétale. Paris, 1869.
57. F. Ryba — A. Hoffman, Leitpflanzen der palaeozoischen Steinkohlenablagerungen in Mittel-Europa. Prag 1899.
58. R. Zeiller, Études de gites mineraux de la France. Bassin houiller de Valenciennes. Paris 1888.
59. F. Frech, Lethaea geognostica. I. Teil, 2. Bd., 2. Lief. Die Steinkohlenformation.
60. H. Polonié, Lehrbuch der Pflanzenpaläontologie. Berlin 1897.


Königsberg
SZ
JV
4 Profil G-H
Florenseifenbach
SZ
JJV
J-K
Am Pelz
Z
Florenseife
Vogelsberg
Sturtz
V
Měřítko linea
Diluvium
dlic
Pásmo diabasové
Starší palaeozoikum
Pásmo porfy
Ústí štoly. - Zkameněliny
rostlinné živočišné

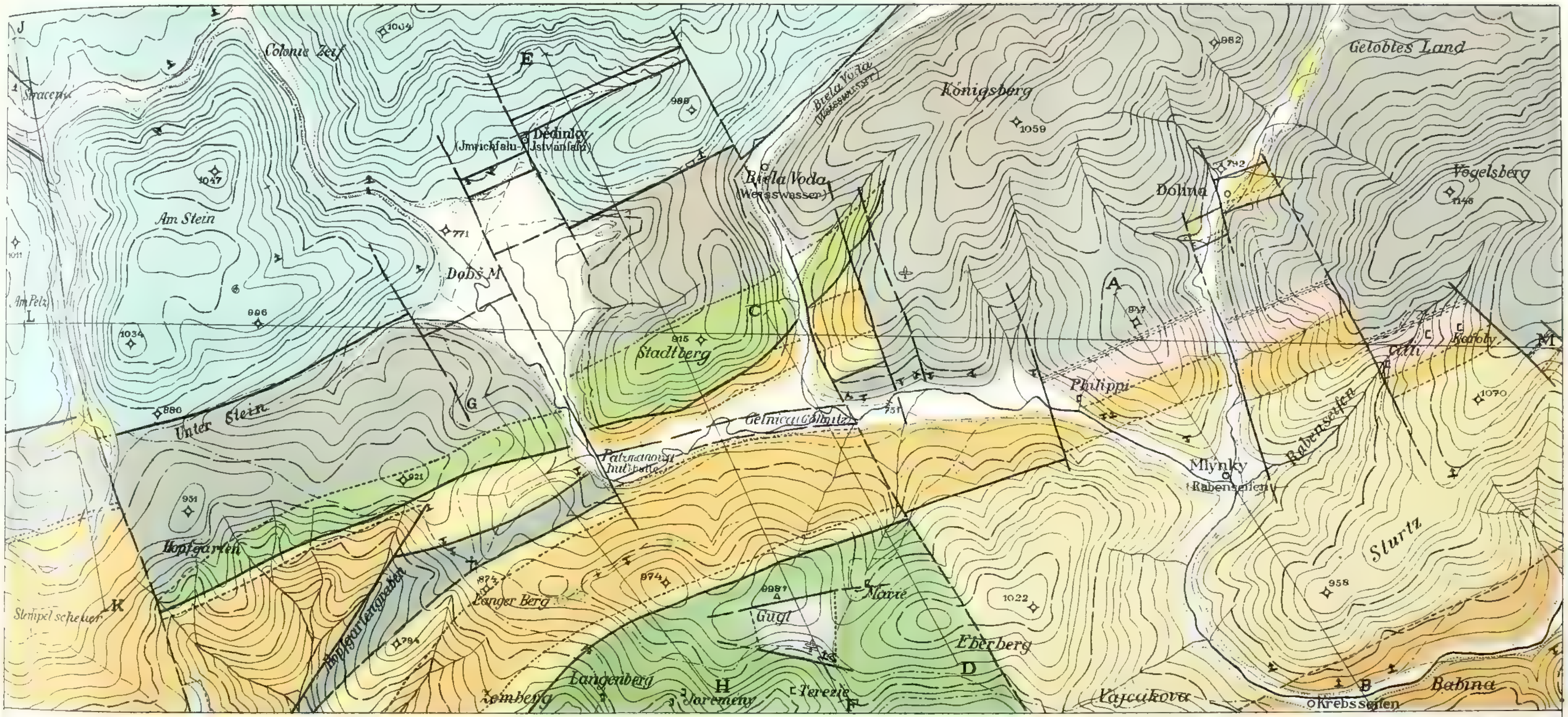

Königsberg
Mlynky Gelnica
Sturtz
Babina
Stadtberg Gelnica
Eberberg
SZ
JV
1 Profil A-B
2. Profil C-D
4 Profil G-H
Stadtberg Gelnica
Gugl
Gelnica
Am Pelz
Florenseifenbach
SSZ
JJV
3. Profil E-F
5. Profil J-K
Am Pelz
Am Stein
Florenseifen
Stadtberg
Biela Voda
Königsberg
Vogelsberg
Sturtz
Měřítko lineární a vertikální 1:25000.
6 Profil L-M
Diluvium
Trias svrchní a střední
Trias spodní
Karbon
Pásmo chloritických břidlic
Pásmo diabasové
Starší palaeozoikum
Pásmo porfyrové
Pásmo sieperové
Gabbro
Rudné žíly
Zlomy
Ústí štoly. - Zkameněliny
rostlinné živočišné

Dr. Josef



J
982
Gelobtes Land
Stracena
792
Vogelsberg
1146
1011
Am Pelz
L
Karoly
M
Cilli
1070
Rabenseifen
ynky
benseifen
Sturtz
958
Stempel sc
B
Babina
Krebsseifen
h břidlic
Pásmo diabasové
Starší palaeozoikum
Pá
Ústí štolý. - Zkamenělíny
rostlinné živočišné

Dr. Josef Woldřich: Geologické a tektonické studie v Karpatech sev. od Dobšiné



Měřítko 1:25 000

Diluvium	Trias svrchní a střední	Trias spodní	Karbon	Pásmo chloritických břidlic	Pásmo diabasové
Pásmo porfyroidové	Pásmo slepencové	Gabbro	Rudné žíly	Zlomy	Ústí štoly. - Zkameněliny rostlinné, živočišné

Starší palaeozoikum (Pásmo chloritických břidlic, Pásmo diabasové)

Starší palaeozoikum (Pásmo porfyroidové, Pásmo slepencové)

Poznámka k theorii rovnic differenciálních lineárních.

Napsal

Dr. František Rádl.

Předloženo dne 8. března 1912.

Vyšetřování uveřejněné v roč. XLI. „Časopisu pro pěstování math. a fysiky" pod týmž heslem, které nadepsáno tomuto pojednání, lze, pokud provedeno bylo pro lineární rovnice obyčejné, rozšířiti i na systémy těchto rovnic, jak ukázáno v následujícím.

Vyhneme se těžkopádnosti, budeme-li uvažovati místo případu všeobecného pouze systém dvou rovnic

$$\left.\begin{aligned} y' + A\,y + B\,z &= M \\ z' + C\,y + D\,z &= N, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

kde $A, B, \ldots, N$ jsou funkce x. Zevšeobecnění jest pak samozřejmé.

1. Abychom stanovili nejprve tvar integrálů systému (1), dosaďme do soustavy rovnic

$$\left.\begin{aligned} y_1' &= \mu \\ z_1' &= \nu \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{pro } y_1 &= \varphi\,y + \chi\,z, \\ z_1 &= \psi\,y + \tau\,z, \end{aligned}$$

kde $\mu, \nu, \varphi, \chi, \psi, \tau$ jsou funkce x. Obdržíme systém lineárných rovnic, který možná uvésti na normální tvar (1), při čemž

$$A = \frac{\varphi'\tau - \chi\psi'}{\delta},\ B = \frac{x'\tau - \chi\,\tau'}{\delta},\ C = \frac{\varphi\,\psi' - \varphi'\,\psi}{\delta},\ D = \frac{\varphi\,\tau' - \chi'\,\psi}{\delta}, \quad (3)$$

$$M = \frac{\mu\tau - \nu\chi}{\delta}, \quad N = \frac{\mu\psi - \nu\varphi}{\delta}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

označíme-li $\begin{vmatrix} \varphi, \chi \\ \psi, \tau \end{vmatrix} = \delta$; nutno patrně předpokládati $\delta \neq 0$.

Dán-li obráceně systém (1), udávají rovnice (3) k daným koëfficientům A, B, C, D funkce $\varphi, \chi, \psi, \tau$. Nalézti skutečně takto tyto funkce jest ovšem úloha ještě nesnadnější než řešiti danou soustavu (1), funkce ty však existují za jistých velice všeobecných podmínek pro funkce $A, \ldots, D$ dle existenčního therému o differenciálních rovnicích obyčejných; pak plyne z rovnice (4) $\mu = M\varphi - N\chi$, $\nu = M\psi - N\tau$.

Dle (2) udávají tudíž všeobecné řešení dané soustavy (1) relace

$$\varphi y + \chi z = \int (M\varphi - N\chi)\, dx + c_1$$
$$\psi y + \tau z = \int (M\psi - N\tau)\, dx + c_2$$

čili

$$y = \frac{1}{\delta} \begin{vmatrix} \int (M\varphi - N\chi)\, dx, \chi \\ \int (M\psi - N\tau)\, dx, \tau \end{vmatrix} + \frac{1}{\delta} \begin{vmatrix} c_1, \chi \\ c_2, \tau \end{vmatrix}$$

$$z = \frac{1}{\delta} \begin{vmatrix} \varphi, \int (M\varphi - N\chi)\, dx \\ \psi, \int (M\psi - N\tau)\, dx \end{vmatrix} + \frac{1}{\delta} \begin{vmatrix} \varphi, c_1 \\ \psi, c_2 \end{vmatrix} \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

První členy pravých stran jsou částečné integrály vzniklé z členů M, N daného systému, druhé členy udávají všeobecné řešení dané soustavy homogenní, je-li tedy $M = N = 0$.

Jest ihned patrné, že známe-li všeobecné řešení dané soustavy homogenní, které má tvar $y = c_1 Y_1 + c_2 Y_2$, $z = c_1 Z_1 + c_2 Z_2$, stanovíme nejprve δ dle relace $\frac{1}{\delta} = Y_1 Z_2 - Y_2 Z_1$; rovnice tato plyne ze vztahu $\delta = \varphi\tau - \psi\chi$ dělením δ^2 a vzhledem k (5). Pak obdržíme $\varphi, \chi, \psi, \tau$ řešením algebraických lineárních rovnic.

Vyžaduje tudíž stanovení všeobecného integrálu dané soustavy nehomogenní, tedy s členy M, N, pouze vykonání dvou quadratur, jak se jinak vykládá Lagrangeovou variací konstant nebo methodou Cauchyho.

2. Také u systémů lineárních rovnic obyčejných lze k integraci užiti často *transformace kaskádní*. Poněvadž integraci systému (1) s členy M, N lze převésti na řešení soustavy homogenní, budiž předložen k integraci systém

$$\left.\begin{aligned} y' + A y + B z = 0 \\ z' + C y + D z = 0. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Úloha, jak v předešlém odstavci ukázáno, byla by rozřešena stanovením funkcí $\varphi, \chi, \psi, \tau$ dle rovnic (3), což je však nesnadné. Zvolme

tedy tolik z těchto funkcí libovolně, až by ostatní bylo možná stanoviti nejvýš užitím quadratury; pravě tolik z koëfficientů A, B, C, D musí pak hověti určitým podmínkám. Stačilo by zvoliti libovolně kterékoli tři z těchto funkcí, výsledky však nabudou jednoduché symmetričnosti, zvolíme-li předem libovolně všechny čtyry funkce φ, χ, ψ, τ. Pak všechny čtyry koëfficienty systému (6) nemohou být libovolné, nýbrž musí hověti podmínkám (3).

Není-li tomu tak, a dán-li systém (6) předem nezávisle na volbě funkcí φ, χ, ψ, τ, možno ho psáti ve formě

$$\left.\begin{aligned} y' + a\,y + b\,z - h\,y - i\,z &= 0 \\ z' + c\,y + d\,z - k\,y - l\,z &= 0, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

kde a, b, c, d jsou koëfficienty hovící relacím (3), tedy $a = \frac{\varphi'\tau - \chi\psi'}{\delta}$, $b = \ldots.$; $h = a - A$, $i = b - B$, $k = c - C$, $l = d - D$.

Dejme nyní stystému (7) tvar

$$\left.\begin{aligned} y_1' - H\,y - I\,z &= 0 \\ z_1' - K\,y - L\,z &= 0 \end{aligned}\right\}, \qquad \left.\begin{aligned} y_1 &= \varphi\,y + \chi\,z \\ z_1 &= \psi\,y + \tau\,z \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (8)$$

Eliminujeme-li z této soustavy y_1, z_1, obdržíme nutně systém totožný se systémem (7); porovnáním obou lze stanoviti součinitele H, I, K, L.

Vznikne totiž provedením eliminace a uvedením na tvar normální

$$y' + \left(a - \frac{\tau H - \chi K}{\delta}\right)y + \left(b - \frac{\tau I - \chi L}{\delta}\right)z = 0$$

$$z' + \left(c + \frac{\psi H - \varphi K}{\delta}\right)y + \left(d + \frac{\psi I - \varphi L}{\delta}\right)z = 0;$$

porovnáním se (7) plyne tudíž

$$\left.\begin{aligned} \tau H - \chi K &= \delta h, \\ -\psi H + \varphi K &= \delta k, \end{aligned}\right. \qquad \left.\begin{aligned} \tau I - \chi L &= \delta i, \\ -\psi I + \varphi L &= \delta l. \end{aligned}\right.$$

První a třetí relace dává

$$H = h\varphi + k\chi, \quad K = h\psi + k\tau,$$

druhá a čtvrtá

$$I = i\varphi + l\chi, \quad L = i\psi + l\tau.$$

Označme v následujícím

$$\begin{vmatrix} H, & J \\ K, & L \end{vmatrix} = \Delta.$$

Eliminujme však ze soustavy (8) y, z. První a třetí rovnice v (8) určuje $y = \frac{L\,y_1' - I\,z_1'}{\Delta}$, $z = \frac{H\,z_1' - K\,y_1'}{\Delta}$, dosazením do druhé a čtvrté

obdržíme po převedení na tvar normální systém

$$\left.\begin{aligned} y_1' + \frac{\Delta}{\vartheta}(\psi I - \tau H)\, y_1 + \frac{\Delta}{\vartheta}(\chi H - \varphi I)\, z_1 = 0 \\ z_1' + \frac{\Delta}{\vartheta}(\tau K - \psi L)\, y_1 + \frac{\Delta}{\vartheta}(\varphi L - \chi K)\, z_1 = 0 \end{aligned}\right\},$$

kde

$$\vartheta = \begin{vmatrix} \tau H - \psi I, & \chi H - \varphi I \\ \psi L - \tau K, & \varphi L - \chi K \end{vmatrix};$$

poněvadž však tento determinant rovná se $\delta \Delta$, zní též předešlý systém

$$\left.\begin{aligned} y_1' + A_1 y_1 + B_1 z_1 = 0 \\ z_1' + C_1 y_1 + D_1 z_1 = 0 \end{aligned}\right\}, \text{ kde } \left.\begin{aligned} A_1 = \frac{\psi I - \tau H}{\delta}, \quad B_1 = \frac{\chi H - \varphi I}{\delta}, \\ C_1 = \frac{\psi L - \tau K}{\delta}, \quad D_1 = \frac{\chi K - \varphi L}{\delta}. \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Poněvadž Δ krácením vymizí, není potřebí předpokládat, že $\Delta \neq 0$ čili, poněvadž $\Delta = \delta \begin{vmatrix} h, & i \\ k, & l \end{vmatrix}$, že $\begin{vmatrix} h, & i \\ k, & l \end{vmatrix} \neq 0$. O této podmínce bude zmínka učiněna v odst. 4.

Tím daný systém (6) transformován na jiný téhož druhu o jiných koëfficientech, i možná patrně tuto transformaci dále opakovati a psáti systém (9) ve formě

$$\left.\begin{aligned} y_1' + a\, y_1 + b\, z_1 - h_1 y_1 - i_1 z_1 = 0 \\ z_1' + c\, y_1 + d\, z_1 - k_1 y_1 - l_1 z_1 = 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

a stanoviti příslušné H_1, I_1, K_1, L_1 a t. d.

Vykonáním s transformací obdržíme konečně systém

$$\left.\begin{aligned} y_s' + A_s y_s + B_s z_s = 0 \\ z_s' + C_s y_s + D_s z_s = 0, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

při čemž platí $A_s = \frac{\psi I_{s-1} - \tau H_{s-1}}{\delta}$, podobně B_s, C_s, D_s; nebo též

$$\left.\begin{aligned} y_s' + a\, y_s + b\, z_s - h_s y - i_s z_s = 0 \\ z_s' + C\, y_s + d\, z_s - k_s y_s - l_s z_s = 0. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

Je-li možná nějakým způsobem nalézti řešení y_1, z_1 systému (9), udávají relace

$$y = \frac{y_1 \tau - z_1 \chi}{\delta}$$

$$z = \frac{-y_1 \psi + z_1 \varphi}{\delta}$$

stanovené dle (8) přechod k integrálům soustavy dané (6). Podobně z řešení soustavy s-té (11) stanovíme integrály všech systémů předcházejících a i původního (6).

3. Řešení soustavy (11) možná však ihned dle (5) napsati, vyhovují-li koëfficienty A_s, B_s, C_s, D_s podmínkám (3), čili je-li současně

$$h_s = i_s = k_s = l_s = 0.$$

Jest podstatné zjistiti nejdříve možnost této podmínky, neboť v pojednání shora citovaném ukázáno, že při rovnicích nelineárních $h = h_s$, tedy nemůže $h_s = 0$, je-li $h \neq 0$.

Vzhledem k systémům (9), (10) platí patrně

$h_1 = a - A_1 = a - \frac{\psi I - \tau H}{\delta}$ a podobně pro i_1, k_1, l_1; vyjádříme-li H, I, K, L pomocí h, i, k, l, vzniknou relace

$$\begin{aligned} h_1 &= a + \frac{1}{\delta}(\varphi\tau h - \varphi\psi i + \chi\tau k - \chi\psi l) \\ i_1 &= b + \frac{1}{\delta}(-\varphi\chi h + \varphi^2 i - \chi^2 k + \varphi\chi l) \\ k_1 &= c + \frac{1}{\delta}(\psi\tau h - \psi^2 i + \tau^2 k - \psi\tau l) \\ l_1 &= d + \frac{1}{\delta}(-\chi\psi h + \varphi\psi i - \chi\tau k + \varphi\tau l). \end{aligned} \quad \ldots\ldots (13)$$

Poněvadž však též vzhledem k (11), (12) jest $h_s = a - A_s = a - \frac{\psi I_{s-1} - \tau H_{s-1}}{\delta}$, platí všeobecně vztah

$$h_s = a + \frac{1}{\delta}(\varphi\tau h_{s-1} - \psi\varphi i_{s-1} + \chi\tau k_{s-1} - \chi\psi l_{s-1})$$

a podobné relace pro i_s, k_s, l_s.

Tím umožněn přechod od $s-1$ transformovaného systému k s-tému. Jest patrné, že také independentně h_s, i_s, k_s, l_s souvisí s h, i, k, l relacemi algebraicky lineárnými.

Stanovme ještě relace k (13) inversní. Determinant soustavy rovnic určujících h, i, k, l jest rovin δ^4, i obdržíme jednoduchý výsledek

$$\begin{aligned} h &= \frac{1}{\delta}(\varphi\tau\overline{h_1 - a} + \psi\tau\overline{i_1 - b} - \varphi\chi\overline{k_1 - c} - \psi\chi\overline{l_1 - d}) \\ i &= \frac{1}{\delta}(\chi\tau\overline{h_1 - a} + \tau^2\overline{i_1 - b} - \chi^2\overline{k_1 - c} - \chi\tau\overline{l_1 - d}) \\ k &= \frac{1}{\delta}(-\varphi\psi\overline{h_1 - a} - \psi^2\overline{i_1 - b} + \varphi^2\overline{k_1 - c} + \psi\varphi\overline{l_1 - d}) \\ l &= \frac{1}{\delta}(-\chi\psi\overline{h_1 - a} - \psi\tau\overline{i_1 - b} + \psi\chi\overline{k_1 - c} + \varphi\tau\overline{l - d}). \end{aligned} \quad (14)$$

Platí patrně všeobecně

$$h_{s-1} = \frac{1}{\delta}\,(\varphi\,\tau\,\overline{h_s - a} + \psi\,\tau\,\overline{i_s - b} - \varphi\,\chi\,\overline{k_s - c} - \psi\,\chi\,\overline{l_s - d})$$

a podobně pro i_{s-1}, k_{s-1}, l_{s-1}. Koëfficienty v těchto inversních relacích jsou tytéž jako v rovnicích přímých (13) a to i co do znamení, jsou pouze jinak rozestaveny.

Má-li být $h_1 = i_1 = k_1 = l_1 = 0$, udávají rovnice (14) určité hodnoty pro h, i, k, l; rovněž hodnoty pro h_{s-1}, i_{s-1}, k_{s-1}, l_{s-1}, má-li býti $h_s = i_s = k_s = l = 0$. Účelnost transformace k integraci tím zajištěna.

Dle těchto relací možná na př. se přesvědčiti, že případ, aby se systém jedinou transformací reprodukoval, aby tedy soustava (9) byla identická s danou (6), vůbec nastati nemůže.

Kdyby totiž platilo $h_1 = h$, $i_1 = i$, $k_1 = k$, $l_1 = l$, tedy dle (13) by pro h, i, k, l platil systém rovnic

$$\begin{aligned}
(\varphi\,\tau - \delta)\,h - \varphi\,\psi\,i + \chi\,\tau\,k - \chi\,\psi\,l &= -a\,d\\
-\varphi\,\chi\,h + (\varphi^2 - \delta)\,i - \chi^2\,k + \varphi\,\chi\,l &= -b\,\delta\\
\tau\,\psi\,h - \psi^2\,i + (\tau^2 - \delta)\,k - \psi\,\tau\,l &= -c\,\delta\\
-\psi\,\chi\,h + \varphi\,\psi\,i - \chi\,\tau\,k + (\varphi\,\tau - \delta)\,l &= -d\,\delta;
\end{aligned}$$

poněvadž však rovnice 1. a 4., mající levé strany až na znamení stejné a pravé různé, si odporují, nelze vyhovět soustavě konečnými hodnotami.

Chceme-li obdržeti systémy, které lze jedinou transformací integrovati, zvolíme libovolně φ, χ, ψ, τ, čímž dáno a, b, c, d; pak relace (14) udávají za podmínky $h_1 = i_1 = k_1 = l_1 = 0$ příslušné h, i, k, l, tedy i A, B, C, D. Opakovaným užitím vzorců (14) stanovíme systémy, které lze řešiti provedením s transformací. Tím naznačen první způsob, jímž obdržíme systémy řešitelné quadraturou.

Aby dedukce tyto doloženy byly příkladem, budiž $\varphi = x + 1$, $\chi = x$, $\psi = x + 2$, $\tau = x + 1$, tedy $\delta = 1$, $a = b = 1$, $c = d = -1$. Má-li býti $h_1 = i_1 = k_1 = l_1 = 0$, jest dle (14) $h = -(2x + 3)(2x + 1)$, $i = -(2x + 1)^2$, $k = (2x + 3)^2$, $l = (2x + 1)(2x + 3)$. Systém daný zní tudíž

$$\begin{aligned}
y' + (4x^2 + 8x + 4)\,y + (4x^2 + 4x + 2)\,z &= 0\\
z' - (4x^2 + 12x + 10)\,y - (4x^2 + 8x + 4)\,z &= 0;
\end{aligned}$$

poněvadž první transformace dává soustavu

$$\begin{aligned}
y_1' + y_1 + z_1 &= 0\\
z_1' - y_1 - z_1 &= 0
\end{aligned}$$

o integrálech

$$\begin{aligned}
y_1 &= c_1\,(x + 1) - c_2\,x\\
z_1 &= -c_1\,(x + 2) + c_2\,(x + 1).
\end{aligned}$$

má systém předložený řešení

$$\begin{aligned}
y &= c_1\,(2x^2 + 4x + 1) - 2\,c_2\,x\,(x + 1)\\
z &= -c_1\,(2x^2 + 6x + 4) + c_2\,(2x^2 + 4x + 1).
\end{aligned}$$

4. Systém (11) lze však také patrně rozřešiti pouhou quadraturou, je-li $B_s = 0$ nebo je-li $C_s = 0$.

Pro $s = 1$ vyžaduje podmínka $B_1 = 0$ dle (9), aby $\chi H - \varphi I = 0$ čili, dosadíme-li hodnoty za H, I z odst. 2. a upravíme-li, $k\left(\frac{\chi}{\varphi}\right)^2 + (h - l)\frac{\chi}{\varphi} - i = 0$; řešení této rovnice vzhledem k $\frac{\chi}{\varphi}$ jest všeobecně vyjádřeno v nevýhodné irracionální formě. Předpokládáme-li však $h\,l - k\,i = 0$, má rovnice tato racionální kořeny $\frac{\chi}{\varphi} = \frac{l}{k}, -\frac{h}{k}$.

Podobně chceme-li, aby $C_1 = 0$ čili aby $\psi L - \tau K = 0$, jest nutné vyhověti téže podmínce pro $\frac{\tau}{\psi}$

$$k\left(\frac{\tau}{\psi}\right)^2 + (h - l)\frac{\tau}{\psi} - i = 0$$

čili

$$\frac{\tau}{\psi} = \frac{l}{k}, -\frac{h}{k} \text{ za supposice } h\,l - k\,i = 0.$$

Tím tedy naznačen druhý způsob, jak utvořiti systémy řešitelné quadraturou. Zvolíme libovolně φ, ψ, χ, τ a utvoříme hodnoty h, i, k, l, aby vyhovovaly dvěma ze čtyr podmínek právě odvozených. Tím obdržíme systém, jejž dle vzorců (14) možná transformovati, vzniklý systém opět transformovati a t. d. Vzniklé systémy vesměs mají integrály souvisící s řešením prvního systému dle relací

$$y_{s-1} = \frac{y_s \tau - z_s \chi}{\delta}, \quad z = \frac{-y_s \psi + z_s \varphi}{\delta}.$$

Souhrn článku jest tudíž ten, že daný systém (6) lze řešiti quadraturou, je-li pro některý s-tý systém transformovaný buď

1. $h_s = i_s = k_s = l_s = 0$ nebo

2. platí-li mimo požadavek $\begin{vmatrix} h_s, & i_s \\ k_s, & l_s \end{vmatrix} = 0$ jedna ze čtyř podmínek

$$\frac{l_s}{k_s}, -\frac{h_s}{k_s} = \frac{\chi}{\varphi}, \frac{\tau}{\psi}.$$

Dodatky k analytickým úvahám o kružnicích a koulích Apolloniových a isogonálných.

Napsal

J. SOBOTKA.

(Předloženo dne 23. března 1912.)

1. V následujícím budeme používati veskrz jen souřadnic pravoúhlých. Uvažujme hned čtyři plochy kulové $K_i = 0$ $(i = 1, 2, 3, 4)$ o středech S_i, poloměrech r_i a kladme $d_{ik} = S_i S_k$, $\tau_{ik} = d_{ik}^2 - (r_i \mp r_k)^2$. Pro každou kombinaci sfér daných koulemi $K_i = 0$ obdržíme jistou kombinaci veličin τ_{ik} vedoucí nás k jednomu páru koulí K, K′, jež se sfér těch dotýkají, a to v bodech, jejichž analytické vyjádření bylo v jiné práci provedeno pomocí přímek g_i ve stěnách čtyřstěnu $S_1 S_2 S_3 S_4$ položených.[1]) Vytkněme si na př. přímku g_1 v rovině $S_2 S_3 S_4$ protínající hrany $S_2 S_3$, $S_3 S_4$, $S_4 S_2$ příslušně v bodech G_4, G_2, G_3 daných dělícími poměry $(S_2 S_3 G_4) = \frac{\tau_{12}}{\tau_{13}}$, $(S_3 S_4 G_2) = \frac{\tau_{13}}{\tau_{14}}$, $(S_4 S_2 G_3) = \frac{\tau_{14}}{\tau_{12}}$. Přímka p_1 středem potenčním O koulí $K_i = 0$ vedená kolmo ku rovině $S_1 g_1$ seče kouli $K_1 = 0$ v bodech U_1, U'_1, v nichž se jí dotýkají koule dotykové K, K′.

Jsou-li (a_i, b_i, c_i) souřadnice bodů S_i, jsou souřadnice bodu G_4

$$\frac{\tau_{13} a_2 - \tau_{12} a_3}{\tau_{13} - \tau_{12}}, \quad \frac{\tau_{13} b_2 - \tau_{12} b_3}{\tau_{13} - \tau_{12}}, \quad \frac{\tau_{13} c_2 - \tau_{12} c_3}{\tau_{13} - \tau_{12}}$$

a bodu G_2

$$\frac{\tau_{14} a_3 - \tau_{13} a_4}{\tau_{14} - \tau_{13}}, \quad \frac{\tau_{14} b_3 - \tau_{13} b_4}{\tau_{14} - \tau_{13}}, \quad \frac{\tau_{13} c_3 - \tau_{13} c_4}{\tau_{14} - \tau_{13}}.$$

Proto jest rovnice roviny $S_1 g_1$:

$$\begin{vmatrix} 1, & x, & y, & z \\ 1, & a_1, & b_1, & c_1 \\ \tau_{13} - \tau_{12}, & \tau_{13} a_2 - \tau_{12} a_3, & \tau_{13} b_2 - \tau_{12} b_3, & \tau_{13} c_2 - \tau_{12} c_3 \\ \tau_{14} - \tau_{13}, & \tau_{14} a_3 - \tau_{13} a_4, & \tau_{14} b_3 - \tau_{13} b_4, & \tau_{14} c_3 - \tau_{13} c_4 \end{vmatrix} = 0.$$

[1]) Analytické úvahy o koulích . . . . ., čís. 9. roč. XXI. těchto Rozprav.

Rozložíme-li determinant tento v čtyři determinanty podle dvojčlenů v prvcích posledních dvou řádků, obdržíme

$$\tau_{13}\tau_{14}\begin{vmatrix} 1, & x, & y, & z \\ 1, & a_1, & b_1, & c_1 \\ 1, & a_2, & b_2, & c_2 \\ 1, & a_3, & b_3, & c_3 \end{vmatrix} - \tau_{13}^2 \begin{vmatrix} 1, & x \ldots \\ 1, & a_1 \ldots \\ 1, & a_2 \ldots \\ 1, & a_4 \ldots \end{vmatrix} + \tau_{12}\tau_{13} \begin{vmatrix} 1, & x \ldots \\ 1, & a_1 \ldots \\ 1, & a_3 \ldots \\ 1, & a_4 \ldots \end{vmatrix} = 0.$$

Lze tudíž rovnici roviny $S_1 g_1$ uvésti na tvar

$$G_1 = \begin{vmatrix} 0, & x, & y, & z, & 1 \\ 0, & a_1, & b_1, & c_1, & 1 \\ \tau_{12}, & a_2, & b_2, & c_2, & 1 \\ \tau_{13}, & a_3, & b_3, & c_3, & 1 \\ \tau_{14}, & a_4, & b_4, & c_4, & 1 \end{vmatrix} = 0. \qquad (1)$$

Obecně lze rovnici roviny $S_l g_l$ tedy vyjádřiti

$$\begin{vmatrix} 0, & x, & y, & z, & 1 \\ 0, & a_l, & b_l, & c_l, & 1 \\ \tau_{lm}, & a_m, & b_m, & c_m, & 1 \\ \tau_{ln}, & a_n, & b_n, & c_n, & 1 \\ \tau_{lk}, & a_k, & b_k, & c_k, & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

2. Budiž dále $Q = 0$ koule orthotomická k daným plochám $K_i = 0$ a budiž $R = 0$ rovina podobnosti uvažovaných čtyř sfér obsažených v plochách $K_i = 0$, pro něž koule dotykové K, K′ hledáme.

Jak známo, jest, když značíme p_i potenci počátku soustavy souřadné vzhledem ke kouli $K_i = 0$

$$Q = \begin{vmatrix} x^2 + y^2 + z^2, & x, & y, & z, & 1 \\ p_1 \quad , & a_1, & b_1, & c_1, & 1 \\ p_2 \quad , & a_2, & b_2, & c_2, & 1 \\ p_3 \quad , & a_3, & b_3, & c_3, & 1 \\ p_4 \quad , & a_4, & b_4, & c_4, & 1 \end{vmatrix} \qquad (2)$$

a

$$R = \begin{vmatrix} 0, & x, & y, & z, & 1 \\ \varepsilon_1 r_1, & a_1, & b_1, & c_1, & 1 \\ \varepsilon_2 r_2, & a_2, & b_2, & c_2, & 1 \\ \varepsilon_3 r_3, & a_3, & b_3, & c_3, & 1 \\ \varepsilon_4 r_4, & a_4, & b_4, & c_4, & 1 \end{vmatrix}, \qquad (3)$$

kde $\varepsilon_1, \ldots \varepsilon_4$ značí $+1$ nebo -1 podle znamení poloměrů uvažovaných čtyř sfér.

Rovnici $Q = 0$ lze též psáti, přičteme-li k prvému sloupci determinantu (2) sloupec druhý násobený $-2a_1$, třetí násobený $-2b_1$, čtvrtý násobený $-2c_1$ a pátý násobený p_1 se zřetelem k tomu, že

$$p_i + p_k - 2\,\mathrm{S}a_i a_k = \mathrm{S}a_i^2 - r_i^2 + \mathrm{S}a_k^2 - r_k^2 - 2\,\mathrm{S}a_i a_k$$
$$= d_{ik}^2 - (\varepsilon_i r_i - \varepsilon_k r_k)^2 - 2\,\varepsilon_i \varepsilon_k r_i r_k = \tau_{ik} - 2\,\varepsilon_i \varepsilon_k r_i r_k,$$

$$Q = \begin{vmatrix} K_1 & , & x \ldots, & 1 \\ -2\varepsilon_1^2 r_1^2 & , & a_1 \ldots, & 1 \\ \tau_{12} - 2\varepsilon_1\varepsilon_2 r_1 r_2, & & a_2 \ldots, & 1 \\ \tau_{13} - 2\varepsilon_1\varepsilon_3 r_1 r_3, & & a_3 \ldots, & 1 \\ \tau_{14} - 2\varepsilon_1\varepsilon_4 r_1 r_4, & & a_4 \ldots, & 1 \end{vmatrix} = 0. \tag{4}$$

Rovinu potenční $P_1 = 0$ koulí $Q = 0$, $K_1 = 0$ obdržíme kladouce do posledního determinantu $K_1 = 0$; rovnice její jest tudíž

$$\begin{vmatrix} 0, & x, & \ldots \\ 0, & a_1, & \ldots \\ \tau_{12}, & a_2, & \ldots \\ \tau_{13}, & a_3, & \ldots \\ \tau_{14}, & a_4, & \ldots \end{vmatrix} - 2\varepsilon_1 r_1 \begin{vmatrix} 0, & x, & \ldots \\ \varepsilon_1 r_1, & a_1, & \ldots \\ \varepsilon_2 r_2, & a_2, & \ldots \\ \varepsilon_3 r_3, & a_3, & \ldots \\ \varepsilon_4 r_4, & a_4, & \ldots \end{vmatrix} = 0 \tag{4'}$$

čili

$$P_1 = G_1 - 2\varepsilon_1 r_1 R = 0. \tag{5}$$

Plochy kulové, které protínají vytčené čtyry sféry isogonálně, tvoří svazek ploch kulových

$$Q_\lambda = Q + 2\lambda R = 0, \tag{6}$$

kde $\lambda = \varrho \cos \omega$, při čemž ϱ značí poloměr libovolné koule ve svazku a ω úhel, v němž dané sféry seče.

Hledáme-li potenční rovinu $E_\lambda = 0$ koule $K_1 = 0$ s libovolnou koulí svazku (6), třeba jen v rovnici (6) uvésti Q na tvar (4) a klásti $K_1 = 0$, čímž obdržíme

$$E_\lambda = G_1 + 2(\lambda - \varepsilon_1 r_1) R = 0. \tag{7}$$

Z rovnic (5) a (7) soudíme:

Roviny potenční ploch kulových, jež protínají čtyry sféry isogonálně, s každou z nich tvoří svazek rovin obsahující rovinu podobnosti sfér těch.

3. Čtyřstěny stanovené rovinami $P_i = 0$, $G_i = 0$ jsou perspektivní pro $R = 0$ jakožto rovinu perspektivnosti.

Rovnice (5) dává následující konstrukci koulí K, K′ dotýkajících se čtyř sfér.

„Sestrojíme potenční rovinu $P_1 = 0$ jedné z daných sfér a jejich koule orthotomické $Q = 0$, již protneme v přímce r_1 s rovinou podobnosti $R = 0$ daných sfér; pak kolmice p_1 ze středu O koule $Q = 0$ ku rovině $S_1 r_1$ seče sféru $K_1 = 0$ v jejich bodech dotyku s hledanými koulemi K, K′, jejichž středy jsou na kolmici s O na $R = 0$.“

V tom jest známé řešení Gergonne-ovo spoluobsaženo. Kouli $Q = 0$ můžeme za účelem konstrukce přímky r_1 nahraditi libovolnou koulí $Q_\lambda = 0$ svazku (6) a tím dospějeme k řešení, jež podal na př. Fouché (v Nouvelles Annales de mathém. 1892), použijeme-li té vlastnosti, že $Q_\lambda = 0$ seče libovolné dvě z řečených čtyř sfér v kružnicích, které lze spojiti kuželem 2. řádu jehož vrchol jest střed podobnosti těch dvou sfér.

1*

4. V práci v předcházejícím uvedené jsem ukázal, jak lze koule K, K′ sestrojiti pomocí přímky g_{12}, v níž se roviny $G_1 = 0$, $G_2 = 0$ protínají. Tuto jednoduchou konstrukci lze ještě dále zjednodušiti tím, že sestrojíme přímku g_{12} na základě vlastností, jež jsme právě získali.

Pro krátkost budeme v následujícím užívati pro plochy $Q = 0$, . . . symbolů Q, . . .

Vytkneme si střed podobnosti S_{12} sfér na $K_1 = 0$, $K_2 = 0$, kteréhož zároveň použijeme k sestrojení roviny podobnosti R; dále sestrojíme průsečné přímky r_1, r_2 rovin P_1, P_2 s R, vedeme v R bodem S_{12} libovolnou přímku, která nechť seče r_1 v bodě D_1, r_2 v bodě D_2, pak se protnou přímky $D_1 S_1$, $D_2 S_2$ v jednom bodě D_{12} přímky g_{12}, která procházejíc též bodem $r_1 . r_2$ jest tím stanovena; správnost konstrukce vychází z toho, že D_{12} jest společným bodem rovin $(S_1 r_1)$, $(S_2 r_2)$, $(D_1 D_2 S_1 S_2)$.

Nejjednodušší konstrukce koulí K, K′ jest asi následující. Sestrojíme R a položíme rovinu body O, S_1 kolmo ku R, jež protne kouli Q v kružnici q, K_1 v kružnici k_1 a rovinu R v přímce r; přímka potenční kružnic q, k_1 seče přímku r v bodě, na jehož spojnici s bodem S_1 spustíme kolmici s bodu O; kolmice ta seče k_1 v bodech dotyku koulí K, K′ s $K_1 = 0$ a spojnice bodů dotyku s S_1 vytínají na kolmici z O ku r středy S, S' ploch K, K′.

5. Zanášejme se ještě konstrukcí ploch kulových, které protínají dané čtyři koule $K_i = 0$ pod daným úhlem ω. Orientací ploch kulových obdržíme osm různých skupin, z nichž každá utvořena jest čtyřmi sférami přináležejícími daným čtyřem koulím, tak že řešení úlohy se děje pro každou skupinu sfér zvláště. Uvažujme jednu takovou skupinu; plochy kulové isogonální k sférám skupiny vyjádřeny jsou rovnicí (6). Volíme-li O za počátek a rovinu ním rovnoběžně k R kladenou za rovinu $(x\,y)$ značíce e vzdálenost roviny R od bodu O, nabude (6) tvaru

$$(x^2 + y^2 + z^2 - p) - 2\,\lambda\,k\,(z - e) = 0,$$

kde jest k určitá konstanta, již bychom mohli snadno z rovnice (6) stanoviti.

Z rovnic (5) a (7) plyne

$$(G_1, R, E_\lambda, P_1) = 1 - \frac{\lambda}{\varepsilon_1 r_1},$$

tedy

$$(R, P_1, G_1, E_\lambda) = \frac{\lambda}{\varepsilon_1 r_1}. \tag{8}$$

Označíme-li ϱ_0, ϱ'_0 poloměry koulí dotykových K, K′ a T, T′ jejich roviny tečné v bodech dotyku s $K_1 = 0$, obdržíme

$$(R, P_1, G_1, T) = -\frac{\varrho_0}{\varepsilon_1 r_1}, \qquad (R, P_1, G_1, T') = -\frac{\varrho_0'}{\varepsilon_1 r_1}$$

a tudíž

$$(P_1, R, T, T') = -\frac{\varrho_0}{\varrho'_0},$$

Z poslední rovnice libovolné koule isogonální Q^λ vidíme, že její střed S_ω má od počátku O vzdálenost

$$\xi = \lambda k = k \varrho \cos \omega,$$

znamená-li ϱ poloměr koule té.

Pro koule dotykové K, K′ poloměrů ϱ_0, ϱ'_0, pro něž $\cos \omega = \pm 1$ jsou vzdálenosti ty

$$\xi_0 = k \varrho_0, \qquad \xi'_0 = -k \varrho'_0,$$

takže jest

$$\frac{\varrho \cos \omega}{\xi} = \frac{\varrho_0}{\xi_0} = -\frac{\varrho'_0}{\xi'_0} = \frac{1}{k}. \tag{9}$$

6. Tím jest dána též konstrukce ploch kulových, které dané čtyry sféry protínají v daném úhlu ω. Střed S_ω takové koule leží na kolmici z s bodu O na R. Položme na př. opět bodem S_1 a přímkou z rovinu N protínající $K_1 = 0$ v kružnici k_1, $Q = 0$ v kružnici q a R v přímce r. Půjde o to, stanoviti v N na z bod S_ω jakožto střed kružnice k_ω přináležející svazku $(q\ r)$ tak, aby kružnice ta protínala k_1 v úhlu ω. K tomu můžeme použiti relace (9).

Za tím účelem sestrojme nejprv střed S resp. S' jedné z koulí K, K′, opišme dále kolem bodu U, v němž potenční přímka kružnic q, k_1 seče r, jakožto středu kružnici u orthogonální ku q a tedy i k_1. Kružnice k_ω bude protínati u taktéž orthogonálně. Budiž A jeden jejich bod průsečný, pak jest $\frac{A\ S_\omega}{O\ S_\omega} = \frac{\varrho_0}{\xi_0 \cos \omega}$.

Místem bodů, pro něž vzdálenost tečná od u a vzdálenost od bodu O má stálou hodnotu jest kružnice v, jejíž střed ležící na $U\ O$ dělí vzdálenost UO v poměru $\frac{\varrho_0^2}{\xi_0^2 \cos^2 \omega}$. Kružnici tu stanovíme třeba tak, že zvolíme dvakráte dvě délky, jejichž poměr jest $\varrho_0 : \xi_0 \cos \omega$ tak, aby kružnice kolem O mající první délku za poloměr a kružnice kolem U utínající na tečnách kružnice u úsečky od bodu dotyku měřené, jež rovnají se délce druhé, se protínaly reálně. Takto jest kružnice v dostatečně určena. Ona seče z ve dvou bodech, z nichž každý S_ω jest středem jedné kružnice hledané k_ω. Kolmice z U ku $S_\omega\ S_1$ seče k_1 ve dvou bodech kružnice této. Tím jest naše úloha řešena.

7. Jinou konstrukci si zjednáme, když uvážíme jednotlivé případy zde se vyskytující zvláště podle toho, jestli r se dotýká kružnice q, nebo ji protíná reálně aneb konečně imaginárně.

1. Nechť se q dotýká přímky r v bodě L. Z relace $\frac{\varrho}{\xi} \cos \omega = \frac{\varrho_0}{\xi_0}$ plyne

$$(L\ O\ S_\omega\ S) = \frac{1}{\cos \omega}, \tag{10}$$

kterážto relace nám dává přímo konstrukci bodu S_ω. Opíšeme kružnici u kolem U, která zde prochází bodem L a protneme ji přímkou bodem U

vedenou a s r uzavírající úhel ω v bodě, jehož průmět orthogonálný na r budiž O', takže $(L\,O'\,U) = \frac{1}{\cos\omega}$.

Bodem S vedeme rovnoběžku k r, již protneme přímkou $O\,O'$ v bodě V, pak seče $U\,V$ přímku z v hledaném bodě S_ω.

Neboť je-li R_∞ nekonečně vzdálený bod na r, jest $\frac{1}{\cos\omega} = (L\,O'\,U) = (L\,O'\,U\,R_\infty) = V\,(L\,O'\,U\,R_\infty)$. Protneme-li svazek poslední přímkou z, obdržíme čtyři body L, O, S^*, S, jejichž dvojpoměr jest $\frac{1}{\cos\omega}$, pročež $S_\omega \equiv S^*$. Páry bodů S_ω odpovídajících různým úhlům ω tvoří involuci mající O a L za body dvojné.

2. Přímka r protínej q ve dvou realných bodech. Označme M jeden z nich. Ježto pro úhly ω a ω', pro něž $\cos\omega = -\cos\omega'$ jest $\frac{\varrho}{\xi} = -\frac{\varrho'}{\xi'}$ a tedy pro středy S_ω, S'_ω oněch dvou kružnic, jež protínají sféry v těchto úhlech, platí $\frac{\varrho}{\varrho'} = -\frac{S_\omega O}{S'_\omega O}$, proto jsou přímky $M\,S_\omega$, $M\,S'_\omega$ souměrně položeny vzhledem ku $M\,O$.

Kladme $\sphericalangle O\,M\,S_\omega = \varphi$, $\sphericalangle O\,M\,S = \varphi_0$; z rovnice $\frac{\varrho}{\xi}\cos\omega = \frac{\varrho_0}{\xi_0}$ plyne, ježto

$$\frac{\varrho}{\xi} = \frac{\sin(M\,O, z)}{\sin\varphi}, \qquad \frac{\varrho_0}{\xi_0} = \frac{\sin(M\,O, z)}{\sin\varphi_0},$$

relace

$$\sin\varphi = \sin\varphi_0\cos\omega. \tag{11}$$

Spustíme-li tudíž z O kolmici na $M\,S$ resp. $M\,S'$ délky d a sestrojíme-li délku $d' = d\cos\omega$, pak tečny z bodu M ke kružnici kolem středu O poloměrem d' opsané sekou z v bodech S_ω, S'_ω a jest patrno, že S_ω, S'_ω tvoří pár involuce na z, jejíž dvojné body jsou O a pól V roviny R.

3. Rovina R neprotíná realně kouli Q. Budiž L průsečík přímky z s R a t poloměr kružnice v, která má střed v L a seče q orthogonálně. Je-li N jeden průsečík kružnice v s kružnicí k_ω, kladme $\sphericalangle L\,N\,O = \psi$, pak plyne z trojúhelníků $L\,N\,O$, $O\,N\,S_\omega$, klademe-li jako dříve $O\,L = e$

$$\frac{\varrho}{\xi} = \frac{t}{e}\,tg\,\psi.$$

Značí-li N_0 průsečík kružnice k_1 s v a klademe-li $\sphericalangle L\,N_0\,O = \psi_0$, obdržíme pomocí (9) obdobně relaci

$$\cot\psi = \cot\psi_0\cos\omega. \tag{12}$$

Pro kružnici k'_ω obdržíme obdobně úhel ψ', a ježto $\cos\omega' = -\cos\omega$, proto jest $\psi + \psi' = \pi$. Opíšeme-li tudíž kružnici v_ω trojúhelníku $L\,O\,N$, protne tato v ještě v bodě N' té vlastnosti, že tečna v něm ku v seče z

ve středu S'_ω kružnice k'_ω. Označme v_0 kružnici opsanou trojúhelníku LON_0. Kružnice $v_0, v_\omega, \ldots$ tvoří svazek kružnic a společné tětivy jejich s kružnicí v tvoří svazek přímek k němu promětný. Vrchol V toho svazku leží na z; jest to pól roviny R vzhledem ke kouli Q, neboť společná tětiva kružnic q a v též svazku tomu náleží. Polára g bodu V vzhledem ku v jest proto přímka rovnoběžně ku r bodem O vedena. Seče tudíž kolmice s bodu L na společnou tětivu kružnic v, v_ω přímku g v bodě G_ω náležejícím kružnici v_ω, a přímka $G_\omega N$ jest tečnou ku v a protíná tudíž z v bodě S_ω.

Z úvahy této plyne tudíž následující konstrukce kružnice k_ω.

„Sestrojíme nejprv bod S a jednu tečnu bodem tím ku v, která protne g v bodě G_0 kružnice v_0; pak jest úhel $O\,G_0\,L$ roven buď ψ_0 nebo $\pi - \psi_0$. Potřebujeme tudíž jen sestrojiti na g úsečku $O\,G_\omega = O\,G_0 \,.\, cos\,\omega$, načež jest $\sphericalangle\, O\,G_\omega\,L$ roven ψ resp. $\pi - \psi$, takže G_ω náleží kružnici v_ω a proto tečny ku v bodem G_ω vedené protnou z v bodech S_ω, S'_ω."

Shledáváme opět, že S_ω, S'_ω tvoří pár involuce na z o dvojných elementech O a V. V každém případě tudíž involuce $S_\omega\,S'_\omega, \ldots$ se promítá z bodu S_1 paprskovou involucí, jejíž dvojné elementy jsou $S_1\,O$ a spojnice bodu S_1 s polem V roviny R vzhledem ku Q; jsou tedy na př. přímky $S_1\,S$, $S_1\,S'$ harmonicky odděleny přímkami $S_1\,O$, $S_1\,V$. Toho můžeme při konstrukci ploch kulových dotykových K, K′ rovněž použiti.

8. Rovina potenční P_1 koulí Q a K_1 jest polárou bodu O vzhledem ku kouli K_1; přímka p_1 seče ji v bodě P_1, který jest od O oddělen harmonicky body dotyku U_1, U'_1, v nichž p_1 seče K_1. Z toho plyne, že přímka $S_1\,V$ seče rovinu P_1 v bodě P_1 náležejícím přímce p_1. Sestrojíme tedy p_1 též tak, že sestrojíme průsečnou přímku r_1 roviny P_1 s R a s bodu S_1 spustíme kolmici na rovinu $O\,r_1$, která protne P_1 v bodě P_1 přímky hledané p_1. Neboť roviny tečné přímkou r_1 ku K_1 jsou harmonicky odděleny od rovin $O\,r_1$ a P_1.

Buďtež P_2, P_3, P_4 analogické body přímek p_2, p_3, p_4. Body P_i tvoří čtyřstěn perspektivný k čtyřstěnu $S_1\,S_2\,S_3\,S_4$ pro pól V roviny R vzhledem ku Q jakožto střed perspektivity. Rovina perspektivity jest rovina R sama. Neboť na př. spojnice bodů dotyku U_1, U_2 koule K prochází středem podobnosti S_{12} sfér K_1, K_2, rovněž jako spojnice bodů dotyku U'_1, U_2' koule K′. Obě dvě přímky $U_1\,U_2$, $U'_1\,U'_2$ leží v rovině $p_1\,p_2$; přímka k nim s přímkou $S_{12}\,O$ harmonická seče p_1 v bodě P_1 s O harmonickým k U_1, U'_1 a p_2 v bodě P_2 s O harmonickým ku U_2, U'_2; prochází tedy přímka $P_1\,P_2$ bodem S_{12}, z čehož jest patrno, že příslušné si hrany čtyřstěnů $S_1\,S_2\,S_3\,S_4$, $P_1\,P_2\,P_3\,P_4$ se protínají v rovině R.

Když tedy sestrojíme poláry n_i bodu O vzhledem ke kružnicím, v nichž roviny $S_i\,z$ sekou K_i, pak transversála bodem S_{kl} ku přímkám n_k, n_l protíná tyto v bodech P_k, P_l.

Obecněji jest patrno, je-li $\overline{P_1}$ libovolný bod přímky p_1 a sestrojíme-li k čtyřstěnu $S_1\,S_2\,S_3\,S_4$ perspektivný čtyřstěn $\overline{P_1}\,\overline{P_2}\,\overline{P_3}\,\overline{P_4}$, pro R jakožto rovinu a pro průsečík $\overline{V}$ přímky $S_1\,\overline{P_1}$ se z jakožto střed perspektivity,

že přímky p_2, p_3, p_4 obsahují vrcholy $\overline{P}_2$, $\overline{P}_3$, $\overline{P}_4$. Přímka p_1 obsahuje pól roviny R vzhledem ku K_1; stotožníme-li tedy $\overline{P}_1$ s pólem tím, pak jest $\overline{V}$ v nekonečnu a $\overline{P}_2$, $\overline{P}_3$, $\overline{P}_4$ jsou póly roviny R vzhledem k ostatním koulím K_i, jak to konstrukce Gergonne'ova vyjadřuje.

Zajímavý jest specielní případ, kdy čtyřstěn $\overline{P}_1\,\overline{P}_2\,\overline{P}_3\,\overline{P}_4$ degeneruje v úplný čtyřroh. Abychom seznali, že případ ten jest možný, uvažujme nejprv dvě z vytknutých sfér, na př. ty, jež jsou na K_1 a K_2. Sféry ty leží centricky kollinearně pro střed jejich podobnosti S_{12} jakožto střed kollineace a pro jejich rovinu potenční P_{12} jakožto rovinu kollineace. V kollineaci té přísluší rovině potenční P_1 ploch K_1, Q rovina potenční P_2 ploch K_2, Q, přímce p_1 přímka p_2, bodům U_1, U_1', P_1 na p_1 body U_2, U'_2, P_2 na p_2, čímž promětnost příslušných sobě řad bodových na těchto přímkách jest stanovena. Rovina R jdoucí středem S_{12} seče P_1 v přímce r_1, P_2 v přímce r_2, které si tedy též kollinearně přísluší. Přímky p_1, p_2 jsou polárami přímek r_1, r_2 vzhledem ku K_1 a K_2, z čehož seznáváme znovu, že si rovněž kollinearně přísluší. Protíná-li R přímku p_1 v bodě F_1, přímku p_2 v bodě F_2, jsou body ty též sobě příslušné, z čehož patrno opět, že přímka $F_1\,F_2$ prochází bodem S_{12}. Bod O obou řad na p_1, p_2 si sám přísluší, jsa v rovině kollineační. Roviny $S_1\,p_1$, $S_2\,p_2$ se protínají v přímce z bodem O ku R normálně vedené a z dřívějšího vychází, že jest z osou perspektivnou svazků $S_1\,(O, U_1, U'_1, P_1, \ldots)$, $S_2\,(O, U_2, U'_2, P_2, \ldots)$; proto se protínají také přímky $S_1\,F_1$, $S_2\,F_2$ na ose z v bodě F. Jsou-li F_3, F_4 stopy přímek p_3, p_4 do R, soudíme z toho, že i přímky $S_3\,F_3$, $S_4\,F_4$ procházejí bodem F, ježto na př. obdobně soudíme že $S_1\,F_1$, $S_3\,F_3$ a $S_1\,F_1$, $S_4\,F_4$ se protínají na z. Promítneme-li tudíž čtyřstěn $S_1\,S_2\,S_3\,S_4$ z bodu F do R, obdržíme takto čtyřroh $F_1\,F_2\,F_3\,F_4$ k čtyřstěnu tomu perspektivný; spojnice jeho rohů s bodem O jsou přímkami p_1, p_2, p_3, p_4.

Z toho seznáváme, že konstrukci dotykových bodů koulí K, K' s danými čtyřmi sférami možno též takto uspořádati.

Sestrojíme bod O, rovinu R a pól její $P_1{}^*$ vzhledem ku K_1, pak jest $p_1 = O\,P_1{}^*$, dále protneme p_1 s R v bodě F_1 a spojíme F_1 s bodem S_1. Spojnice seče kolmici z O na R v bodě F, z něhož promítneme též S_2, S_3, S_4 do R v body F_2, F_3, F_4; pak jest $p_2 = F\,F_2$, $p_3 = F\,F_3$, $p_4 = F\,F_4$.

Výsledek ten plyne přímo z úvahy předcházející. Stopy stěn čtyřstěnu $S_1\,S_2\,S_3\,S_4$ tvoří úplný čtyřstran, jehož vrcholy jsou stopami hran čtyřstěnu toho, kdežto stopní body F_1, F_2, F_3, F_4 přímek p_1, p_2, p_3, p_4 tvoří úplný čtyřroh; první jest druhému vepsán a druhý prvému opsán. Oba tvoří dohromady konfiguraci Hesse-ovu deseti bodů a deseti přímek; na každé přímce leží tři body a každým bodem procházejí tři přímky konfigurace. Z této vlastnosti plyne, že čtyřroh lze považovati za průmět centrálný čtyřstěnu $S_1\,S_2\,S_3\,S_4$ z určitého bodu F. Ježto přímky p_i leží v rovinách $S_i\,z$, budou přímky $S_i\,F_i$ protínati přímku z a ježto neleží v jedné rovině musí se protínati v témže bodě na z, který jest tedy totožný s F.

9. K témuž výsledku vede výpočet.

Za tím účelem mysleme si R za rovinu $(x\,y)$ a přímku z bodem O jdoucí za osu souřadnou, kdežto rovinu $(x\,z)$ klaďme bodem S_1.

Koule Q seče $(x\,z)$ v kružnici q, mající rovnici

$$x^2 + z^2 - 2\,e\,z + e^2 - p = 0.$$

Značme a_i, b_i, c_i souřadnice bodů S_i.

Polára p_1 bodu S_1 vzhledem ku q má rovnici

$$a_1\,x + (c_1 - e)\,z - e\,c_1 + e^2 - p = 0$$

a seče rovinu R na naší ose x v bodě

$$z = 0, \quad x_1 = \frac{p + e\,c_1 - e^2}{a_1}.$$

Přímka spojující tento bod s bodem S_1 má směrnici

$$\frac{c_1}{a_1 - x_1} = \frac{a_1\,c_1}{a_1^2 - p - e\,c_1 + e^2}.$$

Přímka p_1 leží v rovině $x\,z$ a jest k právě řečené spojnici normálná; má tudíž rovnici

$$z - e = \frac{p + e\,c_1 - a_1^2 - e^2}{a_1\,c_1}\,x.$$

Ona seče x v bodě F_1, jehož souřadnice jsou

$$z = 0, \quad x_2 = \frac{a_1\,c_1\,e}{a_1^2 + e^2 - p - e\,c_1}.$$

Přímka $S_1 F_1$ seče z v bodě F, jehož souřadnice z_1 jest dána rovnicí

$$\begin{vmatrix} 1, & 0 & , & z_1 \\ 1, & a_1 & , & c_1 \\ 1, & \dfrac{a_1\,c_1\,e}{a_1^2 + e^2 - p - e\,c_1}, & & 0 \end{vmatrix} = 0,$$

z níž vychází

$$z_1 = \frac{c_1^2\,e}{2\,c_1\,e - e^2 - a_1^2 + p}.$$

Poněvadž kružnice q a kružnice k_1 koule K_1 v rovině $x\,z$ obsažené se protínají orthogonálně, jest

$$a_1^2 + c_1^2 + e^2 - 2\,e\,c_1 = p + r_1^2,$$

takže

$$-e^2 - a_1^2 + 2\,c_1\,e + p = c_1^2 - r_1^2.$$

Tím obdržíme pro bod F

$$z_1 = \frac{c_1^2\,e}{c_1^2 - r_1^2}. \tag{12}$$

Poněvadž jest rovina $x\,y$ rovinou podobnosti daných sfér, proto

$$\frac{c_i}{r_i} = \frac{c_1}{r_1},$$

takže $z_i = z_1$.

Bod F jest tedy středem, z něhož se promítají S_i do bodů F_i. Jmenovatel $c_1^2 - r_1^2$ jest potence π bodu $E_1 = (a_1, 0)$ vzhledem ke kružnici k_1. Kdybychom označili δ_1 vzdálenost pólu roviny R vzhledem ku K_1 od roviny samé, jest potence π rovna $c_1 \delta_1$ a proto

$$\frac{z_1}{e} = \frac{c_1}{\delta_1},$$

kterážto rovnost dává konstrukci bodu F pomocí přímky p_1, jak jsme ji prve odvodili.

Jednoduše můžeme odvoditi F přímo takto:

V rovině $S_1\,z$ vedeme v k_1 průměr $A\,B$ kolmý ku z a spojíme jeho koncové body A, B s bodem E_1; spustíme z bodu O kolmici na $E_1\,S_1$ a z paty její kolmici na $E_1\,A$, která nechť seče $E_1\,B$ v bodě C, a jejíž společný bod s $E_1\,A$ značíme D, aniž bychom jej však při konstrukci použili. Pata kolmice s C na z jest hledaný bod F.

Neboť protíná-li $C\,F$ přímku $E_1\,S_1$ v bodě L, a klademe-li $\sphericalangle S_1 E_1 B = \varphi$, jest

$$E_1 L = E_1 C \cos\varphi = \frac{E_1 D \cos\varphi}{\cos 2\varphi} = \frac{e\cos^2\varphi}{\cos^2\varphi - \sin^2\varphi} = \frac{e}{1 - \frac{r_1^2}{c_1^2}}$$

$$= \frac{c_1^2\, e}{c_1^2 - r_1^2},$$

takže skutečně $E_1\,L = z_1$.

Ostatně bez výpočtu plyne správnost konstrukce z toho, že kolmice s B na $E_1\,A$ seče $S_1\,E_1$ v pólu roviny R vzhledem ku K_1 a že poměr vzdálenosti pólu toho od S_1 ku vzdálenosti $O\,F$ rovná se $c_1 : e$.

Tím se provedení problemu dotykových koulí pomocí bodu F stává velmi snadným a jednoduchým.

Z odvozených zde úvah a konstrukcí plynou příslušné úvahy a konstrukce pro Apollonický problem jako specielní případy přímo, tak že by bylo zbytečno je zde zvláště prováděti.

K Joachimsthalovu řešení problému normál.

Napsal **J. Sobotka.**

(S 2 tabulkami.)

(Předloženo dne 18. dubna 1912.)

1. V pojednání „Zur Joachimtshalschen Lösung des Normalenproblems" z roku 1895 (Sitzungsberichte der k. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften) uvádí K. Pelz konstrukci normál, která se zakládá na krásném řešení problému toho od Joachimsthala a která má přednost před jinými pro svoji neobyčejnou jednoduchost a krátkost. Při tom se ale omezuje Pelz výslovně pouze na ellipsu. Chceme zde ukázati, že jeho postup řešení možno bezprostředně přenésti na hyperbolu a že se též dá specialisovati pro parabolu. To učiníme tak, že všechny konstrukce provedeme tím způsobem, že zůstávají v platnosti pro všecky kuželosečky.

2. Joachimsthalovo řešení možno vysloviti krátce takto:

„Kolmice spuštěné z vrcholu A kuželosečky Σ na normály vedené z libovolného bodu P ke kuželosečce protínají ji podruhé ještě v bodech: 1, 2, 3, 4, které leží na kružnici c; všecky takovéto kružnice, které takto přísluší bodům průměru h kuželosečky Σ, tvoří svazek kružnic (c). Tomuto svazku přináleží též bodem A jdoucí vrcholová kružnice kuželosečky Σ, a jeho potenční přímka t jest tečnou ku Σ v bodě T, ve kterém kolmice z vrcholu A na h protíná podruhé tuto kuželosečku."

Poslední důsledek obdržíme ostatně ihned z poučky samé, když hledáme ku středu M kuželosečky Σ a k úběžnému bodu průměru h příslušný kruh v uvedeném svazku.

3. Jedná se tudíž při řešení problému normál toliko o to, najíti střed P_0 kružnice c, která přísluší k bodu P. Pelz ukazuje ve svém pojednání, že, pohybuje-li se P po h, přímka PP_0 obaluje parabolu p, která se dotýká přímky h v bodě M a pro kterou jest dále bodem M jdoucí centrála h_0 uvedeného svazku průměrem. Jest tudíž třeba pouze vésti tečnu bodem P různou od h ku p, která protíná h_0 v bodě P_0. To platí jak pro ellipsu, tak také pro hyperbolu.

Zvolme vrchol A na hlavní ose; pak jsou průsečíky D, D_1 přímky t s kružnicemi svazku (c) při reálné ellipse a hyperbole vždy reálné a c jest

pak kružnice určená středem P_0 a jdoucí body D, D_1. Řada (P) bodů P na h jest s řadou (P_0) bodů P_0 na h_0 v (1, 2) značné příbuznosti; body rozvětvení na h_0 jsou střed M kuželosečky Σ a úběžný bod.

Je-li kuželosečka Σ ellipsou, pak ji protíná h ve dvou reálných bodech H_1, H_2, které tvoří jeden pár bodů v řadě (P), kterému přísluší jeden jediný bod H_0 na h_0; jest to právě střed onoho kruhu ve svazku (c), který přísluší podle poučky Joachimsthalovy normálám ku Σ vedeným bodem H_1 nebo H_2 a tudíž prochází bodem G, ve kterém rovnoběžka k tečnám ku Σ v bodech H_1 a H_2 vedená bodem A tuto kuželosečku podruhé protíná. Tento bod G obdržíme jednoduše jako průsečík kuželosečky Σ s rovnoběžkou ku h vedenou vrcholem A_1, kterýž jest diametrálně protiležící ku vrcholu A, a bod H_0 určíme jakožto střed kruhu, jdoucího body G, D, D_1. Přímky H_0H_1, H_0H_2 jsou dvě další tečny paraboly p. Tato jest nyní více jak dostatečně určena. Tečnu této paraboly bodem P různou od h sestrojuje Pelz pomocí šestistranu Brianchonova tak, že vede bodem P rovnoběžku k jedné z právě nalezených tečen, ku př. H_1H_0, která nechť protne h_0 v bodě B; pak jest $PP_0 \parallel H_1B$.

Položíme-li $MH_1 = d$, $MH_0 = m$, plyne z podobnosti trojúhelníků MH_1H_0, MPB a trojúhelníků MH_1B, MPP_0 relace

$$\frac{MP_0}{m} = \left(\frac{MP}{d}\right)^2.$$

Vztahujeme-li parabolu p k soustavě souřadné, mající počátek v bodu M, pro niž průměr h_0 jest osou úseček x a tečna h v koncovém bodě M jest osou pořadnic y, pak plyne pro dva libovolné body P a Q na h a pro příslušné body P_0, Q_0 na h_0 z rovnice paraboly $y^2 = 2kx$ relace

$$\frac{MP_0}{MQ_0} = \left(\frac{MP}{MQ}\right)^2.$$

Ostatně obdržíme tuto relaci také přímo z konstrukce, když sestrojíme tečny ku parabole p zase pomocí věty Brianchonovy stejným způsobem jako prve, jenom že místo bodů H_1, H_0, resp. H_2, H_0 nyní volíme body Q a Q_0.

4. Právě uvedená relace platí zajisté obecně, bez ohledu na to, je-li kuželosečka Σ ellipsou nebo hyperbolou, tak že konstrukci normál možno provésti pro libovolnou centrální kuželosečku následovně.

Najdeme body T a D, D_1, sestrojíme v bodě T normálu ku Σ, která nechť protne přímku h v bodě Q. Rovnoběžku ku DD_1 jdoucí bodem A protneme podruhé kuželosečkou Σ v bodě L a sestrojíme střed Q_0 kružnice, jdoucí body L, D a D_1; bodem P vedeme pak rovnoběžku ku QQ_0, protneme tuto v bodě P_∞ přímkou h_0 a vedeme konečně bodem P rovnoběžku ku QB_∞, která protne přímku h_0 v hledaném středu P_0 Joachimsthalovy

kružnice. Obdobně mohli bychom protnouti normálu v libovolném bodě T' kuželosečky Σ v bodě Q' přímkou MP a kolmici bodem A k ní vedenou protnouti v bodě L' kuželosečkou Σ, dále získati střed Q'_0 kruhu ze svazku (c) jdoucího bodem L' a užiti bodů Q', Q'_0 místo bodů Q, Q_0 jak bylo dříve uvedeno, čímž ale konstrukce pozbude na jednoduchosti.

Chceme-li užíti Pelzovy konstrukce pro hyperbolu Σ také pro případ, že průměr h neprotíná reálně hyperbolu, můžeme opět vésti bodem A_1 rovnoběžku ku h, protnouti tuto dále v bodě G kuželosečkou Σ a tak sestrojiti střed H_0 kružnice jdoucí body G, D, D_1 jako při ellipse. Tečny paraboly H_0H_1, H_0H_2 jsou zde ovšem imaginárné. Značí-li ale H_1', H'_2 koncové body průměru h pro sdruženou hyperbolu ku Σ vzhledem k asymptotám a je-li H'_0 symetricky položený bod ku H_0 pro střed M, pak jsou zajisté $H'_0H'_1$, $H'_0H'_2$ dvě reálné tečny paraboly p. Dále použijeme H'_1, H'_0 respekt. H'_2, H'_0 ku konstrukci bodu P_0 z bodu P právě tak, jako jsme dříve užili bodů Q a Q_0. Nebo, použijeme-li přímo bodu H_0, což jest podstatně totéž, vedeme bodem P nejprve rovnoběžku ku $H_0H'_2$ až protne h_0 v bodě B_∞ a pak rovnoběžku ku $B_\infty H'_1$, která rovněž protíná h_0 v bodě P_0.

5. Chceme-li právě uvedenou konstrukci specialisovati též pro parabolu Σ, vidíme předem, že jak h, tak i h_0 jsou rovnoběžny k ose paraboly Σ, a že svazek (c) Joachimsthalových kružnic má vrcholovou tečnu s paraboly Σ za potenční přímku. Jest tudíž vrchol S paraboly Σ jedním základním bodem svazku (c); druhý základní bod D jest ku bodu S symetricky položen vzhledem ku h_0.

Úlohou naší bude najíti průměr h_0, který přísluší ku h.

Za tím účelem najděme k libovolnému bodu R na h příslušnou, Joachimsthalovu kružnici. Buďtež N_1, N_2 paty dvou normál n_1, n_2 které procházejí bodem R. Vedeme-li bodem S kolmou tětivu ku n_1, jest tato také tětivou Joachimsthalovy kružnice; rovnoběžka bodem N_1 k ose o paraboly protíná tuto tětivu v jejím středu M_1. Vedeme-li tudíž bodem M_1 rovnoběžku g_1 ku n_1, prochází tato středem R_0 hledané kružnice. Dále budiž O_1 průsečík přímek n_1, o a O'_1 průsečík přímek g_1, o. Značí-li x_1 vzdálenost bodu N_1 od vrcholové tečny s a k parametr paraboly Σ, pak jest

$$SO_1 = x_1 + k; \qquad SO'_1 = 2x_1 + k .$$

Provedeme-li tutéž konstrukci vzhledem k normále n_2, obdržíme při obdobném označení

$$SO_2 = x_2 + k; \qquad SO'_2 = 2x_2 + k ,$$

tak že platí

$$O_1O_2 = x_2 - x_1; \qquad O'_1O'_2 = 2(x_2 - x_1) ,$$

tudíž

$$O'_1 O'_2 = 2 \,.\, O_1 O_2 \,.$$

Z toho plyne, že vzdálenost bodu R_0 od osy o rovná se dvojnásobné vzdálenosti bodu R. Druhý základní bod D svazku (c) tudíž obdržíme, když $S\,D$ učiníme rovno čtyřnásobné vzdálenosti přímky h od osy o. Přímka h_0 jest tudíž symetricky položená k o vzhledem ku přímce h.

Náš důkaz předpokládá, aspoň ve formě, ve které jest podán, že z bodu R vycházejí samé reálné normály k parabole Σ. Možno zajisté bod R na h vždy takto voliti, neboť v konečnu ležící průsečík přímky h s evolutou paraboly rozděluje přímku h ve dva polopaprsky tím způsobem, že všecky body jednoho takového polopaprsku předpokládanou vlastnost mají.

6. Pohybuje-li se bod R po h v řadě bodové (P), pak se pohybuje bod R_0 na h_0 a popisuje zde ku (P) projektivnou řadu (P_0), a jelikož v této projektivnosti odpovídá úběžný, oběma přímkám h, h_0 společný bod sám sobě, proto jsou obě řady bodové perspektivné. Sestrojme jejich perspektivný střed.

Protneme přímku h jednou z isotropických přímek jdoucích ohniskem F paraboly v bodě U. Joachimsthalova kružnice, která tomuto bodu přísluší, rozpadá se ve dvě isotropické přímky, z nichž jedna prochází bodem S a jest k právě zmíněné přímce rovnoběžna; druhá prochází bodem D a jest k ní symetrická vzhledem k přímce h_0. Ona stanoví na h_0 bod U_0. Spojnice $U U_0$ prochází tudíž středem křivosti K paraboly Σ ve vrcholu S, protože $S\,K = 2\,.\,F\,K$. Totéž platí vzhledem k průsečíkům U' a U'_0 přímky h, resp. h_0 s druhou isotropickou přímkou jdoucí ohniskem F a s rovnoběžkou k ní vedenou bodem S. Prochází tedy $U' U'_0$ také středem křivosti K a jest tudíž bod K středem podobnosti řad bodových (P) a (P_0).

Můžeme ale též jednoduše k tomuto poznatku dospěti, uvažujeme-li libovolnou normálu n paraboly Σ, která nechť protíná přímku h v bodě P, osu o v bodě P_ω, a jejíž patu označme N. Symetrála tětivy vedené bodem S kolmo k normále n nechť protíná h_0 v bodě P_0, h v bodě P' a osu o v bodě P'_ω. Jest pak $P\,P'$ rovno vzdálenosti x bodu N od vrcholové tečny s. Protíná-li $P_0\,P$ osu o v bodě K', pak jest tudíž $K'\,P_\omega = x$, a jelikož $S\,P_\omega = x + k$, proto jest $S\,K' = k$, a proto splývá bod K' s hlavním středem zakřivení K.

Máme-li tudíž sestrojiti normály k parabole z libovolného bodu P její roviny, spojme bod P s bodem K a učiňme $P\,P_0 = K\,P$; kružnice opsaná kolem bodu P_0 jakožto středu a procházející bodem S jest pak kružnice Joachimsthalova, bodu P příslušná.

7. Zjednodušení konstrukce problému normál obdržíme, když budeme blíže studovati příbuznost mezi body P roviny kuželosečky Σ a jim příslušejícími středy P_0 Joachimsthalových kružnic odvozených vzhledem k hlavnímu vrcholu A kuželosečky.

Popisuje-li P průměr h kuželosečky Σ, pak popisuje P_0 rovněž průměr h_0 kuželosečky Σ. V této příbuznosti přísluší tedy přímce h jdoucí středem O kuželosečky Σ *jediná* přímka h_0, jdoucí středem O; obráceně příslušejí přímce h_0 *dvě* přímky h, h' jdoucí středem O.

Konstrukce přímky h_0 z dané h záleží v tom, že protneme Σ kolmicí z bodu A na h v bodě B; pak stojí h_0 kolmo na průměru kuželosečky Σ sdruženém ku $O\,B$. Je-li obráceně dáno h_0, vyhledáme k průměru kuželosečky Σ, který stojí kolmo na h_0, jeho sdružený průměr, který protíná Σ v bodech B a B'; pak jsou kolmice ze středu O na $A\,B$ a $A\,B'$ hledané přímky h a h', příslušící ku přímce h_0. Platí tudíž mezi svazkem (h_0) paprsků h_0 a mezi svazkem (h) paprsků h, h' příbuznost (1, 2) značná. V této příbuznosti přísluší hlavní osa $O\,A$ sama sobě.

Veďme (obr. 1. Tab. I.) vrcholem A' diametrálně protilehlým k vrcholu A rovnoběžku h_1 ku h a vrcholem A rovnoběžku h'_1 ku h'. Značí-li C průsečík přímek h_1 a h'_1, tu jest, jelikož $A'\,B \parallel A\,B'$, bod B průsečíkem výšek v trojúhelníku $A\,A'\,C$, a kolmice z bodu B na $O\,A$ prochází bodem C. Pošiňme nyní involuci průměrů kuželosečky Σ rovnoběžně do polohy J tak, že její střed bude v bodě B, protněme tuto involuci pak hlavní osou OA a promítněme takto povstalou na ní involuci bodovou z bodu C involucí paprskovou J_1. Vztahujeme-li obě involuce J a J_1 pomocí $O\,A$ perspektivně k sobě, poznáváme, že paprsky každého páru v involuci J stojí kolmo na paprscích jim perspektivně přiřaděného páru v involuci J_1 a obráceně, neboť tento vztah platí pro paprskové páry $A\,B$, $A'B$; h_1, h'_1, jakož i pro paprsky rovnoběžné k osám kuželosečky Σ. Z toho plyne, že $O\,C$ stojí kolmo na průměru sdruženém ku $O\,B$; jest tudíž $h_0 \equiv O\,C$.

Vedeme-li tudíž bodem A' rovnoběžku ku h a bodem B kolmici ku $O\,A$ a protnou-li se obě přímky v bodě C, jest $O\,C \equiv h_0$.

Pošineme-li nyní paprskovou involuci $(h,\ h')$ rovnoběžně až její střed splyne s bodem A' do polohy J', vytvoří involuce J' s projektivným k ní svazkem paprskovým (h_0) kuželosečku k, protože se nalézá se svazkem (h_0) v redukované poloze. Bod O jest také středem kuželosečky k, a jelikož paprsku $O\,A$ ve svazku (h_0), mimo $O\,A$ též kolmý paprsek ku $O\,A$ přináleží, jsou A a A' rovněž vrcholy pro kuželosečku k.

Kuželosečka k jest s kuželosečkou Σ podobná a možno ji dostati otočením o $\frac{\pi}{2}$ do polohy podobně položené s kuželosečkou Σ, jestliže pak považujeme dvě hyperboly vždy za podobně položené, když mají rovnoběžné asymptoty. Podobnost kuželoseček k a Σ poznáme, uvažujeme-li bod B jednou ve vedlejším vrcholu, podruhé v nekonečnu na Σ. Je-li Σ ellipsa, pak jest k též ellipsa souosá a podobná se Σ; body A, A' jsou pro ellipsu k vedlejší vrcholy, a hlavní poloosa ellipsy k rovná se $\frac{a^2}{b}$, při čemž značí jako vždy a, b absolutní délky hlavní a vedlejší poloosy pro Σ.

Je-li Σ hyperbola, jest k rovněž hyperbola s Σ souosá, jejíž asymptoty jsou kolmé k asymptotám hyperboly Σ, a která má body A, A' rovněž za hlavní vrcholy, kdežto absolutní délka vedlejší osy hyperboly k rovná se opět $\frac{a^2}{b}$. Vzhledem k affinní poloze mezi Σ a k protínají se tečny v bodě B ku Σ a v bodě C ku k na přímce OA v bodě T', a jelikož jest bod B průsečík výšek v trojúhelníku $OT'C$, plyne z toho, že jest $T'C$ polára bodu B a BT' polára bodu C vzhledem ku kruhu s opsanému nad AA' jakožto průměrem. Z tohoto důvodu jsou kuželosečky k a Σ polárně reciproké vzhledem ku vrcholové kružnici s.

Poláru $T'B$ bodu C vzhledem ku s obdržíme též jako sečnu kružnice s a kruhu g opsaného nad OC jako průměrem, z čehož plyne, že g přináleží kruhovému svazku (c) určenému kružnicí s a tečnou v B ku Σ; tudíž jest kružnice g též Joachimsthalovou kružnicí. $A'C$ protne Σ podruhé v bodě L a k svazku (c) přináležející kruh u, který prochází bodem L, měj U_0 za střed; tento bod ležící na h_0 přísluší v naší uvažované příbuznosti koncovým bodům U, U_1 průměru h. Bod U_0 jest vždy reální, i tehdy, jsou-li body U, U_1 imaginární.

8. Naší úlohou nyní bude, sestrojiti přímo bod U_0. Budiž (obr. 1.) p_σ potence bodu L vzhledem k vrcholové kružnici s a p_γ vzhledem ke kruhu g; první kruh má O za svůj střed, a střed kruhu g označme G_0. Platí zajisté

$$(O\,G_0\,U_0) = \frac{p_\sigma}{p_\gamma} \tag{1}$$

Položíme-li $O\,G_0 = r$, $O\,U_0 = \varrho$, tu plyne z rovnice (1), že

$$\frac{\varrho}{\varrho - r} = \frac{p_\sigma}{p_\gamma},$$

z čehož obdržíme

$$\varrho = \frac{r\,p_\sigma}{p_\sigma - p_\gamma}. \tag{2}$$

Dále označme d délku poloměru kuželosečky Σ, ležícího na h, a mysleme si v koncovém bodě U tečnu ku Σ; ta nechť protne OA v bodě T; pak jest $|OT| = \frac{a^2}{d\cos\varphi}$, značí-li φ úhel přímek h a OA. Je-li Σ hyperbola, která není přímkou h protata reálně, a značí-li d absolutní délku poloměru hyperboly ležícího na h, pak jest $|OT_1| = \frac{a^2}{d\cos\varphi}$, značí-li T_1 průsečík tečny ku hyperbole sdružené ku Σ vzhledem k asymptotám v jednom jejím na h ležícím bodě U_*. Z toho plyne pro délku l sečny $A'L$ z podobnosti trojúhelníka $A'LA$ s trojúhelníkem OUT respekt. OU_*T_1 výraz

$$l = \frac{2\,d^2 \cos\varphi}{a}, \tag{3}$$

kteryžto výraz tudíž platí také pro imaginární d.

Obdobně nalezneme, položíme-li $A'C = \overline{l}$ a označíme-li $\overline{d}$ délku poloměru kuželosečky k, ležícího na h, že platí

$$\overline{l} = \frac{2\,\overline{d}^2 \cos\varphi}{a}. \tag{4}$$

Dále budiž S druhý průsečík kruhu s s přímkou $A'C$; tato protíná kruh g v bodě C a ještě v bodě G. Jest pak

$$p_\gamma = L\,G \,.\, L\,C = (L\,A' + A'\,G)\,(L\,A' + A'\,C);$$

tudíž

$$p_\gamma = (a\cos\varphi - l)\,(\overline{l} - l),$$

a s ohledem na rovnice (3) a (4)

$$p_\gamma = \frac{2\,(a^2 - 2\,d^2)\,(\overline{d}^2 - d^2)\cos^2\varphi}{a^2}.$$

Obdobně obdržíme

$$p_\sigma = L\,A' \,.\, L\,S = -l\,(-l + 2\,a\cos\varphi),$$

a vzhledem k rovnicím (3) a (4)

$$p_\sigma = \frac{4\,d^2\,(d^2 - a^2)\cos^2\varphi}{a^2}$$

a dále

$$p_\sigma - p_\gamma = \frac{2\,[2\,d^2\,\overline{d}^2 - a^2\,(\overline{d}^2 + d^2)]\cos^2\varphi}{a^2}.$$

Rovnice (2) dává nyní

$$\frac{\varrho}{r} = \frac{2\,d^2\,(d^2 - a^2)}{2\,\overline{d}^2\,d^2 - a^2\,(\overline{d}^2 + d^2)}. \tag{5}$$

Označme δ vzdálenost onoho bodu H na h od O, jehož příslušný bod H_0 splývá na h_0 s bodem C, tak že k bodu H příslušící Joachimsthalův kruh v má svůj střed v bodě C. Jelikož $O\,H_0 = 2\,r$, platí vzhledem k dříve odvozenému vztahu (v čl. 3.) mezi body P na h a P_0 na h_0 relace

$$\frac{\varrho}{2r} = \frac{d^2}{\delta^2}.$$

Srovnáme-li to s rovnicí (5), obdržíme

$$\delta^2 = \frac{2\,\bar{d}^2 d^2 - a^2(\bar{d}^2 + d^2)}{d^2 - a^2}. \tag{6}$$

9. Kružnice v má svůj střed na k a protíná kružnici s orthogonálně. Všecky kružnice v,.. této vlastnosti náležejí planárnímu poli cyklickému; můžeme je zde považovati za cyklometrické zobrazení bodů v prostoru, které se nalézají na rotačním hyperboloidu, pro který jest kružnice s kružnicí zúžení, a jehož přímky jsou skloněny v úhlu $\frac{\pi}{4}$ k rovině kuželosečky Σ. Kuželosečku k možno považovati za pravoúhlý průmět do roviny kuželosečky Σ rovinného řezu (k) rotačního hyperboloidu, jehož rovina E prochází přímkou $O\,A$. Cyklometrické zobrazení roviny E poskytuje právě ono pole cyklické, ke kterému náležejí dříve zmíněné kružnice v, ..

Uvažujme nejprve případ, při kterém jest Σ, tedy také k ellipsou. Spustíme-li ze středu M některé kružnice přináležející tomu systému kolmici na $O\,A$ a vedeme-li z paty M_0 té kolmice tečnu ke kružnici řečené, která se jí dotkne v bodě M_1, pak jest úhel $\alpha = M\,M_0\,M_1$ konstantní vzhledem ku všem kružnicím toho systému. I jest pak, označíme-li R poloměr kružnice v a klademe-li úhel $A\,O\,M = \omega$,

$$\sin\alpha = \frac{R}{M\,M_0} = \frac{R}{\bar{d}\,\sin\omega},$$

a dále jest

$$\sin^2\alpha = \frac{R^2}{\bar{d}^2\sin^2\omega} = \frac{\bar{d}^2 - a^2}{\bar{d}^2\sin^2\omega}.$$

Zvolíme-li střed orthogonální kružnice ku s v jednom z hlavních vrcholů kuželosečky k, pak jest $\cos\alpha = \frac{b}{a}$, tedy $\sin\alpha = \frac{e}{a}$, značí-li e výstřednost pro Σ, a tudíž obdržíme dále

$$\frac{\bar{d}^2 - a^2}{\bar{d}^2} = \frac{e^2}{a^2}\sin^2\omega \tag{7}.$$

Obdobné vztahy platí též pro ellipsu Σ.

Všecky kružnice w, které jsou profaty kružnicí s ve dvou diametrálně protilehlých bodech, možno považovati za cyklometrické průměty do roviny kuželosečky Σ oné koule, pro kterou jest s hlavní kružnicí, a ty kruž-

nice z nich, které mají své středy na Σ, přináležejí k planárnímu poli cyklů, které jest obrazem roviny obsahující OA, jejíž řez s koulí se promítá orthogonálně do Σ. Tyto kružnice protínají tudíž OA v konstantním úhlu β. Je-li N_1 pata kolmice na OA spuštěné s libovolného bodu N kuželosečky Σ a N_0 průsečík přímky OA s kruhem uvažovaného systému, který má bod N za svůj střed, platí, označíme-li poloměr tohoto kruhu R_1,

$$\cos^2\beta = \frac{\overline{N_1N}^2}{R_1^2} = \frac{d^2\sin^2\omega}{a^2 - d^2}.$$

Zvolíme-li speciálně střed takovéto kružnice w ve vedlejším vrcholu kuželosečky Σ, obdržíme $\cos\beta = \frac{b}{e}$, pročež platí

$$\frac{a^2 - d^2}{d^2} = \frac{e^2\sin^2\omega}{b^2}. \tag{8}$$

K téže relaci dospějeme i když kružnice w neprotínají AA' realně.

Z rovnic (7) a (8) plyne pak pro průměry kuželoseček Σ a k ležící na téže přímce bodem O vedené následující vztah

$$\frac{\bar{d}^2 - a^2}{d^2 - a^2} \cdot \frac{d^2}{\bar{d}^2} = -\frac{b^2}{a^2} \tag{9}.$$

Jsou-li Σ a k hyperboly, pak nalezneme touž cestou, že kružnice v protínají kružnici s orthogonálně a přímku OA pod konstantním úhlem reálním ε. Je-li pro takovou kružnici M' střed, M'_1 pata kolmice z něho spuštěné na OA a značí-li R' poloměr její, pak jest

$$\cos^2\varepsilon = \frac{\overline{M'_1M'}^2}{R'^2} = \frac{\bar{d}^2\sin^2\omega}{\bar{d}^2 - a^2}.$$

Zvolíme-li střed kružnice v v nekonečnu na k, pak ona degeneruje v průměr kolmý k jedné asymptotě hyperboly k, tedy v asymptotu hyperboly Σ, a v úběžnou přímku, a nalezáme tedy $\cos\varepsilon = \frac{a}{e}$, tak že tudíž platí

$$\frac{\bar{d}^2 - a^2}{\bar{d}^2} = \frac{e^2\sin^2\omega}{a^2} \tag{7'},$$

kteryžto vzorec úplně souhlasí se vzorcem (7).

Právě tak obdržíme

$$\frac{d^2 - a^2}{d^2} = \frac{e^2\sin^2\omega}{b^2} \tag{8'},$$

kterýžto vzorec souhlasí se vzorcem (8), když v něm místo b píšeme ib.

Z obou posledních vzorců plyne rovnice obdobná rovnici (9)

$$\frac{\overline{d}^2 - a^2}{d^2 - a^2} \cdot \frac{d^2}{\overline{d}^2} = \frac{b^2}{a^2} \tag{9'}.$$

10. Rovnici (6) můžeme též přetvořiti v

$$\delta^2 - \overline{d}^2 = \frac{d^2 (\overline{d}^2 - a^2)}{d^2 - a^2}.$$

Jest tudíž

$$\frac{\delta^2 - \overline{d}^2}{\overline{d}^2} = \frac{\overline{d}^2 - a^2}{d^2 - a^2} \cdot \frac{d^2}{\overline{d}^2},$$

a s ohledem na (9) resp. (9') obdržíme pro ellipsu

$$\frac{\delta^2 - \overline{d}^2}{\overline{d}^2} = -\frac{b^2}{a^2}, \tag{10}$$

a pro hyperbolu

$$\frac{\delta^2 - \overline{d}^2}{\overline{d}^2} = \frac{b^2}{a^2}. \tag{10'}$$

Máme tedy obecně z rovnic (10) a (10') plynoucí relaci

$$\left| \frac{\delta}{\overline{d}} \right| = \frac{e}{a}. \tag{11}$$

Z trojúhelníka $A' O C$ plyne

$$2r : \overline{l} = \sin \varphi : \sin \omega,$$

při čemž ω značí úhel přímek h_0 a $O A$. Dosadíme-li za $\overline{l}$ hodnotu z rovnice (4), obdržíme

$$r = \frac{\overline{d}^2 \sin \varphi \cos \varphi}{a \sin \omega},$$

nebo přihlížíme-li k rovnici (11)

$$r = \frac{a \delta^2 \sin \varphi \cos \varphi}{e^2 \sin \omega}. \tag{12}$$

Označíme-li pro libovolný bod P na h a jeho příslušný P_0 na h_0 délky $O P = \rho$, $O P_0 = \rho_0$, tu plyne ze vztahu mezi body řad bodových (P) a (P_0) podle čl. 3. výraz

$$\frac{2r}{p_0} = \frac{\delta^2}{p^2},$$

z kterého plyne vzhledem k rovnici (12)

$$p_0 = \frac{2a \sin\varphi \cos\varphi}{e^2 \sin\omega} p^2 . \tag{13}$$

11. Z našich vzorců můžeme odvoditi některé důsledky.

Z rovnice (11) plyne:

Opisuje-li bod P kuželosečku (δ) podobně položenou ke kuželosečce k vzhledem ku středu O, která prochází ohnisky kuželosečky Σ, opisuje bod P_0 kuželosečku k samu.

A obecně:

Opisuje-li bod P kuželosečku podobně položenou, koncentrickou ku k, jejíž délka poloosy ležící na OA jest A, popisuje bod P_0 kuželosečku s ní koncentrickou a podobně položenou, pro kterou délka poloosy ležící na OA rovná se $\frac{A^2}{e^2} a$.

Z rovnice (13) plyne:

Popisuje-li bod P hyperbolu, která má osy kuželosečky Σ za asymptoty a jejíž délka poloosy rovná se výstřednosti kuželosečky Σ, opisuje bod P_0 přímku rovnoběžnou k ose OA, která má od ní vzdálenost $\pm a$, podle toho ve kterých vrcholových úhlech asymptot leží hyperbola.

A obecně:

Popisuje-li bod P hyperbolu, která má osy kuželosečky Σ za asymptoty a jejíž hlavní poloosa má délku m, pak popisuje bod P_0 přímku rovnoběžnou ku OA, která má od OA vzdálenost rovnou $\pm \frac{a m^2}{e^2}$.

Zavedeme-li pro bod P souřadnice x, y, pro bod P_0 pak ξ, η v pravoúhlé soustavě, která má O za počátek a OA za positivní osu x, tu možno rovnici (13) také psáti

$$e^2 \eta = 2a x y. \tag{14}$$

Odvodíme ještě transformační vzorce mezi souřadnicemi bodů P a P_0. K tomu účeli nalezneme souvislost mezi úhly φ a ω.

Rovnice kuželosečky Σ jest

$$\pm b^2 x^2 + a^2 y^2 \mp a^2 b^2 = 0,$$

a rovnice kuželosečky k

$$a^2 x^2 \pm b^2 y^2 - a^4 = 0.$$

Z toho plynou pro průsečík kuželosečky k s rovnoběžkou $y = (x + a) \operatorname{tg}\varphi$, vedenou bodem A' ku h, souřadnice

$$x = \frac{a^2 - b^2 tg^2 \varphi}{a^2 + b^2 tg^2 \varphi} a, \qquad y = \frac{2 a^3 tg \varphi}{a^2 + b^2 tg^2 \varphi},$$

z nichž plyne

$$tg \omega = \frac{2 a^2 tg \varphi}{a^2 - b^2 tg^2 \varphi}. \tag{15}$$

Obdržíme takto mezi souřadnicemi x, y bodů P a ξ, η bodů P_0 další vztah

$$\frac{\eta}{\xi} = \frac{2 a^2 x y}{a^2 x^2 - b^2 y^2},$$

z kteréhož plyne vzhledem k rovnici (14)

$$\xi = \frac{a^2 x^2 - b^2 y^2}{a e^2}. \tag{16}$$

Hledané transformační vzorce jsou tudíž

$$\xi = \frac{a^2 x^2 - b^2 y^2}{a e^2}, \qquad \eta = \frac{2 a}{e^2} x y;$$

$$x^2 = \frac{e^2}{2 a^2} (a \xi \pm \sqrt{a^2 \xi^2 + b^2 \eta^2}), \qquad y^2 = \frac{e^2}{2 b^2} (-a \xi \pm \sqrt{a^2 \xi^2 + b^2 \eta^2});$$

při čemž jest vzíti v obou posledních rovnicích současně buď hořejší nebo dolejší znamení. Tyto rovnice platí pro případ, že Σ jest ellipsou; kdežto, je-li Σ hyperbolou, musíme všady místo b^2 psáti $-b^2$.

Vzorce (14) a (16) možno též psáti

$$\eta = \frac{2}{\varrho} x y, \qquad \xi = \frac{x^2}{\varrho} + \frac{b}{a} \frac{y^2}{\varrho'},$$

kdež značí ϱ vzdálenost středu křivosti v bodě $(a, 0)$ a ϱ' při ellipse vzdálenost středu křivosti ve vedlejším vrcholu $(0, b)$, při hyperbole vzdálenost středu křivosti v bodě $(0, b)$ pro hyperbolu sdruženou ku Σ vzhledem k asymptotám od počátku.

12. Máme-li specielně při ellipse Σ přímky h dány rovnici $a^2 x^2 - b^2 y^2 = 0$, tu splývá h_0 s její vedlejší osou. Stanovili jsme zde právě napsanou rovnicí dva průměry ellipsy Σ, které jsou kolmy ku stejným sdruženým průměrům a vidíme, že pro body těchto průměrů jest problém normál úlohou kvadratickou. Řešení, ku př. pro průměr $ax - by = 0$, jest podle rovnice (13) následující: Sestrojíme na něm bod H, který má od OA vzdálenost e; pak má bod H_0 od téže přímky vzdálenost $2b$; vedeme

rovnoběžku bodem P ku $H\,H_0$ až k průsečíku B s vedlejší osou; pak určuje rovnoběžka bodem P ku $B\,H$ bod P_0.

13. Je-li Σ hyperbola a popisuje-li bod P_0 přímku, která jest kolmá k jedné z jejích asymptot, tudíž mající rovnici

$$a\,\xi + b\,\eta = C^2,$$

resp.

$$a\,\xi - b\,\eta = C^2,$$

popisuje bod P_0 dle vzorců (14) a (16) přímky

$$a\,x + b\,y = \pm C\,e,$$

resp.

$$a\,x - b\,y = \pm C\,e.$$

Obráceně přísluší přímce q

$$a\,x + b\,y = G^2,$$

resp. q'

$$a\,x - b\,y = H^2$$

bodů P zase přímka q_0

$$a\,\xi + b\,\eta = \frac{G^4}{e^2},$$

resp. q'_0

$$a\,\xi - b\,\eta = \frac{H^4}{e^2}$$

k nim příslušných bodů P_0.

Tím přicházíme ku (1, 2) značné příbuznosti ve svazku rovnoběžek, které jsou kolmy ku jedné asymptotě hyperboly Σ a ku stejné příbuznosti ve svazku, jehož paprsky jsou kolmy ku druhé asymptotě.

Pro osové úseky x_0, x'_0 na x a y_0, y'_0 na y přímek q resp. q' a příslušné úseky ξ_0, η_0; ξ'_0, η'_0 přímek q_0 resp. q'_0 obdržíme z rovnic těchto přímek

$$x_0 = \frac{G^2}{a}, \quad x_0' = \frac{H^2}{a}, \quad y_0 = \frac{G^2}{b}, \quad y'_0 = -\frac{H^2}{b},$$

$$\xi_0 = \frac{G^4}{a\,e^2}, \quad \xi_0' = \frac{H^4}{a\,e^2}, \quad \eta_0 = \frac{G^4}{b\,e^2}, \quad \eta_0' = -\frac{H^4}{e^2\,b},$$

z kterýchžto rovnic plynou vztahy

$$x^2_0 = \varrho\,\xi_0, \quad x'^2_0 = \varrho\,\xi'_0, \quad y^2_0 = \varrho'\,\eta_0, \quad y'^2_0 = -\varrho'\,\eta'_0 \qquad (17).$$

Vztahy ty vedou k velmi jednoduchým konstrukcím naší příbuznosti; ony dávají tudíž též pohodlné konstrukce pro středy kružnic Joachimsthalových, z nichž v následujícím některé vytkneme.

14. Z rovnice (13) můžeme nejprv ihned hodnotu p_0, jmenujeme ji $\bar{p}_0$, pro $p = e$ odvoditi. Platí tu

$$\bar{p}_0 \sin \omega = 2 a \sin \varphi \cos \varphi,$$

z kteréžto rovnice plyne následující konstrukce (obr. 2. Tab. I.):

Odvodíme průměr h_0 příslušný ku h, protneme rovnoběžku h' dodem A' vedenou ku h kružnicí s ještě v bodě S a vedeme bodem S rovnoběžku ku $O A$, která nechť protne h_0 v bodě $\bar{P}_0$. Je-li $\bar{P}$ průsečík přímky h s kružnicí opsanou kol bodu O jako středu a procházející ohnisky kuželosečky Σ, pak jest $\bar{P}_0$ bod příslušící ku $\bar{P}$; abychom tudíž sestrojili ku P příslušný bod P_0, tu podle předcházejícího protneme h_0 rovnoběžkou vedenou bodem P ku $\bar{P}\bar{P}_0$ v bodě B_x a konečně vedeme bodem P rovnoběžku ku $\bar{P} B_x$, kterážto stanoví na h_0 bod P_0.

Popisuje-li bod $\bar{P}$ kružnici $x^2 + y^2 = e^2$, tu popisuje bod $\bar{P}_0$ kuželosečku, jak se přesvědčíme, když z rovnice této kružnice a z rovnic (14) a (16) eliminujeme x a y, čímž obdržíme

$$\frac{(a^2 \mp b^2)^2}{4 a^3} \eta^2 = (\mp b^2 + a \xi)(a - \xi),$$

tedy rovnici hledané kuželosečky m, podle toho, je-li Σ ellipsa nebo hyperbola. Tatáž jest ellipsou, má $O A$ za jednu osu, její střed má vzdálenost $\frac{\varrho}{2}$ od bodu O a jeden vrchol její jest v bodě A; délka druhé poloosy ellipsy m rovná se a.

Pro rovnostrannou hyperbolu splývá kuželosečka k s kuželosečkou Σ; zde jest, s ohledem na dřívější označení, C průsečík výšek v trojúhelníku $A A'B$ takže B a C leží souměrně vzhledem ku AA'; naše vzorce transformační zní nyní

$$\eta = \frac{x y}{a}, \qquad \xi = \frac{x^2 + y^2}{2 a},$$

a kružnici $x^2 + y^2 = e^2$ přísluší přímka $\xi = a$.

Tím zjednoduší se právě podaná konstrukce normál z bodu P ku rovnostranné hyperbole následovně (obr. 2. Tab. I.):

„Na $O P$ určíme bod $\bar{P}$, pro $O \bar{P} = e$, vedeme bodem A' rovnoběžku ku $O P$ až ku průsečíku S s kružnicí s, který promítneme kolmo na vrcholovou tečnu v A do bodu $\bar{P}_0$; načež stanovíme bod P_0 na $O \bar{P}_0$, který přísluší k bodu P z bodů $\bar{P}_0$ a $\bar{P}$ jako dříve."

15. Jinou konstrukci (obr. 3. Tab. II.) bodu P_0 dává vzorec $\eta = \frac{2 x y}{\varrho}$.

Určíme bod E na $O A$, pro který jest $O E = 2 x$ a vedeme jím rovnoběžku ku spojnici paty kolmice spuštěné z bodu P na osu y se středem křivosti K

kuželosečky Σ příslušejícím k bodu A a dále jejím průsečíkem s osou y rovnoběžku ku OA; tato rovnoběžka protíná h_0 v hledaném bodě P_0.

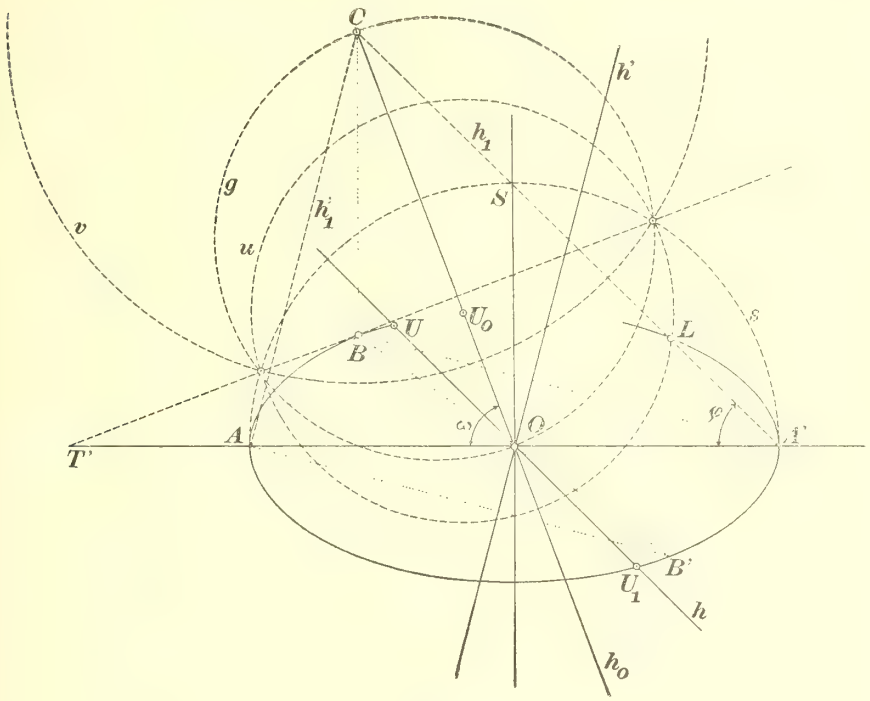
Konstrukce přímky h_0 pro ellipsu Σ odvozením bodu $C = h_0 \,.\, h'$ z affinity mezi Σ a s jest z obrazce patrná; je-li Σ hyperbolou, tu sestrojíme v orthogonálně affinní poloze mezi Σ a souosou hyperbolou rovnoramennou ku kolmici z A na h příslušnou přímku, v jejímž dalším průsečíku s kružnicí s sestrojíme k této tečnu a jejím průsečíkem s OA vedeme k OA kolmici, jež seče h' v bodě C na h_0.

Je-li Σ hyperbolou, pak možno též snadno použíti vzorců (17) ke konstrukci. Zde přicházíme (obr. 4. Tab. II.) snadno k následujícímu důsledku:

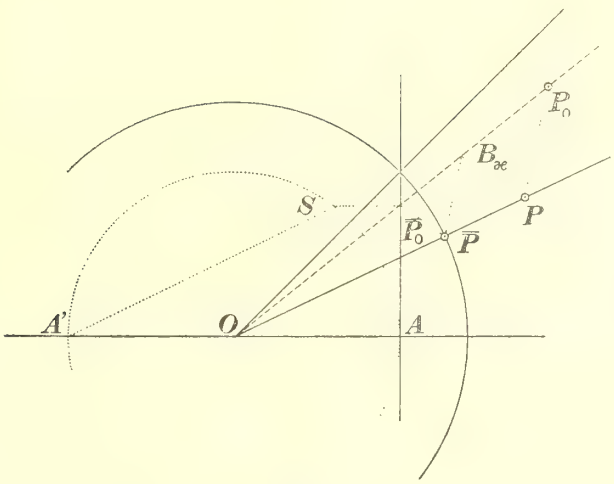
Rozpůlíme bodem Q vzdálenost $K P$, spojující střed křivosti K bodu A hyperboly Σ s bodem P, vedeme $O Q$ a spustíme s bodu P kolmici na jednu nebo na druhou asymptotu; kolmici tu protneme přímkou $O Q$ v bodě R; pak protneme přímku $K R$ přímkou $O P$ v bodě R_1 a vedeme bodem R_1 kolmici k uvažované asymptotě; tato kolmice obsahuje již bod P_0.

Neboť podle rovnic (17) možno považovati bod P za dvojný bod involuce na $O P$, která má v O svůj centrální bod, a pro kterou tvoří bod R_1 a průsečík R' přímky $O P$ s rovnoběžkou ku $P R$ bodem K vedenou jeden pár sdružených bodů. Protíná-li dále rovnoběžka ku $O P$ vedená bodem K přímku $P R$ v bodě R_2, pak jest $K R_2 P R'$ rovnoběžník a tudíž prochází přímka $R_2 Q$ bodem R'. V úplném čtyřrohu $K R_2 R Q$ jest bod P společný bod dvou protějších stran, druhý pár protějších stran $K R_2$, $Q R$ protíná $O P$ v úběžném bodě a v bodě O a třetí pár v bodech R' a R_1; protínají tudíž přímky $P R$, $K R'$ a k nim vedená rovnoběžka bodem R_1 osu x v bodech, které vyhovují relaci (17), čímž jest správnost naší konstrukce potvrzena.

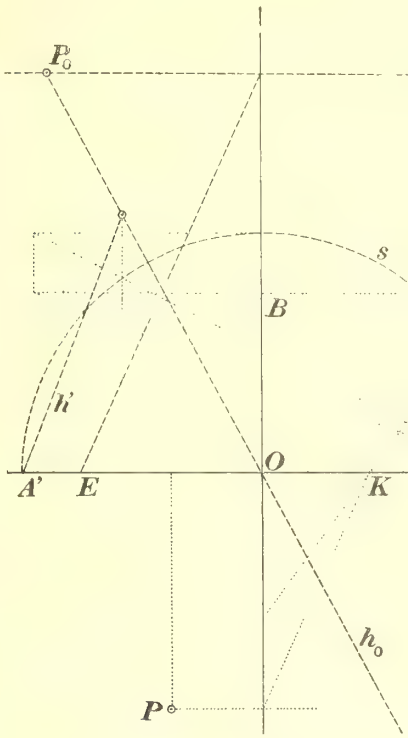
Při parabole možno uvažovati každý směr za kolmý k nekonečně vzdálené asymptotě; učiníme-li to, dospějeme opět k relaci odvozené v čl. 6.



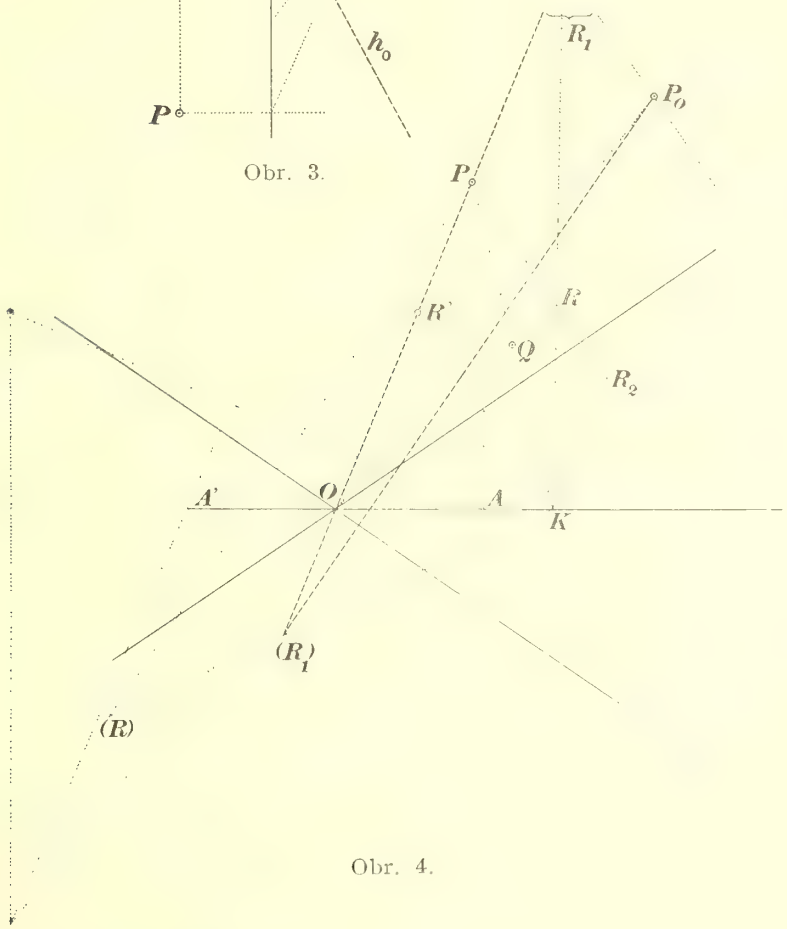
Obr.



Obr. 2.



Obr. 3.



Obr. 4.

Kvantitativné dělení železa a hliníku guanidinem.

Podává

Dr. Rud. Hac.*)

(Předloženo dne 23. dubna 1912.)

Kvantitativné dělení železa a hliníku může býti provedeno kromě jiných způsobů také tak, že se silnými zásadami převede hliník v komplexní anion AlO_3''' či spíše AlO_3H_2', schopný existence i ve značně zředěných roztocích, v nichž obdobné komplexní anionty železa nemohou existovati.

Užívá se k tomu obyčejně roztoku hydroxydu draselnatého, jehož nepříznivý vliv na přesnost výsledků jest obecně znám.

Existují však některé zásady organické, které se chovají k solem železitým a hlinitým tímtéž způsobem jako alkalické hydroxydy, jichž by však bylo lze užiti analyticky s větší výhodou, protože jejich adsorpce hydroxydem železitým a hlinitým nemůže míti škodlivého vlivu na výsledky. Okolnost, že se rozpouští hydroxyd hlinitý ve vodných roztocích alifatických aminů, kdežto hydroxyd železitý se v nich nerozpouští, mohla přirozeně vésti k applikaci jejich v tomto směru; použití trimethylaminu Vignonem[1]) se však neuplatnilo.

Jsou však ještě jiné organické zásady, snadno přístupné, jejichž vlastností, obdobných vlastnostem alkalií nebylo dosud užito přes to, že byla celá řada různých organických zásad analyticky zkoušena.[2])

Grossmann a Schück[3]) uvádějí, že se rozpouští hydroxyd hlinitý za varu v roztoku guanidinkarbonatu. Rozpouštění však vyžaduje

*) Vyňatek z dissertační práce.

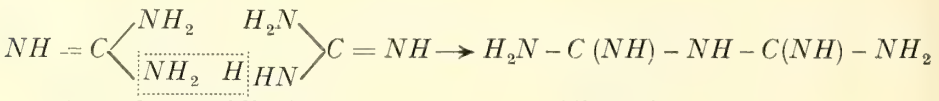
[1]) Vignon, J. de pharm. et de Ch. [5] 11 (1885) 677; referát v Z. f. analyt. Ch. 26, 631.

[2]) Na př. E. T. Allen, Fällung und Trennung durch schwache organische Basen. Ref. v Chem. Ctbl. 1903, I, 1373.

[3]) Chemiker-Zeitung (1906) 30, I. sem., 1205.

značného nadbytku guanidinkarbonatu a ochlazením se znova ssedlina vylučuje. Od r. 1906, kdy byla učiněna tato poznámka, nebylo v tomto směru pracováno a pokud mi známo, nebylo zkoušeno, jak se chová samotný guanidin.

Aniž bych byl znal práci Grossmann-Schückovu, seznal jsem předem, že diguanid, související s guanidinem, jak lze schematicky naznačiti



(2 mol. guanidinu) (diguanid),

a chovající se jako silná dvojsytná zásada, rozpouští, byl-li přidán v dostatečném nadbytku, již za obyčejné teploty klkatou bílou ssedlinu, sraženou jím z roztoku nějaké soli hlinité. Z roztoku solí železitých vylučuje hnědou ssedlinu, úplně podobnou hydroxydu železitému a nerozpouští ji, poněvadž nemohlo býti ani po přidání velkého nadbytku srážedla dokázáno ve filtratu po okyselení železo i nejcitlivějšími zkouškami.

Myšlence užití diguanidu ke kvantitativnému dělení stojí v cestě jedině to, že musí býti tato látka zvláště připravována.[4])

Na to shledáno, že i nadbytečný guanidin rozpouští snadno bílou, klkatou sraženinu, vyloučenou malým jeho množstvím z roztoků solí hlinitých a z roztoků solí železitých vylučuje sraženinu červenohnědou, v nadbytku úplně nerozpustnou.

Guanidinsulfat, z něhož lze připraviti pohodlně volnou zásadu, jest snadno přístupný a proto byl učiněn pokus o vypracování methody dělící touto látkou. Lze totiž použíti ku přípravě různých solí guanidinu guanidinkarbonatu, který se dnešní doby vyrábí z kalciumcyanamidu.

Dalšími pokusy seznáno, že se guanidin k dělení železa a hliníku velice dobře hodí. Hydroxyd hlinitý se v jeho roztoku snadno rozpouští, soli železité se jím kvantitativně srážejí a není zapotřebí při práci s ním zvláštní opatrnosti.

S oběma uvedenými zásadami jest dále v souvislosti dicyandiamidin, jednosytná zásada, mající jednu skupinu imidovou, proti diguanidu, nahraženu kyslíkem:

---

[4]) Výchozí látky, dicyandiamid a soli ammonaté jsou snadno přístupné a proto bylo skutečně v prvním okamžiku přikročeno ku přípravě síranu charakteristické měďnaté zásady $Cu\,(C_2H_6N_5)_2\,.\,H_2SO_4\,.\,3$ aq, dle poněkud modifikovaného předpisu H e r t h o v a (Monatshefte für Chemie 1, 88), z něhož po okyselení kyselinou sírovou se účinkem sirovodíku snadno připravi síran diguanidu $(C_2H_7N_5)\,.\,H_2SO_4\,.\,1$ aq.

Zatavené roury, v nichž se dle onoho předpisu zahřívá ammoniakalní roztok síranu měďnatého s dicyandiamidem, jsem při tom s dobrým úspěchem nahradil Lintnerovými lahvičkami, které byly zahřívány ve vroucí vodní lázni po ca 8 hodin a získány tak pěkné výtěžky krásně karmínově červených krystallů zmíněného síranu měďnaté zásady.

$H_2N \div C(NH) - NH - C(NH) - NH_2$ $H_2N - CO - NH - C(NH) - NH_2$.
diguanid dicyandiamidin.

Dicyandiamidin vylučuje z roztoků solí hlinitých klkatou bílou ssedlinu, nerozpustnou ani ve velkém nadbytku a sráží soli železité podobně jako obě dříve uvedené zásady. Nemůže býti tudíž dicyandiamidinu k dělení užito.

Část experimentálná.

1. Předběžné zkoušky kvalitativné.

Roztok guanidinu, diguanidu a dicyandiamidinu, potřebný k pokusům, byl připravován vždy působením hydroxydu barnatého na příslušné sírany.

Za účelem charakterisování používané látky byl vyčištěný, při 100—105° *C* do konstantní váhy vysušený síran guanidinu analysován. Stanovena kyselina sírová a dusík určen dle Emicha[5]) alkalickým roztokem bromnatanu sodnatého. Oxydací guanidinu tímto způsobem se uvolňují ve formě elementarné velmi přibližně dvě třetiny veškerého jeho dusíku.

0·2064 *g* suchého guanidinsulfatu poskytlo 0·2235 *g* $BaSO_4$, což odpovídá 37·13% SO_3;

0·1663 *g* suché látky poskytlo 39·6 cm^3 vlhkého dusíku při 25·5°*C* a 746 *mm* barom. tlaku. S ohledem na výše uvedenou okolnost odpovídá množství vyvinutého dusíku 0·064698 *g* veškerého dusíku, což činí 38·90% *N*.

$(CH_5N_3)_2 . H_2SO_4$ vyžaduje: 37·02% SO_3 a 38·83% *N*.

Z roztoků solí železitých srážejí roztoky všech tří uvedených zásad červenohnědou ssedlinu, nelišící se ničím od hydroxydu železitého, sraženého ammoniakem a ve filtratu po této, okyseleném kyselinou solnou nikdy nedokázáno rhodanidem ammonatým železo.

Soli železnaté se srážejí všemi těmito zásadami špinavě zeleně, podobně jako na př. hydroxydem sodnatým, a vzniklá ssedlina se také na vzduchu snadně oxyduje na hnědou.

V roztocích solí hlinitých vzniká guanidinem, diguanidem a dicyandiamidinem sraženina úplně podobná hydroxydu hlinitému, rozpustná v nadbytku guanidinu a diguanidu v čirý roztok. V nadbytku roztoku dicyandiamidinu se sraženina nerozpouští ani za horka.

Ze vzniklého alkalického roztoku se vylučuje zase dřívější ssedlina solemi ammonatými, na př. chloridem, solemi dicyandiamidinu a kysličníkem uhličitým, právě tak jako z roztoků aluminatů alkalických. —

[5]) Emich, Monatshefte für Chemie 12, 23 (1891).

W. Ostwald[6]) usoudil z elektrické vodivosti roztoků guanidinu, že se chovají jako roztoky látky silně dissociované, a že jest třeba zavésti pro nedissociované molekuly v roztoku formulaci hydroxydovou

$$\begin{matrix} H_2N \\ H_2N \end{matrix}\!\!>\! C = \overset{V}{N}H_2 \, . \, OH.$$

Běží zde za těchto poměrů jistě o vznik iontů AlO_3H_2', vznikajících také varem solí hlinitých s uhličitanem guanidinu za odštěpování kysličníku uhličitého, jak pozorovali Grossmann a Schück.[7])

Z okyseleného roztoku těchto organických hlinitanů lze sraziti ammoniakem znova bílou sedlinu, která se však zase rozpouští, byl-li přidán ammoniak ve velkém nadbytku. Nadbytek ammoniaku k rozpuštění však musí býti tím větší, čím více jest současně v roztoku solí ammonatých.

2. Pokusy kvantitativné.

a) Množství CH_5N_3, minimalně nutné k rozpuštění 1 molu hydroxydu hlinitého.

Stanovení tohoto poměru bylo nutné nejen pro posouzení minimalně potřebného množství roztoku guanidinu, majícího udržovati hydroxyd hlinitý v roztoku, nýbrž bylo zajímavo i z důvodů theoretických, v jaké míře lze totiž srovnávati guanidin v tomto ohledu s hydroxydy alkalickými.

Proto určeno ono množství guanidinu, které jest nutné, aby byl z jistého množství soli hlinité vyloučen hydroxyd hlinitý a dále úplně rozpuštěn. Pracováno obdobně jako při vyšetřování poměru mezi hydroxydem hlinitým a hydroxydy alkalickými,[8]) to jest, titrován roztok kamence hlinito-draselnatého určitým roztokem guanidinu.

Jelikož jsem si však mohl připraviti pouze roztok, obsahující současně i něco guanidinsulfatu, bylo zapotřebí určiti obsah volné zásady. V roztoku, upraveném tak, že 15 *g* krystallického guanidinsulfatu rozloženo 20 *g* krystallického hydroxydu barnatého, prostého alkalií a po rozkladu zředěno na 200 cm^3, musila býti stanovena kyselina sírová a veškerý guanidin.

Guanidin odpovídající nalezené kyselině sírové odečten od veškerého a zbytek brán do počtu jako volná zásada, uplatňující se ve výše uvedeném smyslu. Tím získána velice přibližná orientace.

Ke stanovení kyseliny sírové odměřeno 30 cm^3 roztoku guanidinu a naváženo 0·2226 *g* $Ba\,SO_4$, což odpovídá 0.11294 *g* guanidinu.

---

[6]) W. Ostwald, Z. für praktische Chemie [2], 33, 367.

[7]) l. c.

[8]) Herz, Zeitschrift für anorganische Chemie 25, 155, (1900). Tam uvedena i bližší literatura.

Ke stanovení guanidinu odměřeno 20 cm^3 získaného roztoku, zředěno na 100 cm^3 a ke zkoušce odměřováno po 10 cm^3 takto zředěného roztoku. Stanovení provedeno dle E m i c h a.

Vyvinulo se: I. 31·4 cm^3 N vlhkého, při 20·5° C a 748 mm b. tl.
II. 32·4 cm^3 N „ „ 21·5° C a 748 „ „ „
III. 32·4 cm^3 N „ „ 22·0° C a 748 „ „ „

což činí za normalních podmínek:

28·1, 28·8, 28·7, střed 28·5 cm^3 suchého N.

Dle toho bylo obsaženo v 10 cm^3 zředěného roztoku 0·075145 g veškerého guanidinu; ve 30 cm^3 původního roztoku bylo tudíž 1·12717 g veškerého guanidinu, od něhož nutno odečísti 0·11294 g guanidinu jakožto síranu tam obsaženého. Bylo tam obsaženo dle toho 1·01423 g guanidinu volného, takže připadalo na 1 cm^3 0.033808 g.

Tímto roztokem titrován roztok kamence draselnatého při teplotě 20—22° C, jakož i při teplotách vyšších.

Roztok obsahoval 15 g kamence ve 250 cm^3, takže odpovídal 1 cm^3 0.09878 g $Al(OH)_3$.

Odměřený roztok kamence zředěn vždy na 100 cm^3, načež připouštěn z byretty po kapkách roztok guanidinu tak dlouho, až z prvu vzniklá ssedlina se úplně rozpustila. Tento okamžik se dal dobře vystihnouti.

I. 5 cm^3 roztoku kamence + 95 cm^3 vody. Spotř. 4·7 cm^3 rozt. guanid.
II. 10 cm^3 „ „ + 90 cm^3 „ „ 9·2 cm^3 „ „
III. 20 cm^3 „ „ + 80 cm^3 „ „ 18·6 cm^3 „ „

Průměrně na 10 cm^3 roztoku kamence 9·3 cm^3 roztoku guanidinu.

IV. 10 cm^3 roztoku kamence s přidanými 90 cm^3 vody zahřáto na 55° C, načež titrováno. Na počátku titrace byla teplota 53° C, ke konci 43° C. Spotřebováno 9·7 cm^3 roztoku guanidinu.

V. 10 cm^3 roztoku kamence s přidanými 90 cm^3 vody zahřáto na 80° C, načež titrováno. Na počátku titrace 78° C, ke konci 63° C. Spotřebováno 9·7 cm^3 roztoku guanidinu.

Z těchto dat lze viděti, že se uplatňuje vliv hydrolytického štěpení hlinitanu na množství spotřebovaného guanidinu, a že mohou tudíž tyto pokusy poskytnouti jen přibližný obraz o poměru $Al(OH)_3 : CH_5N_3$.

10 cm^3 roztoku kamence (15 g kamence ve 250 cm^3) odpovídá 0·6 g $KAl(SO_4)_2 . 12\,aq$.

9·3 cm^3 roztoku guanidinu obsahuje 0·3144144 g volného CH_5N_3.

Při srážení vznikly 3 mol. $(CH_5N_3)_2 . H_2SO_4$, takže na rozpuštění 2 $Al(OH)_3$ zbývají 2·4 mol. CH_5N_3 čili

na 1 $Al(OH)_3$ — 1·2 CH_5N_3.

K dalšímu opření tohoto výsledku upraven nový roztok guanidinu rozkladem 20 *g* guanidinsulfatu 27 *g* hydroxydu barnatého.

Ze 20 cm^3 získaného roztoku naváženo 0·1501 *g* $BaSO_4$, odpovídajících 0·07598 *g* guanidinu.

20 cm^3 téhož roztoku zředěno na 100 cm^3 a po 10 cm^3 odměřeno k azometrickému stanovení.

Vyvinulo se: I. 44·20 cm^3 vlhkého *N* při 23° *C* a 748 *mm* b. tl.
II. 44·00 cm^3 „ *N* „ 23° *C* a 748 *mm* b. tl.
Střed: 44·10 cm^3 vlhkého *N* při 23° *C* a 748 *mm* b. tl.

Po všech vykonaných výpočtech nalezeno v 1 cm^3 používaného roztoku 0·047484 *g* volného guanidinu.

K titraci odměřeno 30 cm^3 roztoku kamence (15 *g* ve 250 cm^3) a spotřebováno při 22° *C* 20·5 cm^3 roztoku guanidinu.

Po výpočtech, provedených tímtéž způsobem jako v předešlém případě, zjištěno, že připadá na

$$1\ Al(OH)_3 — 1{\cdot}3\ CH_5N_3.$$

Blíží se tudíž tento poměr, vyšetřený za uvedených okolností, značně poměru 1 : 1, jaký byl zjištěn pro *KOH* a *NaOH*.

b) Kvantitativné stanovení železa a hliníku.

Po těchto předběžných pokusech přistoupeno ke kvantitativnému stanovení železa jednak v roztocích solí železitých, jednak železnatoželezitých roztokem guanidinu a ke stanovení hliníku v solích hlinitých. Stanovení hliníku prováděno s ohledem na pozdější dělení tím způsobem, že byl dán do roztoku soli hlinité takový nadbytek roztoku guanidinu, že se všechen vyloučený hydroxyd hlinitý zase rozpustil; na to okyseleno kyselinou solnou a za přidání chloridu ammonatého sražen hliník za varu zcela mírným nadbytkem ammoniaku.

Použit ca 3%ní roztok guanidinu.

Titr roztoku chloridu železitého a hlinitého byl vyšetřen srážením ammoniakem.

Při srážení guanidinem postupováno takto. Odměřené množství roztoku chloridu železitého zahřato na *porcelánové* misce na ca 70° *C*, přidán k němu za míchání roztok guanidinu, načež zavařeno. Po usazení ssedliny za horka dekantováno, filtrováno a promyto horkou vodou až do vymizení reakce na Cl'. Filtraty zkoušeny po okyselení kyselinou solnou vždy rhodanidem ammonatým a shledány vesměs prosté železa.

Vzniklá sraženina jest temně červenohnědá, velmi dobře se filtruje a promývá. Žíháním poskytuje Fe_2O_3. Spalování filtru a žíhání se děje tímtéž způsobem jako při hydroxydu železitém, sraženém ammoniakem.

Výsledky stanovení titru železitého roztoku srážením ammoniakem a stanovení, provedených guanidinem jsou uvedeny v této tabulce.

Sráženo vždy 50 cm^3 roztoku.

Sraženo ammoniakem naváženo g Fe_2O_3	Sraženo guanidinem:		
	počet užitých cm^3 rozt. guanidinu	naváženo g Fe_2O_3	diff. od střední hodn. nalezené ammoniakem
0·1264	20	0·1267	+ 0·0003
0·1261	40	0·1263	— 0·0001
0·1265	40	0·1265	+ 0·0001
0·1266	60	0·1266	+ 0·0002
0·1263			
0·1260			
Střed: 0·1264			

Sražení jest tudíž kvantitativné i za velkého nadbytku guanidinu, což jest pro dělení nutné.[9])

Dále bylo 50 cm^3 roztoku $FeCl_3$ zredukováno částečně byselým siřičitanem sodnatým a sraženo 25 cm^3 roztoku guanidinu. Ssedlina byla v tomto případě hnědočerná a nepromývala se zvláště dobře.

Naváženo 0·1269 g Fe_2O_3, diff. + 0·0005 g.

I takto lze sraziti veškero železo z roztoku.

Výsledky stanovení titru roztoku chloridu hlinitého a stanovení Al_2O_3 v tomtéž roztoku, guanidinem přesyceného a sraženého dle výše naznačeného způsobu byly tyto:

z 25 cm^3 roztoku sraženo ammoniakem 0·0556 a 0·0554 t. j. průměrně 0·0555 g Al_2O_3;

za přítomnosti guanidinu nalezeno: 0·0562 a 0·0556 g Al_2O_3.

Z těchto výsledků, jakož i výsledků dále uvedených jest viděti, že lze tímto způsobem stanovení Al_2O_3 zcela správně provésti. Nutno jen přihlížeti vždy k tomu, aby byl nadbytek ammoniaku při srážení zcela minimalní.

c) Kvantitativné dělení.

Při dalších kvantitativných i kvalitativných pokusy byla dána úplná direktiva ku provedení kvantitativného dělení solí železitých a hlinitých. Může býti totiž uveden do jejich směsi velký nadbytek guanidinu,

[9]) Zvláštní pokus, provedený s dvakráte tak silným roztokem guanidinu, prokázal zase jen úplnou nerozpustnost hydroxydu železitého i ve velkém nadbytku roztoku této zásady.

který jest potřebný k rozpuštění počátečně vzniklého hydroxydu hlinitého, aniž se rozpustí hydroxyd železitý.

Sráženo cirka 4%ním roztokem guanidinu. 16 cm^3 tohoto roztoku srazilo i rozpustilo úplně hydroxyd hlinitý z 25 cm^3 roztoku chloridu hlinitého.

Množství roztoku guanidinu k tomu potřebné jest také závislé na aciditě sráženého roztoku, která bývá obyčejně dosti značná. Otupovati ji předem jsem nepokládal za vhodné, protože zaváděním na př. sodnatých solí do roztoku by pozbyla původní myšlenka, vystříhati se okkluse minerálních solí, svého významu a otupení ammoniakem jsem se obával vzhledem k tomu, že se vylučuje chloridem ammonatým z roztoku hlinitanu hydroxyd hlinitý. Dálo se tudíž srážení guanidinem toliko za přítomnosti solí tohoto a to za přítomnosti jistého množství síranu, obsaženého v používaném roztoku zásady a něco chloridu, vzniklého neutralisací volné kyseliny solné, obsažené v roztocích sražených, jakož i sražením samým.

Roztok guanidinu přidáván k zahřáté směsi soli železité a hlinité tak dlouho, až se sraženina, předem světlá, sytě červenohnědě zabarvila a na to dodán ještě jistý nadbytek. Potom zavařeno a po usazení ssedliny dekantováno. Ihned po dekantaci promyt filtr zředěným, horkým roztokem guanidinu a na to horkou vodou, poněvadž účinkem kysličníku uhličitého ze vzduchu se na filtru může vylučovati hydroxyd hlinitý. Ssedlina na misce potom ještě jednou rozmíchána s horkým zředěným roztokem guanidinu a znovu dekantováno. Na to přidáno zase jisté množství koncentrovaného roztoku guanidinu, zavařeno, zase dekantováno, načež byla vpravena sraženina na filtr, kde promývána nejprve zředěným, horkým roztokem guanidinu a potom horkou vodou až do vymizení reakce alkalické a reakce na Cl'.

Tento původní pracovní postup však neposkytl uspokojivých výsledků, poněvadž nalezeno množství Fe_2O_3 značně vysoké. Uvádím tyto příklady:

Počet cm^3 roztoku $FeCl_3$	Počet cm^3 roztoku $AlCl_3$	Odpovídá		Při srážení přidáno cm^3 guanidinu	Při dekantaci přidáno cm^3 guanidinu	Nalezeno g Fe_2O_3
		g Fe_2O_3	g Al_2O_3			
50	5	0·1264	0·0111	50	10	0·1290
50	15	0·1264	0·0333	50	20	0·1310
50	25	0·1264	0·0555	75	30	0·1317
25	5	0·0632	0·0111	50	10	0·0652

Hliník neurčován.

Proto bylo dále postupováno tak, že po dvojnásobné dekantaci rozpuštěn hydroxyd železitý na misce v kyselině solné a srážení, jakož i dekantování opakováno tak, jak bylo prve popsáno, načež teprve definitivně hydroxyd železitý sfiltrován.

Alkalické filtraty po okyselení kyselinou solnou odpařeny na nepatrný objem, sfiltrováno malé množství pravidelně se vyloučivší kyseliny křemičité, načež teprve, po přidání chloridu ammonatého, sráženy ammoniakem.

V řadě pokusů, tímto způsobem provedených, získány již výsledky uspokojivější.

Použito ve formě roztoku chloridů		Spotřeba cm^3 rozt. guanidinu			Nalezeno		Difference	
		při prvním srážení	při druhém srážení	do promývací tekutiny				
$g\ Fe_2O_3$	$g\ Al_2O_3$				$g\ Fe_2O_3$	$g\ Al_2O_3$	$g\ Fe_2O_3$	$g\ Al_2O_3$
0·01264	0·0972	50	50	30	0·0138	0·0985	+ 0·0012	+ 0·0013
0·01264	0·0555	35	20	20	0·0133	0·0528	+ 0·0007	— 0·0027
0·0759	0·0222	40	30	30	0·0767	0·0191	+ 0·0008	— 0·0031
0·1264	0·0111	40	40	30	0·1278	0·0115	+ 0·0014	+ 0·0004
0·0380	0·0333	30	50	20	0·0393	0·0349	+ 0·0013	+ 0·0016

Hodnoty pro kysličník železitý vykazují vesměs odchylku positivní, která jest procentuálně na množství Fe_2O_3, do práce vzaté velká, činíc minimalně 1·10%, maximalně 9·53%, tedy hodnoty, absolutně velmi značné, které mohou snadně uváděti methodu do pochybného světla.

Další pokusy provedeny s roztokem guanidinu připraveného ze zvláště čištěného síranu guanidinu.

Použito ve formě roztoku chloridů		Spotřeba cm_3 rozt. guanidinu			Nalezeno		Difference	
		při prvním srážení	při druhém srážení	do promývací tekutiny				
$g\ Fe_2O_3$	$g\ Al_2O_3$				$g\ Fe_2O_3$	$g\ Al_2O_3$	$g\ Fe_2O_3$	$g\ Al_2O_3$
0·1264	0·0197	40	50	20	0·1272	0·0198	+ 0·0008	+ 0·0001
0·0632	0·0986	40	40	10	—	0·0981	+ —	— 0·0005
0·0126	0·1479	50	50	20	0·0126	0·1490	+ 0·0000	+ 0·0011

Kysličník hlinitý byl železa prost.

Klademe-li pouze požadavky technické praxe, mohou se považovati i výsledky, uvedené v předcházející tabulce za uspokojivé. Lze však získati i výsledky lepší, použijeme-li, jak se ostatně samo sebou rozumí, praeparátů zcela čistých.

Jelikož bylo seznáno, že lze i z částečně zredukovaných roztoků solí železitých železo kvantitativně vyloučiti, byl proveden pokus, zda-li by měl tento způsob srážení pro dělení nějakou výhodu. Roztok, obsahující sůl hlinitou, železnatou i železitou, byl vnešen do nadbytečného, teplého roztoku guanidinu, po zavaření dekantováno, ještě jednou povařeno s nadbytkem roztoku guanidinu, načež teprve sraženina sfiltrována.

Zjištěno však, že jest tento způsob srážení a dělení nevhodný. Vyloučí se sice práškovitá ssedlina, avšak má nepříjemné vlastnosti. Musí se filtrovati velmi hustým filtrem, stává se během filtrace slizskou a špatně tekutinu propouštějící.

Použito:		Nalezeno:		Difference:	
g Fe_2O_3 ,	g Al_2O_3	g Fe_2O_3	g Al_2O_3	g Fe_2O_3	g Al_2O_3
0·0744 ,	0·0576	0·0809 ,	0·0543	+ 0·0065 ,	— 0·0033

Za přítomnosti fosforečnanů lze provésti dělení tak, že nerozpuštěná ssedlina obsahuje veškero železo, kdežto v roztoku jest hliník, protože se fosforečnan hlinitý v roztoku guanidinu snadno rozpouští. Železitá sraženina však má sotva konstatní složení, poněvadž fosforečnan železitý hnědne roztokem guanidinu podobně jako alkaliemi, což znamená, že se část kyseliny fosforečné odštěpuje. Proto také nutno prozatím přihlížeti jen k takovým případům, kde se kyselina fosforečná nevyskytuje.

Jakožto příklad praktické upotřebitelnosti bylo provedeno stanovení Fe_2O_3 a Al_2O_3 v cementu portlandském a to tak, že určeny jednak oba sesquioxydy úhrnně, jak to bývá zvykem, jednak provedeno dělení hydroxydem draselnatým a konečně guanidinem.

Nežli bylo děleno, musil býti sražen hydroxyd železitý a hlinitý dohromady a dělení provedeno s roztokem jejich v kyselině solné.

I. *Stanovení Fe_2O_3 a Al_2O_3 dohromady.*

1·9994 g cementu poskytlo 0·4723 g SiO_2 + zbytku kyselinou solnou nerozložitelného a 0·1680 g Fe_2O_3 + Al_2O_3; to jest

23·62% SiO_2 + nerozl. zbytku; 8·40% Fe_2O_3 + Al_2O_3.

II. *Dělení Fe_2O_3 a Al_2O_3 hydroxydem draselnatým.*

2·0064 g cementu poskytlo 0·4742 g SiO_2 + zbytku kyselinou solnou nerozložitelného, 0·0619 g Fe_2O_3 a 0·1108 g Al_2O_3; to jest

23·63% SiO_2 + nerozl. zbytku; 3·09% Fe_2O_3 a 5·52% Al_2O_3.

3·09% Fe_2O_3 + 5·52% Al_2O_3 = 8·61% Fe_2O_3 + Al_2O_3.

III. *Dělení Fe_2O_3 a Al_2O_3 guanidinem.*

2·0033 *g* cementu poskytlo 0·4749 *g* SiO_2 + zbytku kyselinou solnou nerozložitelného, 0·0591 *g* Fe_2O_3 a 0·1107 *g* Al_2O_3; to jest

23·70% SiO_2 + nerozl. zbytku; 2·95% Fe_2O_3 a 5·53% Al_2O_3.
2·95% Fe_2O_3 + 5·53% Al_2O_3 = 8·48% Fe_2O_3 + Al_2O_3.

Stanovení pouhé ho hliníku by bylo lze rychleji provésti tak, že by se srážení nadbytečným guanidinem provedlo v odměrné nádobě. Po zředění tekutiny ke známce by se použilo ke stanovení hliníku jistého podílu sfiltrované alkalické tekutiny.

d) Vliv zadrženého chloridu ammonatého v hydroxydu železitém a hlinitém na výsledky.

U příležitosti této práce se naskytla častěji otázka po kontrole dosažnosti některých údajů ve významných analytických učebnicích. Zejména vzbudil zájem praktický význam podmínky dokonalého promytí hydroxydu železitého a hlinitého v takových případech, kdy běží o stanovení železa a hliníku v čistých roztocích solí železitých a hlinitých.

V Rose-Finkerově[10]) učebnici analytické chemie jest vedle jiných praktických poznámek o stanovení železa a hliníků jakožto oxydů, po předchozím srážení hydroxydů za přítomnosti salmiaku uvedeno, že musí býti hydroxydy promyty dokonale, až do úplného vymizení reakce na *Cl'*, protože by mohl při žíhání snadno těkati buď $FeCl_3$ nebo $AlCl_3$. V de Koninckově[11]) učebnici lze nalézti podobnou poznámku u stanovení kysličníku hlinitého, nikoli však železitého a Treadwell se o této věci vůbec nezmiňuje. Při známé těkavosti obou chloridů a disociaci chloridu ammonatého za zvýšené teploty, nutí tyto okolnosti k úvaze, k jakým asi chybám, prakticky závažným, může vésti zanedbání dokonalého promytí hydroxydu železitého i hlinitého, sraženého z roztoku příslušného chloridu, za přítomnosti chloridu ammonatého.

Za tím účelem byly provedeny především informativné pokusy o tom, zda-li vůbec bude těkati $FeCl_3$ *a* $AlCl_3$, jestliže se v hydroxydech nechá velké množství chloridu ammonatého, tyto se předem vysuší při 100—110° *C* a potom se takto chloridem ammonatým impregnované sraženiny prudce žíhají ve skleněné rouře.

I. Sraženo takové množství roztoku chloridu železitého, že odpovídalo 0·4464 *g* Fe_2O_3. Ve 150 cm^3 sráženého roztoku bylo mimo to 10 *g* NH_4Cl. Ssedlina vpravena toliko na filtr a po odkapání roztoku naplněna jí porcelánová loďka, takže byla skoro všechna spotřebována. Po vysušení vložena do roury z tvrdého skla, před tím slabě zahřáté a ihned na to za provádění

[10]) 6. vydání z r. 1871, str. 95 a 52.
[11]) str. 431.

mírného proudu suchého vzduchu prudce žíhána. Z roury unikal předem NH_3 a objevil se brzy intensivný, žlutočervený sublimat, dokazující, že těká $FeCl_3$. Po vymytí roury a sražení takto získaného roztoku chloridu železitého shledáno, že odpovídá vytěkané množství $FeCl_3$ 0·0261 *g* Fe_2O_3.

II. Po sražení vpravena ssedlina hydroxydu železitého na filtr a promývána horkou vodou až do slabé reakce na *Cl'*. Sublimat byl v tomto případě nepatrný a bílý. Rhodanidem ammonatým v něm přece zjištěno železo.

III. Totéž jako v I. provedeno i s hydroxydem hlinitým. V tomto případě neobsahoval hojný bílý sublimat hliník.

Tato pozorování souhlasí ostatně i se starými údaji literárními, t. j. že těkavost chloridu železitého jest nepoměrně snažší než těkavost chloridu hlinitého, což bylo zvláště pěkně dokázáno a použito i ke kvantitativnému dělení *Fe* a *Al* Goochem a Havensem.[12])

Vše to nasvědčuje tedy tomu, že výše uvedená opatrnost se vztahuje spíše ke stanovení železa než hliníku.

Další pokusy však ukázaly, že není přímé úměrnosti mezi zadrženým chloridem ammonatým v ssedlině a výsledkem. Při opatrném spalování filtru vysublimuje patrně většina, ne-li všechen salmiak, dříve než může nastati patrná reakce dissociací vzniklého chlorovodíku s hydroxydem železitým. Nebylo by totiž možno si vysvětliti tyto případy.

I. 50 cm^3 roztoku $FeCl_3$ sraženo po dvakráte za přítomnosti NH_4Cl a promyto dokonale do zmizení reakce na *Cl'*.

Naváženo: 0·1488 *g* Fe_2O_3 a 0·1487 *g* Fe_2O_3.

II. Při srážení roztoku $FeCl_3$ přidáno 5 *g* NH_4Cl, ssedlina vpravena jen kvantitativně na filtr a dále nepromýváno. Zůstalo tedy v hydroxydu železitém hojně chloridu ammonatého.

Naváženo: 0·1488 *g* Fe_2O_3.

III. Ssedlina hydroxydu železitého promývána tak dlouho, až reagoval filtrat jen slabě na *Cl'*.

Naváženo: 0·1487 *g* Fe_2O_3 a 0·1470 *g* Fe_2O_3.

Připomínám však, že bývá kysličník železitý, vyžíhaný z hydroxydu železitého, sraženého ammoniakem, velmi jemný, takže se při prudším pohybu vzduchu snadno rozprašuje. Proto mohou nastati při neopatrném spalování filtru snadno ztráty mechanické.

Souhrn.

1. Ke kvantitativnému dělení železa a hliníku navržena organická zásada, guanidin, který má proti alkaliím hlavně tu výhodu, že není obavy

[12]) Z. f. anorganische Chemie, 13 (1897), 435.

o jeho okklusi v hydroxydu železitém, takže se práce o několik manipulací zjednodušuje.

2. Určeno velmi přibližně množství guanidinu, udržující v alkalickém roztoku 1 mol. hydroxydu hlinitého.

3. Získány některé poznatky o chybách, které mohou nastávati při stanovení železa a hliníku tím, že se chlorid ammonatý nevymyje dokonale ze ssedliny hydroxydů. Vzdor tomu, že jest těkavost chloridu železitého značná, nebyly konstatovány závažné difference ani tenkráte, když byl hydroxyd železitý značně prosycen chloridem ammonatým, byl-li spalován filtr opatrně. Při neopatrném spalování nutno uvažovati ovšem i o ztrátách mechanických.

Analytické a potravní laboratorium c. k. české vysoké školy technické v Praze.

O plstnatých asbestech českých a moravských.

Napsal

A. Fersman v Moskvě.

(Předloženo dne 3. května 1912).

Plstnaté asbesty jsou známy obyčejně pode jménem *skalního korku, sk. kůže, dřeva* a podobnými názvy populárními. Ve většině novějších mineralogií je počítají jednak k amfibolům, jednak k serpentinům a obyčejně jim věnují všeho všudy 2—3 řádky.[1]) Spolu s těmito odrůdami asbestů už dávno různí badatelé popisovali skalní korky a skalní kůže poněkud jiného složení chemického, jako *pilolithy, palygorskity, lassallity* a některé jiné druhy nerostné; ale výzkum jich do poslední doby byl velice neúplný a nemohl vysvětliti obecného složení, fysikálních a chemických vlastností jich i vztahů k jiným speciím minerálním.

Již r. 1908[2]) autor podnikl kritický přehled i detailní výzkum všech křemičitanů hořečnatých o slohu změteně vláknitém, a výsledkem této práce jest publikace souborná, jež vyjde v „Zápiskách" Akademie věd v Petrohradě.

Ukázalo se, že složení této skupiny jest velmi komplikované a že v ni vstupuje celá řada samostatných druhů nerostných o velmi různé povaze chemické.

---

[1]) C. Hintze, Handbuch der Mineralogie II., 1226.

[2]) A. Fersman, Über die Palygorskitgruppe, Bulletin Acad. St. Petersb. 1908, 255, 637.

Roztřídění plstnatých asbestů.

	Skupina	Druh nerostný	Chemické složení	Poznámky
I.	*Zillerity*	Tremolitové } zillerity Aktinolithové } zillerity	$Mg_3CaSi_4O_{12} . nH_2O$ $(Mg\ Fe)_3CaSi_4O_{12} . nH_2O$	n vždy nepatrné
II.	*Serpentinové kůže a korky*	Zermattit Schweitzerit	$H_4Mg_3Si_2O_9$ $H_4\ (Mg\ Fe)_3Si_2O_9$	Spojeny četnými přechody s ostatními odrůdami serpentinů.
III.	*Palygorskity*	Paramontmorillonit	$H_6Al_2Si_4O_{14} . 2H_2O$	Silikát A. Zřídka krystalický
		Lassallit = α-palygorskit	$H_{16}Mg_2Al_4Si_{11}O_{38} . 3H_2O$	1 A + 2 B
		β-palygorskit	$H_{10}Mg_2Al_2Si_7O_{24} . 4H_2O$	1 A + 1 B Nejrozšířenější člen skupiny
		α-pilolith	$H_{14}Mg_4Al_2Si_{10}O_{34} . 6H_2O$	2 A + 1 B
		β-pilolith	$H_{18}Mg_6Al_2Si_{13}O_{44} . 8H_2O$	3 A + 1 B Problematický
		Parasepiolith	$H_4Mg_2Si_3O_{10} . 2H_2O$	Silikát A Krystalická odrůda mořské pěny
IV.	*Xylotily*	Železité členy skupiny palygorskitové	Složení analogické předešlé řadě: směsi $H_2Fe_2^{III}Si_3O_{10} . 2H_2O$ a $H_4Mg_2Si_3O_{10} . 2H_2O$	Nejčastěji se vyskytují členy: $H_8Mg_2Fe_2Si_6O_{21} . 3H_2O$ (β-palyg.) $H_{12}Mg_4Fe_2Si_9O_{31} . 5H_2O$ (α-pilol.) $H_{16}Mg_6Fe_2Si_{12}O_{41} . 7H_2O$ (βpilol.)

Z tabulky té vidíme, že skupina se skládá ze čtyř podskupin; z nich nejdůležitější a nejrozšířenější je skupina palygorskitu, jíž připadá významný úkol v chemických pochodech obalu země.

Stručný popis vlastností jednotlivých druhů.

Zillerity.

Složením se shodují s tremolitem, aktinolithem i se členy intermediárními této isomorfní skupiny. Jsou jen strukturními odrůdami osinků amfibolových a obyčejně spojeny přechody s rovnoběžně vláknitými

varietami jejich. Tomu nasvědčuje netoliko chemické složení s nevelikým množstvím vody v podobě pevného roztoku, ale též optický ráz jehliček. Nejzřetelnější rozdíl od ostatních druhů plstnatých asbestů jest jejich křehkost, přímočarost vlákének i konstantní jejich tloušťka, a pak nerozložitelnost v kyselinách.

Geneticky jsou vázány zillerity na oblasti anamorfismu čili s pochody rázu hydrothermálního. Jsou velmi rozšířeny v Alpách (Pregratten, Chamonix a j.), ale nikde nejsou nahromaděny ve značnějším množství. Celkem však se vyskytují pořídku a nemají důležitějšího úkolu v průběhu chemických reakcí kůry zemské.

Serpentinové skalní kůže a korky.

Poměrně zřídka složení skalních kůží a korků odpovídá serpentinu, což ostře odporuje mínění v literatuře nejrozšířenějšímu o spojení nerostů těch s hadci. Skalní korky o složení tom bývají lehké, chmýřité, koudeli podobné aggregáty vlákének chrysotilových: navrhl jsem pro ně název *zermattitů* se zřetelem na hojnost jich v okolí Zermattu ve Švýcarsku. Jiné odrůdy, totožné se dříve popsanými schweitzerity, jsou celistvé, lehké hmoty barvy zelené anebo šedé. Značný podíl vody odlišuje nerosty ty od zilleritů, nepřítomnost kysličníku hlinitého a zelená barva od palygorskitů a xylotilů.

Serpentinové skalní kůže se vyskytují téměř výhradně v hadcích a amfibolových břidlicích, ale nikdy v poněkud jen značnějším množství.

Palygorskity.

Skupina tato zaujímá postavení výjimečné nejen v systematice plstnatých asbestů, ale i vůbec mezi chemickými produkty pásma větrání. Podle dat autorem sebraných palygorskity v některých územích tvoří celé horizonty v horninách sedimentárních (Nižegorodská gubernie v Rusku) anebo pronikají jednotlivými vlákénky vrstvy slínů.[1])

Chemické složení členů skupiny té lze vyložiti addicí dvou křemičitanů *A* a *B* v přesně určených poměrech (srovn. tab. na str. 2). Křemičitan *B* jest složením totožný s montmorillonitem, ale podle znaků vnějších jeví se býti typickým členem celé skupiny. Na druhé straně křemičitan *A* je totožný složením s mořskou pěnou: názvu *parasepiolith* užívám pro krystalické odrůdy tohoto minerálu, jež někdy mají zřetelný sloh změtěně vláknitý. Ze šesti druhů nerostných, jež tvoří skupinu palygorskitovou, nejrozšířenější jest β-*palygorskit*; stačí poukázati na to, že ze všech známých nalezišť nerostů skupiny této čtyři pětiny jest přičísti k β-palygorskitu.

Vlastnostmi fysikálně chemickými všech šest členů skupiny se velmi shoduje, tak že rozlišiti je pouhými určeními kvalitativními jest většinou velmi obtížno. Tvoří měkké chmýřité massy obyčejně bílé, narůžovělé

[1]) Názvu palygorskit bylo užito poprvé v práci Savčenkova (Verhandl. Ges. Miner. Petersb. 1862, 102—104) podle Palygorské Distance v gub. Permské.

nebo žlutavé; v mikroskopu jeví se býti složeny z vlákének anebo blanek, mezi sebou anastomujících, se zhášením rovnoběžným a nízkými barvami dvojlomu. Kyseliny rozkládají je dosti snadno za varu, zvláště kyselina sírová. Před dmuchavkou dosti snadno se taví v poloprůhlednou bublinatou kuličku. Tvrdost okolo 2. Hustota 2·15—2·35.

Chemické složení skupiny ve značné míře se komplikuje příměsmi isomorfními. Tak kysličník hořečnatý se zastupuje železnatým, manganatým, vápenatým i nikelnatým, snad i alkaliemi a kysličníkem měďnatým. Zvláště zajímavy jsou členy, jež obsahují nikl. Na druhé straně též Al_2O_3 může býti nahrazen nevelikými podíly Fe_2O_3 a Mn_2O_3.

Členy skupiny palygorskitové snadno se rozeznávají od ostatních skupin plstnatých asbestů, obsahujíce kysličník hlinitý a značné množství vody (okolo 20%).[1])

Geneticky palygorskity nacházíme výhradně v pásmu větrání, za poměrů velmi rozmanitých. Vyskytují se velmi často v oblastech rozrušení kyselých nebo středních vyvřelin v trhlinách a dutinách spolu s uhličitany a křemenem. V horninách basických a hadcích jsou nám známy pouze jednotlivé případy, velmi řídké. Též se vyskytují na rudních žilách a zvláště na rudních ložiskách rázu metasomatického ve vápencích a dolomitech.

Hlavní však rozšíření minerálů těch jest přičísti horninám sedimentárním, v nichž palygorskity činí vrstvičky anebo vyplňují druhotné trhliny. Zvláště časté jsou ve hlinitých vápencích, dolomitisovaných slínech a v sádrovcích, ale ve všech těch případech mají ráz druhotný, jevíce se zplodinami přeměny oněch hornin prosakujícími vodami.

Speciálně *parasepiolith* jest produktem překrystalování koloidální mořské pěny anebo bývá uložen jako ostatní členy skupiny vrstvičkami v horninách uhličitanových.

Ve všech případech palygorskity vznikají z chladných roztoků vodných, obyčejně za přítomnosti kyseliny uhličité.

Zajímavo jest, že všecky členy skupiny palygorskitové jsou značně stálé v podmínkách povrchu zemského a tedy se hromadí ve velikých množstvích nerozrušujíce se.

Xylotily.

Skupina xylotilů čili železitých palygorskitů má chemickou konstituci obdobnou hlinitým členům, ale složení i charakteristika její daleko ještě není dostatečně objasněna.

Konstituci xylotilů možno vyložiti addicí dvou křemičitanů, z nichž jeden má vzorec $H_4Mg_2Si_3O_{10} \cdot 2\,H_2O$, druhý složením odpovídá nontronitu $H_4Fe_2^{III}\,Si_3O_{10} \cdot 2\,H_2O$. Nejdůležitější a nejrozšířenější jsou členy analogické pilolithu α i β.

---

[1]) Obtížnější jest rozeznati zermattit od parasepiolithu, pročež celá řada výskytů tohoto v literatuře jest popsána jménem chrysotilu.

Nejtypičtějším zástupcem nerostů této skupiny lze nazvati všeobecně známé skalní dřevo ze Schneebergu u Sterzingu v Tyrolsku. Snadná rozložitelnost v kyselinách, charakteristická hnědá barva, značný podíl H_2O i Fe_2O_3 poskytují možnosti lehce rozeznati tento minerál od ostatních odrůd asbestů.

Geneticky nerosty skupiny této ve mnohé příčině upomínají na hlinité palygorskity, ale parageneticky xylotily častěji jsou sdruženy s hadci nežli ony. —

Skupina ta vyžaduje dalšího zpracování experimentálního i theoretického.

II.

Naleziště plstnatých asbestů v Čechách (pořádkem abecedním).

Bečov[1])

Stará zmínka o výskytu tom není zcela jasná. Snad se vztahuje na některé naleziště okolí Marianských Lázní.

Bleistadt.[2])

Ve starých mineralogiích jest zaznamenán výskyt dirkovatého i porovitého skalního korku na rudních žilách, jež prostupují krystalické břidlice. Soudě podle popisů a paragenese, jde o některý minerál ze skupiny *palygorskitové.*

Dobešovice v. *Kolín.*

Drkolnov v. *Příbram.*

Jáchymov.[3])

Mohs podrobně popisuje ukázku skalního korku a kůže z rudních žil místa toho. Vnější charakteristika popsaných ukázek svědčí pro *palygorskit.*

Kolín.

V obchodě *V. Friče* jsem získal výtečný exemplář lehkého, žlutého β-*palygorskitu*, silně proniklého hydroxydy železitými a pokrytého manganitými dendrity. Na něm jsou patrny otisky plochých klenců vápence

---

*) Podrobná práce o výskytu plstnatých asbestů na vší zemi vyjde v „Zapiskách" Akademie věd v Petrohradě, odd. fys.-math. 1912.

Za přispění při studiu literatury o českých asbestech děkuji příteli F. Slavíkovi.

[1]) A. Estner, Mineralogie, Wien 1797, II. 864. F. Reuss, Mineral. 1802 II. (2) 242. C. Leonhard Topogr. Mineral. Frankf. 1805 I. 30. Meinecke u. Keferstein Mineral. Taschenb. Halle 1820, 152.

[2]) Na týchž místech j. př. U V. v. Zepharoiche naleziště to neuvedeno.

[3]) F. Mohs, v. d. Null Mineralien-Cabinet, Wien 1805 I. 568. J. F. Vogl, Gangverh. u. Min. Joach., Teplitz 1857, 194, připomíná toliko asbest.

a úlomky značně přeměněné horniny hadcovité. Bližší lokalita jsou asi *Dobešovice*.

Krucemburk.

Nevelký kousek skalní kůže, zaslaný mně z Musea král. českého, ukázal se býti typickým β-*palygorskitem*, jenž zevními znaky velmi se shoduje s ukázkami téhož nerostu z okolí Brna. Má podobu lehkého žlutého kartonu, snadno se trhajícího na jednotlivé vrstvy. Neveliké zachované úlomky křemene, živce a biotitu poukazují na to, že krucemburský asbest jest geneticky vázán na kyselé vyvřeliny.

Kšice v. *Stříbro*.

Kutná Hora.[4])

Toto naleziště různých minerálů hořečnatých bylo podrobně popsáno Bukovským, ale hojný můj materiál poskytuje možnosti doplniti poněkud jeho práci.

1. Trhliny v silně přeměněné hornině hadcové jsou pokryty druzami skalenoedrů kalcitu, hustě potažených jemnou hedvábnou korou, jež se skládá z nahnědlých jemných vlákének zplstěných, rovnoběžně zhášejících, se slabým dvojlomem a pleochroismem ve hnědých odstínech. Podélná osa vláken jest směrem n_g. Všecky optické vlastnosti sbližují tento asbest se xylotilem od Sterzingu. Po pečlivém a dlouhém vybírání byly blanky ty rozloženy kyselinou sírovou a kvantitativně analysovány:

	I.	II.
SiO_2 . . .	35·89	56·04
Al_2O_3 . . .	stopy	stopy
Fe_2O_3 . . .	7·01	10·95
MgO . . .	11·03	17·22
CaO . . .	20·01	—
FeO . . .	0·54	0·14
MnO . . .	0·39	0·61
CO_2 . . .	16·00	—
H_2O do 110°	5·40	8·43
H_2O nad 110°	4·23	6·60
	100·50	99·99

Se zřetelem na značnou příměs uhličitanu byl odečten a součet přepočítán na 100% (II).

Analysa odpovídá poměru:

$$13{\cdot}5\ SiO_2 . 1\ Fe_2O_3 . 6{\cdot}25\ MgO . 12{\cdot}16\ H_2O.$$

---

[4]) G. Fischer von Waldheim, Mus. Demid. Moscou 1806 II. 87. A. Bukovský, Progr. reálky Kutná Hora 1906, 1—22.

Hledíce k neúplné homogenitě nerostu, můžeme dosti bezpečně přičísti jej k *železitému β-pilolithu*, jehož vzorec jest $H_{30}Mg_6Fe_2Si_{12}O_{48}$ podle theorie svrchu vyložené.

Geneticky nerost popsaný je vázán na processy povrchového rozrušení hadců a zřejmě ve vztahu ku vzájemným reakcím mezi krystaly kalcitu a protékajícími roztoky.

2. Z materiálu mého zvláštní pozornosti zasluhovaly kusy o slohu dřevnatém; byly proniklé uhličitanem vápenatým a vyplňovaly trhliny v silně rozrušené vyvřelině. Optický výzkum vedl k typickým znakům xylotilů. Pečlivě vybraná hmota byla podrobena rozboru.

	III.	IV.
SiO_2 . . .	46·46	54·68
Al_2O_3 . . .	1·56	1·83
Fe_2O_3 . . .	8·22	9·67
MO . . .	12·73	14·98
CaO . . .	8·10	—
FeO . . .	0·97	0.67
M_2O . . .	sledy	sledy
CO_2 . . .	6·61	—
H_2O do 110° .	8·70	10·24
H_2O nad 110°	6·73	7·92
	100·08	99·99

Ve sloupci III. uveden průměr dvou analys; ve IV. přepočten rozbor po vyloučení příměsi uhličitanové.

Analysa vede k formuli:

$$11{\cdot}50\ SiO_2 . 0{\cdot}23\ \underbrace{Al_2O_3 . 0{\cdot}77\ Fe_2O_3}_{1\ R_2O_3} . 4{\cdot}82\ MgO . 12{\cdot}81\ H_2O,$$

což se poněkud blíží složení *železitého β-pilolithu*.

Zajímavo jest srovnati II. a IV.; oba rozbory vedou k témuž nerostu, ovšem v mezích té přesnosti, které bylo očekávati od takových hmot, ne zcela homogenních; a přece zevními znaky i genesí se ostře liší: prvý má sloh změtěně vláknitý, jest měkký, chmýřitý, přímo usazený z vodných roztoků, druhý jest celistvý jako dřevo a činí pravděpodobně pseudomorfosu po onom pikrofyllu nebo pikrolithu, jejž popisuje Bukovský.

Mezihoří.[5])

Helmhacker zevrubně popsal výskyt tremolitového asbestu v trhlinách vápence. Spolu s ním vyskytoval se jemně vláknitý *zillerit*, jenž povlékal krystaly kalcitu a složením se shodoval s tremolitem.

---

[5]) Helmhacker, Archiv přír. prozk. Čech 1874 II. (1).

Mnichov u Marianských Lázní.[6])

Většinu zmínek v literatuře jest vztahovati na Výškovice (v. str. 10).

V hadcovém lomu u Mnichova našel jsem r. 1904 četné odrůdy serpentinu o slohu pilolithickém; některé z nich přecházely v typickou skalní kůži a zasluhovaly názvu *zermattitu*. Spolu s nimi se vyskytuje i sněhobílý *zillerit*, zevním vzhledem podobný vatě a chemicky shodný s tremolitem.

Příbram.[7])

Sebraný mnou materiál, v každé příčině velmi důležitý, poskytl možnosti vysvětliti ráz tohoto zajímavého výskytu.[8])

1. V *Lillce* (2. ležatá žíla, 14. obzor) plstnatý asbest činil jemný měkký závoj barvy hnědožluté, zahalující skalenoedry kalcitu II. generace. Na mých exemplářích tento pěkný nerost byl pokryt krystaly kalcitu IV. i poset drobounkými pyrity. Chemicky jest to dílem *parasepiolith*, dílem *železitý β-pilolith*, spojený isomorfními přechody s předešlým.

2. Na žíle *Marie pomocné* skalní kůže se vyskytla v tence vrstevnaté masse barvy zelenavé a byla poseta krystalky kalcitu.

3. Nejzajímavější ukázky poskytla žíla *Vojtěšská*, kde minerál ten byl nalezen na 21. obzoru a pokrýval hedvábitou nahnědlou blankou krystaly kalcitu III. Uvnitř hmoty skalního závoje samého byly uzavřeny silně rozežrané krystalky vápence, a skalní kůže jako rukavice může býti stažena s těchto těles rozpustnosti. Opticky vlákna asbestu jeví se býti zcela totožnými se xylotily jiných nalezišť. Hustota nejčistších blanek stanovena o málo nižší 2·29. Přes pečlivé vybírání hmoty jevilo se ve složení jejím okolo 75% uhličitanu.

	V.	VI.
SiO_2 . . .	12·22%	50·66%
Al_2O_3 . . .	0·45	1·87
Fe_2O_3 . . .	2·32	9·62
MgO . . .	5·65	19·65
CaO . . .	41·45	—
FeO . . .	0·62	1·45
MnO . . .	0·25	1·03

[6]) J. S. Presl, Nerostopis 1837, 383. F. X. M. Zippe, Verh. böhm. Mus. 1841. 53. V. v. Zepharovich, Miner. Lex. 1859 I. 37. J. R. Blum, Mineral. 1874. 380. H. B. Patton, Tscherm. Min. Petr. Mittl. 1887 (IX.) 89, 105.

[7]) A. E. Reuss, Sitzungsber. Wien. Akad. Naturw. Klasse, 1856 XXII. 138. 188, 189. Týž, ibid. 1863 XLVII. Abt. I. 75, 76. Fr. Babánek, Jahrb. geol. Reichsanst. Wien 1872, XXII. 27—39. W. Venerand, Asbest und Feuerschutz. Wien 1886. 5. E. Luschin von Ebengreuth, Berg- u. Hüttenm. Jahrb. d. Bergakad., Wien 1890 XXXVIII. 112. A. Hofmann, Führer Excurs. IX. intern. geol. Kongreß, Wien 1903, I. 9, 10.

[8]) Za překrásné exempláře jsem zavázán díky p. dvor. radovi A. Hofmannovi.

CO_2 . . .	33·72	—
H_2O do 110°	1·95	8·08
H_2O nad 110°	1·84	7·64
	100·47	100·00

Ve zvláštním podílu určeno bylo složení uhličitanu a podle toho vyloučen z analysy VI.

Výsledné složení minerálu dosti se blíží vzorci *železitého β-pilolithu* a jest charakterisováno tímto poměrem kysličníků:

$$10{\cdot}75\ SiO_2\ .\ \underbrace{0{\cdot}23\ Al_2O_3\ .\ 0{\cdot}77\ Fe_2O_3}_{1\ R_2O_3}\ .\ 6{\cdot}23\ RO\ .\ 11{\cdot}17\ H_2O.$$

Geneticky nerost osinkový je sdružen s kalcitem III. a tedy náleží do posledních stadií hydrothermálních pochodů rudních. Místo jeho v paragenetické řadě je 13—14, společné se sirníky mladšími, cronstedtitem a lillitem anebo s goethitem. Popsaný nerost jest třetí křemičitan z příbramských žil rudních (lillit, cronstedtit).

Ratibořice.[9])

Ferberův popis skalní kůže a skalního papíru z rudních žil tohoto naleziště jest úplně totožný s nálezy příbramskými. Jest velice možno, že šlo o některý člen skupiny *palygorskitové.*

Srnín.[10])

V hadcích lokality té byly nalezeny shluky skalní kůže. Nesnadno říci, který druh to jest.

Stříbro.[11])

Plstnatý asbest byl pozorován v celé řadě dolů tohoto obvodu: Allerheiligen, Langenzugzeche i u Kšice. Ve všech jamách měl typické vlastnosti *palygorskitů.* Pokrýval v podobě papíru nebo kůže stěny trhlin, ukazuje se býti jedním z mladších nerostů. Materiál, jejž jsem měl po ruce, umožnil mi podrobně zjistiti povahu tohoto nerostu, jenž pokrýval druzu tabulkovitých krystalů barytu v podobě žluté měkké hmoty korku podobné a uzavíral krystaly galenitu. Velmi obtížné vybírání čisté hmoty dovolilo provésti jen jednu analysu:

	VII.
SiO_2 . . .	51·42%
Al_2O_3 . . .	13·08

[9]) J. J. Ferber, Beitr. z. Mineralgesch. v. Böhmen 1774, str. 145. C. von Linné Natursyst. Nürnberg 1777, 56.

[10]) F. Hochstetter, Jahrb. geol. Reichsanst. 1854 (V.) 1.

[11]) J. Gerstendörfer, Sitzungsber. Akad. Wien, Math.-naturw. Kl. XCIX. Abth. 1. 1890, 461; R. Brauns, N. Jahrb. f. Min. 1893 I. 13.

Fe_2O_3 . . .	2·74
MgO . . .	9·30
CaO . . .	1·16
FeO . . .	0·51
CO_2 . . .	nepatrný podíl
H_2O do 110°	7·65
H_2O nad 110°	14·36
	100·22

Rozpočet na molekuly vede ke vzorci:

$$7\ SiO_2\ .\ 1{\cdot}05\ Al_2O_3\ .\ 0{\cdot}14\ Fe_2O_3\ .\ 2{\cdot}12\ RO\ .\ 10{\cdot}04\ H_2O,$$

což odpovídá β-*palygorskitu* ($H_{18}Mg_2Al_2Si_7O_{28}$).

Teplá.[12])

Překrásný kus skalního korku v pražském Museu ukázal se býti čistým β-*palygorskitem.*

Jest zcela možno, že ukázka ta pochází z naleziště Výškovic, kde ode dávna byl znám skalní korek.

Výškovice.[13])

V trhlinách vápence vyskytoval se ve velkém množství skalní korek barvy žlutavé; vzorek, jejž jsem měl, jeví složení β-*palygorskitu.*

Celkový přehled nalezišť.

Ze 14 uvedených nalezišť nejpochybnějšími se mně zdají poukazy na Bečov a Teplou; snad oba jest vztahovati na Výškovice.

Podle druhů nerostných máme takovýto obraz jich rozšíření:

Zillerit — Mezihoří, Mnichov.
Zermattit — Mnichov.
β-*palygorskit* — Kolín, Krucemburk, Stříbro, Výškovice.
Železitý pilolith — Kutná Hora, Příbram.
Parasepiolith — Příbram.
Neurčené členy skupiny palygorskitové — Bleistadt, Jáchymov, Ratibořice, Srnín.

Se stanoviska genetického naskytují se tyto čtyři typy nalezišť:

I. *Ve vápencích*: β-palygorskit (Výškovice), zillerit (Mezihoří).
II. *V hadcích*: zillerit a zermattit (Mnichov), železitý pilolith (Kutná Hora), palygorskit (Kolín).

---

[12]) H. B. Patton, Tscherm. Min. Petr. Mitth. 1887 IX. 89—144. E. Luschin von Ebengreuth, l. c. 1890, 113. V. v. Zepharovich, Miner. Lex. III. Wien 1893, 25.

[13]) J. Sv. Presl, Nerostopis 1837, 383. F. X. M. Zippe, Verh. Ges. Böhm. Mus. Prag, 1841, 53. Mohs, Anfangsgründe Naturg. Wien 1839, II. 317. A. M. Glückselig, Das Vorkömmen v. Miner. im Egerer Kreise, Karlsb. 1862.

III. *V jiných krystalických horninách*: β-palygorskit (Krucemburk).
IV. *Na rudních žilách*: β-palygorskit (Stříbro), železitý pilolith a parasepiolith (Příbram), jiné členy řady (Bleistadt, Jáchymov, Ratibořice).

III.

Naleziště plstnatých asbestů na Moravě.

Zmínek v literatuře o skalních kožích i korcích na Moravě jest velice mnoho, ale většina jich se vztahuje na týž obvod v okolí brněnském. Bohužel nedovoluje úplný nedostatek kvantitativních analys mluviti s dostatečnou bezpečností o povaze většiny skalních koží moravských.[14])

Adamov v. *Brno*.

Brno.[15])

Sem též náleží: Adamov, Černá Hora, Komín, Kounice, Lipůvka, Maloměřice, Němčičky, Obřany, Pisárky, Rosice (?), Útěchov, Židenice atd.

V trhlinách rozkládajícího se granititu, amfibolické žuly i jiných vyvřelin brněnského massivu vyskytují se spolu s vápencem celistvé listy tvrdého kartonu, jenž se skládá namnoze z β-*palygorskitu*. Nerost ten obaluje místy zrna rozežraného křemence a štěpné úlomky živce; na povrchu jest pokryt tenkými korami limonitu a manganitými dendrity.

Pro kvantitativní analysu jsem vybral úplně čistou sněhobílou hmotu s charakteristickými optickými vlastnostmi palygorskitů. Přesné označení výskytu jest „*Obřany* u Brna".

VIII.

SiO_2 . . .	54·17%
Al_2O_3 . . .	13·56
Fe_2O_3 . . .	0·22
FeO . . .	
CaO . . .	0·41
MgO . . .	9·55
H_2O do 110°	9·58
H_2O nad 110°	11·87
	99·36

[14]) Ve staré literatuře často nacházíme zmínku o Moravě bez přesnějšího označení naleziště. Viz F. Mohs, V. d. Null's Miner. Cabin. Wien 1805 I. 567. A. Reuss Mineral. 1806 IV. 228; F. Mohs, Anfangsgr. d. Naturg. d.Min. Wien 1839 II. 317. E. F. Glocker, Mineral. Nürnb. 1839, 413.

[15]) Meinecke und Keferstein, Min. Taschenb. Halle 1820. 152. C. Leonhard Handb. d. Oryctogn. Heidelb. 1821. 536. C. Hartmann, Miner. Weimar 1843 I. 538. F. Kolenati, Die Miner. Mährens u. Schles. Brünn 1854. V. v. Zepharovich, Miner. Lex. Wien 1859 I. 38.

Nedostatek v součtu vysvětluje se nevelikým podílem CO_2, jenž nebyl určen.

Rozpočtem na molekuly obdržíme:

$$7\ SiO_2 . 1{\cdot}04\ Al_2O_3 . 1{\cdot}93\ RO . 9{\cdot}29\ H_2O,$$

což úplně přesně se shoduje se složením *β-palygorskitu*.

Geneticky jest vázán nerost ten na rozrušené vyvřeliny, analogicky jako na lokalitách krymských.

Buzov.[16])

Těžko říci, o jakém „dřevnatém asbestu" mluví Kolenati.

Černá Hora v. *Brno.*

Grešlovo Mýto.

Parasepiolith stejný s templštýnským (viz toto naleziště).

Hrubšice.[17])

Naleziště to jest zvláště zajímavo tím, že na něm se vyskytují pospolu mořská pěna a skalní kůže, zcela analogicky jako na nalezištích sepiolithu v okolí Madridu. Mořská pěna ze Hrubšic jest koloidální, ale prostoupena žilkami dobře vykrystalovaného *parasepiolithu*. Týž nerost někdy skládá mázdry skalní kůže na povrchu shluků mořské pěny. Vznik jeho jako na nalezištích okolo Madridu jest vázán na krystalisaci koloidálních mass sepiolithu.

Velmi žádoucí by byl detailnější výzkum těchto vzorků skalního korku.

Komín v. *Brno.*

Kounice Dolní (či *Kánice?*) v. *Brno.*

Kuklík.[18])

Patrně jde o vyvětralý asbest amfibolový.

Letovice.[19])

Exemplář z vídeňského dvorního musea podle zevních znaků jeví se býti členem skupiny palygorskitové. Tvoří vrstevnatou destičku v rozkládajícím se hadci. Bez kvantitativní analysy jest obtížno říci, ke kterému členu skupiny jest jej přičísti, ale poměry vzniku a optické vlastnosti svědčí pro *parasepiolith.*

---

[16]) F. A. Kolenati, Miner. Mährens, Brünn 1854. V. v. Zepharovich Miner. Lex. I. 38, 325.

[17]) O skalním korku z Hrubšic: F. Mohs, v. d. Null's Mineralcab. Wien, 1805 I. 530. A. Reuss, Mineral. Leipzig 1806, IV. 228. F. A. Kolenati l. c. 1854. V. v. Zepharovich, Min. Lex. 1859 I. 38.

[18]) V. v. Zepharovich, Min. Lex. 1859 I. 38.

[19]) V. v. Zerpharovich l. c. I. 38, II. 38.

Lipůvka v. *Brno.*

Maloměřice v. *Brno.*

Nedvědice.[20])

Skalní kůže i korek z naleziště toho ve vápenci patrně náleží k *palygorskitům.*

Němčičky v. *Brno.*

Nová Ves v. *Hrubšice.*

Nové Město v. *Studnice.*

Obřany v. *Brno.*

Pisárky v. *Brno.*

Rosice.

Exemplář s tímto označením v universitě moskevské ukázal se býti typickým β-*palygorskitem.* Jest úplně totožný s palygorskity z granititového massivu brněnského. Pravděpodobně etiketta není zcela správna, ježto podle geologické mapy A. Makowského nejbližší okraj oněch vyvřelin je vzdálen několik kilometrů od Rosic.

Sobotín.[21])

Na této lokalitě, popsané poprvé Glockerem, vyskytují se přechody rovnoběžně vláknitého aktinolithu v typickou skalní kůži — *zillerit.*

Strážek.[22])

Naleziště chrysotilu i skalního korku ve vápencích krystalických vyžaduje experimentálního zpracování, neboť na základě udání v literatuře těžko říci, o jaký skalní korek jde.

Studnice.[23])

F. Slavík zaznamenal bílou skalní kůži ve vápenci zrnitém se vyskytující, která asi náleží mezi *palygorskity.*

---

[20]) F. Dvorský, Annal. Mus. Francisc. 1899. 15.

[21]) E. F. Glocker, Miner. Jahresh. Nürnb. 1835 I. 108; V. v. Zepharovich, Sitzungsb. k. böhm. Ges. Wiss. 1865, 63 sq.; F. Kretschmer, Tscherm. Min. Petr. Mitth. Wien 1909. 162, 164. a ibid. 1911, 109—116; V. Neuwirth, Programm deutsch. Realschule Göding 1900 a Zeitsch. d. mähr. Landesmuseums 1906 (VI.), 120—180.

[22]) E. F. Glocker, Journ. f. prakt. Chemie Leipz. 1835, VI. 328—329. Týž Mineral. Jahresh. Nürnb. 1837. 168. F. Kolenati, l. c. 1854. J. R. Blum, Lehrb. d. Min. Stuttg. 1874. 380. E. Luschin von Ebengreuth 1890, l. c. 113. F. Dvorský, l. c. 15. F. Slavík, Výr. zpráva přír. klubu v Prostějově 1902, sep. str. 8.

[23]) F. Slavík, l. c 1902, 8.

Templštýn.[24])

K o v á ř popsal z naleziště toho typický krystalický parasepiolith, jenž vyplňoval trhliny v amfibolické hornině. Optické vlastnosti určené S l a v í k e m jsou typické pro parasepiolithy s nevelkým množstvím Fe_2O_3.

Analysa Kovářova vedla k těmto výsledkům:

	IX.
SiO_2 . . .	52·86
Al_2O_3 . . .	2·51
Fe_2O_3 . . .	1·13
MgO . . .	22·91
CaO . . .	0·80
MnO . . .	0·59
CO_2	sledy
H_2O do 100°	8·49
H_2O nad 100°	10·71
	100·00

Jest to složení typického *parasepiolithu* s isomorfní příměsí alumo- a ferrisilikátů:

$$3\ SiO_2 . 0{\cdot}08\ Al_2O_3 . 0{\cdot}02\ Fe_2O_3 . 2{\cdot}03\ RO . 3{\cdot}69\ H_2O.$$

Útěchov v. *Brno.*

Wiesenberg.[25])

Typický aktinolithový *zillerit.*

Židenice v. *Brno.*

* * *

Celkový přehled nalezišť moravských.

S hlediska genetického můžeme stanoviti tyto čtyři typy:

I. *V trhlinách rozkládajících se granititů*: okolí Brna (β-palygorskit).
II. *V amfibolických břidlicích*: zillerity z Wiesenberka a Sobotína.
III. *V hadcích*: Hrubšice, Letovice, Templštýn (hlavně parasepiolith a ostatní členy skupiny palygorskitové).
IV. *Ve vápencích*: Nedvědice, Strážek, Studnice (pravděpodobně palygorskity).

Moskva, v březnu 1912.

---

[24]) F. K o v á ř, Progr. českosl. obchodní akademie, Pr. 1903, 1—13.
[25]) Srovn. Sobotín.

Zprávy mineralogické.

Podává

F. Slavík.

Se 3 obrazci v textu.

(Předloženo dne 3. května 1912.)

1. Dolomit ze Sulzbachu u Saarbrücken.

S uvedeným označením lokality octly se novější dobou v obchodě hojné druzy v černém uhlí, jejichž výplň vytvořila se v posloupnosti: *dolomit — mesitin — chalkopyrit.* Převládajícím nerostem jest *mesitin* v bledě žlutohnědých, čočkovitě zaoblených klencích až přes $1\frac{1}{2}$ *cm* měřících; hrana štěpného klence stanovena u ploch s dobrým signálem na $107^0\,11'$, u jiných dvou méně dobře reflektujících $107^0\,0'$. Čísla ta leží mezi Breithauptovým m[1]) údajem $107^0\,18'$—$107^0\,24'$ pro mesitin a Schallerovým m[2]) $106^0\,41\frac{1}{2}'$ pro siderit; ovšem jsou též velmi blízka Wollastonovu[1]) číslu pro siderit $107^0\,0'$. Hustota určena pyknometricky na 3·447, o něco málo více než udává Breithaupt[1]) pro pistomesit $MgCO_3 . FeCO_3$ (3·420—3·437). Kvalitativní zkouškou zjištěno Fe, Mg a stopy Ca.

Dolomit narůstá přímo na uhlí krystalickou korou a vniká též do něho. Krystaly jeho jsou čiré nebo bělavé, značně menší než mesitinové, do 3 *mm* zšíří. Obyčejně jsou spolu srostlé tak, že činí do dutinek pasným rohem, při němž nejčastěji toliko jedna z ploch klence základního bývá rozsáhlejší.

Dolomit ze Sulzbachu jest zajímavý jako nový výskyt zřejmě tetartoedrických krystalů, avšak velice chudý tvary: mimo převládající klenec

[1]) Cit. Dana, Mineralogy, 6th edition 275, 276.

[2]) Siderite and baryte from Maryland, Amer. Journ. of Sc. *21*, 364—370.

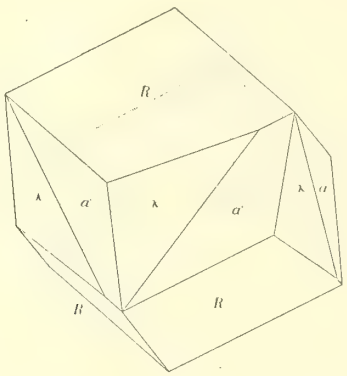
základní R $(10\bar{1}1) = (100)$ byl jako typický tvar zjištěn toliko jediný rhomboedr třetího postavení, a to

$$*\varkappa\ (10\,.\,5\,.\,\bar{1}\bar{5}\,.\,2) = (9\,\bar{1}\,\bar{6})\ {}^{5}/_{2}\,R\,3$$

Při pokuse leptati měřené krystalky zředěnou teplou kyselinou solnou neobdržel jsem trojbokých korrosí, podle nichž by bylo možno srovnati orientaci třetiřadého klence s daty základních studií o dolomitu, T s c h e r m a k o v ý c h a B e c k e o v ý c h,[3]) nýbrž souvislé rýhy leptové; proto nutno zařadění nového klence mezi tvary direktní nebo inversní prozatím nechati pochybným. Že kreslím na obr. 1. a značím číselnými symboly rhomboedr $\varkappa$ jako direktní, pravý, činím prostě podle jeho orientace k největší ploše základního klence, vzaté za $10\bar{1}1$, na třech ze čtyř krystalů měřených.

Tvar $\varkappa$ $(10\,.\,5\,.\,\bar{1}\bar{5}\,.\,2)$ jest pro dolomit *nový*.

Mimo něj vyskytuje se na krystalech ze Sulzbachu konstantně ještě rhomboedr třetího postavení z pásma pasné hrany klence základního, a to v postavení opačném vůči $\varkappa$; někdy jsou tu i dva klence onoho pásma. Tyto plochy však jsou vždy nedokonale vyvinuty, rovnoběžně k pasné



hraně, již otupují, rýhovány, a kromě toho sblížení s deuteroprismatem $(11\bar{2}0)$ jest tak značné, že vypočtené rozdíly jednotlivých vicinálních klenců daleko nedosahují kolísání pozorovaných úhlů i na témže krystalu. Označuji tedy na obr. 1. tento klenec vicinální ke hranolu a $(11\bar{2}0)$ jako a'.

Za základ úhlů vypočtených vzata W o l l a s t o n o v a hodnota vertikály

$$c = 0{\cdot}83224.$$

---

[3]) T s c h e r m a k, Ueber die Isomorphie der rhomboëdrischen Carbonate und des Natriumsalpeters, T. M. M. IV. (1881), 99—122; B e c k e, Ein Beitrag zur Kenntnis der Krystallformen der Dolomit, ibid. X. (1888), 93—152; Ueber Dolomit und Magnesit und die Ursache der Tetartoëdrie des ersteren, ibid. XI. (1890), 224—260. Srovn. B a u m h a u e r, Resultate der Aetzmethode, Leipzig 1894.

Typické formy R a $\varkappa$ poskytly na čtyřech měřených krystalech úhlových dat dosti dobře shodných s vypočtenými:

		Měřeno:	Vypočteno:	Hran:
$\varkappa$ (10 . 5 . $\bar{1}\bar{5}$. 2)	: R (10$\bar{1}$1)	40° 45′	40° 38¼′	3
	: R''' (01$\bar{1}\bar{1}$)	65 48	66 5¼	3
R (10$\bar{1}$1)	: R' (0$\bar{1}$11)	73 52	73 45	6

Klenec třetiřadý z pásma pasné hrany klence základního dal na třech krystalech úklony k základnímu rhomboedru od 50° 34′ do 52° 15′ — úklon (11$\bar{2}$0) : (10$\bar{1}$1) = 53° 7′ 30″ — tak že by příslušné klence třetiřadé odpovídaly symbolům od (64 . 3$\bar{1}$. 3$\bar{3}$. 2) R 32 do (180 . 8$\bar{9}$. 9$\bar{1}$. 2) R 90! Nejlepší plocha, s dosti dobrým signálem, měla úklon 51° 17′, identický s vypočteným pro R 42 = (84 . 4$\bar{1}$. 4$\bar{3}$. 2).

Na čtvrtém krystalu místo vicinálního klence třetiřadého byly vyvinuty dva poněkud vzdálenější od hranolu, jeden s úklonem k rhomboedru základnímu 49° 2′ — vypočteno 49° 7′ pro (19 . 9 . $\bar{1}$0 . 1) R 19, — druhý pouze slabě třpytný, asi v poloze (5$\bar{2}\bar{3}$1) R 5 až (12 . 5 . $\bar{7}$. 2) R 6.

Jest samozřejmo, že veškery tyto vicinální tvary nelze uváděti jako zajištěné.

Hustota dolomitu sulzbašského stanovena roztokem jodidu rtufnatobarnatého na 2·897.

2. Erythrosiderit vzniklý přeměnou rinneitu.

Nedávno objeven v ložích solí stassfurtských u Wolkramshausenu v jižním Harcu potrojný chlorid $FeCl_2 . 3\,KCl . NaCl$, jejž popsal a rinneitem pojmenoval H. E. Boeke; brzo potom stanovil na rinneitu O. Schneider souměrnost trigonální a isomorfii s několika solmi umělými: $4\,KCl . CdCl_2$, $4\,NH_4Cl . CdCl_2$, $4\,RbCl . CdCl_2$ a obdobnými bromidy, Boeke ve druhé stati pak ukázal na isomorfii s chlormanganokalitem, nedávno popsaným produktem vesuvských fumarol výbuchu r. 1906, jenž podle výzkumu H. J. Johnston-Lavisa a L. J. Spencera jest taktéž rhomboedrický $4\,KCl . MnCl_2$.[4])

Obdržel jsem loni od p. gymn. uč. A. Beckera ve Stassfurtě ukázky rinneitu; po několika měsících vykrystalovaly na úlomcích, jež byly ponechány na vzduchu, asi za tři čtvrtě roku hyacintově hnědočervené krystalky hygroskopické, ale s rovnými plochami a silným skelným leskem. Některé z nich jeví habitus krátce sloupcovitý, jiné isometrické nebo tlustě tabulkovité podobají se oktaedrum anebo pseudooktaedrické

[4]) Boeke, Rinneit, ein neugefundenes eisenchlorürhaltiges Salzmineral, Centralbl. für Min. etc. 1909, 72—75; Schneider, Zur Kristallform des Rinneits, tamt. 503—6; Boeke, Das Rinneitvorkommen von Wolkramshausen am Harz, Neues Jahrb. für Min. 1909 II. 19—56; Johnston-Lavis, A new Vesuvian mineral, Nature 1906 (*74*), 103—104; týž a L. J. Spencer, Chlormanganokalite, a new Vesuvian mineral, Miner. Magaz. 1908 (*15*), 54—61.

spojce trigonální base s vyšším klencem; jsou však silně dvojlomné a dvojosé. Kvalitativní zkouškou a proměřením několika krystalů se ukázalo, že novotvořená sůl jest erythrosiderit, který dosud byl znám jako produkt fumarol vesuvských a umělý.

Poprvé zpozoroval přirozený erythrosiderit A. Scacchi po velkém výbuchu vesuvském r. 1872[5]) a stanovil jeho kosočtverečný tvar krystalový a chemické složení $2\,KCl\,.\,FeCl_3\,.\,H_2O$. Již značně dříve popsal P. Kremers rovněž na Vesuvu obdobně složenou sůl draselnatoammonatou $KCl\,.\,NH_4Cl\,.\,FeCl_3\,.\,H_2O$, kterou pak G. A. Kenngott po něm pojmenoval; oba však ji pokládali za oktaedrickou. P. v. Groth prohlásil oba nerosty za isomorfní, později pak vyslovil domněnku, že umělá sůl ammonatá, krátce před tím prozkoumaná A. Johnsenem a soutvará s erythrosideritem, jest ammonatou komponentou kremersitu a tento náleží tedy rovněž soustavě kosočtverečné. Brzo po té potvrdil názor ten A. Lacroix výzkumem kremersitu z Etny, zjistiv již dříve na erythrosideritu vesuvském z r. 1906 vlastnosti optické a shody s Johnsenovou solí ammonatou.[6])

Krystalová řada erythrosideritu jest chudá a nerozmnožuje se ani touto zprávou; na vesuvských přirozených krystalech pozoroval Scacchi pouze tvary *a* (100) *m* (110) *e* (101) *d* (102) a ráz rektangulárně tabulkovitý podle (100), protáhlý poněkud podél osy vertikální;[7]) na krystalech, jež Lacroix obdržel překrystalováním erythrosideritu, zjistil ještě *o* (011) a *b* (010); opětným překrystalováním z vody okyselené HCl vznikají pseudoktaedrické spojky (110) (011).

Moje krystaly (obr. 2.) jsou zpravidla kombinací všech těchto tvarů mimo (010), které jsem pozoroval pouze na jediném krystalu jako velmi úzké otupení postranní hrany prismatu *m*; leckdy chybí makrodoma *e* (101) nebo jest jen velmi nepatrně vyvinuto, *a* (100) a *d* (102) jsou přítomny skoro na všech krystalech, ale nedostihují rozměrů vždy převládajících tvarů *m* (110) a *o* (011), které při vzájemné rovnováze podmiňují pseudo-

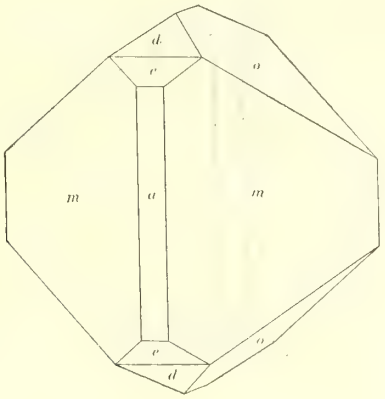
---

[5]) Contribuzioni mineralogiche per servire alla storia dell'incendio vesuviano del mese di aprile 1872, Atti della R. Accademia Napoli VI. (1874).

[6]) Kremers, Poggend. Ann. 1851 (*84*), 79; Groth, Tabell. Uebersicht der Mineralien, 4. Auflage 1898, 52 a Chemische Kristallographie I. 427, 429; Johnsen, Die anomalen Mischkrystalle, Neues Jahrb. für Min. 1903. II. 93—138, spec. 97—100. Lacroix, Les minéraux des fumerolles de l'éruption du Vesuve en avril 1906, Bull. de la Soc. franç. de Min. 1907 (*30*) 219—266, spec. 252—4; týž, Comptes rendus 1908 (*147*), 161; F. Zambonini, Mineralogia Vesuviana, Napoli 1910, 60—62.

[7]) l. c. str. 42—3 a tab. III. fig. 45. — Laskavostí pana prof. Eug. Scacchiho v Neapoli, jemuž tuto srdečně děkuji, jsem obdržel ukázku původního erythrosideritu jeho otcem popsaného; na jednom z krystalků, tabulkovitém podle (100), pozoroval jsem v mikroskopu mimo tvary vertikální a makrodomatické též *o* (011) s úhlem 55^0 jeho průmětu na *a* s vertikálou — vypočt. $55^0\,57'$ — tak že tvar ten nyní jest zjištěn i pro přirozený nerost vesuvský.

oktaedrický habitus. Někdy jsou krystalky poněkud tabulkovité podle jednoho páru ploch *m* a pak se podobají spojce příkrého klence s plochou spodovou.



Ačkoliv Scacchi sám označuje svá měření za toliko aproximativní a na mém materiálu bylo možno vykonati několik měření na plochách dobře až výborně reflektujících, nepokládám za vhodno stanoviti z nich pro erythrosiderit nový poměr parametrů, jelikož není vyloučena isomorfní příměs analogní soli sodnaté při vzniku z rinneitu (zbarvení plamene natriem se při kvalitativní zkoušce ukázalo) a pro malé množství hmoty nelze věc kvantitativní analysou rozhodnout. Ponechávám tedy jako základ vypočtených hodnot Scacchiův, Danou přepočtený poměr parametrů

$$a : b : c = 0{\cdot}6911 : 1 : 0{\cdot}7178.$$

Úchylky jsou ovšem dosti značné a poukazují na poněkud vyšší hodnoty brachydiagonály i vertikály.

Měřené a vypočtené úhly jsou:

	Měřeno:	Vypočteno:	Hran:
m (110) : *a* (100)	34° 54′	34° 39′	4
: *m′* (1$\bar{1}$0)	69 59	69 18	3
: *o* (011)	70 36	70 38¼	2
d (102) : *d′* ($\bar{1}$02)	55 5	54 53	1
e (101) : *a* (100)	43 29	43 55	1
o (011) : *o′* (0$\bar{1}$1)	72 6	71 20½	1

Vlhnutím pozbývají krystalky svého lesku a na zprvu hladkých plochách vznikají při počátku deliquescence vypuklé figury, jež zplna odpovídají souměrnosti kosočtverečné *holoedrické*, majíce na *o* (011) obrys čtyrboký se stranami rovnoběžnými a kolmými k brachydiagonále, na *m* (110) trojboký, rovnoběžný ke hranám s (100), (011) a (01$\bar{1}$).

Hustota, určená v bromoformu zředovaném étherem, jest 2·320. Krystalek přirozeného erythrosideritu vesuvského současně do tekutiny vhozený jevil hustotu identickou.

Optické vlastnosti jsem shledal ve shodě s pozorováním Lacroixovým: skrze (110) jest pozorovati jednu z os optických, jichž rovina leží v (001), dvojlom i disperse jsou velmi značné; toliko jsem na rozdíl od Lacroixa pozoroval slabý pleochroismus, a to na plochách pásma vertikálního (*m* a *a*):

|| *c* žlutý do hnědočervena,
|| *b* hnědožlutý poněkud do zelena.

Na erythrosideritu vesuvském z r. 1872 jsem se přesvědčil rovněž o týchž poměrech optických.

3. Krystaly aragonitu ze vřídelního kamene karlovarského.

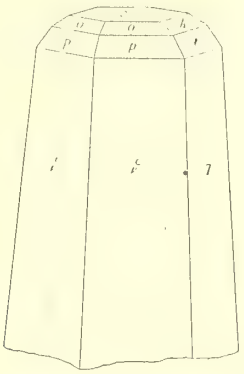
F. E. Suess[8]) zmiňuje se r. 1909 ve své studii o vřídelní krytbě karlovarské o nálezu aragonitu s volně vyvinutými konci krystalů paprskovitě seřaděných na levé postranní (tepelské) stěně odkrývek pod řečištěm Teplé. Téhož roku obdržel jsem od p. Dr. J. Knetta, vřídelního inspektora v Karlových Varech, exemplář vřídelního kamene rovněž s volně vyinutými krystalky, pocházející z partií nejspodnějších, přímo na žule uložených. Krystalky jsou čiré, asi 2—3 *mm* dlouhé, téměř parallelně uspořádané. Celkový ráz jejich jest hrotitý a průřez šestiboký, od obyčejných však hrotitých krystalů aragonitu, jež známe hlavně z ložisk rud železných, se liší krystalky ze vřídelního kamene tím, že hrot jest vesměs otupen plochou spodovou. Jsou makroskopicky jednoduché i dvojčastně srostlé, a pseudohexagonální příkře pyramidální ráz jest podmíněn spojkou příkré pyramidy řady základní a brachydomatu o dvojnásobné hodnotě vertikály, vyvinutých v rovnováze. Pyramid a brachydomat takových bylo popsáno na hrotitých aragonitech od různých autorů velmi mnoho, leč při obyčejně nedokonalé jakosti jejich ploch a malých rozdílech ve vypočtených hodnotách úhlů nelze je pokládati za zjištěné tvary typické, nýbrž jen za vicinály k (110) a (010), jak správně konstatuje C. Hlawatsch[9]) v práci o krystalech aragonitu z minerálných pramenů u Rohatce ve Štýrsku.

Na karlovarských krystalech blíží se měřené úhly nejvíce pyramidě $\mathfrak{d}$ (12 . 12 . 1) a brachydomatu *T* (0 . 24 . 1) — srovn. obr. 3. —, avšak přec kolísají v dosti širokých mezích. Pro pyramidu pohybuje se 6 lepších dat od 86° 24′ do 86° 52′ úklonu ku ploše spodové, dalších 5 slabších od 87° 9′ do 87° 30′; přední hrana polární v 6 měřeních dobře souhlasných

[8]) Die Bildung der Karlsbader Sprudelschale unter Wachstumsdruck der Aragonitkristalle, Mitt. geolog. Gesellsch. Wien 1909 (II) 392—444, spec. 409.

[9]) Der Aragonit von Rohitsch, Z. f. Kr. *47* (1909), 22—34.

jest velmi blízka hodnotě pro (12 . 12 . 1) vypočtené. Brachydoma v 5 měřených úhlech k pyramidě kolísá od 56° 49′ do 57° 58′, kteréžto maximum jest zároveň theoretickou hodnotou úhlu toho. Celkem tedy špatněji vyvinuté plochy jsou ještě příkřejší vicinály než ony, které obdržíme výpočtem z poměrně lepších měření.



Podotýkám, že jsem vzal do počtu pouze hodnoty úhlové získané na plochách, jejichž příslušnost k pyramidě nebo brachydomatu byla prokázána z basálních úklonů nižších ploch téhož pásma.

Krystaly mají vesměs hrot otupen plochou spodovou, hrana pak mezi touto a převládajícími příkrými tvary jest odňata jedním nebo dvěma tvary o nejjednodušších symbolech, jen jako úzké facetty vyvinutými: *p* (111), *i* (021), *o* (112), *k* (011). Obyčejně se opět seskupují *p* a *i*, *o* a *k* ve pseudohexagonální tvar jehlanu blízký. Prvé dva tvary jsou všeobecně rozšířeny, druhé mnohem méně hojny. V jediném případě zastižena též úzká, pouze třpytná plocha brachydomatu příkřejšího nežli *i*, snad *v* (031).

V přehledu úhlů jsou uvedeny hodnoty vypočtené z Kokšarovova poměru parametrů

$$a : b : c = 0{\cdot}6228 : 1 : 0{\cdot}7207,$$

stanoveného na krystalech z Hořence u Bíliny.[10])

		Měřeno:	Vypočteno:	Hran:
$\mathfrak{d}$ (12 . 12 . 1)	: *c* (001)	86° 42′	86° 30¼′	6
	: $\mathfrak{d}'$ (12 . $\bar{1}\bar{2}$. 1)	63 37	63 40¼	6
	: $\mathfrak{d}'''$ ($\bar{1}\bar{2}$. 12 . 1)	116 3	115 51½	2
T (0 . 24 . 1)	: *c* (001)	87 7	86 41½	2
	: $\mathfrak{d}$ (12 . 12 . 1)	57 21	57 58	5
c (001)	: *i* (021)	55 8	55 15	2
	: *k* (011)	36 4	35 46¾	2
	: *p* (111)	53 46	53 44⅓	9
	: *o* (112)	33 56	34 16¾	1
	: ? *v* (031)	63 47	65 10¾	1

[10]) Materialien zur Mineralogie Russlands, VI. (1875), 261.

Později obdržel jsem laskavostí pp. prof. F. E. Suessa a vl. rady F. Berwertha ve Vídni na srovnání kus krystalovaného karlovarského aragonitu ze dvorního musea vídeňského (signatura H 8606). Byl podle etiketty nalezen ve hloubi 6 metrů pod řečištěm Teplé naproti Mlýnské kolonádě. Jest to výsek z radiálního aggregátu, jehož hnědožlutě zbarvená individua jsou až okolo 1 *dm* dlouhá a vybíhají ve volné konce vyvinuté úplně identicky s krystalky mého exempláře: příkré vicinální plochy tvoří hrot, jehož konec jest uťat plochou spodovou, hrana pak mezi touto a vicinálami jest někdy odňata nízkými facettami tvarů uvedených; obrys base i zde jest namnoze pseudohexagonální, ale jindy též protáhlý podle brachydiagonály nebo dvojčatným srůstem zkomplikovaný.

4. Recentní aragonit z Příbramě.

V pamětním spise na oslavu tisícimetrové hloubky, vydaném ředitelstvím dolů a hutí příbramských r. 1875, česky 1878, uvádí nejmenovaný autor z Příbramě poprvé *hydrozinkit*,[11]) a to „jakožto produkt rozkladu hemimorfitu, na šedém křemeni s galenitem, na siderity na 5. obzoru horní žíly Černojamské"; udání to není dosti jasné, zvláště když při hemimorfitu se v témže spise Černojamská žíla jako naleziště neuvádí.

V Zepharovich-Beckeově Lexiconu (III. díl) zůstal příbramský spis vůbec nepovšimnut, J. Klvaňa přejal údaj o hydrozinkitu ve svých „Nerostech království Českého"; A. Hofmann v průvodci vydaném pro exkursi geologického kongressu (1903) jmenuje mezi „produkty rozkladu, jež z části se tvoří před očima našima", i hydrozinkit i aragonit, jím poprvé z Příbramě uvedený.[12])

Ve sbírkách Musea království Českého a příbramské vysoké školy montanistické jest několik kusů, jež tam byly dodány s označením „hydrozinkit" a pocházejí z různých míst příbramských dolů. Jsou to bílé neb hydroxydem železitým rezavě zbarvené kůry asi 2 *mm* silné i tenčí, celistvé neb pod lupou jemně vláknité s vlákenky postavenými navzájem rovnoběžně a k povrchu kor kolmo. Povlékají kusy žiloviny i sousedních hornin a recentní vznik jejich jest úplně zřejmý zvláště tam, kde po způsobu travertinu povlékají lomné plochy a uzavírají v sobě i obalují malé úlomky horniny.

Veškery tyto kůry jsou však *aragonit*, jenž dává reakci na Ca i Meigenovu, neobsahuje zinku, plave na koncentrovaném roztoku Thouletově (hydrozinkit má $h = 3{\cdot}58—3{\cdot}80$) a má tvrdost téměř = 4 (hydrozinkit pouze 2—2½). Zdá se, že „hydrozinkit" byl pojmenován toliko podle své

[11]) Příbramské doly na stříbro a olovo, str. 143; něm. vyd. sep. „Die Mineralien der Příbramer Erzgänge" str. 25.

[12]) Klvaňa l. c. str. 113; A. Hofmann, Kurze Übersicht der montangeologischen Verhältnisse des Příbramer Bergbaues, str. 10.

zevní, ovšem nápadné, podobnosti se známým hydrozinkitem recentním z Rabelje a jiných míst korutanských.

Aragonit příbramský jako recentní vyloučenina z důlních vod přistupuje k oněm dokladům o vzniku $CaCO_3$ v modifikaci aragonitové za obyčejné temperatury, které možno vyložiti podle F. Cornu a H. Leitmeiera[13]) účinkem spolu rozpuštěného síranu hořečnatého, neboť vznik tohoto je zcela přirozený na příbramských žilách, kde je všude dosti pyritu a dolomitu.

Mineralogický ústav české university.

[13]) Cornu, Über die Bildungsbedingungen von Aragonit- und Kalksinter in den alten Grubenbauen der obersteierischen Erzbergwerke, Österr. Zeitsch. f. Berg- und Hüttenwesen 1907, Nr. 49; Leitmeier, Zur Kenntnis der Carbonate, Neues Jahrb. für Min. etc. 1910 I. 49—74 a stať v Doelterově Handbuch der Mineralchemie I. (1911), 347—351.

Příspěvek k morfologii českých pyrargyritů.

Podává **L. Kaplanová** v Praze.

(Předloženo dne 3. května 1912.)

Se 2 tabulkami.

Souborné práce o českých pyrargyritech dosud není. Kratší zprávy, které nacházíme v literatuře, týkají se většinou parageneticky poměrů. Zprávy o morfologii jsou obsaženy v Zippeových Mineralien Böhmens,[1]) ale je třeba přijímati je s reservou, jelikož nejsou ani uvedeny úklony. Také údaje J. Vogla a jiných autorů nelze míti za naprosto spolehlivé, pokud jde o morfologii. V obou velkých pojednáních o rudorudcích, Rethwischově a Miersově, jsou o českých krystalech jen nepatrné zmínky.

Pan dvorní rada prof. Dr. K. Vrba svěřil mi k podrobnějšímu morfologickému zkoumání materiál ze čtyř českých nalezišť. Zapůjčil mi také poznámky o svých nepublikovaných měřeních konaných před několika lety na příbramských krystalech, a celou řadu výkresů (obr. 7.—14.). Za všechnu laskavost dovoluji si vzdáti panu dvornímu radovi svůj uctivý dík.

* * *

Literatura o pyrargyritu vůbec jest uvedena v pracích:

1. E. Rethwisch, Beiträge zur mineralogischen und chemischen Kenntniß des Rotgültigerzes. Neues Jahrb. f. Min. etc. 1886. IV. Beil.-Bd. pg. 31.
2. H. A. Miers, Beiträge zur Kenntniß des Pyrargyrit und Proustit. Min. Mag. *8*, pg. 37. Ref. Zeitschr. für Kryst. 1889. *15*, pg. 129.
3. B. Mauritz, Über den Pyrargyrit von Hiendelaencina in Spanien. Ref. Zeitschr. für Kryst. 1908. *24*, pg. 344.

[1]) Verh. d. Gess. d. böhm. Mus. 1838. — 42.

Literatura o českém pyrargyritu:

4. F. X. M. Zippe, Mineralien Böhmens. Verh. d. Gess. des böhm. Mus. 1838—42.
5. G. A. Kenngott, Über eine bemerkenswerte Krystallisation des Pyrargyrit. Sitzb. d. k. Ak. d. Wiss. 1852. *9*, pg. 608.
6. A. E. Reuss, Fragmente zur Entwickelungsgeschichte der Mineralien. Sitzb. der Akad. d. Wiss. in Wien. 1856. *22*, pg. 129.
7. J. v. Jokély, Zur Kenntniß der geologischen Beschaffenheit des Egerer Kreises in Böhmen. Jahrb. d. k. k. geolog. Reichsanstalt. 1856.
8. J. F. Vogl, Gangverhältnisse und Mineralreichthum Joachimsthals. 1856.
9. A. E. Reuss, Über die Paragenese der auf den Erzgängen von Přibram einbrechenden Mineralien. Sitzb. d. Akad. d. Wiss. in Wien 1863. *47*, pg. 13.
10. F. Babánek, Krátký popis nerostů příbramských z rudní žíly „Matky Boží". Vesmír 1881. *10*, pg. 206.
11. J. Klvaňa, Nerosty království Českého. 1886.
12. A. Purgold, Einige regelmäßige Verwachsungen des Rothgiltigerzes. Abh. der naturwissensch. Gess. Isis in Dresden. 1886., pg. 53.
13. B. Katzer, Příspěvky k minerálnímu zeměpisu Čech. Vesmír 1887. *16*, pg. 206.
14. C. L. F. Sandberger, Untersuchungen von Nebengesteinen der Přibramer Gänge. Berg- und Hüttenmänn. Jahrb. etc. 1887. *35*, pg. 323.
15. F. Babánek, O jáchymovských nerostech, vyskytujících se v rudní žíle „Hildebrand". Vesmír 1889. *19*, pg. 27.
16. A. Hofmann, Mineralführung der Erzgänge von Střebsko bei Přibram. Jahrb. d. k. k. geolog. Reichsanstalt 1895. *45*, pg. 34.
17. B. Katzer, Rudní obor kutnohorský. Rozpr. Č. Akad. 1895.
18. J. L. Barvíř, Notizen über den südlichen Teil des Kuttenberger Bezirkes Sitzb. d. k. böhm. Gess. d. Wiss. 1907.
19. A. Bernard, Nerosty okolí Táborského. 1908.
20. A. Hofmann a F. Slavík, O rudonosném křemeni příbramském. Rozpr. Č. Akad. 1910.

Pyrargyrit vyskytuje se v Čechách na mnohých místech, ovšem ne všude krystalovaný. Větším dílem bývá jen kusový, vtroušený, nebo tvoří nálety. Možno rozeznávati tři větší oblasti, v nichž se pyrargyrit nalézal nebo dosud nalézá, mimo několik méně důležitých ojedinělých nalezišť.

V prvé řadě dlužno jmenovati dlouhý pruh mezi Teplicemi a Abertamy, táhnoucí se rovnoběžně s česko-saskou hranicí. Nalezišť je tu několik, ale jen v Jáchymově vyskytoval se pyrargyrit ve větším množství v krystalech. V Moldavě a v Novém Městě nacházel se na rudních žilách stříbrných s galenitem, u Mikulova s galenitem a stefanitem na křemenných žilách v rule. Z okolí Hor sv. Kateřiny je znám v náletech nebo vtroušený

na křemenných žilách se stefanitem, kalcitem, arsenopyritem, dolomitem a fluoritem. U Hrobů přicházel rovněž na křemenných žilách v rule provázen galenitem, stefanitem a fluoritem, jako nálet nebo vtroušený. U Oseku a Deutzendorfu se vyskytoval na rudních žilách, ve Vejprtech s kalcitem a barytem, v Michalovicích u Plané se stříbrem, galenitem a argentitem v rule a amfibolových břidlicích, v Abertamech ve svoru na žilách s převládajícím živcem. Velmi hojný byl dříve v Jáchymově, kusový i krystalovaný, provázen nejčastěji dolomitem.

Druhá větší oblast je v jižních Čechách v okolí Táborském. Pyrargyrit vyskytl se na stříbrných žilách u Horek. Pěkné krystalky byly nalezeny u Mladé i Staré Vožice s galenitem, sfaleritem, křemenem a dolomitem nebo kalcitem a u Ratibořic v podobných poměrech. Z Řimičova je vystavena druza ve sbírkách Musea král. Českého. Sukcesse je podobná jako na ratibořických: sfalerit, galenit, kalcit, nejvýše pyrargyrit s křemenem a stefanitem. Krystalky pyrargyritu jsou velmi drobné sloupečky červené barvy, na nichž byly měřením stanoveny jen oba základní hranoly; zakončení je nezřetelné.

Jako třetí okruh možno uvésti okolí Příbramě. Pyrargyrit objevuje se ve velkém množství kusový, celistvý i krásně krystalovaný. V okolí nalézá se na jedné žíle u Střebska[1]) v podobě malých shluků a proužků asi 2 *mm* silných, zároveň s křemenem, sideritem, galenitem, arsenem a dolomitem. Vznikl asi přeměnou starších nerostů současně s mladší generací pyritu.

V Kutné Hoře[2]) dle starých zpráv býval dříve pyrargyrit mnohem hojnější a vyskytoval se na všech pásmech. V novější době popsal Katzer jen nálet pyrargyritu na křemeni z Tauernského pásma. Dle téhož autora vznikl současně s druhou generací křemene a pyritu.

Konečně uvádí se pyrargyrit v malém množství z opuštěných dolů u Krejčovic, sdružený se sfaleritem, pyritem a železitou slídou.

Krystaly pyrargyritu jsou obyčejně drobné, nejčastěji sloupce délky 1 *mm* i méně; ale někdy nabývají výšky i několika *cm*. Menší jsou mnohem lépe vyvinuty, často jsou hojnoploché, intensivně kovově lesklé; některé podržely ještě svou původní košenillově červenou barvu, jiné jenom červeně prosvítají, jsouce na povrchu již šedě černé; na některých byl pozorován náběh tmavě modrý. Větší jsou černé, matné, zcela neprůsvitné. Obyčejně bývají krystaly srostlé v nepravidelné druzy; řidčeji nacházíme individua jednotlivě narostlá.

Z velmi četných tvarů krystalové řady[3]) pozorovala jsem na českých pyrargyritech 23; tři z nich jsou zde poprvé popsány. Při označování

[1]) L. 16.
[2]) L. 17., 18.
[3]) Rethwisch uvádí 105, Miers 87 zaručených tvarů.

ploch řídila jsem se prací Miersovou[1]) a při výpočtech užila jsem jeho poměru parametrů:

$$a : c = 1 : 0{\cdot}7892 .$$

Pro zamezení omylů značkují tvar (12$\bar{3}$5) řeckou písmenou $\varkappa'$ místo v, neboť písmenou v označuje Miers tvar (21$\bar{3}$1). Novým plochám dala jsem dosud volné značky h' (52$\bar{7}$0), T' (2 . 5 . $\bar{7}$. 12) a Λ' (1 . 13 . $\bar{1}\bar{4}$. 6).

Přehled všech tvarů, které jsem sama pozorovala na českých pyrargyritech, jest uveden v tabulce:

	Bravais:	Miller:		Bravais:	Miller:
o	0001	111	w	31$\bar{4}$5	410
a	11$\bar{2}$0	10$\bar{1}$	φ	41$\bar{5}$6	510
b	10$\bar{1}$0	2$\bar{1}\bar{1}$	v	21$\bar{3}$1	20$\bar{1}$
*h'	52$\bar{7}$0	4$\bar{1}\bar{3}$	γ	53$\bar{8}$2	50$\bar{3}$
u	10$\bar{1}$4	211	y	32$\bar{5}$1	30$\bar{2}$
r	10$\bar{1}$1	100	*T'	2 . 5 . $\bar{7}$. 12	750
T	50$\bar{5}$2	4$\bar{1}\bar{1}$	$\varkappa'$	12$\bar{3}$5	320
e	01$\bar{1}$2	110	ω	23$\bar{5}$8	530
s	02$\bar{2}$1	11$\bar{1}$	d	12$\bar{3}$2	21$\bar{1}$
f	05$\bar{5}$1	22$\bar{3}$	*Λ'	1 . 13 . $\bar{1}\bar{4}$. 6	76$\bar{7}$
p	11$\bar{2}$3	210	q	16$\bar{7}$1	32$\bar{4}$
t	21$\bar{3}$4	310			

Tvary označené hvězdičkou jsou nové.

V literatuře jsou jmenovány ještě tvary: (30$\bar{3}$4), (30$\bar{3}$2), (63$\bar{9}$4), (5 . 10 . $\bar{1}\bar{5}$. 8) a (4 . 8 . $\bar{1}\bar{2}$. 1), o kterých zmíním se při popisu příslušných nalezišť.

Dokonale vyvinut byl vždy jen pol volný; pol přirůstající, charakterisovaný tvary q (16$\bar{7}$1), (32$\bar{4}$), Π (30$\bar{3}$2), (8$\bar{1}\bar{1}$), n (41$\bar{5}$3) (40$\bar{1}$), α (25$\bar{7}$3) (42$\bar{3}$), s' (7 . 3 . $\bar{1}\bar{0}$. 4) (70$\bar{3}$), G (1 . 9 . $\bar{1}\bar{0}$. 1), (43$\bar{6}$), w' (51$\bar{6}$4) (50$\bar{1}$), buď vůbec nebyl vyvinut nebo vykazoval toliko tvar q (61$\bar{7}\bar{1}$), zastoupený někdy jen několika rýhami na dolním konci hranolových ploch.

Pokud se týče vývoje jednotlivých tvarů, je třeba připomenouti, že nikdy nejsou všechny vyvinuty plným počtem ploch. Úplné bývají a, u, r, c; ostatní velmi často jsou zastoupeny třemi, dvěma ano i jen jedinou plochou.

Nejhojnějším tvarem je deuteroprima a (11$\bar{2}$0), téměř vždy určující typ krystalů. Plochy jeho jsou dokonale lesklé, obyčejně rýhované dle tří směrů: na dolní polovině ploch objevuje se několik rýh ve směru kombinační hrany s q (61$\bar{7}\bar{1}$); v hoření části jsou četnější, často velmi jemné rýhy rovnoběžné s hranou a (11$\bar{2}$0) v (21$\bar{3}$1). Tvary, které podmiňují tyto rýhy, je možno někdy v hlubších stanoviti goniometricky. Jsou to v 21$\bar{3}$1, γ (53$\bar{8}$2), y 32$\bar{5}$1. Úklony jich k e (1$\bar{1}$02) jsou:

[1]) L. 2.

		Měřeno:	Vypočteno:	
$e : v$	$1\bar{1}02 : 21\bar{3}1$	65° 5′	65′ 7′	(Ratibořice)
$: \gamma$	$: 53\bar{8}2$	70 44	70 49	(Příbram)
$: y$	$: 32\bar{5}1$	74 30	74 27	(Vožice).

Vzácněji pozorovala jsem několik rýh vertikálních, způsobených snad zakrytým zdvojčatěním dle a (11$\bar{2}$0). Přes to, že téměř celý povrch je rozrýhován, dává vertikální pásmo výborné, ač často excentrické signály.

Plochy hranolu b (10$\bar{1}$0) jsou buď velmi úzké, špatně reflektující, nerýhované, nebo poněkud širší, velmi lesklé, s jednou nebo dvěma rýhami dle q (61$\bar{7}\bar{1}$). Tvar positivní vyskytuje se mnohem častěji nežli negativní.

Nový hranol h' (52$\bar{7}$0) vyskytl se jen jednou na ratibořickém krystalu; plochy byly úzké, dosti špatně reflektující.

Pyramida u (10$\bar{1}$4) není nikdy hladká ani lesklá. Vykazuje vždy rýhování rovnoběžné s hranou e (01$\bar{1}$2); vyskytuje se jen na větších krystalech, obyčejně ve spojce s druhořadým hranolem.

r (10$\bar{1}$1) má výborně vyvinuté plochy, zcela hladké; jen jednou pozorovala jsem jemné rýhy rovnoběžné s kombinační hranou r (10$\bar{1}$1) e (01$\bar{1}$2); jest obyčejně jednou z nejrozsáhlejších zakončujících ploch.

e (01$\bar{1}$2) jest vedle r (10$\bar{1}$1) nejlepší plochou; je obyčejně lesklá, hladká, zřídka rýhována ve směru hrany $e\,e$.

s (02$\bar{2}$1) vyskytla se jednou na jáchymovském krystalu jako malé trojúhelníkové plošky, dvakrát na příbramském.

T (50$\bar{5}$2) tvoří také malé, ale dobře reflektující plošky bez rýhování.

f (05$\bar{5}$1) pozorována na vožickém pyrargyritu; byly to velmi malé plošky dosti nezřetelně reflektující.

p (11$\bar{2}$3) mívá širší plochy mezi r (10$\bar{1}$1) a e (01$\bar{1}$2), často dobře vyvinuté, bez rýhování.

T' (2 . 5 . $\bar{7}$. 12), tvar poprvé pozorovaný na dvou ratibořických krystalech, měl široké, lesklé plochy, které dávaly velmi dobré signály; jednou nalezena rýha způsobená tvarem e.

Tvary $\varkappa'$ (12$\bar{3}$5), ω (23$\bar{5}$8), w (31$\bar{4}$5), φ (41$\bar{5}$6) se vyskytují jako úzké plošky v pásmu $[e\,r\,a]$; dávají reflexy různé jakosti.

Pyramida v (21$\bar{3}$1) bývá na příbramských pyrargyritech zastoupena plochami často velmi rozsáhlými. Na krystalech z ostatních nalezišť nedosahuje skoro nikdy větších rozměrů a nebývá zvlášť dobře vyvinuta. Někdy je patrna v hlubších rýhách na deuteroprismatu, podobně jako tvary γ (53$\bar{8}$2) a y (32$\bar{5}$1), které jako skutečné plochy nebyly pozorovány.

A' (1 . 13 . $\bar{1}\bar{4}$. 6) měřena poprvé na příbramském krystalu; byly vyvinuty jen dvě plochy celého tvaru, malé, ale dosti dobře reflektovaly signál.

d (12$\bar{3}$2) má buď zcela malé (Ratibořice, St. Vožice) nebo velmi veliké plochy, výborně reflektující a úplně hladké (Příbram).

q (16$\bar{7}$1), jediný z tvarů přirůstajícího polu, vystupuje buď jako velmi dobré plochy v dolních dodekantech, nebo jen v podobě rýh. Na vožických

pyrargyritech je někdy vyvinut na volném konci a podmiňuje typ, ale v tom případě nebývá příliš dobře vytvořen.

Z pásem je velmi význačné [*e r a*], často velmi hojnoploché a rýhované; mezi oběma hranoly bývá vyvinuto až třináct ploch. V tomto pásmu se objevují hojně plochy vicinální. Na hojnoplochých krystalech byl pozorován zajímavý zjev; z páru typických ploch byla vyvinuta jen jediná, kdežto plocha symmetricky k ní položená byla zastoupena vicinálou. Děje se tak zejména při tvarech $\varkappa'$ (12$\bar{3}$5) a p (11$\bar{2}$3). Ostatní pásma [*q a v T*], [*b r d*] a [*a d e*] mívají ploch mnohem méně.

Nejobyčejnější je typ sloupcový s převládajícím deuteroprismatem, různé výšky; jsou sloupce velmi krátké, tlusté, nebo velmi štíhlé a vysoké. Někdy připojuje se k deuteroprismatu positivní protoprisma, takže vzniká sloupec devítiboký; dvanáctiboké, na nichž je prvořadý hranol vyvinut v obou polohách, jsou vzácnější; obyčejně jsou pak plochy prvořadého prismatu tak úzké, že proti širokým plochám druhořadého se ztrácejí.

Zakončení vertikálních sloupců je velmi rozmanité. Nejjednodušeji děje se plochou spodovou, velmi rozsáhlou, ale vždy špatně vyvinutou, matnou a drsnou. Spojky *a* (11$\bar{2}$0) *o* (0001) se vyskytují na př. v Jáchymově; jsou to krystaly poměrně dosti veliké, ale matné, neprůsvitné, srostlé v druzy nebo jednotlivě narostlé. Velmi často jsou sloupce zakončeny převládajícími plochami trigonálních pyramid *r* (10$\bar{1}$1) a *e* (01$\bar{1}$2), mezi nimiž jsou vyvinuty ostatní plochy pásma jako užší pásky. Buď převládá *r* a *e* se zmenšuje až k úplnému vymizení (obr. 3., 4., 7.) nebo naopak *e* se šíří na úkor pyramidy positivní (obr. 8., 9., 10., 14.).[1]) Prvý případ je hojný na ratibořických, druhý na příbramských krystalech. Vzácněji převládá tvar *v* (21$\bar{3}$1) (obr. 12.) nebo *d* (12$\bar{3}$2) (obr. 13.). Někdy ukončuje sloupec *r* (10$\bar{1}$1) ve spojení s některou šestiplochou pyramidou, a to buď p (11$\bar{2}$3) nebo *v* (21$\bar{3}$1), při čemž oba tvary jsou vyvinuty plochami asi stejného rozsahu. Konečně nalezla jsem zakončení plochou *u* (10$\bar{1}$4), drsnou a rýhovanou, na větších krystalech.

Sloupce jsou různě vysoké. Někdy hranol úplně vymizí, sloupec přejde v typ čočkovitý, omezený nahoře i dole tvarem *u* (10$\bar{1}$4) (01$\bar{1}$4). Hemimorfie hlavní osy zanikla, krystal nabyl ouměrnosti oddělení ditrigonálně skalenoedrického. (Jáchymov.)

Třetí typ, hojný na ratibořických pyrargyritech, je spojkou *a* (11$\bar{2}$0), *b* (10$\bar{1}$0) a více méně četných ploch z pásma [*e r a*]; dvě rovnoběžné plochy druhořadého hranolu jsou silně rozšířeny, takže krystal je dle nich tabulkovým. Na tomto typu objevuje se dosti často také negativní protoprisma. Ze zakončujících ploch převládají dvě plochy *e*, totiž (01$\bar{1}$2) a (1$\bar{1}$02); zadní plocha ($\bar{1}$102) je úzká a nepříliš dokonale vyvinuta. (Obr. 5.)

Skalenoedrický typ je podmíněn buď tvarem *v* (21$\bar{3}$1) (Příbram) nebo *q* (16$\bar{7}$1), vyvinutým v rovnováze s deuteroprismatem. Zakončen je trigo-

[1]) Na tento vývoj upozornil již dříve Mauritz při španělských krystallech. L. 3.

nalními pyramidami *r* a *e*. Tento typ, poměrně vzácný, byl pozorován na krystalech ze Staré Vožice. (Obr. 6.)

Sloupců trojbokých, které uvádí na př. Bernard[1]) z Ratibořic, jsem nikdy nepozorovala.

V literatuře nacházejí se zmínky o dvojčatném srůstu. Některé názory o tom byly již opraveny (na př. Purgoldem[2]) popsané trojče z Jáchymova), jiné dosud trvají. Zippe připomíná dvoj- i trojčata z Ratibořic. Zdá se však, že srostlice nejsou tak hojné, jak se dříve uvádělo. Mezi ratibořickými krystaly nalezla jsem několikrát skupiny, které na prvý pohled činí dojem dvojčat s ukloněnými osami, ale při měření se ukázalo, že jsou srostlé nahodile. Nalezla jsem jen srostlice s rovnoběžnými osami z Jáchymova a Staré Vožice. Orientovaný srůst dvou krystalů byl pozorován na jáchymovském a příbramském pyrargyritu. O obojím bude pojednáno níže.

Krystaly způsobilé k měření jsem měla ze čtyř nalezišť: Jáchymova, Příbramě, Ratibořic a Staré Vožice. V následujícím uvedu podrobněji výsledky svých pozorování.

Jáchymov.

V dřívějších dobách nacházel se pyrargyrit v celém oboru jáchymovském vtroušený, kusový a hojně i v krystalech pěkně vyvinutých. V poslední době je vzácný.

Parageneticke poměry studoval Vogl.[3]) Dle jeho údajů vyskytuje se pyrargyrit v západní části jáchymovského okrsku s křemenem, sfaleritem, galenitem, pyrrhotinem, pyritem, ryzím stříbrem, argentitem, rittingeritem, proustitem, uraninitem a chloanthitem; uprostřed doprovází jej hlavně kalcit, dolomit, arsen, stříbro, chalkopyrit, tetraedrit, chloanthit, argentit; nejvýchodněji vyskytá se s ním hojně bezbarvý, žlutý nebo zelenavý fluorit, kalcit, dolomit, tetraedrit, galenit, pyrrhotin, arsen, zřídka i baryt.

Nejkrásnější Voglovy krystaly pocházely z Anenské žíly; tvary na nich vyvinuté byly *o* (0001), *a* (11$\bar{2}$0), *b* (10$\bar{1}$0), *e* (01$\bar{1}$2), *v* (21$\bar{3}$1). Mnoho kombinací uvádí Zippe, ale jeho údaje týkají se větším dílem proustitu. Uvádí tvary *o* (0001), *a* (11$\bar{2}$0), *b* (10$\bar{1}$0), *u* (10$\bar{1}$4), *r* (10$\bar{1}$1), *e* (01$\bar{1}$2), *t* (21$\bar{3}$4).

Měřením zjistila jsem všechny kromě *r* a *t*, a mimo ně ještě dva jiné. Jsou tedy všechny tvary, které jsem sama na jáchymovských krystalech pyrargyritu pozorovala, tyto: *o* (0001), *a* (11$\bar{2}$0), *b* (10$\bar{1}$0), *u* (10$\bar{1}$4), *e* (01$\bar{1}$2), *s* (02$\bar{2}$1), *v* (21$\bar{3}$1).

Krystaly, obyčejně velmi jednoduché, sedí na křemeni nebo dolomitu; často jsou provázeny galenitem, argentopyritem, arsenem, někdy prou-

[1]) L. 19.
[2]) L. 12.
[3]) L. 8.

stitem a polybasitem. Na několika větších, červeně průsvitných krystalech usadila se dolomitová čepička.

Typ je vertikálně sloupcový. Větší, až 2 *cm* dlouhé sloupce jsou šestiboké, řidčeji devítiboké, omezené základními hranoly. Trigonálního negativního hranolu jsem vůbec nepozorovala. Zakončení těchto velkých krystalů tvoří nejčastěji trigonální pyramidy *u* (10$\bar{1}$4) nebo *e* (01$\bar{1}$2), méně často drsná, nedokonale vyvinutá base. Našla jsem i několik krystalů čočkovitých, které již v úvodu byly popsány.

Mnohem dokonaleji jsou vyvinuty drobné, krvavě červené šestiboké sloupečky, často velmi štíhlé. Na velmi jednoduchých spojkách deuteroprismatu s trigonální pyramidou *e* pozorovala jsem několikrát, že jedna z ploch pyramidálních nabyla velmi značných rozměrů, ostatní dvě pak skoro úplně vymizely. (Obr. 1.) Velmi pěkná druza je ve sbírkách Musea král. Českého. Štíhlé, intensivně lesklé sloupce jsou jednotlivě narostlé na dolomitu, některé z nich jsou obrostlé růžicovitým kalcitem.

Velmi dobře bývají vyvinuty i nízké, tlusté sloupce, omezené taktéž tvary *a e*. Jen jednou jsem měřila krystal poněkud hojnoplošší, tabulkový dle *a* ($\bar{1}$2$\bar{1}$0). Byla to kombinace tvarů *a* (11$\bar{2}$0), *b* (10$\bar{1}$0), *e* (01$\bar{1}$2), *s* (02$\bar{2}$1), *v* (21$\bar{3}$1), v nichž jen prvé tři byly zastoupeny plným počtem ploch; tvar *s* (02$\bar{2}$1) byl vyvinut jen dvěma, *v* (21$\bar{3}$1) jedinou plochou.

Srůstu dvojčatého s ukloněnými osami jsem nenalezla, za to však srůst s osami rovnoběžnými. Na několika malých krystalcích byla přirostlá tenká dvojčatná lamella dle zákona: rovinou dvojčatnou je *a* (11$\bar{2}$0), točnou kolmice na tuto plochu. Srůst dle tohoto zákona projevuje se tím, že plocha *q* (61$\bar{7}\bar{1}$), kterou je dvojčatná lamella zakončena, dostala se zvrácením o 180° na hoření pól krystalu.

Také velké krystaly, nejčastěji spojky [*a e*], srůstají dvojčatně s parallelními osami; oba jedinci se částečně prorůstají. Že to není pouhý rovnoběžný srůst, je zřejmo z postavení pyramid. Jedinec normálně postavený obrací v před h r a n u negativní pyramidy, jedinec dvojčatně orientovaný p l o c h u téhož tvaru. Pro nedostatek jiných známek (rýhování a pod.) nelze však rozhodnouti, která plocha je rovinou dvojčatnou.

Několik málo úklonů, které jsem mohla měřiti na velmi jednoduchých spojkách jáchymovských, dobře souhlasí s hodnotami theoretickými.

		Měřeno:	Vypočteno:	Hran:
e : *e*	01$\bar{1}$2 : 1$\bar{1}$02	42° 8′	42° 5′	15
s : *s*	02$\bar{2}$1 : 2$\bar{2}$01	98 40	98 48	1
s : *v*	02$\bar{2}$1 : 21$\bar{3}$1	37 17	37 13	1
s : *a*	02$\bar{2}$1 : 11$\bar{2}$0	40 35	40 36	2

K tomu podotýkám, že úklon *e* : *e* vykazoval hodnoty velmi různé, v mezích 41° 46′ — 42° 19′, i na různých plochách téhož krystalu.

Pseudomorfos jsem nepozorovala. Klamotvary markasitu po pyrargyritu popsal Zippe. Jsou to buď drobné krystalky tak dokonale vyvinuté, že mají vzhled původních, nebo skupiny polokulovitého tvaru barvy tmavě

mosazné; někdy jsou pestře naběhlé. Vogl uvádí pseudomorfosu argentitu po pyrargyritu, jako spojku deuteroprismatu, rhomboedru o skutečném úhlu 120° 40′, rhomboedru o skutečném úhlu 90° 35′, a skalenoedru s polárními hranami 146° 35′ a 109° 45′. Dle moderního označení byla by to kombinace (30$\bar{3}$4) s hranou 58° 30′, (30$\bar{3}$2) s hranou 88° 41′ a (63$\bar{9}$4) s hranami 70° 15¼′, 33° 26¼′. Z těchto tvarů není ani jeden naprosto zaručen: (30$\bar{3}$2) vyskytuje se na dolním konci, (30$\bar{3}$4) má Miers za pochybný, (63$\bar{9}$4) není vůbec nikde jinde v literatuře jmenován. Mimo to vykazují uvedené úklony nápadnou shodu s některými úhly v soustavě regulerní; proto je velmi pravděpodobno, že pseudomorfosa Voglova byla původním krystalem argentitu s tvary (100), (110), (211), (111) protaženým dle trigonální osy. Skutečné úklony theoreticky by byly 90°, 120°, 146° 27′, 109° 28¼′.

Zajímavý srůst dvou pyrargyritových krystalů popsal Kenngott.[1]) Krystal tvaru *a* (11$\bar{2}$0) *o* (0001) byl srostlý s menším, spojkou skalenoedru a rhomboedru tak, že oba měly společnou vertikálu; hrany i plochy skalenoedru korrespondovaly s hranami a plochami spodního deuteroprismatu.

Příbram.

Pyrargyrit je v Příbrami velmi hojný, kusový i v překrásných krystalech. Nádherné partie připomíná Babánek.[2]) Roku 1887 byla na žíle „Matky Boží" nalezena partie kusové rudy ve váze 3000 *kg*, roku 1881 na Eusebské žíle 404·4 *kg*.

O paragenesi pojednává Reuss.[3]) Mluví vlastně o proustitu a podotýká, že pyrargyrit vyskytuje se za týchž okolností, ale v menším množství. Jelikož však dle nejnovějších výzkumů[4]) je pyrargyrit v Příbrami mnohem hojnější, než proustit, je zajisté třeba údaje Reussovy o proustitu aspoň částečně vztahovati na pyrargyrit. Rozeznává dvě generace rudorudků. Prvá vznikla asi současně s nejstaršími minerály, sfaleritem I., galenitem I. a křemenem I., do nichž bývá pyrargyrit zarostlý; někdy vyplňuje trhliny v žilách. Vývoj jeho trval dále, když vznik zmíněných minerálů byl již ukončen. Mladší generace jsou překrásně vyvinuté, hojnoploché krystaly, které Reuss klade do periody 13., pyrit II. Téhož stáří je i část proustitu, stefanitu, steinmanitu, arsenopyritu, pyrostilpnitu, pyrrhotinu a j. Reussovu rozdělení však odporuje Sandberger,[5]) který má obě generace za současné, mladší než staré příbramské baryty.

Malá část pyrargyritu je zarostlá v příbramském rudonosném křemeni[6]) zvaném Dürrerz; prvotný tvoří velmi drobná zrníčka tmavo-

[1]) L. 5.
[2]) L. 10.
[3]) L. 6., 9.
[4]) L. 20.
[5]) L. 14.
[6]) L. 20.

červeně průsvitná, druhotný nálety. V trhlinách vyskytuje se mladší pyrargyrit s galenitem, stefanitem, tetraedritem, bournonitem, boulangeritem, ryzím stříbrem a některými sloučeninami arsenu.

Měřené krystaly byly malé sloupečky, výborně vyvinuté, intensivně kovově lesklé, šedě černé, v prostupujícím světle krvavě červené. Některé byly částečně vyvinuty i na přirůstajícím polu tvarem q (61$\bar{7}\bar{1}$). Hemimorfie je tím velmi dobře vyznačena. Bylo pozorováno 20 tvarů, z nichž jeden byl měřen poprvé. Jsou to:

o (0001) (111), a (11$\bar{2}$0) (10$\bar{1}$), b (10$\bar{1}$0) (2$\bar{1}\bar{1}$), u (10$\bar{1}$4) (211),
r (10$\bar{1}$1) (100), T (50$\bar{5}$2) (4$\bar{1}\bar{1}$), e (01$\bar{1}$2) (110), s (02$\bar{2}$1) (11$\bar{1}$),
f (05$\bar{5}$1) (22$\bar{3}$), p (11$\bar{2}$3) (210), t (21$\bar{3}$4) (310), w (31$\bar{4}$5) (410),
φ (41$\bar{5}$6) (510), v (21$\bar{3}$1) (20$\bar{1}$), γ (53$\bar{8}$2) (50$\bar{3}$), $\varkappa'$ (12$\bar{3}$5) (320),
ω (23$\bar{5}$8) (530), d (12$\bar{3}$2) (21$\bar{1}$), Λ' (1.13.$\bar{1}\bar{4}$.6) (76$\bar{7}$)) q (16$\bar{7}$1) (32$\bar{4}$).

Krystaly jsou nejčastěji devítiboké sloupce, na nichž deuteroprisma a positivní prisma trigonální jsou někdy vyvinuty v rovnováze. Tvar b (10$\bar{1}$0) má plochy výborně vyvinuté, lesklé, s rýhami $\parallel q$. Positivní trigonální pyramida r (10$\bar{1}$1) má také výborné plochy, ale skoro vždy méně rozsáhlé než negativní e (01$\bar{1}$2), která je zastoupena nejlepšími plochami vůbec. Značných rozměrů dosahuje často negativní ditrigonální pyramida d (12$\bar{3}$2), vždy velmi hladká, lesklá, bez rýhování. V pásmu $[e\,r\,a]$ bývají velmi četné plochy, z nichž nejlépe vyvinut je mimo obě trigonální pyramidy tvar v (21$\bar{3}$1), mnohdy značně rozsáhlý, a druhořadá pyramida p (11$\bar{2}$3). Mimo toto význačné a hojnoploché pásmo je tu i dosti bohaté pásmo $[q\,a\,v\,T]$. Poslední tvar má hladké, malé plošky, otupující stejnoměrně kombinační hranu v (21$\bar{3}$1) v (3$\bar{1}\bar{2}$1). Také pásma $[b\,r\,d]$ a $[e\,d\,a]$ jsou dobře vyznačena.

Jednou byl pozorován skalenoedrický typ (Vojtěšská žíla), spojka v (21$\bar{3}$1), e (01$\bar{1}$2), s (02$\bar{2}$1), z nichž prvý tvar určoval typ, poslední tvořil užší plochy odnímající rovnoměrně hranu v (21$\bar{3}$1) v ($\bar{2}$3$\bar{1}$1). Typ tabulkový dle deuteroprismatu byl pozorován také jen jednou.

Na sloupcovitém krystalu z Eusebské žíly byl měřen tvar nový Λ' (1 . 13 . $\bar{1}\bar{4}$. 6) (76$\bar{7}$); měl jenom dvě trojúhelníkové plošky v horním zadním dodekantu, beze všeho rýhování. Měřené úklony souhlasí uspokojivě s vypočtenými hodnotami.

		Měřeno:	Vypočteno:	Hran:
$\Lambda' : a$	$\bar{1}\bar{4}$. 1 . 13 . 6 : $\bar{1}$2$\bar{1}$0	86° 39′	86° 42′	2
$: a$	: $\bar{2}$110	36 27	36 18$^1/_3$	2
$: \Lambda'$	: $\bar{1}\bar{3}$. $\bar{1}$. 14 . 6	6 31½	6 37	1

V pásmu $[e\,r\,a]$ vyskytly se tři vicinální plochy:

(8 . 7 . $\bar{1}\bar{5}$. 22)	(15 . 7 . 0)	vicinální	k p (11$\bar{2}\bar{3}$)
(4 . 7 . $\bar{1}\bar{1}$. 18)	(11 . 7 . 0)	„	k $\varkappa'$ (12$\bar{3}$5)
(7 . 13 . $\bar{2}\bar{0}$. 33)	(20 . 13 . 0)	„	k $\varkappa'$ (12$\bar{3}$5)

Dvojčatného srůstu jsem vůbec nepozorovala; nalezla jsem však orientovaný srůst, podobný onomu, který popsal Kenngott na krystalu

z Jáchymova. Na druze vystavené ve sbírkách Musea král. Českého byly na kusovém pyrargyritu narostlé jednotlivé krystalky, označené Zippem jako dvojčata. Na jednom z nich, dosti dobře vyvinutém, se ukázalo, že se nejedná o srůst dvojčatný, nýbrž rovnoběžný. Spodní krystal byl nízký šestiboký sloupec, spojka *a* (11$\bar{2}$0) *e* (01$\bar{1}$2) *t* (21$\bar{3}$4); pyramidy byly následkem oscillační kombinace vyvinuty stupňovitě. Na dolním krystalu seděl menší jedinec, kombinace tvarů *e* (01$\bar{1}$2) *s* (02$\bar{2}$1) tak orientovaný, že byly oba krystaly přesně rovnoběžné a měly společnou vertikálu; plochy *e* hořeního jedince a partie spodního, odpovídající témuž tvaru, reflektovaly přesně současně.

Z velmi četných měření, jež se výborně shodovala s hodnotami theoretickými, uvádím jen nejdůležitější:

		Měřeno:	Vypočteno:	Hran:
r : *r*	10$\bar{1}$1 : $\bar{1}$101	71° 21¾′	71° 22′	18
e : *e*	01$\bar{1}$2 : 1$\bar{1}$02	42 6	42 5	25
: *y*	: 8$\bar{3}$52	70 44	70 49	4 (rýhy)
: *v*	: 3$\bar{1}$21	65 8	65 7	29
: *r*	: 10$\bar{1}$1	35 40¾	35 41	32
: *φ*	: 41$\bar{5}$6	25 37	25 36	8
: *w*	: 31$\bar{4}$5	23 20	23 19	8
: *t*	: 21$\bar{3}$4	19 41	19 46	2
: *p*	: 11$\bar{2}$3	13 27½	13 28	23
: *ω*	: 23$\bar{5}$8	10 16	10 10	2
: *x′*	: 12$\bar{3}$5	8 14	8 11	5
d : *d*	12$\bar{3}$2 : $\bar{1}$3$\bar{2}$2	29 15	29 11	4
: *e*	: 01$\bar{1}$2	28 4	28 2¾	22
: *b*	: 10$\bar{1}$0	54 24½	54 25¼	7
: *a*	: 2$\bar{1}$$\bar{1}$0	75 27½	75 24½	4
T : *b*	50$\bar{5}$2 : 10$\bar{1}$0	23 51	23 42	4
: *v*	: 21$\bar{3}$1	17 35	17 36¾	10
: *a*	: 11$\bar{2}$0	37 32	37 32	2
v : *b*	21$\bar{3}$1 : 10$\bar{1}$0	29 10½	29 13	8
: *a*	: $\bar{1}$2$\bar{1}$0	72 24	72 24	3
: *s*	: 02$\bar{2}$1	37 14	37 13	2
s : *s*	2$\bar{2}$01 : 02$\bar{2}$1	98 44	98 48	2
q : *b*	61$\bar{7}$$\bar{1}$: 10$\bar{1}$0	12 9⅓	12 12	6
: *a*	: 11$\bar{2}$0	24 14	24 15	4
f : *T*	05$\bar{5}$1 : 50$\bar{5}$2	57 18	57 46	1

Plochy vicinální:

01$\bar{1}$2 : 8 . 7 . $\bar{1}$5 . 22	14° 40½′	14° 38′	4
: 4 . 7 . $\bar{1}$$\bar{1}$. 18	9 3¾	9 4	2
: 7 . 13 . 2$\bar{0}$. 33	8 41	8 39⅔	4

Ratibořice.

Pyrargyrit ratibořických druz representuje nejmladší generaci. Na vzorcích z musejních sbírek pozorovala jsem nejčastěji sukcessi: křemen, sfalerit těsně srostlý s galenitem, krystalky křemene, dolomitu, a nejvýše drobné, šedě černé, lesklé krystalky pyrargyritu narostlé na křemeni a dolomitu nebo kalcitu.

Měřené krystaly byly asi 1—2 *mm* dlouhé sloupečky, zřídka jen o něco větší; byly dobře vyvinuty, ale ne tak hojnoploché jako příbramské. Pozorovala jsem v celku 12 ploch, z nichž dvě uvádím poprvé. Jsou to tvary:

a (11$\bar{2}$0) (10$\bar{1}$), *b* (10$\bar{1}$0) (2$\bar{1}\bar{1}$), *h'* (52$\bar{7}$0) (4$\bar{1}\bar{3}$), *r* (10$\bar{1}$1) (100),
e (01$\bar{1}$2) (110), *p* (11$\bar{2}$3) (210), *w* (31$\bar{4}$5) (410), *v* (21$\bar{3}$1) (20$\bar{1}$),
T' (2 . 5 . $\bar{7}$. 12) (750), *x'* (12$\bar{3}$5) (320), *ω* (23$\bar{5}$8) (530), *d* (12$\bar{3}$2) (21$\bar{1}$).[1])

Nejhojnějším tvarem jsou hranoly *a* (11$\bar{2}$0) s obvyklým rýhováním a *b* (10$\bar{1}$0), zastoupený obyčejně plochami velmi úzkými a nedokonalými. Rozdíl mezi tvarem positivním a negativním spočívá spíše v hojnosti výskytu než v různém vývoji ploch; positivní je mnohem hojnější. Poněkud širší plochy objevují se na tabulkových krystalech; je-li vyvinut zároveň hranol negativní, mívá plochy stejně široké a lesklé jako positivní.

Všechny krystaly byly vyvinuty jen na volném konci; hemimorfii připomínalo jen rýhování dle *q* (61$\bar{7}\bar{1}$) v dolení polovině prismatických ploch.

Typ krystalů je dvojí, sloupcový a tabulkový. Na prvém převládá deuteroprisma; vedle něho je vždy vyvinut hranol prvořadý třemi nebo šesti velmi úzkými plochami. Zakončení je podobné jako na příbramských krystalech, ač ne tak hojnoploché. Častěji převládá *r* rozsahem nad *e*; někdy ze všech ploch pásma [*e r a*] je vyvinuta jen pyramida *r* ve spojení s *p* (11$\bar{2}$3) nebo *v* (21$\bar{3}$1); oba tvary jsou pak zastoupeny plochami asi stejně rozsáhlými.

Velmi hojné jsou tabulky dle deuteroprismatu. Pásmo [*e r a*] bývá hojnoplošší než na normálních sloupcích; nejlépe vyvinuty jsou *r* a dvě plochy *e*, jak již dříve podotčeno. Zajímavým zjevem je, že pyramida *d* (12$\bar{3}$2) je někdy zastoupena jen dvěma ze šesti ploch; jsou vyvinuty ony dvě plochy, které otupují protažené kombinační hrany *e a*; jsou velmi dlouhé, ale úzké.

Mimo [*e r a*] je na tabulkových krystalech velice markantně vyvinuto pásmo [*e d a*], tvořené plochami protaženými dle pásmové osy.

Nově popsány jsou zde dva tvary. Hranol *h'* (52$\bar{7}$0)[1]) (4$\bar{1}\bar{3}$) jsem pozorovala toliko na jednom tabulkovém krystalu. Plochy byly bez rýhování, ale úzké a špatně reflektovaly signál; a poněvadž ani ostatní plochy

[1]) Mimo některé ze jmenovaných tvarů uvádí Zippe ještě: (0001), (21$\bar{3}$4), (5 . 10 . $\bar{1}$5 . 8) (?), (4 . 12 . $\bar{1}$6 . 1) (?).

[1]) Není totožný s hranolem uvedeným pod týmž symbolem v Goldschmidtových krystalografických tabulkách. V orientaci G_2 obdržel by symbol (31$\bar{4}$0).

vertikálního pásma nebyly zvlášť dobře vyvinuty, liší se měření dosti značně od hodnoty vypočtené; přece však shodují se aspoň tolik, aby bylo možno tvar s jistotou konstatovati. Hranol byl zastoupen čtyřmi plochami, z nichž dvě náležely levému tvaru positivnímu, dvě levému tvaru negativnímu; pravé plochy scházely úplně, takže vertikální pásmo činilo dojem souměrnosti hexagonální, nikoli ditrigonální. Symbol hranolu byl stanoven na základě úklonu:

		Střed čtyř měření:	Mezní hodnoty:	Vypočteno:
$h' : a$	$(52\bar{7}0) : (11\bar{2}0)$	13° 30′	13° 14′ — 13° 55′	13° 54′

Druhý nový tvar, negativní, ditrigonální pyramida T' (2 . 5 . $\bar{7}$. 12) (750) byla měřena na dvou krystalech různého typu. Leží v pásmu [e r a], nejblíže e ze všech pozorovaných ploch. Vyskytla se jen dvakrát, na každém krystalu byla vyvinuta jen jednou širokou, velmi dobře reflektující plochou; v jednom případě byla přerušena rýhou podmíněnou tvarem e. Indexy byly vypočtěny z úhlů:

		Měřeno:	Vypočteno:	Hran:
$T' : e$	2 . 5 . $\bar{7}$. 12 : $01\bar{1}2$	6° 48¼′	6° 49½′	2
$: r$	: $0\bar{1}11$	67 1	67 ½	2

Vicinální plochy jsem pozorovala blíže p (11$\bar{2}$3), a to: (28 . 25 . $\bar{5}\bar{3}$. 78) (53 . 25 . 0) 28 . 27 . $\bar{5}\bar{5}$. 82) (55 . 27 . 0) 14 . 15 . $\bar{2}\bar{9}$. 44) (29 . 15 . 0); k ω (23$\bar{5}$8) je vicinální (7 . 11 . $\bar{1}\bar{8}$. 29) (18 . 11 . 0) a ku $\varkappa'$ (12$\bar{3}$5) plocha (14 . 29 . $\bar{4}\bar{3}$. 72) (43 . 29 . 0). Jiná plocha vicinální ležela blíže v (21$\bar{3}$1), ale nebylo možno jí určiti, jelikož reflektovala signály velmi nezřetelné, a jednotlivá měření se dosti značně lišila.

Výsledky pozorování jsou uvedeny v tabulce:

		Měřeno:	Vypočteno:	Hran:
$r : r$	$10\bar{1}1 : \bar{1}101$	71° 22⅓′	71° 22′	22
$e : e$	$01\bar{1}2 : \bar{1}012$	42 4	42 5	10
$: v$	$: 3\bar{1}\bar{2}1$	65 0	65 7	11
$: r$	$: 10\bar{1}1$	35 40	35 41	30
$: w$	$: 31\bar{4}5$	23 20	23 19	3
$: p$	$: 11\bar{2}3$	13 27	13 28	14
$: \omega$	$: 23\bar{5}8$	10 15	10 11	3
$: \varkappa'$	$: 12\bar{3}5$	8 12	8 11	4
$d : d$	$12\bar{3}2 : \bar{2}\bar{1}31$	97 58	98 11	5
$: d$	$: \bar{1}3\bar{2}2$	29 10	29 11	4
$: a$	$: 11\bar{2}0$	40 56	40 54½	8

Plochy vicinální:	Měřeno:	Vypočteno:	Hran:
$01\bar{1}2$: 28 . 25 . $\bar{5}\bar{3}$. 78	14° 26½′	14° 27⅓′	2
: 28 . 27 . $\bar{5}\bar{5}$. 82	13 47½	13 47	4
: 14 . 15 . $\bar{2}\bar{9}$. 44	12 56	12 52⅓	4
: 7 . 11 . $\bar{1}\bar{8}$. 29	9 55	9 50	3
: 14 . 29 . $\bar{4}\bar{3}$. 72	7 53	7 57	3

Stará Vožice.

Pyrargyrit vožický vyskytuje se v podobných poměrech jako ratibořický, s tím toliko rozdílem, že není nejmladší generací. Podkladem druz bývá křemen; potom následuje sfalerit s galenitem, na nichž narůstají drobné krystalky pyrargyritu provázené dolomitem nebo kalcitem. Často na pyrargyritu sedí krystalky mladšího dolomitu.

Všech 14 tvarů, které jsem pozorovala na vožických parargyritech, bylo již dříve známo. Jsou to:

a (11$\bar{2}$0) (10$\bar{1}$), *b* (10$\bar{1}$0) (2$\bar{1}\bar{1}$), *r* (10$\bar{1}$1) (100), *e* (01$\bar{1}$2) (110),
f (05$\bar{5}$1) (22$\bar{3}$), *p* (11$\bar{2}$3) (210), *w* (31$\bar{4}$5) (410), *γ* (53$\bar{8}$2) (50$\bar{3}$),
v (21$\bar{3}$1) (20$\bar{1}$), *y* (32$\bar{5}$1) (30$\bar{2}$), *ϰ'* (12$\bar{3}$5) (320), *ω* (23$\bar{5}$8) (530),
d (12$\bar{3}$2) (21$\bar{1}$), *q* (16$\bar{7}$1) (32$\bar{4}$).

Větší krystaly jsou matné, drsné, podobné jáchymovským spojkám *a* (11$\bar{2}$0) *e* (01$\bar{1}$2). Malé krystalky z části upomínají barvou i vývojem ploch na ratibořické; z části jsou odchylného skalenoedrického typu, na němž převládá negativní pyramida *q* (16$\bar{7}$1), vyvinutá na volném konci. Rozsáhlé její plochy nejsou dokonale lesklé a reflektují signály poněkud nezřetelně. Mimo *q* (16$\bar{7}$1) bývají vyvinuty oba základní hranoly a pyramidy *r*, *e*, *p*.

Jednou byl měřen tvar *f* (05$\bar{5}$1).

Srůst dvojčatný, týž jako na jáchymovských krystalech, jsem pozorovala na velkých i malých sloupcích.

Výsledky některých měření jsou uvedeny v tabulce:

		Měřeno:	Vypočteno:	Hran:
r : *r*	10$\bar{1}$1 : 0$\bar{1}$11	71° 23½′	71° 22′	16
e : *e*	01$\bar{1}$2 : $\bar{1}$012	42 5¾	42 5	18
: *y*	: 5$\bar{2}\bar{3}$1	74 30	74 27	3 (rýhy)
: *γ*	: 8$\bar{3}\bar{5}$2	70 39	70 49	2
: *v*	: 3$\bar{1}\bar{2}$1	65 8	65 7	6
: *r*	: 10$\bar{1}$1	35 41	35 41	24
: *w*	: 31$\bar{4}$5	23 24	23 19	3
: *p*	: 11$\bar{2}$3	13 25	13 28	11
: *ω*	: 23$\bar{5}$8	10 9	10 11	5
: *ϰ'*	: 12$\bar{3}$5	8 8	8 11	5
: *d*	: 12$\bar{3}$2	28 6	28 2¾	7
q : *q*	16$\bar{7}$1 : $\bar{1}$7$\bar{6}$1	15 6	14 58	5
: *f*	: 05$\bar{5}$1	8 4½	8 2	2
: *b*	: 10$\bar{1}$0	53 2½	53 1	3
: *a*	: 11$\bar{2}$0	24 16	24 15	6
f : *a*	05$\bar{5}$1 : 11$\bar{2}$0	32 20	32 14	2

* * *

Ke konci podávám přehled všech měřených anebo prohlédnutých kombinací. Je přirozeno, že při minerálu tak hojnoplochém nejsou ani z daleka jím vyčerpány všechny spojky krystalů pyrargyritu z českých nalezišť. Velmi zřídka — vyjímajíc nejjednodušší — se vyskytly dvě nebo tři spojky úplně shodné, což je možno snadno vysvětliti velikým množstvím tvarů.

Při každé spojce uvádím, odkud pochází; tím ovšem není nikterak vyloučeno, že by se táž spojka mohla objeviti i v jiném nalezišti.

Spojka:	Naleziště:	Obr.:
1. *u*	Jáchymov;	—
2. *a o*	Jáchymov, Příbram;	—
3. *a e*	Jáchymov, Příbram, Vožice;	1
4. *a u*	Jáchymov, Příbram;	—
5. *a r*	Vožice;	—
6. *a e r*	Vožice;	—
7. *a b e*	Jáchymov;	—
8. *e s v*	Příbram;	—
9. *a e s t*	Příbram;	2
10. *a b e r*	Vožice;	—
11. *a b d e*	Vožice;	—
12. *a b p r*	Ratibořice	—
13. *a b r v*	Ratibořice	—
14. *a b e s v*	Jáchymov	—
15. *a b e r* $\varkappa'$	Příbram	—
16. *a b p r* ω	Ratibořice	—
17. *a b d e v* γ	Ratibořice	—
18. *a b d e p r*	Vožice	—
19. *a b e h' p r*	Ratibořice	—
20. *a b e p r v*	Vožice	—
21. *a b e p r T'*	Ratibořice	3
22. *a b e r v* ω	Příbram	7
23. *a b d e r q* $\varkappa'$	Příbram	8
24. *a b d e q v T*	Příbram	9
25. *a b d e p r T'*	Ratibořice	—
26. *a b d p r v w*	Ratibořice	—
27. *a b e f p q r*	Vožice	6
28. *a b e p q r w*	Vožice	—
29. *a b e p r v* $\varkappa'$	Ratibořice	—
30. *a b e r v* $\varkappa'$ ω	Vožice	—
31. *a b d e p r v* $\varkappa'$	Ratibořice	4, 5
32. *a b d e p r w* ω	Ratibořice	—
33. *a b d e p r v T*	Příbram	11
34. *a b e p r v* $\varkappa'$ φ	Příbram	12
35. *a b e p r v* $\varkappa'$ ω	Ratibořice	—

Spojka:	Naleziště:	Obr.:
36. *a b d e p q r v T* $\varkappa'$	Příbram	10
37. *a b d e p r v T* $\varkappa'$ φ	Příbram	13
38. *a b d e f p r v T* φ ω	Příbram	—
39. *a b d e p r v w T* φ Λ'	Příbram	14

Mineralogický ústav c. k. české university.

Vysvětlení k tabulkám.

Obr. 1. Štíhlý vertikální sloupec, spojka *a e*. Jedna z ploch pyramidálních je silně rozšířena. Jáchymov.

Obr. 2. Orientovaný srůst dvou krystalů pyrargyritu. Spodní je kombinací *a e t*; tvary pyramidální jsou patrny v rýhách. Horní krystal je jednoduchá spojka dvou negativních trigonálních pyramid *e s*. Příbram.

Obr. 3. Vertikální sloupec, omezený deuteroprismatem, třemi úzkými plochami trigonálního positivního hranolu a čtyřmi plochami z pásma (*e r a*), mezi nimiž je nově popsaná pyramida *T'*. Ratibořice.

Obr. 4. Vertikální sloupec podobný předešlému, zakončený tvary *r p* $\varkappa'$ *e v d*, z nichž prvý převládá. Ratibořice.

Obr. 5. Táž kombinace jako obr. 4., ale typ tabulkový dle dvou rovnoběžných ploch deuteroprismatu. Ratibořice.

Obr. 6. Skalenoedrický typ, na němž *q* a *a* jsou vyvinuty v rovnováze. Hranol trigonální je zastoupen třemi úzkými plochami. Zakončení je podobné jako na obvyklém sloupcovém typu, přistupuje jen plocha *f*. Vožice.

Obr. 7. Pohled s hora na vertikální sloupec. Převládá *r*; z pásma (*e r a*) jsou přítomny úzké plošky *v e* ω. Hvězdicovitá kresba ve středu povstala opakováním ploch *e*. Příbram.

Obr. 8. Kombinace *e d r* $\varkappa'$. Převládající tvar *e* opakuje se v úzkých rýhách. Příbram.

Obr. 9. Dominujícím tvarem je pyramida *e*; vedle ní dosti velikými plochami zastoupena *d* a *v*. Tvar *T* má jedinou plochu. Příbram.

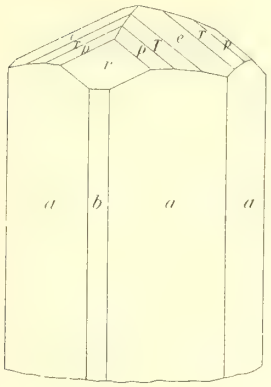
Obr. 10. Úlomek krystalu s velikými plochami *d*. Tvar *e* opakuje se podobně jako na obr. 8. Příbram.

Obr. 11. Hojnoplochá kombinace tří trigonálních a tří šestiplochých pyramid. Tvary *e*, *r*, *d* jsou vyvinuty přibližně v rovnováze. Příbram.

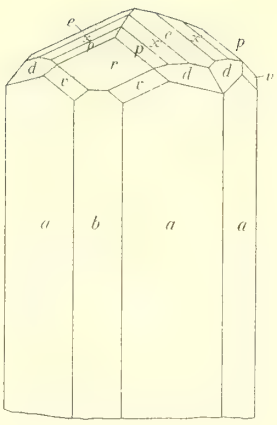
Obr. 12. Spojka s velmi bohatými pásmy (*e r a*), jejichž plochy jsou vytvořeny jako úzké proužky; jen tvary *e* a *v* jsou rozsáhlejší. Příbram.

Obr. 13. Nepravidelný vývoj ploch jeví se hlavně v tom, že ze tří pásem (*e r a*) jen jen jediné je vyvinuto velmi hojnými plochami. Příbram.

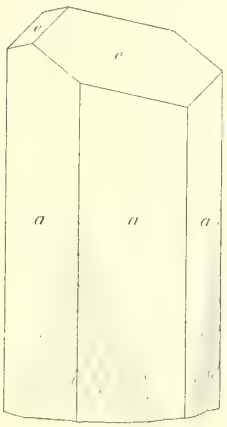
Obr. 14. Nejkomplikovanější spojka, která byla měřena, zobrazuje kromě tvarů *T*, *d* a bohatého pásma (*e r a*) nově popsanou pyramidu *Λ'*. Příbram.



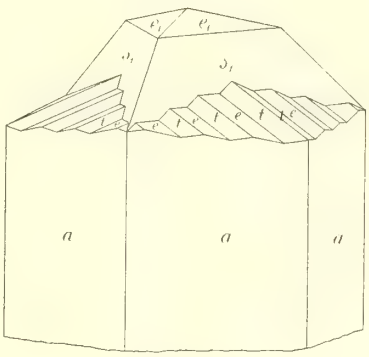
3.



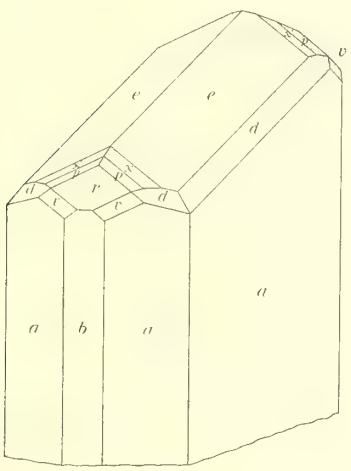
4.



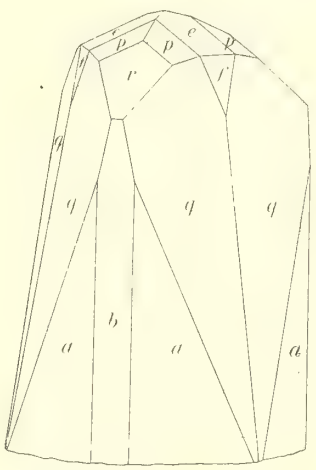
1



2.

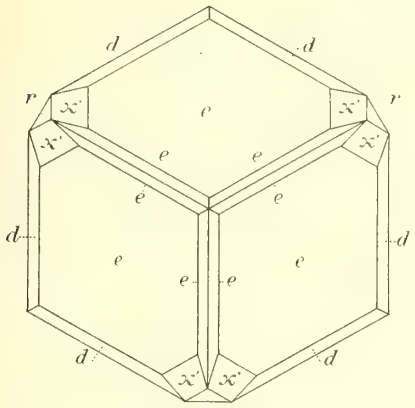


5

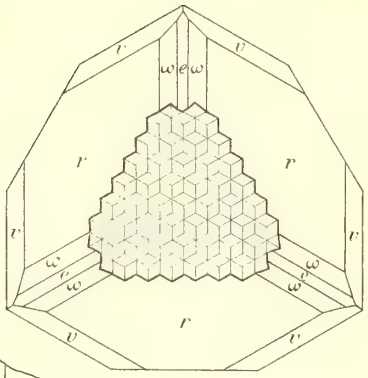


6

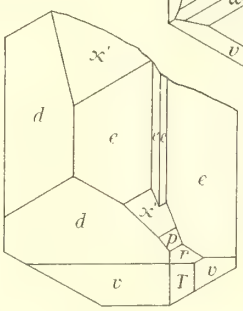
Lit. Fořský v Praze



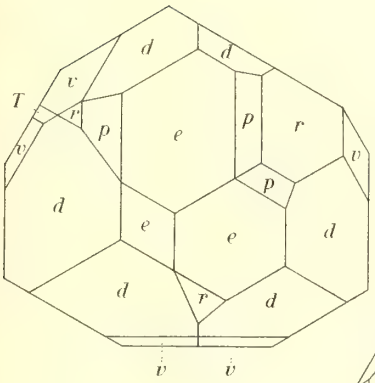
8.



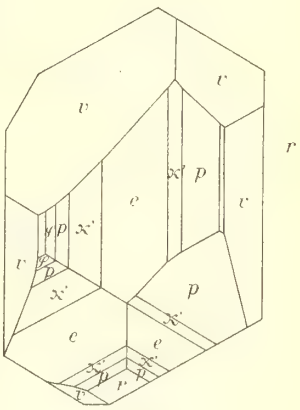
7.



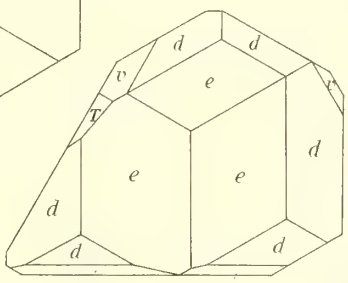
10.



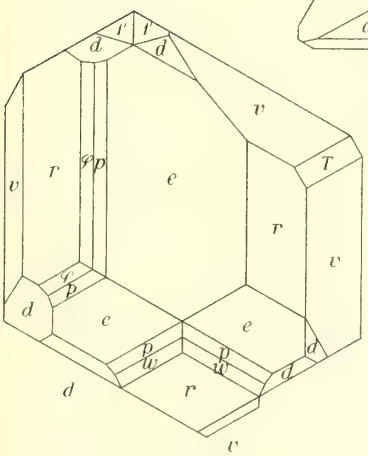
11.



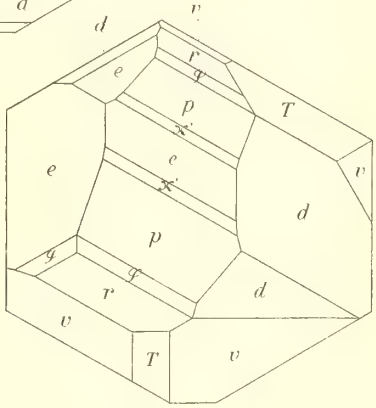
12.



9.



14.



13

Rhombické dělení ploch geodetickými kruhy, při němž k témuž úhlu souřadnému náleží ∞^1 lin. elementů.

Napsal.

Dr. **FR. VELÍSEK.**

(Předloženo dne 4. května 1912.)

I.

Řešení předloženého problému vede na funkcionální rovnici, jejíž řešení provedeno jest v pojednání tomto. Určení příslušných tvarů lineárních elementů ploch daným podmínkám vyhovujících podáno bude v části další.

Budiž lineární element plochy

1. $$d s^2 = e\, d u^2 + 2 f\, d u\, d v + g\, d v^2.$$

Dle daného předpokladu možno klásti

$$e = g = \varepsilon^2, \qquad f = \varepsilon^2 \cos \omega ,$$

kde ω značí úhel čar souřadných $u =$ konst, $v =$ konst. Geodetické křivosti čar souřadných U, V dány jsou pak vyrazy

$$-U \varepsilon^2 \sin \omega = \frac{\partial}{\partial v} (\varepsilon \cos \omega) - \varepsilon_u , \quad -V \varepsilon^2 \sin \omega = \frac{\partial}{\partial u} (\varepsilon \cos \omega) - \varepsilon_v ,$$

kde U a V značí funkce proměnné u, resp. v.

Položíme-li

$$\varepsilon = \frac{1}{\eta} ,$$

změní se poslední rovnice na

$$-\frac{U}{\eta^2}\sin\omega = \frac{\eta_u}{\eta^2} - \frac{\eta_v}{\eta^2}\cos\omega - \frac{1}{\eta}\sin\omega\,\omega_v\,,$$

2.

$$-\frac{V}{\eta^2}\sin\omega = \frac{\eta_v}{\eta^2} - \frac{\eta_u}{\eta^2}\cos\omega - \frac{1}{\eta}\sin\omega\,\omega_u\,.$$

Řešením dle η_u a η_v jde dále

$$-\eta_u = -\eta\left(\frac{\omega_v}{\sin\omega} + ctg\,\omega\,\omega_u\right) + \frac{U + V\cos\omega}{\sin\omega}$$

$$-\eta_v = -\eta\left(\frac{\omega_u}{\sin\omega} + ctg\,\omega\,\omega_v\right) + \frac{V + U\cos\omega}{\sin\omega}\,.$$

Podmínka integrability dává, píšeme-li krátce

$$\frac{\omega_v}{\sin\omega} + ctg\,\omega\,\omega_u = A\,, \qquad \frac{U + V\cos\omega}{\sin\omega} = B\,,$$

$$\frac{\omega_u}{\sin\omega} + ctg\,\omega\,\omega_v = C\,, \qquad \frac{V + U\cos\omega}{\sin\omega} = D$$

$$\eta_u C + \eta C_u - D_u = \eta_v A + \eta A_v - B_v$$

neb po dosazení η_u, η_v

$$\eta\,(C_u - A_v) = B\,C - A\,D - B_v + D_u\,.$$

Jsou-li splněny rovnice

$$A_v - C_u = 0, \quad B\,C - A\,D - B_v + D_u = 0\,,$$

bude η obsahovati obecně podstatnou konstantu pro lineární element. V případě tomto existuje ∞^1 ploch o rhombickém dělení křivkami konstantní geodetické křivosti, uzavírajícími týž úhel ω. Mohou ovšem plochy tyto býti isometrickými samy k sobě.

Vypočteme-li rovnice poslední, obdržíme

3. $$\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{\omega_u}{\sin\omega}\right) = \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{\omega_v}{\sin\omega}\right),$$

4. $$\frac{\cos\omega}{\sin^2\omega}\left[U'\sin\omega - V'\sin\omega + \omega_v\,(U + V\cos\omega) - \omega_u\,(V + U\cos\omega)\right] = 0\,.$$

V případě $\omega = \frac{\pi}{2}$ dávají rovnice 2

$$\eta_u = -U\,; \qquad \eta_v = -V\,,$$

tedy

$$\varepsilon = -\frac{1}{\int U\,du + \int V\,dv}\,,$$

čemuž odpovídá lin. element

$$ds^2 = \frac{du^2 + dv^2}{(U_1 + V_1)^2}\,,$$

kde $\qquad U_1 = \int U\,du, \qquad V_1 = \int V\,dv\,.$

Necháme-li stranou tento spec. případ, jest rovnice 4. splněna pro

$$\sin\omega\,(U' - V') + \omega_v\,(U + V\cos\omega) - \omega_u\,(V + U\cos\omega) = 0\,.$$

Rovnice 3. dá se psáti

$$\frac{\partial^2}{\partial u^2}\,lg\,tg\,\frac{\omega}{2} = \frac{\partial^2}{\partial v^2}\,lg\,tg\,\frac{\omega}{2}\,,$$

z čehož plyne integrací

$$tg\,\frac{\omega}{2} = F\,(u+v)\,.\,\Phi\,(u-v)\,,$$

a tedy

5. $$\cos\omega = \frac{1 - F^2\,\Phi^2}{1 + F^2\,\Phi^2}\,, \qquad \sin\omega = \frac{2\,F\,\Phi}{1 + F^2\,\Phi^2}\,.$$

Poněvadž

$$\omega_u = 2\,\frac{\Phi\,F' + F\,\Phi'}{1 + F^2\,\Phi^2}\,, \qquad \omega_v = 2\,\frac{F'\,\Phi - F\,\Phi'}{1 + F^2\,\Phi^2}\,,$$

dává rovnice 4. po náležité úpravě rovnici funkcionální

6. $$2\,\Phi'\,(U+V) - 2\,F\,F'\,\Phi^3\,(U-V) + \Phi\,(1 + F^2\,\Phi^2)\,(V' - U') = 0\,.$$

Rovnici tuto možno postupně psáti

$$2\,U\left(\frac{\Phi'}{\Phi^3} - F\,F'\right) + 2\,V\left(\frac{\Phi'}{\Phi^3} + F\,F'\right) + \left(\frac{1}{\Phi^2} + F^2\right)(V' - U') = 0$$

$$U\,(F^2)' + U'\,F^2 + U\left(\frac{1}{\Phi^2}\right)' + \frac{U'}{\Phi^2} = V\,(F^2)' + V'\,F^2 + \frac{V'}{\Phi^2} - V\left(\frac{1}{\Phi^2}\right)'$$

$$\frac{\partial}{\partial u}\left(U\,F^2 + \frac{U}{\Phi^2}\right) = \frac{\partial}{\partial v}\left(V\,F^2 + \frac{V}{\Phi^2}\right).$$

Stačí tudíž klásti

$$U\,F^2 + \frac{U}{\Phi^2} = \Psi_v\,, \qquad \frac{V}{\Phi^2} + V\,F^2 = \Psi_u\,,$$

z čehož jde

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = \frac{\Psi_v}{U} = \frac{\Psi_u}{V}\,.$$

Integrací poslední rovnice obdržíme

$$\Psi = f\left(\int \frac{d\,u}{U} + \int \frac{d\,v}{V}\right),$$

při čemž předpokládáme, že křivosti čar souřadných U, V jsou různé od nully, t. j. že čáry nejsou geodetické. Za tohoto předpokladu možno klásti místo U, V funkce $\frac{1}{U'}$, resp. $\frac{1}{V'}$. Pak jest

$$\Psi = f\,(U + V),$$

7.
$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = U'\,V'\,f'\,.$$

Derivací této rovnice dle u, pak dle v plyne

$$2\,F\,F' - \frac{2\,\Phi'}{\Phi^3} = U''\,V'\,f' + U'^2\,V'\,f''$$

$$2\,F\,F' + \frac{2\,\Phi'}{\Phi^3} = U'\,V''\,f' + U'\,V'^2\,f''\,.$$

Součet a rozdíl posledních rovnic dává

$$4\,F\,F' = (U''\,V' + U'\,V'')\,f' + (U'^2\,V' + U'\,V'^2)\,f''$$

8.
$$\frac{4\,\Phi'}{\Phi^3} = (U'\,V'' - U''\,V')\,f' + (U'\,V'^2 - U'^2\,V')\,f''\,.$$

Derivací rovnice první dle u a v a srovnáním výsledků obdržíme

$$V'\,(U'''\,f' + 3\,U'\,U''\,f''' + U'^3\,f''') = U'\,(V'''\,f' + 3\,V'\,V''\,f'' + V'^3\,f''')$$

Klade-li se $U' = U_1$, $V' = V_1$, kde U_1, V_1 jsou funkce U, resp. V, pak jest $U'' = U_1 U_1'$; $U''' = U_1'' U_1^2 + U_1'^2 U_1$; $V'' = V_1 V_1'$, $V''' = V_1^2 V_1'' + V_1 V_1'^2$.

Dosadíme-li tyto výrazy do rovnice předchozí, obdržíme

$$f''' U_1^2 + 3 f'' U_1 U_1' + f' (U_1^2 + U_1 U_1'') = f''' V_1^2 + 3 f'' V_1 V_1' + \\ + f' (V_1'^2 + V_1 V_1''),$$

nebo

$$2 f''' U_1^2 + 3 f'' (U_1^2)' + f' (U_1^2)'' = 2 f''' V_1^2 + 3 f'' (V_1^2)' + f' (V_1^2)''.$$

Derivujeme-li tuto rovnici dle U a V a výsledky odečteme, obdržíme podobnou rovnici

$$2 f''' (U_1^2)' + 3 f'' (U_1^2)'' + f' (U_1^2)''' = -2 f''' (V_1^2)' - 3 f'' (V_1^2)'' - \\ - f' (V_1^2)'''.$$

Klademe-li ještě k vůli stručnosti $U_1^2 = A$, $V_1^2 = B$, možno poslední dvě rovnice psáti

$$9. \qquad \begin{aligned} 2 f''' (A - B) + 3 f'' (A' - B') + f' (A'' - B'') &= 0, \\ 2 f''' (A' + B') + 3 f'' (A'' + B'') + f' (A''' + B''') &= 0. \end{aligned}$$

Pro $f' = 0$ se obdrží jen F a Φ jako konstanty, tedy úhel souřadný jest stálý. Případ tento projednán bude později.

Rovnice 9. dávají hodnoty výrazů $\frac{f''}{f'}$, $\frac{f'''}{f'}$, vyjímaje případ, kdy koëfficienty uvedených výrazů jsou úměrny. Pak totiž platí

$$10. \qquad (A - B)(A'' + B'') - A'^2 + B'^2 = 0,$$

a systém rovnic 9. se redukuje na jednu rovnici.

Derivujeme-li rovnici 10. dle U, pak dle V, obdržíme:

$$11. \qquad \begin{aligned} A A''' + A' B'' - A''' B' - A' A'' &= 0, \\ A' B''' - A''' B' &= 0. \end{aligned}$$

Pro $A' = 0$, tedy $A = k$ dávají rovnice 9.

$$9^*. \qquad \begin{aligned} 2 f''' (k - B) - 3 f'' B' - f' B'' &= 0, \\ 2 f''' B' + 3 f'' B'' + f' B''' &= 0. \end{aligned}$$

Derivujeme-li první rovnici dle U, obdržíme

$$12. \qquad 2 \left(\frac{f'''}{f'}\right)' (k - B) - 3 \left(\frac{f''}{f'}\right)' B' = 0.$$

Budiž

$$\left(\frac{f''}{f'}\right)' = 0, \quad \text{tudíž } f'' = k_1 f', \quad f''' = k_1^2 f'$$

$$f' = k_2 e^{k_1 (U+V)}.$$

První rovnice 9*) dává pak

$$B'' + 3 k_1 B' + 2 k_1^2 B - 2 k_1^2 k = 0,$$

z čehož

$$B = C_1 e^{-k_1 V} + C_2 e^{-2 k_1 V} + k.$$

K vůli stručnosti budiž uvedeno, že písmena k_α, C_α značí vždy konstanty vystupující při řešení funkcionálních rovnic a konstanty integrační. Z rovnice poslední jde dále

$$\frac{dV}{\sqrt{C_1 e^{-k_1 V} + C_2 e^{-2 k_1 V} + k}} = dv,$$

a tudíž integrací

$$\frac{1}{\sqrt{k}} log \frac{2k + C_1 e^{-k_1 V} - 2\sqrt{k}\sqrt{C_1 e^{-k_1 V} + C_2 e^{-2 k_1 V} + k}}{e^{-k_1 V}} = -k_1 v.$$

z čehož

$$e^{-k_1 V} = \frac{4k}{(C_1^2 - 4k C_2) e^{k_1 \sqrt{k} v} + e^{-k_1 \sqrt{k} v} - 2 C_2}.$$

Poněvadž

$$A = U'^2 = k, \quad \text{tedy } U = \sqrt{k}\, u,$$

plyne z rovnice 7.

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = \frac{k_2}{4} [(C_1^2 - 4k C_2) e^{k_1 \sqrt{k} (u+v)} - e^{k_1 \sqrt{k} (u-v)}],$$

tudíž

I $$F^2 = \frac{k_2}{4} (C_1^2 - 4k C_2) e^{k_1 \sqrt{k} (u+v)}, \qquad \frac{1}{\Phi^2} = -\frac{k_2}{4} e^{k_1 \sqrt{k} (u-v)}.$$

Při tom pro reelní plochy musí býti $k > 0$. Při integraci nepřipojeny k u, v žádné konstanty, ježto přistupují k těmto parametrům jen additivně. Obdobný výsledek obdržíme pro $B' = 0$.

Pro $\left(\frac{f''}{f'}\right)' \neq 0$ dává rovnice 12.

$$2\left(\frac{f'''}{f'}\right)' = -3 k_1 \left(\frac{f''}{f'}\right)', \qquad \frac{B'}{B - k} = k_1.$$

Rovnice tyto dávají

$$B = k + k_2 e^{k_1 V}; \qquad 2 f''' + 3 k_1 f'' + k_2 f' = 0.$$

Dosadíme li výrazy tyto do rovnice 9., obdržíme

$$k_2 = k_1^2,$$

tedy

$$2 f''' + 3 k_1 f'' + k_1^2 f' = 0,$$

integrací pak

$$2 f'' + 3 k_1 f' + k_1^2 f = k_3$$

$$f = C_1 e^{-\frac{k_1}{2}(U+V)} + C_2 e^{-k_1(U+V)} + \frac{k_3}{k_1}.$$

Z rovnice pro B jde

$$\frac{dV}{\sqrt{k + k_2 e^{k_1 V}}} = dv,$$

a integrací

$$e^{k_1 V} = \frac{4k}{k_2^2 e^{-k_1\sqrt{k}\,v} + e^{k_1\sqrt{k}\,v} - 2k_2}.$$

Plyne pak z rovnice 7., ježto $U = \sqrt{k}\,u$

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = -\frac{k k_1}{4}\left[C_1 \frac{k_2 e^{-\frac{k_1\sqrt{k}}{2}(u+v)} + e^{-\frac{k_1\sqrt{k}}{2}(u-v)}}{\sqrt{k}} + \right.$$

$$\left. + C_2 \frac{k_2 e^{-k_1\sqrt{k}(u+v)} - e^{-k_1\sqrt{k}(u-v)}}{k}\right],$$

z čehož

$$F^2 = -\frac{k_1\sqrt{k}}{4}\left[C_1 k_2 e^{-\frac{k_1\sqrt{k}}{2}(u+v)} + \frac{C_2 k_2^2}{\sqrt{k}} e^{-k_1\sqrt{k}(u+v)}\right]$$

II

$$\frac{1}{\Phi^2} = -\frac{k_1\sqrt{k}}{4}\left[C_1 e^{-\frac{k_1\sqrt{k}}{2}(u-v)} - \frac{C_2}{\sqrt{k}} e^{-k_1\sqrt{k}(u-v)}\right].$$

Zvláštní případ nastává, když i $B' = 0$, tedy $B = k_1$,

$$V = \sqrt{k}\,v, \qquad U = \sqrt{k}\,u.$$

Rovnice 9. dávají

$$f'''(k - k_1) = 0.$$

Pro

$$f'' = \frac{C_1}{\sqrt{k}\,k_1}, \qquad f' = \frac{C_1}{\sqrt{k}\,k_1}(U + V),$$

jest

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = C_1 (\sqrt{k}\, u + \sqrt{k_1}\, v),$$

tudíž

III $$F^2 = \frac{C_1}{2} (\sqrt{k} + \sqrt{k_1})\,(u + v), \qquad \frac{1}{\Phi^2} = -\frac{C_1}{2} (\sqrt{k_1} - \sqrt{k})\,(u - v).$$

Jsou-li křivosti stejné, na př. stejného znamení

$$k = k_1,$$

zůstává $f\ (\sqrt{k}\, u + \sqrt{k}\, v)$ libovolnou, a pak jest

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = f\,(u + v) + konst,$$

tedy

III* $$F^2 = f\,(u + v), \qquad \frac{1}{\Phi^2} = konst.$$

Při rovnosti poloměrů s opáčným znamením bude patrně

$$F^2 = konst, \qquad \frac{1}{\Phi^2} = f\,(u - v).$$

Není-li $A' = 0$, splníme 2. rovnici 11. tím, že klademe

$$A''' = k\, A', \qquad B''' = k\, B',$$

z toho

$$A'' = k\, A + k_1, \qquad B'' = k\, B + k_2.$$

Dosadíme-li do první z rovnic 11., obdržíme

$$k_2 = k_1,$$

tudíž

$$A'' = k\, A + k_1, \qquad B'' = k\, B + k_1.$$

Integrací jde dále

$$A'^2 = k\, A^2 + 2\, k_1\, A + k_2, \qquad B'^2 = k\, B^2 + 2\, k_1\, B + k_3,$$

a dosazením do rovnice 10)

$$k_3 = k_2.$$

Rovnice funkcionální 10. jest tedy splněna výrazy

13. $$A'^2 = k\, A^2 + 2\, k_1\, A + k_2; \qquad B'^2 = k\, B^2 + 2\, k_1\, B + k_2$$

Budiž nejprve $k > 0$. Rovnice předchozí dají se psáti ve tvaru

$$\frac{dA}{\sqrt{k A^2 + 2 k_1 A + k_2}} = dU; \qquad \frac{dB}{\sqrt{k B^2 + 2 k_1 B + k_2}} = dV,$$

z čehož jde integrací

$$\frac{1}{\sqrt{k}} lg\,(k A + k_1 + \sqrt{k}\,\sqrt{k A^2 + 2 k_1 A + k_2}) = U,$$

neb

14.
$$\begin{cases} 2\,(k A + k_1) = e^{\sqrt{k}\,U} + (k_1^2 - k\,k_2)\,e^{-\sqrt{k}\,U} \\ 2\,(k B + k_1) = e^{\sqrt{k}\,V} + (k_1^2 - k\,k_2)\,e^{-\sqrt{k}\,V} \end{cases}$$

Pro tyto hodnoty dávají rovnice 9.

$$\frac{2 f''' + k f'}{3 f''} = -\sqrt{k}\,\frac{e^{\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)} + (k_1^2 - k\,k_2)\,e^{-\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)}}{e^{\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)} - (k_1^2 - k\,k_2)\,e^{-\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)}}.$$

Rovnice tato dá se psáti ve tvaru

$$2\frac{d}{d\,(U+V)} f''\left[e^{\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)} - (k_1^2 - k\,k_2)\,e^{-\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)}\right] +$$

$$+ 2\frac{d}{d\,(U+V)} \sqrt{k} f'\left[e^{\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)} + (k_1^2 - k\,k_2)\,e^{-\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)}\right] = 0,$$

z čehož plyne integrací

$$f'' + \sqrt{k}\,f'\,\frac{e^{\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)} + (k_1^2 - k\,k_2)\,e^{-\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)}}{e^{\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)} - (k_1^2 - k\,k_2)\,e^{-\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)}} =$$

$$= \frac{\sqrt{k}}{2}\,\frac{C_1}{e^{\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)} - (k_1^2 - k\,k_2)\,e^{-\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)}},$$

a dále

15.
$$f' = \frac{C_2 + C_1\left[e^{\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)} + (k_1^2 - k\,k_2)\,e^{-\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)}\right]}{\left[e^{\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)} - (k_1^2 - k\,k_2)\,e^{-\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)}\right]^2}.$$

První z rovnic 14. možno psáti

$$\frac{\sqrt{2k}\,dU}{\sqrt{e^{\sqrt{k}U} + (k_1^2 - k\,k_2)\,e^{-\sqrt{k}U} - 2\,k_1}} = du\,.$$

Substitucí

$$e^{\sqrt{k}U} = 8\,x + \frac{2\,k_1}{3}$$

přejde poslední výraz do tvaru

$$\left(\frac{dx}{du}\right)^2 = 4\,x^3 - \frac{k_1^2 + 3\,k\,k_2}{48}\,x + \frac{k_1^3 - 9\,k\,k_1\,k_2}{2764},$$

z čehož

$$x = p\,(u;\ g_2,\ g_3) = p\,u\,,$$

kde značí

$$g_2 = \frac{k_1^2 + 3\,k\,k_2}{48}\,, \qquad g_3 = \frac{9\,k\,k_1\,k_2 - k_1^3}{3^3 \cdot 2^6}\,.$$

Jest tudíž

$$e^{\sqrt{k}U} = 8\,p\,u + \frac{2\,k_1}{3}\,, \qquad e^{\sqrt{k}V} = 8\,p\,v + \frac{2\,k_1}{3}\,.$$

Z toho

$$U' = \frac{8}{\sqrt{k}}\,\frac{p'\,u}{8\,p\,u + \frac{2\,k_1}{3}}\,, \qquad V' = \frac{8}{\sqrt{k}}\,\frac{p'\,v}{8\,p\,v + \frac{2\,k_1}{3}}\,,$$

a dle rovnice 15.

$$f' = \sqrt{\left(8\,p\,u + \frac{2\,k_1}{3}\right)\left(8\,p\,v + \frac{2\,k_1}{3}\right)}\,.$$

$$\cdot\,\frac{C_1\left[\left(8\,p\,u + \frac{2\,k_1}{3}\right)\left(8\,p\,v + \frac{2\,k_1}{3}\right) + k_1^2 - k\,k_2\right] + C_2\sqrt{\left(8\,p\,u + \frac{2\,k_1}{3}\right)\left(8\,p\,v + \frac{2\,k_1}{3}\right)}}{\left[\left(8\,p\,u + \frac{2\,k_1}{3}\right)\left(8\,p\,v + \frac{2\,k_1}{3}\right) - (k_1^2 - k\,k_2)\right]^2}$$

Rovnice 7. dává

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = \frac{64}{k}\,\frac{p'\,u\,p'\,v}{\left(8\,p\,u + \frac{2\,k_1}{3}\right)\left(8\,p\,v + \frac{2\,k_1}{3}\right)}\,.$$

$$\cdot \frac{C_1\left[\left(8\,p\,u+\frac{2\,k_1}{3}\right)\left(8\,p\,v+\frac{2\,k_1}{3}\right)+k_1{}^2-k\,k_2\right]+}{\left[\left(8\,p\,u+\frac{2\,k_1}{3}\right)\left(8\,p\,v+\frac{2\,k_1}{3}\right)-(k_1{}^2-k\,k_2)\right]^2}$$

$$\underline{+\,C_2\sqrt{\left(8\,p\,u+\frac{2\,k_1}{3}\right)\left(8\,p\,v+\frac{2\,k_1}{3}\right)}}$$

nebo

$$F^2+\frac{1}{\Phi^2}=\frac{64\,C_2}{k}\,\frac{p'\,u\,p'\,v}{\left[\left(8\,p\,u+\frac{2\,k_1}{3}\right)\left(8\,p\,v+\frac{2\,k_1}{3}\right)-(k_1{}^2-k\,k_2)\right]^2}+$$

$$+\frac{64\,C_1}{k}\,\frac{p'\,u\,p'\,v}{\sqrt{\left(8\,p\,u+\frac{2\,k_1}{3}\right)\left(8\,p\,v+\frac{2\,k_1}{3}\right)}}\cdot$$

$$\frac{\left(8\,p\,u+\frac{2\,k_1}{3}\right)\left(8\,p\,v+\frac{2\,k_1}{3}\right)+k_1{}^2-k\,k_2}{\left[\left(8\,p\,u+\frac{2\,k_1}{3}\right)\left(8\,p\,v+\frac{2\,k_1}{3}\right)-(k_1{}^2-k\,k_2)\right]^2}.$$

Ježto platí

$$p'^2\,u=\frac{4}{8^3}\left(8\,p\,u+\frac{2\,k_1}{3}\right)\left(8\,p\,u-\frac{k_1+3\sqrt{k\,k_2}}{3}\right)\left(8\,p\,u-\frac{k_1-3\sqrt{k\,k_2}}{3}\right),$$

tudíž

$$e_1=-\frac{k_1}{12},\quad e_2=\frac{k_1+3\sqrt{k\,k_2}}{24},\quad e_3=\frac{k_1-3\sqrt{k\,k_2}}{24},$$

$$(e_1-e_2)\,(e_1-e_3)=\frac{k_1{}^2-k\,k_2}{8^2},$$

možno psáti

$$\left(8\,p\,u+\frac{2\,k_1}{3}\right)\left(8\,p\,v+\frac{2\,k_1}{3}\right)-(k_1{}^2-k\,k_2)=$$

$$=8^2\left[\left(p\,u+\frac{k_1}{12}\right)\left(p\,v+\frac{k_1}{12}\right)-(e_1-e_2)\,(e_1-e_3)\right]=$$

$$=8^2\left[\frac{\sigma_1{}^2\,u\,\sigma_1{}^2\,v}{\sigma^2\,u\,\sigma^2\,v}-(e_1-e_2)\,(e_1-e_3)\right]=$$

$$=\frac{8^2}{\sigma^2\,u\,\sigma^2\,v}\left[\sigma_1{}^2\,u\,\sigma_1{}^2\,v-(e_1-e_2)\,(e_1-e_3)\,\sigma^2\,u\,\sigma^2\,v\right]=$$

$$\frac{8^2}{\sigma^2\,u\,\sigma^2\,v}\,\sigma_1\,(u+v)\,\sigma_1\,(u-v).$$

Použito na místě tomto jakož i v následujícím H. A. Schwarz: Formeln und Lehrsätze zum Gebrauche der ell. Functionen.

Z relací

$$-p'\,u\,\sigma^4 u = 2\,\sigma\,u\,\sigma_1\,u\,\sigma_2\,u\,\sigma_3\,u\,, \qquad -p'\,v\,\sigma^4 v = 2\,\sigma\,v\,\sigma_1\,v\,\sigma_2\,v\,\sigma_3\,v$$

jde

$$p'\,u\,p'\,v = \frac{4}{\sigma^3\,u\,\sigma_3\,v}\,\sigma_1\,u\,\sigma_1\,v\,\sigma_2\,u\,\sigma_2\,v\,\sigma_3\,u\,\sigma_3\,v =$$

$$= \frac{1}{\sigma^4\,u\,\sigma^4\,v}\,[\sigma^2\,(u+v)\,\sigma_1^{\,2}\,(u-v) - \sigma_1^{\,2}\,(u-v)\,\sigma^2\,(u-v)],$$

použijeme li vztahů

$$\sigma_1\,(u+v)\,\sigma\,(u-v) = \sigma\,u\,\sigma_1\,u\,\sigma_2\,v\,\sigma_3\,v - \sigma\,v\,\sigma_1\,v\,\sigma_2\,u\,\sigma_3\,u$$

$$\sigma\,(u+v)\,\sigma_1\,(u-v) = \sigma\,u\,\sigma_1\,u\,\sigma_2\,v\,\sigma_3\,v + \sigma\,v\,\sigma_1\,v\,\sigma_2\,u\,\sigma_3\,u,$$

jichž součet a rozdíl dává resp.

$$2\,\sigma\,u\,\sigma_1\,u\,\sigma_2\,v\,\sigma_3\,v = \sigma_1\,(u+v)\,\sigma\,(u-v) + \sigma\,(u+v)\,\sigma_1\,(u-v)$$

$$2\,\sigma\,v\,\sigma_1\,v\,\sigma_2\,u\,\sigma_3\,u = \sigma\,(u+v)\,\sigma_1\,(u-v) - \sigma_1\,(u+v)\,\sigma\,(u-v).$$

Součin těchto dvou rovnic dává výsledek hořejší.

Součinitele při $\frac{64\,C_1}{k}$ lze psáti

$$\frac{\left(8\,p\,u+\frac{2\,k_1}{3}\right)\left(8\,p\,v+\frac{2\,k_1}{3}\right)+k_1^{\,2}-k\,k_2}{\left(8\,p\,u+\frac{2\,k_1}{3}\right)\left(8\,p\,v+\frac{2\,k_1}{3}\right)-(k_1^{\,2}-k\,k_2)}\,\frac{p'\,u\,p'\,v}{\sqrt{\left(8\,p\,u+\frac{2\,k_1}{3}\right)\left(8\,p\,v+\frac{2\,k_1}{3}\right)}} =$$

$$= \frac{1}{8^3}\,\frac{\left[\frac{\sigma_1^{\,2}\,u}{\sigma^2\,u}\,\frac{\sigma_1^{\,2}\,v}{\sigma^2\,v} + (e_1-e_2)\,(e_1-e_3)\right]p'\,u\,p'\,v}{\left[\frac{\sigma_1^{\,2}\,u}{\sigma^2\,u}\,\frac{\sigma_1^{\,2}\,v}{\sigma^2\,v} - (e_1-e_2)\,(e_1-e_3)\right]^2\,\frac{\sigma_1\,u}{\sigma\,u}\,\frac{\sigma_1\,v}{\sigma\,v}} =$$

$$= \frac{4}{8^3}\,\sigma_2\,u\,\sigma_2\,v\,\sigma_3\,u\,\sigma_3\,v\,\frac{\sigma_1^{\,2}\,u\,\sigma_1^{\,2}\,v + (e_1-e_2)\,(e_1-e_3)\,\sigma^2\,u\,\sigma^2\,v}{[\sigma_1^{\,2}\,u\,\sigma_1^{\,2}\,v - (e_1-e_2)\,(e_1-e_3)\,\sigma^2\,u\,\sigma^2\,v]^2}.$$

Dle Schwarze tab. (*D*) platí

$$\sigma_1^{\,2}\,u\,\sigma_1^{\,2}\,v - (e_1-e_2)\,(e_1-e_3)\,\sigma^2\,u\,\sigma^2\,v = \sigma_1\,(u+v)\,\sigma_1\,(u-v),$$

a dále

$$\sigma_2(u+v)\,\sigma_1(u-v) = \sigma_1 u\,\sigma_2 u\,\sigma_1 v\,\sigma_2 v - (e_2-e_1)\,\sigma u\,\sigma v\,\sigma_3 u\,\sigma_3 v$$
$$\sigma_2(u-v)\,\sigma_1(u+v) = \sigma_1 u\,\sigma_2 u\,\sigma_1 v\,\sigma_2 v + (e_2-e_1)\,\sigma u\,\sigma v\,\sigma_3 u\,\sigma_3 v$$
$$\sigma_3(u+v)\,\sigma_1(u-v) = \sigma_1 u\,\sigma_1 v\,\sigma_3 u\,\sigma_3 v - (e_3-e_1)\,\sigma u\,\sigma v\,\sigma_2 u\,\sigma_2 v$$
$$\sigma_3(u-v)\,\sigma_1(u+v) = \sigma_1 u\,\sigma_1 v\,\sigma_3 u\,\sigma_3 v + (e_3-e_1)\,\sigma u\,\sigma v\,\sigma_2 u\,\sigma_2 v$$

Znásobíme-li rovnici první a třetí, pak druhou a čtvrtou, a výsledky sečteme, obdržíme

$$\sigma_1^2(u+v)\,\sigma_2(u-v)\,\sigma_3(u-v) + \sigma_1^2(u-v)\,\sigma_2(u+v)\,\sigma_3(u+v) =$$
$$= 2\,\sigma_2 u\,\sigma_2 v\,\sigma_3 u\,\sigma_3 v\,[\sigma_1^2 u\,\sigma_1^2 v + (e_1-e_2)(e_1-e_3)\,\sigma^2 u\,\sigma^2 v].$$

Pomocí těchto relací lze psáti

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = \frac{C_2}{64\,k}\,\frac{\sigma^2(u+v)\,\sigma_1^2(u-v) - \sigma_1^2(u+v)\,\sigma^2(u-v)}{\sigma_1^2(u+v)\,\sigma_1^2(u-v)} +$$

$$\frac{C_1}{k}\,\frac{\sigma_1^2(u+v)\,\sigma_2(u-v)\,\sigma_3(u-v) + \sigma_1^2(u-v)\,\sigma_2(u+v)\,\sigma_3(u+v)}{\sigma_1^2(u+v)\,\sigma_1^2(u-v)} =$$

$$= \frac{C_2}{64\,k}\left[\frac{\sigma^2(u+v)}{\sigma_1^2(u+v)} - \frac{\sigma^2(u-v)}{\sigma_1^2(u-v)}\right] +$$

$$+ \frac{C_1}{k}\left[\frac{\sigma_2(u+v)\,\sigma_3(u+v)}{\sigma_1^2(u+v)} + \frac{\sigma_2(u-v)\,\sigma_3(u-v)}{\sigma_1^2(u-v)}\right],$$

z čehož

IV.
$$F^2 = \frac{C_2}{64\,k}\,\frac{\sigma^2(u+v)}{\sigma_1^2(u+v)} + \frac{C_1}{k}\,\frac{\sigma_2(u+v)\,\sigma_3(u+v)}{\sigma_1^2(u+v)}$$
$$\frac{1}{\Phi^2} = -\frac{C_2}{64\,k}\,\frac{\sigma^2(u-v)}{\sigma_1^2(u-v)} + \frac{C_1}{k}\,\frac{\sigma_2(u-v)\,\sigma_3(u-v)}{\sigma_1^2(u-v)}.$$

Pro záporné k dlužno funkce zde přicházející transformovati na tvar reelní. Lépe však vycházeti přímo od rovnic původních. Rovnice 13) dávají v tomto případě

16. $$arc\cos\frac{k\,A - k_1}{\sqrt{k_1^2 + k\,k_2}} = -\sqrt{k}\,U, \quad arc\cos\frac{k\,B - k_1}{\sqrt{k_1^2 + k\,k_2}} = -\sqrt{k}\,V,$$

rovnice 9. pak

$$\frac{2f''' - kf'}{3f''} = \sqrt{k}\,\frac{\sin\sqrt{k}\,U - \sin\sqrt{k}\,V}{\cos\sqrt{k}\,U - \cos\sqrt{k}\,V} = -\sqrt{k}\,ctg\sqrt{k}\,\frac{U+V}{2}.$$

Rovnice tato dá se psáti ve tvaru

$$\frac{d}{d\,(U+V)}\left[2\,f''\,sin\sqrt{k}\,\frac{U+V}{2}+2\,\sqrt{k}\,f'\,cos\,\sqrt{k}\,\frac{U+V}{2}\right]=0\,,$$

z čehož integrací

$$f''\,sin\sqrt{k}\,\frac{U+V}{2}+\sqrt{k}\,f'\,cos\,\sqrt{k}\,\frac{U+V}{2}=\frac{C_1\sqrt{k}}{2}\,,$$

a opětnou integrací

17. $$f'=\frac{C_2+C_1\,cos\,\sqrt{k}\,\frac{U+V}{2}}{sin^2\sqrt{k}\,\frac{U+V}{2}}\,.$$

Rovnice 16) dává pro U, klademe-li $k_3=\sqrt{k_1^2+k\,k_2}$

$$\frac{\sqrt{k}\,d\,U}{\sqrt{k_1+k_3\,cos\,\sqrt{k}\,U}}=\frac{\sqrt{k}\,d\,U}{\sqrt{k_1+k_3-2\,k_3\,sin^2\frac{\sqrt{k}}{2}\,U}}=d\,u\,.$$

Z výrazu patrno, že výhodnou jest substituce

$$sin\,\frac{\sqrt{k}}{2}\,U=-\frac{\sqrt{e_1-e_3}}{\sqrt{p\,u-e_3}}\,,\quad cos\,\frac{\sqrt{k}}{2}\,U=\frac{\sqrt{p\,u-e_1}}{\sqrt{p\,u-e_3}}\,,$$

kde

$$e_1=\frac{k_1}{6}\,,\quad e_2=\frac{3\,k_3-k_1}{12}\,,\quad e_3=-\frac{k_1+3\,k_3}{12}\,.$$

Podobně jde pro V

$$sin\,\frac{\sqrt{k}}{2}\,V=-\frac{\sqrt{e_1-e_3}}{\sqrt{p\,v-e_3}}\,,\qquad cos\,\frac{\sqrt{k}}{2}\,V=\frac{\sqrt{p\,v-e_1}}{\sqrt{p\,v-e_3}}\,.$$

Dosazením do rovnice 17. plyne

$$f'=\frac{1}{e_1-e_3}\,\frac{C_2\sqrt{(p\,u-e_3)\,(p\,v-e_3)}+}{\left(\sqrt{p\,u-e_1}+\sqrt{p\,v-e_1}\right)^2}$$

$$+C_1\left[\sqrt{(p\,u-e_1)\,(p\,v-e_1)}-(e_1-e_3)\right]\sqrt{(p\,u-e_3)\,(p\,v-e_3)}\,.$$

Poněvadž

$$U' = 2\sqrt{\frac{e_1 - e_3}{k}}\,\frac{\sqrt{p\,u - e_2}}{\sqrt{p\,u - e_3}}, \qquad V' = 2\sqrt{\frac{e_1 - e_3}{k}}\,\frac{\sqrt{p\,v - e_2}}{\sqrt{p\,v - e_3}},$$

dává rovnice 7.

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = \frac{4}{k}\,\frac{C_2\sqrt{(p\,u - e_3)\,(p\,v - e_3)} +}{(\sqrt{p\,u - e_1} + \sqrt{p\,v - e_1})^2}$$

$$+ C_1\,[\sqrt{(p\,u - e_1)\,(p\,v - e_1)} - (e_1 - e_3)]\,\sqrt{(p\,u - e_2)\,(p\,v - e_3)}.$$

Transformaci tohoto výrazu provedeme pohodlně pomocí funkcí Jacobiho. Označíme

$$sn\,(\sqrt{e_1 - e_3}\,u;\ \lambda) = \frac{\sqrt{e_1 - e_3}}{\sqrt{p\,u - e_3}}, \quad cn\,(\sqrt{e_1 - e_3}\,u;\ \lambda) = \frac{\sqrt{p\,u - e_1}}{\sqrt{p\,u - e_3}},$$

$$dn\,(\sqrt{e_1 - e_3}\,u;\ \lambda) = \frac{\sqrt{p\,u - e_2}}{\sqrt{p\,u - e_3}}, \quad \sqrt{e_1 - e_3}\,.\,u = u_1,$$

při čemž značí

$$\lambda^2 = \frac{2\,k_3}{k_1 + k_3} = \frac{e_2 - e_3}{e_1 - e_3},$$

a analogicky výrazy pro v.

Pak jest

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = \frac{k_1 + k_3}{k}\,\frac{C_2 + C_1\,(cn\,u_1\,cn\,v_1 - sn\,u_1\,sn\,v_1)}{(sn\,u_1\,cn\,v_1 + cn\,u_1\,sn\,v_1)^2}\,dn\,u_1\,dn\,v_1.$$

Pomocí vzorců pro součtový theorém funkcí elliptických obdržíme

$$(sn\,u_1\,cn\,v_1 + cn\,u_1\,cn\,v_1)^2 =$$

$$= \frac{1 - \lambda^2\,sn^2\,u_1\,sn^2\,v_1}{\lambda^2}\,[1 - dn\,(u_1 + v_1)]\,[1 + dn\,(u_1 - v_1)].$$

$$dn\,u_1\,dn\,v_1 = \frac{1}{2}\,(1 - \lambda^2\,sn^2\,u_1\,sn^2\,v_1)\,[dn\,(u_1 + v_1) + dn\,(u_1 - v_1)]$$

$$sn\,u_1\,sn\,v_1\,dn\,u_1\,dn\,v_1 = \frac{1 - \lambda^2\,sn^2\,u_1\,sn^2\,v_1}{2}\,[cn\,(u_1 - v_1) - cn\,(u_1 + v_1)],$$

a součtem vzorců

$$cn\,u_1\,cn\,v_1\,dn\,u_1\,dn\,v_1 - (1-\lambda^2)\,sn\,u_1\,sn\,v_1 =$$
$$= (1-\lambda^2\,sn^2\,u_1\,sn^2\,v_1)\,cn\,(u_1+v_1)\,dn\,(u_1-v_1)$$
$$cn\,u_1\,cn\,v_1\,dn\,u_1\,dn\,v_1 + (1-\lambda^2)\,sn\,u_1\,sn\,v_1 =$$
$$= (1-\lambda^2\,sn^2\,u_1\,sn^2\,v_1)\,cn\,(u_1-v_1)\,dn\,(u_1+v_1)$$
$$cn\,u_1\,cn\,v_1\,dn\,u_1\,dn\,v_1 =$$
$$= \frac{1-\lambda^2\,sn^2\,u_1\,sn^2\,v_1}{2}\,[cn\,(u_1+v_1)\,dn\,(u_1-v_1) + cn\,(u_1-v_1)\,dn\,(u_1+v_1)].$$

Dosazením těchto výrazů jde

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = \frac{\lambda^2}{2}\,\frac{k_1+k_3}{k}\left\{C_2\,\frac{1+dn\,(u_1-v_1)-[1-dn\,(u_1+v_1)]}{[1-dn\,(u_1+v_1)]\,[1+dn\,(u_1-v_1)]} + \right.$$
$$\left. + C_1\,\frac{cn\,(u_1+v_1)\,[1+dn\,(u_1-v_1)] - cn\,(u_1-v_1)\,[1-dn\,(u_1+v_1)]}{[1-dn\,(u_1+v_1)]\,[1+dn\,(u_1-v_1)]}\right\}$$
$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = \frac{\lambda^2}{2}\,\frac{k_1+k_3}{k}\left\{C_2\left[\frac{1}{1-dn\,(u_1+v_1)} - \frac{1}{1+dn\,(u_1-v_1)}\right] + \right.$$
$$\left. + C_1\left[\frac{cn\,(u_1+v_1)}{1-dn\,(u_1+v_1)} - \frac{cn\,(u_1-v_1)}{1+dn\,(u_1-v_1)}\right]\right\}.$$

Obdržíme tudíž

$$F^2 = \frac{k_3}{k}\,\frac{C_2 + C_1\,cn\,(u_1+v_1)}{1-dn\,(u_1+v)}, \qquad \frac{1}{\Phi^2} = -\frac{k_3}{k}\,\frac{C_2 + C_1\,cn\,(u_1-v_1)}{1+dn\,(u_1-v_1)},$$

nebo

$$F^2 = \frac{k_3}{k}\,\frac{C_2\,\sigma_3\,(u+v) + C_1\,\sigma_1\,(u+v)}{\sigma_3\,(u+v) - \sigma_2\,(u+v)}$$

V

$$\frac{1}{\Phi^2} = -\frac{k_3}{k}\,\frac{C_2\,\sigma_3\,(u-v) + C_1\,\sigma_1\,(u-v)}{\sigma_3\,(u-v) + \sigma_2\,(u-v)}.$$

Integrace rovnic 13. vede na nižší transcendenty v případech $k = 0$, $k_2 = 0$, $k_1^2 - k\,k_2 = 0$.

Pro $k = 0$ obdržíme z uvedených rovnic

$$2\,k\,A + k_2 = k_1^2\,U^2, \qquad 2\,k\,B + k_2 = k_1^2\,V^2,$$

pro kteréžto výrazy jde z rovnic 9.

$$\frac{2\,f'''}{3\,f''} = -2\,\frac{1}{U+V},$$

z čehož

$$f'' = \frac{C_1}{(U+V)^3}, \qquad f' = C_2 - \frac{1}{2}\,\frac{C_1}{(U+V)^2}.$$

Integrací hořejších rovnic pro A a B jde

$$2 k_1 U = e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}} u} + k_2 e^{-\sqrt{\frac{k_1}{2}} u}, \qquad 2 k_1 V = e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}} v} + k_2 e^{-\sqrt{\frac{k_1}{2}} v},$$

tudíž

$$2 k_1 (U + V) = e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}} u} + k_2 e^{-\sqrt{\frac{k_1}{2}} u} + e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}} v} + k_2 e^{-\sqrt{\frac{k_1}{2}} v} =$$

$$= \left[e^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}} (u+v)} + k_2 e^{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}} (u+v)} \right] . \left[e^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}} (u-v)} + e^{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}} (u-v)} \right].$$

$$U' V' = \frac{1}{8 k_1} \left(e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}} (u+v)} + k_2^2 e^{-\sqrt{\frac{k_1}{2}} (u+v)} - k_2 e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}} (u-v)} - k_2 e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}} (u-v)} \right)$$

$$U' V' = \frac{1}{8 k_1} \left[\left(e^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}} (u+v)} + k_2 e^{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}} (u+v)} \right)^2 - \right.$$

$$\left. - k_2 \left(e^{+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}} (u-v)} + e^{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}} (u-v)} \right)^2 \right].$$

Dosazením do rovnice 7. obdržíme

$$F^2 = \frac{C_2}{8 k_1} \left[e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}} (u+v)} + k_2^2 e^{-\sqrt{\frac{k_1}{2}} (u+v)} \right] +$$

$$+ \frac{k_1 k_2 C_1}{4} \frac{1}{\left[e^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}} (u+v)} + k_2 e^{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}} (u+v)} \right]^2}$$

VI

$$\frac{1}{\Phi^2} = - \frac{C_2 k_2}{8 k_1} \left[e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}} (u-v)} + e^{-\sqrt{\frac{k_1}{2}} (u-v)} \right] - \frac{C_1 k_1}{4} \frac{1}{\left[e^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}} (u-v)} + e^{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}} (u-v)} \right]^2}.$$

V případě $k_2 = 0$ dávají rovnice 13.

$$2 (k A + k_1) = e^{\sqrt{k} U} + k_1^2 e^{-\sqrt{k} U}, \qquad 2 (k B + k_1) = e^{\sqrt{k} V} + k_1^2 e^{-\sqrt{k} V},$$

z toho pak

$$\frac{\sqrt{2 k}\, d U}{e^{\frac{\sqrt{k}}{2} U} - k_1 e^{-\frac{\sqrt{k}}{2} U}} = d u, \qquad \frac{\sqrt{2 k}\, d V}{e^{\frac{\sqrt{k}}{2} V} - k_1 e^{-\frac{\sqrt{k}}{2} V}} = d v.$$

Integrací obdržíme

$$e^{\frac{\sqrt{k}}{2} U} = \sqrt{k_1} \frac{e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}} u} + 1}{1 - e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}} u}}, \qquad e^{\frac{\sqrt{k}}{2} V} = \sqrt{k_1} \frac{e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}} v} + 1}{1 - e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}} v}}.$$

Z rovnice 9. jde

$$\frac{2f''' + kf'}{3f''} = -\sqrt{k}\,\frac{e^{\sqrt{k}U} - k_1^2 e^{-\sqrt{k}U} - e^{\sqrt{k}V} + k_1^2 e^{-\sqrt{k}V}}{e^{\sqrt{k}U} + k_1^2 e^{-\sqrt{k}U} - e^{\sqrt{k}V} - k_1^2 e^{-\sqrt{k}V}} =$$

$$= -\sqrt{k}\,\frac{e^{\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)} + k_1^2 e^{-\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)}}{e^{\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)} - k_1^2 e^{-\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)}},$$

integrací pak

$$f' = \frac{C_2 + C_1\left(e^{\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)} + k_1^2 e^{-\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)}\right)}{\left[e^{\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)} - k_1^2 e^{-\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)}\right]^2} =$$

$$= \frac{1}{16 k_1^2}\,\frac{C_2\left(1 - e^{2\sqrt{\frac{k_1}{2}}u}\right)\left(1 - e^{2\sqrt{\frac{k_1}{2}}v}\right) + 2k_1 C_1\left[\left(e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}}u} + e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}}v}\right)^2 + \right.}{\left(e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}}u} + e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}}v}\right)^2\left(1 + e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u+v)}\right)^2}$$

$$\left. + \left(1 + e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u+v)}\right)^2\right]\left(1 - e^{2\sqrt{\frac{k_1}{2}}u}\right)\left(1 - e^{2\sqrt{\frac{k_1}{2}}v}\right).$$

Z rovnic 8. obdržíme pomocí těchto hodnot po náležité redukci

$$4FF' = -\frac{C_2}{k\sqrt{2k_1}}\,\frac{e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u+v)}\left(1 - e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u+v)}\right)}{\left(1 + e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u+v)}\right)^3} +$$

$$+ \frac{C_1\sqrt{2k_1}}{k}\,\frac{e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u+v)}\left(1 - e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u+v)}\right)}{\left(1 + e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u+v)}\right)^3},$$

z čehož

VII $$F^2 = \frac{1}{k}\left(C_1 - \frac{C_2}{2k_1}\right)\frac{e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u+v)}}{\left(1 + e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u+v)}\right)^2}.$$

Podobně jde

$$\frac{4\Phi'}{\Phi^3} = -\left(\frac{\sqrt{2}C_1\sqrt{k_1}}{k} + \frac{C_2}{k\sqrt{2k_1}}\right)\frac{e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u-v)}\left(1 - e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u-v)}\right)}{\left(1 + e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u-v)}\right)^3},$$

integrací pak

$$\frac{1}{\Phi^2} = \frac{1}{k}\left(C_1 + \frac{C_2}{2k_1}\right)\frac{e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u-v)}}{\left(1 + e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u-v)}\right)^2}.$$

Pro $k < 0$ obdržíme z rovnic 13.

$$k A - k_1 = k_1 \cos \sqrt{k}\, U, \qquad k B - k_1 = k_1 \cos \sqrt{k}\, V,$$

tudíž

$$\frac{\sqrt{k}}{2} \frac{d U}{\cos \frac{\sqrt{k}}{2} U} = \sqrt{\frac{k_1}{2}}\, d u,$$

integrací pak

$$\sin \frac{\sqrt{k}}{2} U = \frac{e^{\sqrt{2 k_1}\, u} - 1}{e^{\sqrt{2 k_1}\, u} + 1}, \qquad \sin \frac{\sqrt{k}}{2} V = \frac{e^{\sqrt{2 k_1}\, v} - 1}{e^{\sqrt{2 k_1}\, v} + 1}.$$

Dosazením těchto hodnot do rovnic 9. jde

$$\frac{2 f''' - k f'}{3 f''} = - \sqrt{k}\, \operatorname{ctg} \frac{\sqrt{k}}{2} (U + V),$$

z čehož integrací

$$f' = \frac{C_2 + C_1 \cos \frac{\sqrt{k}}{2} (U + V)}{\sin^2 \frac{\sqrt{k}}{2} (U + V)} \cdot -.$$

Rovnice 7. dává pak

$$F_2 + \frac{1}{\Phi^2} = \frac{2 k_1}{k} e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u+v)} \frac{C_2 (1 + e^{\sqrt{2 k_1}\, u})(1 + e^{\sqrt{2 k_1}\, v}) +}{\left[e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}}\, v} \left(e^{\sqrt{2 k_1}\, u} - 1 \right) + e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}}\, u} \left(e^{\sqrt{2 k_1}\, v} - 1 \right) \right]^2}$$

$$+ C_1 \left[4 e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u+v)} - \left(e^{\sqrt{2 k_1}\, u} - 1 \right) \left(e^{\sqrt{2 k_1}\, v} - 1 \right) \right]$$

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = \frac{2 k_1}{k} \frac{C_2 \left[\left(e^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u+v)} - e^{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u+v)} \right)^2 + \right.}{+ \left(e^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u-v)} + e^{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u-v)} \right)^2 \Big] + C_1 \left[\left(e^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u-v)} + e^{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u-v)} \right)^2 - \right.}$$

$$\left(e^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u+v)} - e^{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u+v)} \right)^2 \cdot \left(e^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u-v)} + e^{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u-v)} \right)^2$$

$$\left. - \left(e^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u+v)} - e^{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u+v)} \right)^2 \right]$$

Rozloučením funkcí obdržíme pro $C_1 + C_2 = C_1'$, $C_2 - C_1 = C_2'$.

VII

$$F^2 = \frac{2 k_1}{k} \frac{C_1'}{\left(e^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u+v)} - e^{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u+v)} \right)^2},$$

$$\frac{1}{\Phi^2} = \frac{2 k_1}{k} \frac{C_2'}{\left(e^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u-v)} + e^{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u-v)} \right)^2}.$$

K vůli úplnosti uvedeny buďtež ještě spec. formy hořejších výrazů pro $k_1 = k_2 = 0$ a $k = k_2 = 0$. V prvním případě obdržíme

$$A' = \sqrt{k}\, A, \qquad B' = \sqrt{k}\, B,$$

z toho

$$e^{-\frac{\sqrt{k}}{2} U} = -\frac{\sqrt{k}}{2} u, \qquad e^{-\frac{\sqrt{k}}{2} V} = -\frac{\sqrt{k}}{2} v.$$

Z rovnic 9. pak jde

$$\frac{2 f''' + k f'}{3 f''} = -\sqrt{k},$$

z toho

$$f' = C_1 e^{-\sqrt{k}(U+V)} + C_2 e^{-\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)} = \frac{C_1 k^2}{16} u^2 v^2 + \frac{C_2 k}{4} u v,$$

a z rovnice 7.

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = \frac{C_1 k}{4} u v + C_2.$$

Rozloučením funkcí obdržíme

$$F^2 = \frac{C_1 k}{16} (u + v)^2, \qquad \frac{1}{\Phi^2} = -\frac{C_1 k}{16} (u - v)^2.$$

V druhém případě platí

$$A' = \sqrt{2 k_1}\, \sqrt{A}, \qquad B' = \sqrt{2 k_1}\, \sqrt{B},$$

tudíž

$$U = e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}} u}, \qquad V = e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}} v},$$

$$\frac{2 f'''}{3 f''} = -\frac{2}{U + V}, \quad \text{z čehož jde } f' = -\frac{C_1}{2} \frac{1}{\left(e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}} u} + e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}} v}\right)^2}.$$

Rovnice 7. dává pro tyto veličiny

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = -\frac{k_1 C_1}{4} \frac{e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u+v)}}{\left(e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}} u} + e^{\sqrt{\frac{k_1}{2}} v}\right)^2} =$$

$$= -\frac{k_1 C_1}{4} \frac{1}{\left(e^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u-v)} + e^{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u-v)}\right)^2},$$

tudíž

$$F^2 = C_2, \quad \frac{1}{\Phi^2} = -C_2 - \frac{k_1 C_1}{4} \frac{1}{\left(e^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u-v)} + e^{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_1}{2}}(u-v)}\right)^2}.$$

V případě třetím $k_1^2 - k k_2 = 0$ obdržíme z rovnic 13.

$$k A + k_1 = \sqrt{k}\, e^{\sqrt{k}\, U}; \qquad k B + k_1 = \sqrt{k}\, e^{\sqrt{k}\, V},$$

integrací pak

$$\sqrt{k}\, e^{\sqrt{k}\, U} = \frac{k_1}{\cos^2 \frac{\sqrt{k}}{2} u}; \qquad \sqrt{k}\, e^{\sqrt{k}\, V} = \frac{k_1}{\cos^2 \frac{\sqrt{k}}{2} v},$$

a z rovnic 9.

$$\frac{2 f''' + k f'}{3 f''} = -\sqrt{k},$$

z čehož

$$f' = C_1 e^{-\sqrt{k}(U+V)} + C_2 e^{-\frac{\sqrt{k}}{2}(U+V)} =$$

$$= \frac{C_1 k}{k_1^2} \cos^2 \frac{\sqrt{k_1}}{2} u \cos^2 \frac{\sqrt{k_1}}{2} v + C_2 \frac{\sqrt{k}}{k_1} \cos \frac{\sqrt{k_1}}{2} u \cos \frac{\sqrt{k_1}}{2} v.$$

Dosazením těchto výrazů do rovnice 7. jde

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = \frac{C_1}{4 k_1} \sin \sqrt{k_1}\, u \sin \sqrt{k_1}\, v + \frac{C_2}{\sqrt{k}} \sin \frac{\sqrt{k_1}}{2} u \sin \frac{\sqrt{k_1}}{2} v.$$

Derivací dle u a v a součtem výsledků obdržíme

$$4 F F' = \frac{C_1}{4\sqrt{k_1}} \sin \sqrt{k_1}\,(u+v) + \frac{C_2 \sqrt{k_1}}{2\sqrt{k}} \sin \frac{\sqrt{k_1}}{2}(u+v),$$

tudíž integrací

$$F^2 = -\frac{C_1}{8 k_1} \cos \sqrt{k_1}\,(u+v) - \frac{C_2}{2\sqrt{k}} \cos \frac{\sqrt{k_1}}{2}(u+v),$$

a podobně pro Φ^2 VIII

$$\frac{1}{\Phi^2} = \frac{C_1}{8 k_1} \cos \sqrt{k_1}\,(u-v) + \frac{C_2}{2\sqrt{k}} \cos \frac{\sqrt{k_1}}{2}(u-v).$$

II.

V obecném případě možno z rovnic 9. vypočísti poměry $\frac{f'''}{f'}$, $\frac{f''}{f'}$ ve formě

$$\frac{3f''}{f'} = -\frac{(A-B)(A'''+B''') - (A'+B')(A''-B'')}{(A-B)(A''+B'') - (A'^2-B'^2)}$$

18.

$$\frac{2f'''}{f'} = -\frac{A'^2-B'^2-(A'-B')(A'''+B''')}{(A-B)(A''+B'') - (A'^2-B'^2)}.$$

Podmínka, že pravé strany rovnic 18. jsou funkce argumentu $U+V$, jest totožnou s eliminací $\frac{f'''}{f'}$, $\frac{f''}{f'}$ z rovnic 9. a rovnice utvořené analogicky, tedy ze systému rovnic

$$\begin{aligned}
&2f'''(A-B) + 3f''(A'-B') + f'(A''-B'') = 0\\
&2f'''(A'+B') + 3f''(A''+B'') + f'(A'''+B''') = 0\\
&2f'''(A''-B'') + 3f''(A'''-B''') + f'(A^{IV}-B^{IV}) = 0.
\end{aligned}$$

Výsledek eliminace dán jest determinantem

$$\begin{vmatrix} A-B, & A'-B', & A''-B'' \\ A'+B', & A''+B'', & A'''+B''' \\ A''-B'', & A'''-B''', & A^{IV}-B^{IV} \end{vmatrix} = 0.$$

Po náležité redukci dává poslední rovnice

19.
$$\begin{aligned}
&2A'A''A''' - A'''^3 - AA'''^2 + AA''A^{IV} - A'^2A^{IV} +\\
&+2B'B''B''' - B'''^3 - BB'''^2 + BB''B^{IV} - B'^2B^{IV} +\\
&+B''(A'''^2 - 2A'A''' + AA^{IV}) + A''(B'''^2 - 2B'B''' + BB^{IV}) +\\
&+B(A'''^2 - A''A^{IV}) + A(B'''^2 - B''B^{IV}) +\\
&+B^{IV}(A'^2 - AA'') + A^{IV}(B'^2 - BB'') = 0.
\end{aligned}$$

Derivací dle U jde

20.
$$\begin{aligned}
&(2A'A''A''' - A'''^3 - AA'''^2 + AA''A^{IV} - A'^2A^{IV})' +\\
&+B''(A'''^2 - 2A'A''' + AA^{IV})' + A'''(B'''^2 - 2B'B''' +\\
&+BB^{IV}) + B(A'''^2 - A''A^{IV})' + A'(B'''^2 - B''B^{IV}) +\\
&+B^{IV}(A'^2 - AA'')' + A^{V}(B'^2 - BB'') = 0,
\end{aligned}$$

derivací dle V pak

21.
$$\begin{aligned}
&B'''(A'''^2 - 2A'A''' + AA^{IV})' + A'''(B'''^2 - 2B'B''' + BB^{IV})' +\\
&+B'(A'''^2 - A''A^{IV})' + A'(B'''^2 - B''B^{IV})' + B^{V}(A'^2 - AA'')' +\\
&+A^{V}(B'^2 - BB'')' = 0.
\end{aligned}$$

Za předpokladu $A' \neq 0$ dělíme rovnici A' a derivujeme dle U; obdržíme

$$B''' \left[\frac{(A''^2 - 2\,A'\,A''' + A\,A^{IV})'}{A'}\right]' + \left(\frac{A'''}{A'}\right)'(B''^2 - 2\,B'\,B''' + B\,B^{IV})' +$$

$$+ B'\left[\frac{(A'''^2 - A''\,A^{IV})'}{A'}\right]' + B^{V}\left[\frac{(A'^2 - A\,A'')'}{A'}\right]' + \tag{22.}$$

$$+ \left(\frac{A^{V}}{A'}\right)'(B'^2 - B\,B'')' = 0.$$

Dělením B' a derivací dle V jde

$$\left(\frac{B'''}{B'}\right)'\left[\frac{(A''^2 - 2\,A'\,A''' + A\,A^{IV})'}{A'}\right]' +$$

$$\left(\frac{A'''}{A'}\right)'\left[\frac{(B''^2 - 2\,B'\,B''' + B\,B^{IV})'}{B'}\right]' + \left(\frac{B^{V}}{B'}\right)'\left[\frac{(A'^2 - A\,A'')'}{A'}\right]' + \tag{23.}$$

$$+ \left(\frac{A^{V}}{A'}\right)'\left[\frac{(B'^2 - B\,B'')'}{B'}\right]' = 0.$$

Existují však vztahy

$$(A''^2 - 2\,A'\,A''' + A\,A^{IV})' = A\,A^{V} - A'\,A^{IV},$$

$$\left[\frac{(A''^2 - 2\,A'\,A''' + A'\,A^{IV})'}{A'}\right]' = \left(\frac{A\,A^{V} - A'\,A^{IV}}{A'}\right)' = A\left(\frac{A^{V}}{A'}\right)'$$

$$(A'^2 - A\,A'')' = A'\,A'' - A\,A''', \quad \left[\frac{(A'^2 - A\,A'')'}{A'}\right]' = -A\left(\frac{A'''}{A'}\right)'$$

$$(A'''^2 - A''\,A^{IV})' = A'''\,A^{IV} - A''\,A^{V},$$

$$\left[\frac{(A'''^2 - A''\,A^{IV})'}{A'}\right]' = A^{IV}\left(\frac{A'''}{A'}\right)' - A''\left(\frac{A^{V}}{A'}\right)',$$

a analogické výrazy pro B. Výrazy těmito nabývá rovnice 23. tvaru

$$(A - B)\left[\left(\frac{A^{V}}{A'}\right)'\left(\frac{B'''}{B'}\right)' - \left(\frac{A'''}{A'}\right)'\left(\frac{B^{V}}{B'}\right)'\right] = 0,$$

nebo za hořejší podmínky

$$\left(\frac{A^{V}}{A'}\right)'\left(\frac{B'''}{B'}\right)' - \left(\frac{A'''}{A'}\right)'\left(\frac{B^{V}}{B'}\right)' = 0$$

Není-li $\left(\frac{A'''}{A'}\right)'$, $\left(\frac{B'''}{B'}\right)'$ rovno nulle, musí platiti

$$\left(\frac{A^V}{A'}\right)' = k\left(\frac{A'''}{A'}\right)', \quad \left(\frac{B^V}{B'}\right)' = k\left(\frac{B'''}{B'}\right)',$$

z čehož integrací

$$A^V = k\,A''' + k_1\,A', \qquad B^V = k\,B''' + k_2\,B', \qquad A^{IV} = k\,A'' + k_1\,A + k_3.$$

Dosadíme-li hodnoty tyto do rovnice 22., obdržíme

$$k_2\,B\,B' - B'\,B^{IV} + k_1\,A\,B' + k_3\,B' - k_2\,A\,B' + k\,B'\,B'' = 0,$$

tudíž

$$k_2 = k_1,$$

$$B^{IV} = k\,B'' + k_1\,B + k_3, \qquad A^{IV} = k\,A'' + k_1\,A + k_3$$

Dosadíme-li tyto výrazy do rovnice 20., obdržíme

$$\begin{aligned}(2\,A'\,A''\,A''' - A'^3 - A\,A'''^2 + A\,A''\,A^{IV} - A'^2\,A^{IV})' + k_3\,A'\,A'' - k_3\,A\,A''' + \\ + A'''\,(B''^2 - 2\,B'\,B''' + k_1\,B^2 + k\,B'^2 + 2\,k_3\,B) + \\ + A'\,(B'''^2 - 2\,k_3\,B'' - k\,B''^2 - 2\,k_1\,B\,B'' + k_1\,B'^2) = 0,\end{aligned}$$

a z derivace rovnice 19. dle V

$$\begin{aligned}(2\,B'\,B''\,B''' - B''^3 - B\,B'''^2 + B\,B''\,B^{IV} - B'^2\,B^{IV})' + \\ + B'''\,(A''^2 - 2\,A'\,A''' + k_1\,A^2 + 2\,k_3\,A + kA'^2) + \\ + B'\,(A'''^2 - 2\,k_3\,A'' - k\,A''^2 - 2\,k_1\,A\,A'' + k_1\,A'^2) + k_3\,B'\,B'' - k_3\,B\,B''' = 0\end{aligned}$$

Uvážíme-li, že z relací pro A^{IV}, B^{IV} plyne

$$A'\,A^{IV} = \frac{1}{2}\,(2\,A'\,A''' - A''^2)' = k\,A'\,A'' + k_1\,A\,A' + k_3\,A',$$

tudíž

$$2\,A'\,A''' - A''^2 = k\,A'^2 + k_1\,A^2 + 2\,k_3\,A + k_6,$$

a

$$A'''\,A^{IV} = k\,A''\,A''' + k_1\,A\,A''' + k_3\,A''' = k\,A''\,A''' +$$

$$+ \frac{k_1}{2}\,(2\,A\,A'' - A'^2)' + k_3\,A''',$$

z čehož integrací

$$A'''^2 = k\,A''^2 + 2\,k_1\,A\,A'' - k_1\,A'^2 + 2\,k_3\,A'' + k_7,$$

a obdobně

$$2\,B'\,B''' - B''^2 = k\,B'^2 + k_1\,B^2 + 2\,k_3\,B + k_4$$

$$B'''^2 = k\,B'^2 + 2\,k_1\,B\,B'' - k_1\,B'^2 + 2\,k_3\,B'' + k_5,$$

dávají poslední dvě rovnice

$$2\,A'\,A''\,A''' - A''^3 - A\,A'''^2 + A\,A''\,A^{IV} - A'^2\,A^{IV} + k_3\,(A'^2 - A\,A'') -$$
$$- k_4\,A'' + k_5\,A - k_8 = 0,$$

$$2\,B'\,B''\,B''' - B''^3 - B\,B'''^2 + B\,B''\,B^{IV} - B'^2\,B^{IV} + k_3\,(B'^2 - B\,B'') -$$
$$- k_6\,B'' + k_7\,B + k_8 = 0$$

Rovnice 19) nabývá pak tvaru

$$k_8 + B''\,(k_4 + A''^2 - 2\,A'\,A''' + k_1\,A^2 + 2\,k_3\,A + k\,A'^2) +$$
$$+ B\,(A'''^2 - 2\,k_3\,A'' - k\,A''^2 - 2\,k_1\,A\,A'' + k_1\,A'^2 - k_5) = 0,$$

nebo

$$k_8 + B''\,(k_1 - k_6) + B\,(k_7 - k_5) = 0,$$

tedy vzhledem na $\left(\frac{B'''}{B'}\right) \neq 0$

$$k_6 = k_4, \qquad k_7 = k_5, \qquad k_8 = 0.$$

Splňují tudíž rovnici 19) relace

24.

$A^{IV} = k\,A'' + k_1\,A + k_3$	$B^{IV} = k\,B'' + k_1\,B + k_3$
$A''^2 - 2\,A'\,A''' = -k_1\,A^2 - k\,A'^2 - 2\,k_3\,A - k_4$	$B''^2 - 2\,B'\,B''' = -k_1\,B^2 - k\,B'^2 - 2\,k_3\,B - k_4$
$A'''^2 = k\,A'^2 + 2\,k_1\,A\,A'' - k_1\,A'^2 + 2\,k_3\,A'' + k_5$	$B'''^2 = k\,B'^2 + 2\,k_1\,B\,B'' - k_1\,B'^2 + 2\,k_3\,B'' + k_5.$

Systém rovnic těchto dlužno řešiti tak, by splněny byly rovnice 18). Označíme-li

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{k}{2} + \sqrt{\frac{k^2}{4} + k_1}}, \qquad \lambda_2 = \sqrt{\frac{k}{2} - \sqrt{\frac{k^2}{4} + k_1}}$$

dávají první rovnice systému 24) pro $\lambda_1 \neq \lambda_2$

$$A = C_1 e^{\lambda_1 U} + C_2 e^{-\lambda_1 U} + C_3 e^{\lambda_2 U} + C_4 e^{-\lambda_2 U} - \frac{k_3}{k_1}$$

$$B = C_5 e^{\lambda_1 V} + C_6 e^{-\lambda_1 V} + C_7 e^{\lambda_2 V} + C_8 e^{-\lambda_2 V} - \frac{k_3}{k_1}.$$

Dosadíme-li do zbývajících rovnic 24), obdržíme pro konstanty podmínky

$$-4 C_1 C_2 \lambda_1^4 - 4 C_3 C_4 \lambda_2^4 + 4 C_1 C_2 \lambda_1^2 \lambda_2^2 + 4 C_3 C_4 \lambda_1^2 \lambda_2^2 = k_4 - \frac{k_3^2}{k_1}$$

$$-4 C_1 C_2 \lambda_1^6 - 4 C_3 C_4 \lambda_2^6 + 4 C_1 C_2 \lambda_1^4 \lambda_2^2 + 4 C_3 C_4 \lambda_1^2 \lambda_2^4 = k_5$$

nebo

$$4 C_1 C_2 \lambda_1^4 (\lambda_2^2 - \lambda_1^2) - 4 C_3 C_4 \lambda_2^4 (\lambda_2^2 - \lambda_1^2) = k_5$$

$$4 C_1 C_2 \lambda_1^2 (\lambda_2^2 - \lambda_1^2) - 4 C_3 C_4 \lambda_2^2 (\lambda_2^2 - \lambda_1^2) = k_4 - \frac{k_3^2}{k_1}.$$

Podobné výrazy plynou pro konstanty ve funkci B, tudíž musí býti

24*. $$C_1 C_2 = C_5 C_6, \qquad C_3 C_4 = C_7 C_8.$$

Pomocí těchto relací rozloží se výrazy $\frac{f''}{f'}$, $\frac{f'''}{f'}$ v součiny funkcí argumentu $U + V$, resp. $U - V$. Po náležitém zjednodušení obdržíme při $C_7 \neq 0$

$$\frac{3 f''}{f'} = -(\lambda_1 + \lambda_2) \frac{C_5 C_7 e^{\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}(U+V)} + C_2 C_4 e^{-\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}(U+V)} - C_5 C_7 e^{\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}(U+V)} - C_2 C_4 e^{-\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}(U+V)} - C_4 C_5 e^{\frac{\lambda_1-\lambda_2}{2}(U+V)} - C_2 C_7 e^{-\frac{\lambda_1-\lambda_2}{2}(U+V)}}{-C_4 C_5 \frac{\lambda_1+\lambda_2}{\lambda_1-\lambda_2} e^{\frac{\lambda_1-\lambda_2}{2}(U+V)} + C_2 C_7 \frac{\lambda_1+\lambda_2}{\lambda_1-\lambda_2} e^{-\frac{\lambda_1-\lambda_2}{2}(U+V)}}$$

$$\frac{2 f'''}{f'} = \lambda_1 \lambda_2 \frac{C_5 C_7 e^{\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}(U+V)} - C_2 C_4 e^{-\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}(U+V)} + C_5 C_7 e^{\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}(U+V)} - C_2 C_4 e^{-\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}(U+V)} + C_4 C_5 \frac{\lambda_1+\lambda_2}{\lambda_1-\lambda_2} e^{\frac{\lambda_1-\lambda_2}{2}(U+V)} - C_2 C_7 \frac{\lambda_1+\lambda_2}{\lambda_1-\lambda_2} e^{-\frac{\lambda_1-\lambda_2}{2}(U+V)}}{-C_4 C_5 \frac{\lambda_1+\lambda_2}{\lambda_1-\lambda_2} e^{\frac{\lambda_1-\lambda_2}{2}(U+V)} + C_2 C_7 \frac{\lambda_1+\lambda_2}{\lambda_1-\lambda_2} e^{-\frac{\lambda_1-\lambda_2}{2}(U+V)}}.$$

Srovnáním vychází nemožnost supposice $C_7 \neq 0$. Pro $C_7 = 0$ musí i $C_3 C_4 = 0$ dle rovnice 24*). Pro obě supposice $C_3 = 0$, $C_7 = 0$, a $C_4 = 0$, $C_7 = 0$ dospějeme k výsledku, že

$$\frac{f''}{f'} = \text{konst.}, \qquad \frac{f'''}{f'} = \text{konst.},$$

vyloučíme-li případy, kdy jmenovatel výrazů 18. vymizí.

Budiž $\lambda_1 = \lambda_2$, t. j. $k_1 = -\frac{k^2}{4}$, tedy

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \sqrt{\frac{k}{2}} = \lambda, \qquad k = 2\lambda^2, \qquad k_1 = -\lambda^4.$$

První rovnice systému 24. dávají

$$A = (C_1 + C_2 U)\, e^{\frac{k}{2}U} + (C_3 + C_4 U)\, e^{-\frac{k}{2}U} - \frac{k_3}{k_1},$$

$$B = (C_5 + C_6 V)\, e^{\frac{k}{2}V} + (C_7 + C_8 V)\, e^{-\frac{k}{2}V} - \frac{k_3}{k_1}.$$

Zbývající rovnice 24) skytají relace mezi konstantami

$$8\lambda^3 C_1 C_4 - 8\lambda^3 C_2 C_3 + 16\lambda^2 C_2 C_4 = k_4 - \frac{k_3^2}{k_1},$$

$$8\lambda^3 C_5 C_8 - 8\lambda^3 C_6 C_7 + 16\lambda^2 C_6 C_8 = k_4 - \frac{k_3^2}{k_1},$$

$$32\lambda^4 C_2 C_4 + 8\lambda^5 C_1 C_4 - 8\lambda^5 C_2 C_3 = k_5,$$

$$32\lambda^4 C_6 C_8 + 8\lambda^5 C_5 C_8 - 8\lambda^5 C_6 C_7 = k_5.$$

Rozdíly rovnic dávají

$$\lambda (C_1 C_4 - C_2 C_3 + C_6 C_7 - C_5 C_8) + 2 (C_2 C_4 - C_6 C_8) = 0$$

$$\lambda (C_1 C_4 - C_2 C_3 + C_6 C_7 - C_5 C_8) + 4 (C_2 C_4 - C_6 C_8) = 0,$$

tudíž

25. $$C_2 C_4 = C_6 C_8, \qquad C_1 C_4 - C_2 C_3 = C_5 C_8 - C_6 C_7.$$

Z rovnic 18. obdržíme po náležité redukci, za předpokladu $C_2 \neq 0$

$$\frac{3f''}{f'} = -2\lambda \frac{C_2^2 e^{\lambda(U+V)} + C_8^2 e^{-\lambda(U+V)} + 2C_2 C_8}{C_2^2 e^{\lambda(U+V)} - C_8^2 e^{-\lambda(U+V)} + 2\lambda C_2 C_8 (U+V) + 2\lambda (C_1 C_8 + C_2 C_7)}$$

$$\frac{2f'''}{f'} = -\lambda^2 \frac{-C_2^2 e^{\lambda(U+V)} + C_8^2 e^{-\lambda(U+V)} + 2\lambda C_2 C_8 (U+V) + 2\lambda (C_1 C_8 + C_2 C_7)}{C_2^2 e^{\lambda(U+V)} - C_8^2 e^{-\lambda(U+V)} + 2\lambda C_2 C_8 (U+V) + 2\lambda (C_1 C_8 + C_2 C_7)}.$$

Rovnice tyto nelze splniti za uvedené supposice, musí tedy býti $C_2 = 0$, a poněvadž na C_4, C_6 nezáleží, jest dle 25.

$$C_8 = 0.$$

Po jednoduchém výpočtu vychází nemožnost supposice $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda \neq 0$, jakož i $\lambda_2 = \lambda$, $\lambda_1 = 0$, kdež obdržíme jen

$$\frac{f'''}{f'} = \text{konst.}; \quad \frac{f''}{f'} = \text{konst.}$$

Pro $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, t. j. $k = 0$, $k_1 = 0$ redukují se rovnice 24. na

$$A^{IV} = k_3, \quad 2\,A'\,A''' - A''^2 = 2\,k_3\,A + k_4, \quad A'''^2 = 2\,k_3\,A'' + k_5$$
$$B^{IV} = k_3, \quad 2\,B'\,B''' - B''^2 = 2\,k_3\,B + k_4, \quad B'''^2 = 2\,k_3\,B'' + k_5,$$

tudíž

$$A = \frac{k_3}{24}\,U^4 + \frac{C_1}{6}\,U^3 + \frac{C_2}{2}\,U^2 + C_3\,U + C_4\,,$$

$$B = \frac{k_3}{24}\,V^4 + \frac{C_5}{6}\,V^3 + \frac{C_6}{2}\,V^2 + C_7\,V + C_8,$$

při čemž konstanty jsou vázány relacemi

$$2\,C_1\,C_3 - C_2^2 - 2\,k_3\,C_4 = k_4, \qquad C_1^2 - 2\,k_3\,C_2 = k_5$$
$$2\,C_5\,C_7 - C_6^2 - 2\,k_3\,C_8 = k_4, \qquad C_5^2 - 2\,k_3\,C_6 = k_5\,.$$

Utvoříme-li rozdíly předchozích rovnic, obdržíme

26.
$$C_1^2 - C_5^2 - 2\,k_3\,(C_2 - C_6) = 0$$
$$2\,(C_1\,C_3 - C_5\,C_7) - (C_2^2 - C_6^2) - 2\,k_3\,(C_4 - C_8) = 0.$$

Vypočteme-li výrazy v rovnicích 18 a rozložíme v součiny funkcí argumentů $(U + V)$, resp. $(U - V)$, obdržíme po zkrácení

27.
$$\frac{3\,f''}{f'} = -\frac{6\,k_3^2\,(U+V)^2 + 12\,k_3\,(C_1+C_5)\,(U+V) + 6\,(C_1+C_5)^2}{k_3^2\,(U+V)^3 + 3\,k_3\,(C_1+C_5)\,(U+V)^2 + 3\,(C_1+C_5)^2\,(U+V) - 6\,(2\,k_3\,C_3 + 2\,k_3\,C_7 - C_1\,C_2 - C_1\,C_6 - C_5\,C_6 - C_2\,C_5)}$$

$$\frac{2\,f'''}{f'} = 12\,k_3\,\frac{k_3\,(U+V) + C_1 + C_5}{k_3^2\,(U+V)^3 + 3\,k_3\,(C_1+C_5)\,(U+V)^2 + 3\,(C_1+C_5)^2\,(U+V) - 6\,(2\,k_3\,C_3 + 2\,k_3\,C_7 - C_1\,C_2 - C_1\,C_6 - C_5\,C_6 - C_2\,C_5)}$$

při předpokladu $k_3 \neq 0$.

Po náležité redukci plyne pro existenci rovnic 27. relace mezi konstantami

$$28. \qquad 2 k_3 C_3 + 2 k_3 C_7 - C_1 C_2 - C_1 C_6 - C_5 C_6 - C_2 C_5 = - \frac{(C_1 + C_5)^3}{6 k_3} .$$

Uvedené rovnice nabývají pak tvaru

$$\frac{f''}{f'} = - \frac{2 k_3}{k_3 (U + V) + C_1 + C_5} \qquad \frac{f'''}{f'} = \frac{6 k_3^2}{[k_3 (U + V) + C_1 + C_5]^2},$$

z čehož jde integrací

$$f' = \frac{k_3'}{[k_3 (U + V) + C_1 + C_5]^2}.$$

Z rovnic pro A a B plyne

$$29. \qquad \begin{aligned} U'^2 &= \frac{k_3}{24} U^4 + \frac{C_1}{6} U^3 + \frac{C_2}{2} U^2 + C_3 U + C_4 \\ V'^2 &= \frac{k_3}{24} V^4 + \frac{C_5}{6} V^3 + \frac{C_6}{2} V^2 + C_7 V + C_8 \end{aligned}$$

Označíme-li quadratické invarianty první formy g_2, g_3, druhé g'_2, g'_3, obdržíme

$$g_2 = \frac{1}{48} (2 k_3 C_4 - 2 C_1 C_3 + C_2^2),$$

$$g_3 = \frac{1}{3456} (12 k_3 C_2 C_4 + 6 C_1 C_2 C_3 - 2 C_2^3 - 9 k_3 C_3^2 - 6 C_1^2 C_4).$$

Dle druhé rovnice 26. jest

$$C_2^2 - 2 C_1 C_3 + 2 k_3 C_4 = C_6^2 - 2 C_5 C_7 + 2 k_3 C_8,$$

tudíž

$$g'_2 = g_2.$$

Z podmínečných rovnic 26. a 28. vypočteme C_6, C_7, C_8 a dosadíme do

$$g'_3 = \frac{1}{3456} (12 k_3 C_6 C_8 + 6 C_5 C_6 C_7 - 2 C_6^3 - 9 k_3 C_7^2 - 6 C_5^2 C_8) .$$

Po náležité redukci plyne

$$g_3' = \frac{1}{3456} (12 k_3 C_2 C_4 + 6 C_1 C_2 C_3 - 2 C_2^3 - 9 k_3 C_3^2 - 6 C_1^2 C_4) ,$$

tedy

$$g_3' = g_3.$$

Klademe-li dále

$$p\,\alpha = \frac{C_1^2 - 2\,k_3\,C_2}{24\,k_3}, \qquad p'\,\alpha = \frac{1}{144\,k_3}\sqrt{\frac{6}{k_3}}\,(C_1^3 - 2\,k_3\,C_1\,C_2 + 3\,k_3^2\,C_3),$$

obdržíme z rovnic 29.

$$U + \frac{C_1}{k_3} = \sqrt{\frac{6}{k_3}}\,\frac{p'\,u - p'\,\alpha}{p\,u - p\,\alpha}, \qquad V + \frac{C_5}{k_3} = \sqrt{\frac{6}{k_3}}\,\frac{p'\,v + p'\,\alpha}{p\,v - p\,\alpha},$$

tedy

$$U' = 2\sqrt{\frac{6}{k_3}}\,[p\,u - p\,(u+\alpha)], \qquad V' = 2\sqrt{\frac{6}{k_3}}\,[p\,v - p\,(v-\alpha)].$$

Rovnice 7. dává pro tyto hodnoty výraz

30. $$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = \frac{4\,k_3'}{k_3^2}\,\frac{[p\,u - p\,(u+\alpha)]\,[p\,v - p\,(v-\alpha)]}{\left(\frac{p'\,u - p'\,\alpha}{p\,u - p\,\alpha} + \frac{p'\,v + p'\,\alpha}{p\,v - p\,\alpha}\right)^2}.$$

Dle známých vztahů mezi funkcemi elliptickými lze psáti

$$\frac{p'\,u - p'\,\alpha}{p\,u - p\,\alpha} + \frac{p'\,v + p'\,\alpha}{p\,v - p\,\alpha} = -2\,[\zeta\,u - \zeta\,(u+\alpha) + \zeta\,\alpha] -$$

$$-2\,[\zeta\,v - \zeta\,(v-\alpha) - \zeta\,\alpha] = -2\left(\frac{\sigma\,\alpha}{\sigma_1\,\alpha}\,\frac{\sigma_1\,u}{\sigma\,u}\,\frac{\sigma_1\,(u+\alpha)}{\sigma\,(u+\alpha)} + \frac{\sigma_2\,\alpha}{\sigma\,\alpha}\,\frac{\sigma_3\,\alpha}{\sigma_1\,\alpha} -\right.$$

$$\left. - \frac{\sigma\,\alpha}{\sigma_1\,a}\,\frac{\sigma_1\,v}{\sigma\,v}\,\frac{\sigma_1\,(v-\alpha)}{\sigma\,(v-\alpha)} - \frac{\sigma_2\,\alpha}{\sigma\,\alpha}\,\frac{\sigma_3\,\alpha}{\sigma_1\,\alpha}\right) =$$

$$= -\frac{\sigma\,\alpha}{\sigma_1\,\alpha\,\sigma\,u\,\sigma\,v\,\sigma\,(u+\alpha)\,\sigma\,(v-\alpha)}\,[\sigma_1\,u\,\sigma\,v\,\sigma_1\,(u+\alpha)\,\sigma\,(v-\alpha) -$$

$$- \sigma\,u\,\sigma_1\,v\,\sigma\,(u+\alpha)\,\sigma_1\,(v-\alpha)].$$

Dle vzorce [C] 1 (Schwarz) platí

$$\sigma_1\,(u+\alpha)\,\sigma_1\,u\,\sigma\,(v+\alpha)\,\sigma\,v - \sigma\,(u+\alpha)\,\sigma\,u\,\sigma_1\,(v+\alpha)\,\sigma_1\,v =$$
$$= -\sigma_1\,\alpha\,\sigma\,(u+v+\alpha)\,\sigma\,(u-v),$$

a při záměně znamení v

$$\sigma_1\,(u+\alpha)\,\sigma_1\,u\,\sigma\,(v-\alpha)\,\sigma\,v - \sigma\,(u+\alpha)\,\sigma\,u\,\sigma_1\,(v-\alpha)\,\sigma_1\,v =$$
$$= -\sigma_1\,\alpha\,\sigma\,(u-v+\alpha)\,\sigma\,(u+v).$$

Lze pak psáti

$$\frac{p'u - p'\alpha}{pu - p\alpha} + \frac{p'v + p'\alpha}{pv - p\alpha} = 2\,\frac{\sigma\alpha\,\sigma(u+v)\,\sigma(u-v+\alpha)}{\sigma u\,\sigma v\,\sigma(u+\alpha)\,\sigma(v-\alpha)},$$

Dále platí

$$[pu - p(u+\alpha)]\,[pv - p(v-\alpha)]$$

$$= \left[\frac{\sigma_1^2 u}{\sigma^2 u} - \frac{\sigma_1^2(u+\alpha)}{\sigma^2(u+\alpha)}\right]\left[\frac{\sigma_1^2 v}{\sigma^2 v} - \frac{\sigma_1^2(v-\alpha)}{\sigma^2(v-\alpha)}\right] =$$

$$= \frac{[\sigma_1^2 u\,\sigma^2(u+\alpha) - \sigma^2 u\,\sigma_1^2(u+\alpha)]\,[\sigma_1^2 v\,\sigma^2(v-\alpha) - \sigma^2 v\,\sigma_1^2(v-\alpha)]}{\sigma^2 u\,\sigma^2 v\,\sigma^2(u+\alpha)\,\sigma^2(v-\alpha)}.$$

Rozložíme čítatele posledního výrazu ve faktory

$$[\sigma_1 u\,\sigma(u+\alpha) + \sigma u\,\sigma_1(u+\alpha)]\,[\sigma_1 v\,\sigma(v-\alpha) - \sigma v\,\sigma_1(v-\alpha)]\,[\sigma_1 u\,\sigma(u+\alpha) -$$
$$- \sigma u\,\sigma_1(u+\alpha)]\,[\sigma_1 v\,\sigma(v-\alpha) + \sigma v\,\sigma_1(v-\alpha)]$$

a použijeme vzorců (Schwarz) tabule [C] 16, 19

$$\sigma u\,\sigma v\,\sigma_1(u+\alpha)\,\sigma_1(v-\alpha) - \sigma_1 u\,\sigma_1 v\,\sigma(u+\alpha)\,\sigma(v-\alpha) =$$
$$= \sigma\alpha\,\sigma(u-v+\alpha)\,\sigma_1(u+v)$$

$$\sigma_1 u\,\sigma v\,\sigma(u+\alpha)\,\sigma_1(v-\alpha) - \sigma u\,\sigma_1 v\,\sigma_1(u+\alpha)\,\sigma(v-\alpha) =$$
$$= \sigma\alpha\,\sigma_1(u-v+\alpha)\,\sigma(u+v).$$

Součiny v předchozím výrazu dávají jednou součet, po druhé rozdíl těchto vzorců, pročež výraz ten nabývá tvaru

$$\sigma^2\alpha\,[\sigma^2(u-v+\alpha)\,\sigma_1^2(u+v) - \sigma_1^2(u-v+\alpha)\,\sigma^2(u+v)].$$

Vložíme-li příslušné výrazy do rovnice 30., obdržíme

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = \frac{k_3'}{k_3^2}\,\frac{\sigma^2(u-v+\alpha)\,\sigma_1^2(u+v) - \sigma_1^2(u-v+\alpha)\,\sigma^2(u+v)}{\sigma^2(u+v)\,\sigma^2(u-v+\alpha)},$$

z čehož jde

IX. $$F^2 = \frac{k_3'}{k_3^2}\,\frac{\sigma_1^2(u+v)}{\sigma^2(u+v)}, \quad \frac{1}{\Phi^2} = -\frac{k_3'}{k_3^2}\,\frac{\sigma_1^2(u-v+\alpha)}{\sigma^2(u-v+\alpha)}.$$

Specielní příklad nastává pro

$$C_1 = C_5, \quad C_2 = C_6, \quad C_3 = C_7, \quad C_4 = C_8,$$

kdy rovnice 26. jsou identicky splněny, rovnice 28. pak dává

$$3\,(k_3 C_3 - C_1 C_2) + \frac{C_1^3}{k_3} = 0,$$

Dále platí

$$p\,\alpha = \frac{C_1^2 - 2\,k_3 C_2}{24\,k_3}, \qquad p'\,\alpha = 0,$$

tudíž

$$\alpha = \omega_1,$$

označíme-li

$$\frac{C_1^2 - 2\,k_3 C_2}{24\,k_3} = e_1.$$

Poněvadž

$$\sigma_1\,\omega_1 = 0,$$

dlužno výpočty předchozí příslušně modifikovati. Rovnice 29. dávají

$$U + \frac{C_1}{k_3} = \sqrt{\frac{6}{k_3}}\,\frac{p'\,u}{p\,u - e_1}, \qquad V + \frac{C_1}{k_3} = \sqrt{\frac{6}{k_3}}\,\frac{p'\,v}{p\,v - e_1},$$

z čehož plyne

$$U' = 2\sqrt{\frac{6}{k_3}}\,[p\,u - p\,(u + \omega_1)], \qquad V' = 2\sqrt{\frac{6}{k_3}}\,[p\,v - p\,(v + \omega_1)].$$

Rovnice 7. dává pro tyto hodnoty

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = 4\,\frac{k_3'}{k_3^2}\,\frac{[p\,u - p\,(u + \omega_1)]\,[p\,v - p\,(v + \omega_1)]}{\left(\dfrac{p'\,u}{p\,u - e_1} + \dfrac{p'\,v}{p\,v - e_1}\right)^2},$$

a ježto platí

$$[p\,u - p\,(u + \omega_1)]\,[p\,v - p\,(v + \omega_1)] =$$

$$= \left(p\,u - e_1 - \frac{(e_1 - e_2)\,(e_1 - e_3)}{p\,u - e_1}\right)\left(p\,v - e_1 - \frac{(e_1 - e_2)\,(e_1 - e_3)}{p\,v - e_1}\right) =$$

$$= \left(\frac{\sigma_1^2\,u}{\sigma^2\,u} - (e_1 - e_2)\,(e_1 - e_3)\,\frac{\sigma^2\,u}{\sigma_1^2\,u}\right)\left(\frac{\sigma_1^2\,v}{\sigma^2\,v} - (e_1 - e_2)\,(e_1 - e_3)\,\frac{\sigma^2\,v}{\sigma_1^2\,v}\right) =$$

$$= \frac{1}{\sigma^2 u\,\sigma_1^2 u\,\sigma^2 v\,\sigma_1^2 v}\,[\sigma_1^2\,u\,\sigma_1^2\,v - (e_1 - e_2)\,(e_1 - e_3)\,\sigma^2\,u\,\sigma^2\,v +$$

$$+ \sqrt{(e_1 - e_2)\,(e_1 - e_3)}\,(\sigma^2\,u\,\sigma_1^2\,v - \sigma_1^2\,u\,\sigma^2\,v)]\,[\sigma_1^2\,u\,\sigma_1^2\,v -$$

$$- (e_1 - e_2)\,(e_1 - e_3)\,\sigma^2\,u\,\sigma^2\,v + \sqrt{(e_1 - e_2)\,(e_1 - e_3)}\,(\sigma_1^2\,u\,\sigma^2\,v - \sigma^2\,u\,\sigma_1^2\,v)] =$$

$$= \frac{1}{\sigma^2 u\,\sigma_1^2 u\,\sigma^2 v\,\sigma_1^2 v}\,[\sigma_1^2\,(u + v)\,\sigma_1^2\,(u - v) - (e_1 - e_2)\,(e_1 - e_3)\,\sigma^2\,(u + v)\,\sigma^2\,(u - v)],$$

a

$$\frac{1}{2}\left(\frac{p'u}{pu-e_1}+\frac{p'v}{pv-e_1}\right)=-\frac{\sigma_2 u\,\sigma_3 u}{\sigma u\,\sigma_1 u}-\frac{\sigma_2 v\,\sigma_3 v}{\sigma v\,\sigma_1 v}=$$

$$=-\frac{1}{\sigma u\,\sigma_1 u\,\sigma v\,\sigma_1 v}(\sigma_2 u\,\sigma_3 u\,\sigma v\,\sigma_1 v+\sigma u\,\sigma_1 u\,\sigma_2 v\,\sigma_3 v)=$$

$$=-\frac{\sigma(u+v)\,\sigma_1(u-v)}{\sigma u\,\sigma_1 u\,\sigma v\,\sigma_1 v},$$

redukuje se hořejší výraz na

$$F^2+\frac{1}{\Phi^2}=\frac{k_3'}{k_3^2}\,\frac{\sigma_1^2(u+v)\,\sigma_1^2(u-v)-(e_1-e_2)(e_1-e_3)\,\sigma^2(u+v)\,\sigma^2(u-v)}{\sigma^2(u+v)\,\sigma_1^2(u-v)},$$

z čehož

$$\text{IX*}\quad F^2=\frac{k_3'}{k_3^2}\,\frac{\sigma_1^2(u+v)}{\sigma^2(u+v)},\qquad \frac{1}{\Phi^2}=-\frac{k_3'}{k_3^2}(e_1-e_2)(e_1-e_3)\,\frac{\sigma^2(u-v)}{\sigma_1^2(u-v)}.$$

Výsledek tento plyne i přímo z rovnic IX., ježto

$$\frac{\sigma_1^2(u-v+\omega_1)}{\sigma^2(u-v+\omega_1)}=\frac{\sigma_2^2\omega_1\,\sigma_3^2\omega_1}{\sigma_4\omega_1}\cdot\frac{\sigma^2(u-v)}{\sigma_1^2(u-v)}=$$

$$=(p\omega_1-e_2)(p\omega_1-e_3)\,\frac{\sigma^2(u-v)}{\sigma_1^2(u-v)}=(e_1-e_2)(e_1-e_3)\,\frac{\sigma^2(u-v)}{\sigma_1^2(u-v)}.$$

Při odvozování výrazů IX. bylo předpokládáno, že $k_3\neq 0$. Budiž $k_3=0$. Rovnice 29. dávají v tomto případě

$$31.\quad U'^2=\frac{C_1}{6}U^3+\frac{C_2}{2}U^2+C_3U+C_4,\quad V'^2=\frac{C_5}{6}V^3+\frac{C_6}{2}V^2+C_7V+C_8,$$

rovnice 26. pak

$$C_1^2-C_5^2=0,\qquad 2(C_1C_3-C_5C_7)=C_2^2-C_6^2$$

Použitím těchto relací redukují se výrazy 27. pro $C_5=-C_1$ na

$$\frac{f''}{f'}=-2\,\frac{C_1^2(U+V)^2+2C_1(C_2-C_6)(U+V)+(C_2-C_6)^2}{C_1^2(U+V)^3+3C_1(C_2-C_6)(U+V)^2+}$$

$$\overline{+3(C_2-C_6)^2(U+V)-6(2C_1C_4-2C_1C_8-C_2C_3+C_3C_6+C_2C_7-C_6C_7)}$$

$$\frac{f'''}{f'}=6C_1\,\frac{C_1(U+V)+C_2-C_6}{C_1^2(U+V)^3+3C_1(C_2-C_6)(U+V)^2+}$$

$$\overline{+3(C_2-C_6)^2(U+V)-6(2C_1C_4-2C_1C_8-C_2C_3+C_3C_6+C_2C_7-C_6C_7)}.$$

Aby rovnice tyto byly splněny, musí platiti

$$[C_1 (U + V) + C_2 - C_6] [(C_2 - C_6)^3 +$$
$$+ 6 C_1 (2 C_1 C_4 - 2 C_1 C_8 - C_2 C_3 + C_3 C_6 + C_2 C_7 - C_6 C_7)] = 0.$$

Nehledíme-li tudíž k případu, kdy elliptické funkce se redukují na nižší transcendenty, obdržíme

$$\frac{f''}{f'} = -\frac{2 C_1}{C_1 (U+V) + C_2 - C_6}, \quad \frac{f'''}{f'} = \frac{6 C_1^2}{[C_1 (U+V) + C_2 - C_6]^2},$$

z čehož jde integrací

$$f' = \frac{k_3'}{[C_1 (U+V) + C_2 - C_6]^2}.$$

Označíme-li quadratické invarianty forem 31. g_2, g_3, resp. g_2', g_3', obdržíme

$$g_2 = \frac{1}{48} (C_2^2 - 2 C_1 C_3), \quad g_3 = \frac{1}{1728} (3 C_1 C_2 C_3 - 3 C_1^2 C_4 - C_2^3),$$

a pomocí relací pro konstanty C_k

$$g'_2 = \frac{1}{48} (C_6^2 + 2 C_1 C_7) = \frac{1}{48} (C_2^2 - 2 C_1 C_3) = g_2$$

$$g_3' = -\frac{1}{1728} (3 C_1 C_6 C_7 + 3 C_1^2 C_8 + C_6^3) = \frac{1}{1728} (3 C_1 C_2 C_3 - 3 C_1^2 C_4 - C_2^3) = g_3,$$

tudíž

$$U + \frac{C_2}{C_1} = \frac{24}{C_1} p u, \quad V - \frac{C_6}{C_1} = -\frac{24}{C_1} p v,$$

$$U' = \frac{24}{C_1} p' u, \quad V' = -\frac{24}{C_1} p' v.$$

Rovnice 7. dává pro tyto hodnoty

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = -\frac{k_3'}{C_1^2} \frac{p' u \, p' v}{(p u - p v)^2} = -\frac{k_3'}{C_1^2} \frac{\sigma^4 u \, \sigma^4 v \, p' u \, p' v}{(\sigma_1^2 u \, \sigma^2 v - \sigma_1^2 v \, \sigma^2 u)^2}.$$

Ježto dle známých vztahů platí

$$p' u \, p' v \, \sigma^4 u \, \sigma^4 v = \sigma^2 (u + v) \, \sigma_1^2 (u - v) - \sigma_1^2 (u + v) \, \sigma^2 (u - v),$$
$$\sigma^2 u \, \sigma_1^2 v - \sigma_1^2 u \, \sigma^2 v = \sigma (u + v) \, \sigma (u - v),$$

možno psáti hořejší rovnice

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = -\frac{k_3'}{C_1^2} \frac{\sigma^2(u+v)\,\sigma_1^2(u-v) - \sigma_1^2(u+v)\,\sigma^2(u-v)}{\sigma^2(u+v)\,\sigma^2(u-v)},$$

z čehož plyne

X. $$F^2 = \frac{k_3'}{C_1^2} \frac{\sigma_1^2(u+v)}{\sigma^2(u+v)}, \quad \frac{1}{\Phi^2} = -\frac{k_3'}{C_1^2} \frac{\sigma_1^2(u-v)}{\sigma^2(u-v)}.$$

Supposice

$$C_1 = C_5$$

vede na

$$\frac{3f''}{f'} = \frac{2C_1}{C_1(U+V) + C_2 + C_6}, \quad \frac{f'''}{f'} = 0,$$

z čehož nutně plyne

$$C_1 = 0, \quad C_5 = 0, \quad C_2^2 = C_6^2, \quad f' = konst.$$

Řešení rovnic 24) v obecném případě vedlo též k hodnotám

$$\frac{f''}{f'} = konst, \quad \frac{f'''}{f'} = \; = konst,$$

kteréžto případy dlužno vyšetřiti zvláště. Patrně musí býti, označíme-li

$$\frac{3f''}{f'} = k, \quad \frac{2f'''}{f'} = \frac{2k^2}{9}.$$

Jedná se pak o současné řešení funkcionálních rovnic 18.

$$\frac{(A-B)(A''' + B''') - (A' + B')(A'' - B'')}{(A-B)(A'' + B'') - (A'^2 - B'^2)} = -k;$$

32.

$$\frac{A''^2 - B''^2 - (A' - B')(A''' + B''')}{(A-B)(A'' + B'') - (A'^2 - B'^2)} = \frac{2k^2}{9}.$$

Upravíme-li rovnice tyto a postupně derivujeme dle argumentů U, V, obdržíme z první

$$\left(\frac{A''}{A'}\right)'\left(\frac{B'''}{B'}\right)' - \left(\frac{A'''}{A'}\right)'\left(\frac{B''}{B'}\right)' = 0,$$

z druhé

$$\left(\frac{A^{IV}}{A'}\right)'\left(\frac{B''}{B'}\right)' - \left(\frac{A''}{A'}\right)'\left(\frac{B^{IV}}{B'}\right)' = 0.$$

Nepředpokládáme-li $\frac{A''}{A'} = konst$ neb $\frac{B''}{B'} = konst$, musí býti

$$\left(\frac{A'''}{A'}\right)' = k_1 \left(\frac{A''}{A'}\right)', \quad \left(\frac{B'''}{B'}\right)' = k_1 \left(\frac{B''}{B'}\right)'.$$

Dosazujeme-li postupně do rovnic vzniklých derivacemi rovnic 32., obdržíme, že rovnice ty jsou splněny výrazy

$$A'' + k A' + \frac{2 k^2}{9} A + \frac{k_2}{k} = 0, \quad B'' + k B' + \frac{2 k^2}{9} B + \frac{k_2}{k} = 0.$$

Klademe-li krátce $\frac{2 k^2}{9} = m$, obdržíme integrací předchozích rovnic

$$A = C_1 e^{-\frac{k}{3} U} + C_2 e^{-\frac{2k}{3} U} - \frac{k_2}{k m}, \quad B = C_3 e^{-\frac{k}{3} V} + C_4 e^{-\frac{2k}{3} V} - \frac{k_2}{k m},$$

a dále

$$\frac{d U}{\sqrt{C_1 e^{-\frac{k}{3} U} + C_2 e^{-\frac{2k}{3} U} - \frac{k_2}{k m}}} = d u;$$

$$\frac{d V}{\sqrt{C_3 e^{-\frac{k}{3} V} + C_4 e^{-\frac{2k}{3} V} - \frac{k_2}{k m}}} = d v.$$

Integrací jde pro $\frac{k_2}{k m} > 0$

$$e^{-\frac{k}{3} U} = \frac{2 k_2}{k m} \frac{1}{C_1 + \sqrt{C_1^2 + \frac{4 k_2 C_2}{k m}} \sin \frac{k}{3} \sqrt{\frac{k_2}{k m}} u},$$

$$e^{-\frac{k}{3} V} = \frac{2 k_2}{k m} \frac{1}{C_3 + \sqrt{C_3^2 + \frac{4 k_2 C_4}{k m}} \sin \frac{k}{3} \sqrt{\frac{k_2}{k m}} v},$$

a poněvadž

$$f' = C e^{\frac{k}{3}(U+V)},$$

dává rovnice 7. pro $M = \frac{C k m}{8 k_2} \sqrt{\left(C_1^2 + \frac{4 k_2 C_2}{k m}\right)\left(C_3^2 + \frac{4 k_2 C_4}{k m}\right)}$

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = M \left[\cos \frac{k}{3} \sqrt{\frac{k_2}{k m}} (u + v) + \cos \frac{k}{3} \sqrt{\frac{k_2}{k m}} (u - v)\right],$$

z čehož jde

XI. $F^2 = M \cos \frac{k}{3} \sqrt{\frac{k_2}{k\,m}}\,(u+v), \quad \frac{1}{\Phi^2} = M \cos \frac{k}{3} \sqrt{\frac{k_2}{k\,m}}\,(u-v).$

Pro $\frac{k_2}{k\,m} < 0$ obdržíme

$$e^{-\frac{k}{3}U} = \frac{4\,k_2}{k\,m} \frac{1}{2\,C_1 - e^{\frac{k}{3}\sqrt{\frac{-k_2}{k\,m}}\,u} - \left(C_1^2 + \frac{4\,k_2 C_2}{k\,m}\right) e^{-\frac{k}{3}\sqrt{\frac{-k_2}{k\,m}}\,u}},$$

$$e^{-\frac{k}{3}V} = \frac{4\,k_2}{k\,m} \frac{1}{2\,C_3 - e^{\frac{k}{3}\sqrt{\frac{-k_2}{k\,m}}\,v} - \left(C_3^2 + \frac{4\,k_2 C_4}{k\,m}\right) e^{-\frac{k}{3}\sqrt{\frac{-k_2}{k\,m}}\,v}},$$

z rovnice 7. pak

$$F^2 = -\frac{k\,m\,C}{16\,k_2}\left[e^{\frac{k}{3}\sqrt{\frac{-k_2}{k\,m}}(u+v)} + \right.$$

$$\left. + \left(C_1^2 + \frac{4\,k_2 C_2}{k\,m}\right)\left(C_3^2 + \frac{4\,k_3 C_4}{k\,m}\right) e^{-\frac{k}{3}\sqrt{\frac{-k_2}{k\,m}}(u+v)}\right]$$

XI.*

$$\frac{1}{\Phi^2} = \frac{k\,m\,C}{16\,k_2}\left[\left(C_1^2 + \frac{4\,k_2 C_2}{k\,m}\right) e^{-\frac{k}{3}\sqrt{\frac{-k_2}{k\,m}}(u-v)} + \right.$$

$$\left. + \left(C_3^2 + \frac{4\,k_2 C_4}{k\,m}\right) e^{\frac{k}{3}\sqrt{\frac{-k_2}{k\,m}}(u-v)}\right].$$

V případě

$\left(\frac{A''}{A'}\right)' = 0$, tudíž $A'' = k_1 A'$, $A' = k_1 A - \frac{k_2}{m\,k_1}$, $A = C_3 e^{k_1 U} + \frac{k_2}{m\,k_1^2}$,

dávají rovnice 32. podmínečnou rovnici

$$(m + k_1^2 + k\,k_1)\,(m\,B'' - m\,k_1^2\,B + k_2) = 0.$$

$m + k_1^2 + k\,k_1 \neq 0$ skytá jen $\frac{f'''}{f'} = \frac{0}{0}$, tudíž případ již projednaný.

Pro $m + k_1^2 + k\,k_1 = 0$ nebo $k_1 = -\frac{k}{3}, \; -\frac{2\,k}{3}$

jde

$$B''' = \frac{m}{k_1} B'' + k_1^2 B' - m\,k_1 B + \frac{k_2}{k_1},$$

z čehož integrací plyne

$$B = C\,e^{k_1 V} + C_1\,e^{-k_1 V} + C_2\,e^{\frac{m}{k_1} V} + \frac{k_2}{m\,k_1^2}.$$

Rovnice 32. pak splněny jsou při podmínce

$$C\,C_1 = 0, \qquad C_1\,C_2 = 0.$$

Budiž $C_1 = 0$, kdy výraz pro B jest nejobecnější. Rovnice pro A a B dávají v tomto případě

$$A = C_3\,e^{k_1 U} + \frac{k_2}{m\,k_1^2}, \qquad B = C\,e^{k_1 V} + C_2\,e^{\frac{m}{k_1} V} + \frac{k_2}{m\,k_1^2},$$

tudíž jen specielní případ XI.*

Pro spec. hodnotu $k = 0$ redukují se rovnice 32. na

$$(A - B)\,(A''' + B''') - (A' + B')\,(A'' - B'') = 0$$
$$(A''^2 - B''^2) - (A' - B')\,(A''' + B''') = 0.$$

Postupnou derivací dle U, V dává rovnice první

$$A'\,A^{IV} - A^{IV}\,B' - A'''\,B'' + A''\,B''' = 0,$$

druhá

$$A^{IV}\,B'' - A''\,B^{IV} = 0,$$

z čehož jde jako jediný případ možný

$$A'' = k, \qquad B'' = k.$$

Integrací obdržíme

33. $$A = \frac{k}{2}\,U^2 + k_1\,U + k_2, \qquad B = \frac{k}{2}\,V^2 + k_3\,V + k_4,$$

a dále pro $k > 0$

$$U = \frac{1}{2\,k}\left[e^{\sqrt{\frac{k}{2}}\,u} + (k_1^2 - 2\,k\,k_2)\,e^{-\sqrt{\frac{k}{2}}\,u}\right] - k_1$$

$$V = \frac{1}{2\,k}\left[e^{\sqrt{\frac{k}{2}}\,v} + (k_3^2 - 2\,k\,k_4)\,e^{-\sqrt{\frac{k}{2}}\,v}\right] - k_3$$

Rovnice 7. dává pak pro

$$f' = C$$

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = \frac{C}{8k}\left[e^{\sqrt{\frac{k}{2}}(u+v)} - (k_1^2 - 2c\,c_2)\,e^{-\sqrt{\frac{k}{2}}(u-v)} - \right.$$

$$\left. - (k_3^2 - 2k\,k_4)\,e^{\sqrt{\frac{k}{2}}(u-v)} + (k_1^2 - 2k\,k_2)\,(k_3^2 - 2k\,k_4)\,e^{-\sqrt{\frac{k}{2}}(u+v)}\right],$$

tudíž

$$F^2 = \frac{C}{8k}\left[e^{\sqrt{\frac{k}{2}}(u+v)} + (k_1^2 - 2k\,k_2)\,(k_3^2 - 2k\,k_4)\,e^{-\sqrt{\frac{k}{2}}(u+v)}\right]$$

XII.

$$\frac{1}{\Phi^2} = -\frac{C}{8k}\left[(k_1^2 - 2k\,k_2)\,e^{-\sqrt{\frac{k}{2}}(u-v)} + (k_3^2 - 2k\,k_4)e^{\sqrt{\frac{k}{2}}(u-v)}\right].$$

Pro $k < 0$ jest

$$U = \frac{\sqrt{k_1^2 - 2k\,k_2}}{k}\sin\sqrt{-\frac{k}{2}}\,u - \frac{k_1}{k},$$

$$V = \frac{\sqrt{k_3^2 - 2k\,k_4}}{k}\sin\sqrt{-\frac{k}{2}}\,v - \frac{k_3}{k},$$

rovnice 7) dává pro tyto hodnoty, označíme-li

$$-\frac{C}{2k}\sqrt{k_1^2 - 2k\,k_2}\,\sqrt{k_3^2 - 2k\,k_4} = 2M,$$

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = 2M\cos\sqrt{-\frac{k}{2}}\,u\cos\sqrt{-\frac{k}{2}}\,v,$$

z čehož jde

XII.*

$$F^2 = M\cos\sqrt{-\frac{k}{2}}\,(u+v), \qquad \frac{1}{\Phi^2} = M\cos\sqrt{-\frac{k}{2}}\,(u-v)$$

Při vyšetřování obecného případu učiněn byl předpoklad, že $A' \neq 0$ Pro $A = k$ obdržíme jen případy I.

Pozoruhodné tvary pro funkce F a Φ vznikají, klademe-li v rovnicích 33. $k = 0$, tedy

$$A' = k_1, \qquad B' = k_2,$$

z čehož

$$A = k_1 U + k_3, \qquad B = k_2 V + k_4,$$

$$U' = \frac{k_1 u}{2}, \qquad V' = -\frac{k_2 v}{2}.$$

Rovnice 9. dávají pro tyto hodnoty

34. $$2 f''' (k_1 U - k_2 V + k_3 - k_4) + 3 f'' (k_1 - k_2) = 0,$$

$$(k_1 + k_2) f''' = 0,$$

Pro $k_2 = -k_1$ dává první z předchozích rovnic

$$\frac{f'''}{f''} = -\frac{3 k_1}{k_1 (U + V) + k_3 - k_4},$$

z čehož jde integrací

$$f' = \frac{C}{[k_1 (U + V) + k_3 - k_4]^2}.$$

Poněvadž pak

$$U' = \frac{k_1 u}{2}, \quad V' = -\frac{k_1 v}{2},$$

dává rovnice 7.

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = -\frac{4 C}{k_1^2} \frac{u v}{(u^2 - v^2)^2},$$

tudíž

XIII. $$F^2 = \frac{C}{k_1^2} \frac{1}{(u + v)^2}, \qquad \frac{1}{\Phi^2} = -\frac{C}{k_1^2} \frac{1}{(u - v)^2}.$$

Rovnice 34. jsou splněny též pro

$$f''' = 0, \qquad k_1 = k_2.$$

Rovnice 7. dává pak pro

$$A = k_1 U + k_3, \qquad B = k_1 V + k_4, \qquad f' = C (U + V) + C_1$$

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = \frac{k_1^2 C}{4} u v \left(\frac{k_1 u^2}{4} + \frac{k_1 v^2}{4} - \frac{k_3}{k_1} - \frac{k_4}{k_1} \right) + \frac{C_1 k_1^2}{4} u v,$$

tudíž

$$F^2 = \frac{k_1^2 C}{16} \left[\frac{k_1}{8} (u + v)^4 - \frac{k_3 + k_4}{k_1} (u + v)^2 \right] + \frac{k_1^2 C_1}{16} (u + v)^2,$$

XIV.

$$\frac{1}{\Phi^2} = -\frac{k_1^2 C}{16} \left[\frac{k_1}{8} (u - v)^4 - \frac{k_3 + k_4}{k_1} (u - v)^2 \right] - \frac{k_1^2 C_1}{16} (u - v)^2.$$

Je-li jeden systém čar geodetický, tedy na př. $U = 0$, dávají rovnice 2.

$$\eta_u - \eta_v \cos\omega = \eta \sin\omega\, \omega_v$$

$$\eta_u \cos\omega - \eta_v = V \sin\omega - \eta \sin\omega\, \omega_u,$$

a rovnice 6.

$$2V\left(\frac{\Phi'}{\Phi^3} + FF'\right) + V'\left(\frac{1}{\Phi^2} + F^2\right) = 0,$$

nebo

$$\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{\Phi^2} + F^2\right) V = 0,$$

z čehož jde

$$V\left(\frac{1}{\Phi^2} + F^2\right) = f(u)$$

Derivací dle u, resp. dle v obdržíme z poslední rovnice

$$2FF' - \frac{2\Phi'}{\Phi^3} = \frac{f'}{V'}; \quad 2FF' + \frac{2\Phi'}{\Phi^3} = -\frac{V'f}{V^2}.$$

Součet rovnic posledních dává

$$4FF' = \frac{f'}{V} - \frac{V'f}{V^2}$$

rozdíl pak

$$\frac{4\Phi'}{\Phi^3} = -\frac{f'}{V} - \frac{fV'}{V^2}.$$

Ježto má býti

$$\frac{\partial}{\partial u}(FF') = \frac{\partial}{\partial v}(FF'),$$

obdržíme funkcionální rovnici

$$\frac{f''}{V} - \frac{V'f'}{V^2} = -\frac{f'V'}{V^2} - \frac{V''f}{V^2} + \frac{2V'^2 f}{V^3}$$

tudíž

35. $$\frac{f''}{f} = -\frac{V''}{V} + \frac{2V'^2}{V^2} = k.$$

Integrací těchto rovnic obdržíme pro $k > 0$

$$f = C_1 e^{\sqrt{k}u} + C_2 e^{\sqrt{k}u}, \quad V = \frac{2\sqrt{k}}{C_3^2 e^{-\sqrt{k}v} - e^{\sqrt{k}v}},$$

tudíž

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = \frac{f}{V} = \frac{C_3^2 e^{-\sqrt{k}v} - e^{\sqrt{k}v}}{2\sqrt{k}} (C_1 e^{\sqrt{k}u} + C_2 e^{-\sqrt{k}u}),$$

z čehož jde

$$F^2 = \frac{1}{2\sqrt{k}} [C_3^2 C_2 e^{-\sqrt{k}(u+v)} - C_1 e^{\sqrt{k}(u+v)}]$$

XV.

$$\frac{1}{\Phi^2} = \frac{1}{2\sqrt{k}} [C_1 C_3^2 e^{\sqrt{k}(u+v)} - C_2 e^{-\sqrt{k}(u+v)}].$$

Pro $k < 0$ dávají rovnice 35.

$$f = C_1 \sin\sqrt{k}\, u + C_2 \cos\sqrt{k}\, u, \qquad V = \frac{C_3}{\cos\sqrt{k}\, v},$$

tudíž

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = \frac{C_1}{C_3} \sin\sqrt{k}\, u \cos\sqrt{k}\, v + \frac{C_2}{C_3} \cos\sqrt{k}\, u \cos\sqrt{k}\, v$$

z čehož jde

$$F^2 = \frac{1}{2C_3} [C_1 \sin\sqrt{k}(u+v) + C_2 \cos\sqrt{k}(u+v)],$$

XV.*

$$\frac{1}{\Phi^2} = \frac{1}{2C_3} [C_1 \sin\sqrt{k}(u-v) + C_2 \cos\sqrt{k}(u-v)].$$

Pro $k = 0$ jest

$$f = C_1 u + C_2, \quad V = -\frac{1}{C_3 v},$$

$$F^2 + \frac{1}{\Phi^2} = -C_3 [C_1 u v + C_2 v],$$

tudíž

$$F^2 = -\frac{C_3}{4} [C_1 (u+v)^2 + 2C_2 (u+v)],$$

$$\frac{1}{\Phi^2} = \frac{C_3}{4} [C_1 (u-v)^2 + 2C_2 (u-v)],$$

a specielně pro $V = C_3$

$$F^2 = \frac{C_1}{2C_3} (u+v), \qquad \frac{1}{\Phi^2} = \frac{C_1}{2C_3} (u-v).$$

Jsou-li obě čáry souřadné geodetickými, tedy je li

$$U = 0, \qquad V = 0,$$

dávají rovnice 2.

36. $$\varepsilon_u - \frac{\partial}{\partial v}(\varepsilon \cos \omega) = 0, \qquad \varepsilon_v - \frac{\partial}{\partial u}(\varepsilon \cos \omega) = 0.$$

Řešením těchto rovnic obdržíme

$$\frac{\partial}{\partial u} lg\, \varepsilon = -\frac{1}{\sin \omega}(\omega_v + \cos \omega\, \omega_u),$$

$$\frac{\partial}{\partial v} lg\, \varepsilon = -\frac{1}{\sin \omega}(\omega_u + \cos \omega\, \omega_v).$$

Podmínka integrability pro ω redukuje se na výraz

$$\varepsilon_{u\,u} = \varepsilon_{v\,v},$$

nezávisí tudíž na ω. Je-li podmínka uvedená splněna, obdržíme z rovnic 36.

$$\varepsilon \cos \omega = \int\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial v} d u + \frac{\partial \varepsilon}{\partial u} d v\right) + konst,$$

tedy při témže ε závisí ω ještě od libovolné konstanty. Výsledek tento plyne též z tvaru lin. elementu ploch této vlastnosti. Jde totiž řešením

$$\varepsilon_{u\,u} - \varepsilon_{v\,v} = 0,$$

$$\varepsilon = F(u + v) + \Phi(u - v),$$

a pak z rovnic 36., značí-li c integrační konstantu,

$$\varepsilon \cos \omega = F - \Phi + 2c.$$

Lineární element plochy má pak tvar

$$d s^2 = (F + \Phi)[(F + \Phi)(d u^2 + d v^2) + 2(F - \Phi + 2c)\, d u\, d v].$$

Tento tvar lin. elementu přísluší plochám Liouville-ovým. Též opáčně k tvaru tomuto dospějeme, vycházíme-li od lin. elementu ploch Liouville-ových

$$d\,s^2 = [\Phi\,(v_1) + F\,(u_1)]\,(d\,u_1^2 + d\,v_1^2),$$

a zavedeme-li parametry čar geodetických

$$\frac{d\,u_1}{\sqrt{F\,(u_1) + c}} + \frac{d\,v_1}{\sqrt{\Phi\,(v_1) - c}} = 2\,d\,u, \quad \frac{d\,u_1}{\sqrt{F\,(u_1) + c}} - \frac{d\,v_1}{\sqrt{\Phi\,(v_1) - c}} = 2\,d\,v,$$

nebo

$$\frac{d\,u_1}{\sqrt{F\,(u_1) + c}} = d\,u + d\,v, \quad \frac{d\,v_1}{\sqrt{\Phi\,(v_1) - c}} = d\,u - d\,v.$$

Obdržíme

$$d\,s^2 = (F + \Phi)\,[(F + \Phi)\,(d\,u^2 + d\,v^2) + 2\,(F - \Phi + 2\,c)\,d\,u\,d\,v].$$

Resultát tento obsažen ve známé větě, že ke každému rhomb. dělení plochy Liouville-ovy čarami geod. náleží ∞^1 ploch, jichž rhomby tvořené geod. čarami mají tutéž délku stran, však úhel jimi sevřený jiný.

Konečně k vůli úplnosti budiž úhel ω konstantní, $sin\,\omega = k_1$, $cos\,\omega = k$. Z rovnic základních obdržíme

$$k_1 \frac{\partial}{\partial\,u} \frac{1}{\varepsilon} = -\,(U + k\,V), \quad k_1 \frac{\partial}{\partial\,v} \frac{1}{\varepsilon} = -\,(V + k\,U),$$

musí tudíž býti

$$U = c\,u, \qquad V = c\,v,$$

tedy

$$\frac{1}{\varepsilon} = -\frac{c}{2\,k_1}\,(u^2 - 2\,k\,u\,v + v^2) + C_1,$$

$$d\,s^2 = \frac{d\,u^2 + 2\,k\,d\,u\,d\,v + d\,v^2}{\left[\frac{c}{2\,k_1}\,(u^2 - 2\,k\,u\,v + v^2) - C_1\right]^2}.$$

Je-li jedna z geodetických křivostí konstantní, musí býti konstantní i křivost druhá. Dle Vossa jsou plochy této vlastnosti konstantní negativní křivosti. Obdržíme totiž snadno pro

$$U = c_1, \qquad V = c$$

z rovnic definujících poloměry geod. čar souřadných

$$\frac{sin\,\omega}{\varepsilon} = -\,(c_1 + c\,cos\,\omega)\,u - (c + c_1\,cos\,\omega)\,v;$$

tudíž pro lin. element výraz

$$d\,s^2 = \frac{sin^2\,\omega}{[(c_1 + c\,cos\,\omega)\,u + (c + c_1\,cos\,\omega)\,v]^2}\,(d\,u^2 + 2\,cos\,\omega\,d\,u\,d\,v + d\,v^2),$$

a pro totální křivost K

$$K = -\frac{c_1^2 + 2\,cc_1\,cos\,\omega + c^2}{sin^2\,\omega.}.$$

Výraz pro totální křivost vymizí jen tehdy, když čáry souřadné jsou geodetickými; plochy pak jsou rozvinutelné.

Složení mastných olejů ze semen rostlin Illic. verum Hook a Illic. religiosum Sieb.

Podává
Dr. Jaromír Bulíř.

Z c. k. ústavu pro zkoumání potravin při české universitě v Praze.
(Přednosta: Prof. Dr. Gustav Kabrhel.)

Předloženo dne 8. března 1912.

Plody rostliny Illicium verum Hook. fil. používané jako koření — badian čínský čili hvězdičkové koření — bývají často porušovány jedovatými plody rostliny Illicium religiosum Sieb. čili japonský badian (skimmi). Okolnost tato jest často v literatuře již uvedena a také v ústavě, z něhož práce tato vychází, bylo zjištěno, že v obchodě nacházejí se badiany, které obsahují 10—90% japonského badianu. Semena v obou těchto plodech obsažená, mají jako reservní látku mastné oleje, jichž složení dosud v literatuře — pokud mi známo jest — uvedeno není. Účelem této práce jest zjistiti chemické složení obou těchto olejů.

Nežli jsem mohl přikročiti ku zpracování materialu, bylo nutno přesvědčiti se, jsou-li oba plody, ku zpracování určené, úplně čisté.

Byť i oba plody značně sobě se podobají, lze přec ve většině případů pouhým okem rozeznati plody japonského a čínského badianu. Kdo si jednou oba plody dobře prohlédl, zejména v detailech, na které Vogl[1]) ve svém výtečném popise upozornil, rozezná je snadno i ve směsi. Ochutnání karpelů při plodech méně karakteristických důležitou jest při tom pomůckou.

Mimo to máme po ruce jednoduché reakce, které dovolují oba plody neb úlomky z nich rozeznati.[1])

[1]) Vogl: Die wichtigsten vegetabilischen Nahrungs- und Genußmittel.

Konečně jsou to rozdíly mikroskopicko-anatomické,[1]) kterých nutno ve sporných a soudních případech použíti, zejména rozměry a uspořádání pallisádových bunic, jichž význam diagnostický P l a h l[2]) na základě vlastního pozorování a měření ocenil. Zvláště významný pro rozeznání obou plodů jest rozdílný tvar sklereidů z kolumelly.[3]) Z toho, co zde uvedeno, vysvítá, že máme dosti drobných prostředků ku rozeznání celých plodů obou Illicií.

Když jsem se o čistotě obou ku zpracování určených plodů uvedeným způsobem přesvědčil, mohl jsem přikročiti ku vlastní práci:

Aby získány byly mastné oleje, zpracováno bylo po 2 *kg* obou plodů pečlivě přebraných. Semena vybrána a sice bylo jich u Ill. verum 260 *g* (13%), u Ill. religiosum 160 *g* (8%), rozemleta a extrahována étherem; éther odpařen a zbývajícím olejem prohánëna vodní pára, aby éthérický olej byl odstraněn. Olej pak rozpuštěn v dělící nálevce v étheru, roztok filtrován, éther odpařen a olej sušen v proudu čištěného suchého svítiplynu při 105°. Oleje získáno u Ill. verum 52·4 *g* t. j. 2·6% čítáno na celý plod čili 20% v semenech. U Ill. religiosum získáno 20 *g* oleje, t. j. 1·0% v celém plodu čili 12·5% v semenech.

Olej z Ill. verum byl barvy světležluté, příjemné vůně, kdežto z Ill. religiosum byl tmavožlutý se zelenou fluorescencí.

Jednotlivá čísla analytická u obou olejů stanovena byla dle známých method a uvedena jsou v následujících tabulkách:

Olej ze semen Illicium verum.

	Olej	Vyloučené kyseliny	Nenasycené kyseliny	Nasycené kyseliny
Sp. váha při 15° C	0·92640			
Číslo zmýdelnění	193·8	200·2	198·7	216·2
Číslo jodové (Hübl) . . .	93·1	97·4	121·2	
Číslo Hehnerovo	95·2			
Číslo Reichert-Meisslovo	1·4			
Průměrná mol. veličina . .		279·7	281·8	259·0
Bod tání				59°

Olej obsahuje: kyselin nenasycených 68·9%
kyselin nasycených 25·8%

[1]) Tschirch und Österle: Anatom. Atlas d. Pharmakog. — Lenz: Pharm. Ztg. 1899. 44—46.

[2]) Archiv f. Chemie u. Mikrosk. 1911. IV. 109.

[3]) Lenz: Pharm. Ztg. 1899. 241—245.

Olej ze semen Illicium religiosum.

	Olej	Vyloučené kyseliny	Nenasycené kyseliny	Nasycené kyseliny
Sp. váha při 15° C . . .	0·92947			
Číslo zmýdelnění	193·4	200·7	198·4	216·3
Číslo jodové (Hübl)	90·6	93·6	102·7	
Číslo Hehnerovo	95·0			
Číslo Reichert-Meislovo . .	1·5			
Průměrná mol. veličina . .		279·0	282·2	258·9
Bod tání				59°

Olej obsahuje: Kyselin nenasycených 70·0%
kyselin nasycených 25·0%

Dělení kyselin nenasycených od nasycených dálo se methodou Tortelli-Ruggeri-ho, ač ne zcela dokonalou přec nejlepší ze známých.

Z čísla Hehnerova a Reichert-Meisslova jest patrno, že zkoušené oleje neobsahují značnější množství ve vodě rozpustných ani těkavých kyselin.

Jak jodová čísla olejů, vyloučených kyselin, a nenasycených kyselin ukazují, obsahují oba oleje vedle kyseliny olejové jinou, více jodu addující kyselinu nenasycenou. Abych zjistil o kterou kyselinu zde jde, bromoval [1]) jsem nenasycené kyseliny jednoho i druhého oleje v ledové kys. octové při 5° C. Ani dalším stáním, ani ochlazením na — 5° C nevyloučil se očekávaný hexabromid. Jest tím tedy zjištěno, že jeden ani druhý olej neobsahuje kys. linolenovou. Kyselina octová odpařena pak na vodní lázni z brovaných kyselin a zbytek rozpuštěn v petrolejovém étheru za varu a roztok postaven ku krystalisaci do lednice. Po krátké době usazovaly se v obou případech na stěnách lahvičky krásné bílé jehličky, jichž bod tání (po překrystalování z petrolejového étheru) jest 113·5°—114°. Tím dokázáno, že oba oleje obsahují vedle kys. olejové kys. linolovou.

Poměr, v jakém obě kyseliny v olejích těch zastoupeny jsou, zjištěn výpočtem z čísel jodových nenasycených kyselin.

Dle tohoto výpočtu obsahují nenasycené kyseliny u oleje z Ill. verum 65·3% kys. olejové a 34·7% kys. linolové čili v oleji 45·0% kys. olejové a 23·9 kys. linolové. Nenasycené kyseliny u oleje z Ill. religiosum obsahují 86·0% kys. olejové a 14% kys. linolové čili v oleji 60·2% kys. olejové a 9·8% kys. linolové.

[1]) Farensteiner: Ztschr. f. Untrs. der Nahrungs- und. Genußmittel 1899. 1.

Kyseliny nasycené u obou olejů zkoušeny na kyselinu arachovou tak, že rozpuštěny za tepla v 90% líhu a roztok tento ponechán několik dní za obyčejné teploty v klidu. Po této době nevyloučily se žádné krystaly, čímž dokázáno, že zkoušené oleje neobsahují kyseliny arachové. Po odpaření alkoholu a překrystalování nasycených kyselin mastných stanoven jejich bod tání, který shledán u obou olejů stejný: 59°. I čísla zmýdelnění nasycených kyselin a z nich vyplývající průměrné molek. veličiny nalezena u obou olejů skoro stejná, jak v nahoře uvedených tabulkách udáno.

Nálezy tyto zřejmě ukazují, že nasycené kyseliny obou olejů obsahují asi 90% kys. palmitové a 10% kys. stearové čili v oleji z Ill. verum jest obsaženo 23·2% kys. palmitové a 2·58% kys. stearové. Olej z Ill. religiosum obsahuje 22·5% kys. palmitové a 2·5% kys. stearové.

Sestavíme-li nyní složení obou olejů, jeví se následující výsledky:

	Ill. verum	Ill. religiosum
Kys. olejová	45·0%	60·2%
Kys. linolová	23·9%	9·8%
Kys. palmitová . . .	23·2%	22·5%
Kys. stearová	2·6%	2·5%

Jest patrno, že oleje z obou těchto magnoliaceí vzhledem k tomuto složení řadí se do skupiny olejů nevysýchavých.

K problému normál při ellipse a hyperbole.

Napsal

J. SOBOTKA.

(Předloženo Akademii dne 18. května 1912.)

1. Řešení problému normál jest na theoreticky nejjednodušší prostředky konstruktivní redukováno, když užívá mimo úplně dané kuželosečky ještě pouze kružnic a přímek. Toto redukování jest nejkrásněji provedeno Joachimsthalovým řešením. Chceme zde ale otázku tak rozšířiti, že se budeme ptáti po řešení problému normál pro nějakou centrickou kuželosečku, když známe řešení pro libovolnou, ale úplně danou centrickou kuželosečku u; to znamená, máme převésti řešení problému normál pro libovolnou centrickou kuželosečku pomocí přímek a kružnic na konstrukci normál kuželosečky u. K tomu se vztahující úvahy tvoří jádro předloženého pojednání.

2. Paty normál spuštěných na kuželosečku k z bodu P ležícího v rovině kuželosečky nalézají se na tak zvané Apolloniově hyperbole h, která prochází bodem P jakož i středem O kuželosečky k, a jejíž asymptoty jsou rovnoběžny k osám kuželosečky k. Budiž n jedna z těch normál, N její pata, N' její průsečík s hlavní osou, N'' průsečík s vedlejší osou kuželosečky k.

Jak známo platí $(N''N'N) = \pm \frac{a^2}{b^2}$, podle toho je-li kuželosečka k ellipsa nebo hyperbola, při čemž značí a, b absolutní délky velké a malé poloosy.

Otáčí-li se přímka v rovině okolo pevného bodu P a protneme-li ji v každé poloze dvěma libovolnými pevnými přímkami (a), (b) téže roviny v bodech V', V'' a určíme-li konečně na ní bod V tak, že poměr $(V''V'V)$ zůstává konstantní, opisuje bod V hyperbolu jdoucí bodem P, jejíž asymptoty jsou rovnoběžny ku přímkám (a) a (b), jak plyne bezprostředně z projektivnosti paprskových svazků rovnoběžných ku (a) a (b), ve kterých si vždy

přísluší elementy, které procházejí bodem V, vztažmo z projektivnosti řad bodových, které vytínají ty svazky na (b) a (a). Pro Apolloniovu hyperbolu h plyne z toho vlastnost, že spojnice libovolného jejího bodu V s bodem P protíná osy (a), (b) kuželosečky k v bodech V', resp. V'' tak, že $(V''V'V) = \pm \frac{a^2}{b^2}$, neboť tento vztah platí, když splyne bod V s patou normály příslušející k bodu P.

Označíme-li P_α, P_β paty kolmic z bodu P a písmeny V_α, V_β paty kolmic z V spuštěných na (a) resp. (b), jsou $P_\alpha P_\beta$, $V_\alpha V_\beta$ dva průměry hyperboly h a protínají se tudíž v jejím středu S.

Uvažujme dále parabolu, která se dotýká (a) v bodě V', (b) v V''; ta má $P_\alpha P_\beta$, $V_\alpha V_\beta$ za tečny. Jelikož jest dělící poměr bodů, ve kterých libovolná tečna paraboly protíná tři pevné tečny, zde (b), (a), $V_\alpha V_\beta$, konstantní, proto plyne zde pro průsečíky přímek $P_\alpha P_\beta$, (a), (b), že $(P_\beta P_\alpha S) = (OV'V_\alpha) = (V''OV_\beta)$.

Jest tedy

$$(V''OV_\beta) = (V''V'V) = \pm \frac{a^2}{b^2}.$$

Platí tudíž

$$(P_\beta P_\alpha S) = \pm \frac{a^2}{b^2}.$$

Značí-li a_σ, b_σ asymptoty hyperboly h rovnoběžné ku (a) a (b), jest

$$(P\,(a)\,a_\sigma) = \pm \frac{a^2}{b^2}, \qquad (P\,(b)\,b_\sigma) = \pm \frac{b^2}{a^2}.$$

Asymptoty Apolloniovy hyperboly příslušející k bodu P jsou tudíž společné tětivy kuželosečky se dvěma jí se dvojnásob dotýkajícími kružnicemi, z nichž jedna má svůj střed v patě P_α kolmice z bodu P na (a), a druhá má střed v patě P_β kolmice z bodu P na (b).

Je-li kuželosečka parabolou, pak jest $a_\sigma \equiv (a)$ a vzdálenost bodu P od druhé asymptoty b_σ rovná se parametru p paraboly.

Jsou-li tudíž m, n souřadnice bodu P a x_0, y_0 souřadnice středu hyperboly h, plyne po centrickou kuželosečku ihned, že

$$x_0 = \frac{a^2}{e^2} m = \frac{am}{r}, \qquad y_0 = \mp \frac{b^2}{e^2} n = \frac{bn}{r_1}, \tag{1}$$

označíme-li e výstřednost kuželosečky k a r vzdálenost bodu O od středu křivosti H' kuželosečky k pro vrchol její ležící na ose $+x$, a písmenem r_1 vzdálenost bodu O od středu křivosti H'' pro vrchol ležící na $+y$, když jest k ellipsou; je-li k hyperbola, pak značí r_1 vzdálenost bodu O od středu křivosti ve vrcholu na ose $+y$ pro hyperbolu sdruženou ku hyperbole k vzhledem k asymptotám.

3. Budiž n normála kuželosečky v libovolném jejím bodě N; N', N'' buďtež průsečíky té normály s (a) a (b). Označíme-li x, y souřadnice bodu N, jest

$$ON' = \frac{e^2}{a^2}x, \qquad ON'' = \mp\frac{e^2}{b^2}y,$$

podle toho, je-li k ellipsa nebo hyperbola. Označíme-li X, Y souřadnice libovolného bodu N_1 na n, platí úměra

$$Y : y = (X - ON') : (x - ON'),$$

z kteréž, jakož i z analogické úměry

$$X : x = (Y - ON'') : (y - ON'')$$

plynou relace

$$\begin{aligned} \frac{Y}{y} &= \pm\frac{a^2}{b^2}\cdot\frac{X}{x} + \frac{r_1}{b}, \\ \frac{X}{x} &= \pm\frac{b^2}{a^2}\cdot\frac{Y}{y} + \frac{r}{a}. \end{aligned} \tag{2}$$

Volíme-li tudíž na normálách kuželosečky k takové body N_1, že pro ně jest $\frac{Y}{y}$ konštantní, jest pro ně také $\frac{X}{x}$ konstantní a obráceně. Z toho plyne:

Určíme-li na každé normále n bod N_1 tak, že $(N''N'N_1)$ má konstantní hodnotu, popisuje bod N_1 kuželosečku k_1 affiní ke kuželosečce k. Osy jsou přímky, které přísluší affinně samy sobě. Označíme-li a_1, b_1 absolutní délky poloos kuželosečky k_1 ležících na (a) (b), jest

$$\frac{X}{x} = \frac{a_1}{a}, \qquad \frac{Y}{y} = \frac{b_1}{b},$$

a z rovnic (2) plyne relace

$$a\,a_1 \mp b\,b_1 = e^2 \tag{3}$$

Spojíme-li spolu hlavní středy křivosti H', H'', v odstavci 2. uvažované, má jejich spojnice q rovnici $a\,\xi \mp b\,\eta = e^2$. Z toho vidíme jak spolu souvisí koncové body poloos kuželoseček k_1, které přísluší různým hodnotám $(N''N'N_1)$. Tyto body jsou paty kolmic vedených ku (a) a (b) z onoho bodu H_1 na $H'H''$, pro který jest $(H''H'H_1) = (N''N'N_1)$.

Neboť platí $(N''N'N_1N) = \pm\frac{b^2}{a^2}(N''N'N_1)$ a značí-li H bod ležící na $H'H''$, který má tentýž význam pro kuželosečku k, jako H_1 pro k_1 a který tudíž v affinitě mezi k_1 a k přináleží bodu H_1, pak jest rovněž $(H''H'H_1H) = \pm\frac{b^2}{a^2}(H''H'H_1)$, neboť jest $(H''H'H) = \pm\frac{a^2}{b^2}$.

Při tom jest jak známo přímka q při ellipse k kolmice z bodu H na přímku, která spojuje její vrchol na $+x$ s vrcholem na $+y$, kdežto při

hyperbole k jest přímka q kolmá k jedné asymptotě a od bodu O má vzdálenost e, a bod H_1 náleží též jedné asymptotě hyperboly k_1.

4. Affinitou mezi k a k_1 přísluší každé hyperbole h, kteráž prochází bodem O a jejíž asymptoty jsou rovnoběžny ku (a) a (b), zase takováto hyperbola h_1. Obě hyperboly h a h_1 jsou Apolloniovy, prvá pro k, druhá pro k_1. To plyne také již z rovnic (1).

Má-li střed hyperboly h opět souřadnice x_0, y_0, střed hyperboly h_1 souřadnice x_1, y_1, jest

$$x_1 = \frac{a_1}{a} x_0 , \qquad y_1 = \frac{b_1}{b} y_0 .$$

Z rovnic (1) plynou souřadnice bodu P

$$m = \frac{r}{a} x_0 , \qquad n = \frac{r_1}{b} y_0 ,$$

jehož Apolloniova hyperbola jest právě daná křivka. Značí-li R, R_1 pro k_1 délky

$$R = \frac{e_1^2}{a_1} , \qquad R_1 = \pm \frac{e_1^2}{b_1} ,$$

tu jsou obdobně souřadnice m_1, n_1 bodu Q_1, pro který jest h_1 Apolloniova hyperbola příslušející ku k_1, dány rovnicemi

$$m_1 = \frac{R}{a_1} x_1 , \qquad n_1 = \frac{R_1}{b_1} y_1$$

a tudíž jest

$$m_1 = \frac{R}{a} x_0 , \qquad n_1 = \frac{R_1}{b} y_0 ,$$

při čemž R a R_1 právě tak obdržíme z H_1, jako r a r_1 z H. Dosadíme-li též za x_0, y_0 hodnoty z rovnic (1), obdržíme

$$m_1 = \frac{R}{r} m , \qquad n_1 = \frac{R_1}{r_1} n \tag{3}$$

Sestrojíme-li ku k_1 podobně položenou kuželosečku k'_1 vzhledem ku O, jejíž vrcholy ležící na (a) splývají s vrcholy kuželosečky k, jsou k'_1 a k v kolmé affinitě k sobě a osa affinity jest (a). Jsou-li R', R'_1, m', n' délky příslušející ku R, R_1, m_1, n_1, pak jsou m', n', souřadnice bodu P' té vlastnosti, že paty normál vedených z bodu P' ku k'_1 přísluší affinně patám normál vedených z bodu P ke kuželosečce k. Patrně platí

$$\frac{m}{m'} = \frac{r}{R'} , \qquad \frac{n}{n'} = \frac{r_1}{R'_1} \tag{4}$$

Máme-li tudíž vésti z bodu P ke kuželosečce k normály, můžeme takto pokračovati. Vyhledáme nejprve bod P' vyhovující rovnicím (4) sestrojíme normály ke k'_1 bodem P' a odvodíme konečně pomocí poslední affinity jim příslušející přímky bodem P, kteréžto jsou pak hledané normály.

Sestrojíme na př. podle Joachimsthalova řešení problému normál kružnici Joachimsthalovu příslušející k hlavnímu vrcholu A kuželosečky k'_1 pro bod P', protneme ji s k'_1 a spojíme průsečíky s A. Tyto spojnice nechť protínají osu y v bodech M'_1, M'_2, M'_3, M'_4. Pak sestrojíme na y body M_1, M_2, M_3, M_4, které přísluší právě zmíněným bodům na y v affinitě mezi k'_1 a k, tudíž vyhovují rovnici

$$\frac{y}{y'_1} = \frac{b}{b'_1}, \tag{5}$$

označíme-li délky a souřadnice vztahující se ku k'_1 čárkou a indexem 1. Pak jsou konečně kolmice vedené bodem P k $A\,M_1$, AM_2, AM_3, AM_4 hledané normály kuželosečky k. Neboť přímky $A\,M'_1, \ldots$ stojí kolmo na normálech $n'_1, \ldots$ kuželosečky k'_1 bodem P'. Je-li tudíž N'_1 pata normály n'_1, pak jest tečna v N'_1 ku k'_1 rovnoběžná s AM'_1. Normála n_1 v bodě N_1 podle (5) affinním a ležícím na k prochází bodem P a tečna v N_1 ku k přísluší affině tečně v N'_1 ku k'_1 a tudíž kolmice z bodu A na n_1 přísluší v této affinitě přímce $A\,M_1'$, čímž jest dokázána správnost naší konstrukce.

5. Budiž dána úplně pevná, centrická kuželosečka k^*; máme k jiné kuželosečce k s k^* stejného druhu vésti z daného bodu P její roviny normály, a sice tak, že používáme při konstrukci mimo k^* pouze jestě kružnic a přímek.

Právě provedená úvaha dává nám takové řešení. Je-li k^* libovolně daná kuželosečka stejného druhu s k, tu sestrojíme nejprv kuželosečku k_1 orthogonálně affinní ku k a podobnou k dané pevné kuželosečce k^*. Odvodíme prve uvedeným způsobem bod P' z bodu P a sestrojíme k němu bod P^* příslušný v podobnosti mezi k_1 a k^*. Vedeme dále z P^* normály ku k^*, čímž jsou normály z P' ku k_1 též stanoveny a pomocí těchto pak hledané normály z P ku k.

Místo abychom provedení této konstrunce rozváděli, upravíme si konstrukci v jednodušší formě úvahou následující.

Označíme hlavní a vedlejší osu kuželosečky k^* za souřadné osy x^*, y^*, její absolutní poloosy písmeny a^* a b^*; obdobné veličiny pro k označíme x, y, a, b. Dále vztahujme k a k^* k sobě affině tak, že osám x, y kuželosečky k přísluší osy x^*, y^*. Buďtež A, A^* k sobě příslušící vrcholy na $+x$ a $+x^*$ a O, O^* středy obou kuželoseček. Pak jest zde affinita vyjádřena rovnicemi

$$\frac{x}{x^*} = \frac{a}{a^*}, \qquad \frac{y}{y^*} = \frac{b}{b^*} \tag{1}.$$

Sestrojme ve dvou k sobě příslušících bodech N, N^* normály n, n' obou kuželoseček; nechť jsou N_ξ, N_η průsečíky normály n s osami x, y, a N'_ξ, N'_η průsečíky normály n' s osami x^*, y^*. Položíme-li $a^{*2} \mp b^{*2} = e^{*2}$, $a^2 \mp b^2 = e^2$ podle toho jsou-li k a k^* ellipsy nebo hyperboly, obdržíme

$$ON_\xi = \frac{e^2}{a^2} x\,, \qquad ON_\eta = \mp \frac{e^2}{b^2} y\,,$$

$$O^*N'_\xi = \frac{e^{*2}}{a^{*2}} x^*\,, \qquad O^*N'_\eta = \mp \frac{e^{*2}}{b^{*2}} y^*\,.$$

Dále označme H_ξ střed křivosti kuželosečky k v bodě A, a $K_\xi{}^*$ týž pro kuželosečku k^* v bodě A^*; budiž pak H_η střed křivosti kuželosečky k, $K_\eta{}^*$ kuželosečky k^* ve vrcholu, který leží na ose $+ y$, resp. $+ y^*$, když jsou obě kuželosečky ellipsy; jsou-li ale k a k^* hyperboly, znamenejtež tyto body středy křivosti pro vrcholy ležící na $+ y$, resp. $+ y^*$ hyperbol, které jsou k daným hyperbolám sdružené vzhledem k asymptotám. Konečně položme $OH_\xi = r$, $OH_\eta = r'$, $O^*K_\xi{}^* = R$, $O^*K_\eta{}^* = R'$.

Pak plyne z posledních rovnic, jelikož

$$OH_\xi = \frac{e^2}{a}\,, \qquad OH_\eta = \mp \frac{e^2}{b}\,, \qquad O^*K_\xi{}^* = \frac{e^{*2}}{a^*}\,, \qquad O^*K_\eta{}^* = \mp \frac{e^{*2}}{b^*}\,,$$

s ohledem na rovnice (1)

$$ON_\xi = \frac{r}{a} x\,, \qquad ON_\eta = \frac{r'}{b} y\,,$$

$$O^*N'_\xi = \frac{R}{a} x\,, \qquad O^*N'_\eta = \frac{R'}{b} y\,,$$

takže platí

$$\frac{ON_\xi}{O^*N'_\xi} = \frac{r}{R}\,, \qquad \frac{ON_\eta}{O^*N'_\eta} = \frac{r'}{R'}\,. \tag{2}$$

Normály dvou affinních kuželoseček v bodech sobě příslušných tvoří tedy také dva affinní systémy přímek; v této affinitě příslušejí osám x, y rovněž osy x^*, y^*, a tato affinita jest podle (2) vyjádřena rovnicemi

$$\frac{x}{x^*} = \frac{r}{R}\,, \qquad \frac{y}{y^*} = \frac{r'}{R'}\,. \tag{3}$$

Normálám ke kuželosečce k vedeným libovolným bodem P její roviny příslušejí pomocí této affinity normály ku k^*, které procházejí bodem P' affiním ku P.

Jsou-li tudíž m, n souřadnice bodu P vzhledem k x, y a m', n' souřadnice bodu P' vzhledem k x^*, y^*, jest také

$$\frac{m}{m'} = \frac{r}{R}\,, \qquad \frac{n}{n'} = \frac{r'}{R'} \tag{4}$$

jako bylo ve čl. 4 rovnicí (4) vyjádřeno.

Body P, P' tvoří dvě k sobě affinní pole, jejichž vztah jest dán rovnicemi (3).

Poznáváme ihned, že v této affinitě přísluší k sobě též středy příslušných k sobě Joachimsthalových kružnic.

Buďtež ξ, η souřadnice v soustavě (Oxy) pro střed Joachimsthalovy kružnice kuželosečky k bodu P vzhledem k bodu A příslušící a v soustavě $(O^*x^*y^*)$ buďtež $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, souřadnice středu kružnice Joachimsthalovy pro kuželosečku k^* obdobně bodu P vzhledem k A^* příslušící. Víme,[1]) že

$$\eta = \frac{2\,m\,n}{r}, \qquad \xi = \frac{m^2}{r} + \frac{b\,n^2}{a\,r'},$$

kterouž poslední rovnici také můžeme psáti

$$\xi = r\left(\frac{m^2}{r^2} \mp \frac{n^2}{r'^2}\right).$$

Obdobně platí

$$\mathfrak{Y} = \frac{2\,m'n'}{R}, \qquad \mathfrak{X} = R\left(\frac{m'^2}{R^2} \mp \frac{n'^2}{R'^2}\right).$$

Dosadíme-li do posledních rovnic hodnoty za m' a n' z rovnic (4), obdržíme

$$\mathfrak{Y} = 2\,\frac{R'}{r'} \cdot \frac{m\,n}{r}, \qquad \mathfrak{X} = R\left(\frac{m^2}{r^2} \mp \frac{n^2}{r'^2}\right)$$

a tudíž

$$\frac{\xi}{\mathfrak{X}} = \frac{r}{R}, \qquad \frac{\eta}{\mathfrak{Y}} = \frac{r'}{R'},$$

kteréžto rovnice se shodují s rovnicemi (4) a (3).

Můžeme tudíž vysloviti větu:

„Vztahujeme-li dvě stejnorodé, centrické kuželosečky k sobě affinně podle rovnic (1) a stanovíme-li v jejich rovině další affinitu, danou rovnicemi(3), pak normály vedené ke kuželosečkám z libovolných dvou bodů příslušících si v *druhé* affinitě, též k sobě přísluší v této affinitě, a paty těchto normál přísluší k sobě v *prvé* affinitě, a dále středy příslušných Joachimsthalových kružnic přísluší k sobě v affinitě druhé."

Prvá affinita přiřazuje kuželosečce k kuželosečku k^*, druhá affinita přiřazuje kuželosečce l, která má hlavní středy křivosti kuželosečky k za vrcholy, kuželosečku l', která má hlavní středy křivosti kuželosečky k^* za odpovídající vrcholy.

K obdobným vztahům přijdeme, když budeme kuželosečky tím způsobem k sobě vztahovati affinně, že k vrcholu A přiřadíme vrchol diametrálně protilehlý na k^*, nebo že stejným způsobem přiřadíme vrcholům kuželosečky k na ose x vrcholy kuželosečky k^* na ose y^*; neboť nemění se nic podstatného v našich úvahách, když přiřadíme hlavním

[1]) Rozpravy roč. XXI. čís. 13, čl. 11.

vrcholům kuželosečky k vedlejší vrcholy kuželosečky k^* a obráceně, tak že možno souřadné osy libovolně zaměniti.

6. Uvažujme nyní případ, kdy k a k^* nejsou kuželosečky stejného druhu, tak že jedna jest ellipsa a druhá hyperbola nebo obráceně. Přidržíme se dřívějšího označení. Stanovíme mezi oběma kuželosečkama jednoduchý kollineárný vztah, tak že přísluší reálným vrcholům A, A_1 kuželosečky k zase reálné vrcholy A^*, A^*_1 kuželosečky k^*, kdežto zbývajícím vrcholům B, B_1 kuželosečky k přísluší úběžné body B^*, B^*_1 na k^* a obráceně, úběžným bodům C, C_1 na k přísluší vrcholy C^*, C^*_1 kuželosečky k^*, při čemž buďto poslední nebo předposlední dva páry jsou imaginární, podle toho je-li k ellipsa, k^* hyperbola nebo obráceně.

V dalším nechť znamená k ellipsu a k^* hyperbolu. Jednu z os ellipsy volme za osu x, druhou za osu y; při hyperbole zvolme hlavní osu za x^*, vedlejší osu za y^* a obdobně označíme též souřadnice libovolných bodů v rovině kuželosečky k, resp. kuželosečky k^*.

Uvažovaný kollineárný vztah vyjádří se lehce vzorci

$$x\,x^* = a\,a^*, \qquad \frac{y^*}{b^*} = \frac{a}{b}\cdot\frac{y}{x}, \qquad \frac{y}{b} = \frac{a^*}{b^*}\cdot\frac{y^*}{x^*}, \tag{5}$$

resp.

$$x\,x^* = b\,a^*, \qquad \frac{y^*}{b^*} = \frac{b}{a}\cdot\frac{y}{x}, \qquad \frac{y}{a} = \frac{a^*}{b^*}\cdot\frac{y^*}{x^*}. \tag{5^a}$$

7. Uvažujme dále system normál obou kuželoseček k, k^* a označme ξ, η souřadnice libovolného bodu vztahovaného k prvnímu systému a ξ', η' libovolného bodu vztahovaného k druhému systému pro právě zvolené osy souřadné.

Přiřaďme k sobě ty normály kuželoseček, jejichž paty si přísluší kollineárně. Pro průsečíky libovolné normály kuželosečky k s osou x a y obdržíme

$$\xi = \frac{e^2}{a^2}x, \quad \eta = 0; \qquad \xi = 0, \quad \eta = -\frac{e^2}{b^2}y \tag{6}$$

respekt.

$$\xi = -\frac{e^2}{b^2}x, \quad \eta = 0; \qquad \xi = 0, \quad \eta = \frac{e^2}{a^2}y \tag{6^a}$$

Pro průsečíky libovolné normály kuželosečky k^* s osou x^* a y^* obdržíme

$$\xi' = \frac{e^{*2}}{a^{*2}}x^*, \quad \eta' = 0; \qquad \xi' = 0, \quad \eta' = \frac{e^{*2}}{b^{*2}}y^* \tag{7}$$

Pro libovolné k sobě přiřaděné normály platí tudíž mezi jejich úseky na osách s ohledem na rovnice (5) a (6) následující relace

$$\xi\,\xi' = r\,R, \quad \eta = \frac{b^*}{a^*}\cdot r'\cdot\frac{\eta'}{\xi'}, \qquad \eta' = -\frac{b}{a}R'\frac{\eta}{\xi}; \tag{8}$$

a s ohledem na (5^a) a (6^a) obdržíme relace

$$\xi\,\xi' = r'\,R\,, \quad \eta = \frac{b^*}{a^*}\,r\,\frac{\eta'}{\xi'}\,, \qquad \eta' = -\frac{a}{b}\,R'\,\frac{\eta}{\xi}\,, \tag{8a}$$

při čemž značí jako dříve r, r' vzdálenosti středů křivosti pro hlavní a vedlejší vrchol ellipsy k a R, R' vzdálenosti příslušných na ose x^* resp. y^* ležících hlavních středů křivosti hyperboly k^*, resp. hyperboly sdružené k asymptotám.

Z rovnic (8) respekt. (8a) plynoucí relace

$$\xi\,\xi' = r\,R\,, \qquad \eta = -\frac{b^*}{a^*}\,r'\,\frac{\eta'}{\xi'}\,, \qquad \eta' = \frac{b}{a}\,R'\,\frac{\eta}{\xi}\,, \tag{9}$$

pokud se týče

$$\xi\,\xi' = r'\,R\,, \quad \eta = -\frac{b^*}{a^*}\,r\,\frac{\eta'}{\xi'}\,, \qquad \eta' = \frac{a}{b}\,R'\,\frac{\eta}{\xi} \tag{9a}$$

stanoví kollineaci dvou polí bodových, ve které si přísluší osy x, x^*, kdežto úběžné přímce přísluší oboustranně osy y^*, y. V této kollineaci přísluší také sobě systémy normál obou kuželoseček, kdežto paty sobě přiřazených normál přísluší k sobě v kollineaci (5) resp. (5a).

Také evoluty dvou centrických kuželoseček jsou dvojím způsobem kollineární, a sice jest ta kollineace rovněž dána rovnicemi (9) resp. (9a), když nejsou kuželosečky stejného druhu, kdežto při dvou kuželosečkách stejného druhu kollineace přechází v affinitu.

8. Máme-li tudíž vésti k dané hyperbole k^* normály z libovolného bodu P', při čemž jest dovoleno použíti úplně dané ellipsy k, určíme napřed ku souřadnicím m', n' bodu P' z rovnic (9) souřadnice m, n bodu P, na příklad tak, že vedeme z bodu P' kolmice ku asymptotám hyperboly k^* a tyto protneme v bodech P'_1, P'_2 s osou x^*.

Pro nekonečně vzdálené body (η', ξ') těchto kolmic platí

$$\frac{\eta'}{\xi'} = \mp\,\frac{a^*}{b^*}\,,$$

při čemž horní znaménko nechť přísluší přímce $P'P'_1$ a dolejší přímce $P'P'_2$; dále budiž m'_1, m'_2 souřadnice x^*-ova bodů P'_1, P'_2. Pomocí těchto sestrojme

$$m_1 = \frac{r\,R}{m'_1}\,, \qquad m_2 = \frac{r\,R}{m'_2}\,,$$

čímž jsou stanoveny body P_1, P_2 na hlavní ose x o úsečkách m_1, m_2.

Úběžnému bodu na $P'P'_1$ přísluší podle (9) bod $G_1\,(0, \frac{e^2}{b})$, úběžnému bodu na $P'P'_2$ přísluší bod $G_2\,(0, -\frac{e^2}{b})$, a jest tudíž bod P průsečík přímek P_1G_1 a P_2G_2. Vedeme-li tudíž z bodu P normály ku k, pak přísluší jim podle (9) hledané normály bodem P' ke kuželosečce k^*.

Použijme opět Joachimsthalovy konstrukce a sestrojme k bodu P příslušící Joachimsthalovu kružnici vzhledem ku vrcholu $A\,(a, 0)$, a budiž L

jeden průsečík této kružnice s k, tak že jest kolmice z bodu P na AL normálou q ke kuželosečce k; budiž $\eta = \alpha\,\xi$ rovnice rovnoběžky vedené středem kuželosečky k k této normále; pak jest

$$y = -\frac{1}{\alpha}(x - a)$$

rovnice přímky AL a pro průsečík této přímky s osou y platí

$$y_1 = \frac{a}{\alpha}.$$

Úběžnému bodu na q, pro který jest $\frac{\eta}{\xi} = \alpha$, přísluší podle (9) bod H'_1 na y^*, pro kterýž platí $\eta'_1 = \frac{b}{a} R'\,\alpha$. Jest tudíž

$$\eta'_i\, y_i = b\, R' \quad (i = 1,\ 2,\ 3,\ 4,).$$

Touto rovnici umožněno přímo sestrojení bodů H'_i, ležících na y^* pro hledané normály z průsečíků kuželosečky k s příslušnými Joachimsthalovými kružnicemi.

Chceme-li obráceně sestrojiti normály k ellipse k pomocí hyperboly k^*, tu obdržíme pro průsečíky hledaných normál s osou y obdobnou relaci

$$\eta_i\, y'_i = -b'\, r'.$$

Tím jest zodpověděna následující otázka, vytčena v jednom pojednání v „Sitzungsberichte der k. Akademie d. Wissensch. in Wien“:[1])

„Možno-li nalézti kuželosečku, jejíž narýsování umožní, pomocí kružítka a pravítka z určitého bodu roviny systému kuželoseček na každou jednotlivou jeho kuželosečku spustiti čtveřinu normál?“

8. Naše úvahy dávají podnět ještě k tomu, zabývati se krátce geometrickými místy, pro jejichž body možno provésti konstrukci normál pouze pomocí kružítka a pravítka, s kterýmžto problémem se zabývali hlavně Pelz, Lauermann, Mertens, Schoute a j.[2])

Při ellipse

$$b^2 x^2 + a^2 y^2 - a^2 b^2 = 0$$

nalezl Pelz dva průměry

$$a\,x \mp b\,y = 0 \qquad (10),$$

Lauermann a Mertens dvě kružnice ($e^2 = a^2 - b^2$)

$$(x \mp \frac{b\,e}{a})^2 + y^2 - e^2 = 0 \qquad (11),$$

---

[1]) „Über ein Paar unicursaler Degenerierungskurven dritter Ordnung des Normalenproblems . . .“ od Josefa Tesaře. (Bd. CI. Abt. II. a. 1892.)

[2]) Zvláště: Sitzungsberichte der k. Akademie d. Wiss. in Wien 1887, 1889, 1890, 1892, 1898.

kterým přináleží tato vlastnost, kdežto pro hyperbolu

$$b^{*2} x^2 - a^{*2} y^2 - a^{*2} b^{*2} = 0$$

k nim připojil Schoute dvě přímky

$$y = \pm \frac{e^{*2}}{b^*},$$

kde opět $$e^{*2} = a^{*2} + b^{*2}.$$

Předem nalézáme, že tyto poslední přímky přísluší k sobě kollineací danou rovnicemi (9) resp. (9ª), neboť z rovnice

$$a\,\xi \mp b\,\eta = 0$$

plyne napřed

$$\frac{a\,r\,R}{\xi'} \pm b\,r' \frac{b^*}{a^*} \frac{\eta'}{\xi'} = 0,$$

z čehož

$$\eta' = \mp \frac{a\,a^*}{b\,b^*} \cdot \frac{r\,R}{r'},$$

tudíž skutečně nalézáme

$$\eta' = \pm \frac{e^{*2}}{b^*}. \tag{12}$$

Prve zmíněné kružnice vedou nás při hyperbole k následujícímu geometrickému místu

$$\left(\frac{r\,R}{\xi'} \pm \frac{b\,e}{a}\right)^2 + r'^2 \frac{b^{*2}}{a^{*2}} \frac{\eta'^2}{\xi'^2} - e^2 = 0,$$

nebo po krátké úpravě a po vynechání čárek při ξ' a η'

$$\frac{b^{*2}}{b^2} \eta^2 - \left(\frac{a^*}{a}\,\xi \mp \frac{b\,e^{*2}}{a\,e}\right)^2 + \frac{e^{*4}}{e^2} = 0. \tag{13}$$

Je-li dále k ellipsa sdružená ku k^* vzhledem k úběžnému bodu na y^*, jest $a = a^*$, $b = b^*$, tak že konečně

$$\left(\xi \mp \frac{b\,(a^2 + b^2)}{a\sqrt{a^2 - b^2}}\right)^2 - \eta^2 = \frac{(a^2 + b^2)^2}{a^2 - b^2}. \tag{14}$$

Tím poznáváme dvě rovnostranné hyperboly, jejichž body mají tu vlastnost, že pro ně jest problém normál pro danou hyperbolu úlohou kvadratickou.

10. Dále ale poznáváme z našich rovnic, že jest nekonečně mnoho geometrických míst právě uvažované vlastnosti, která můžeme odvoditi z kružnic (11), kdežto přímky (10) a (12) vždy přecházejí samy v sebe.

Nejdříve odvodíme tyto křivky pro ellipsu k, pro kterouž označíme písmeny a, b, e hlavní, resp. vedlejší poloosu a výstřednost, kdežto pro ellipsu k' podle dříve udaného způsobu [(3) v čl. 5.] k ní vztahovanou příslušné délky označíme a', b', e'.

Obdržíme z kružnic

$$\left(\xi' \mp \frac{b'\,e'}{a'}\right)^2 + \eta'^2 - e'^2 = 0 \qquad (10'$$

pomocí tam uvedené transformace

$$\frac{\xi'}{\xi} = \frac{a}{a'}\,\frac{e'^2}{e^2}\,, \qquad \frac{\eta'}{\eta} = \frac{b}{b'}\,\frac{e'^2}{e^2}$$

rovnici

$$\left(\xi \mp \frac{b'\,e^2}{e'\,a}\right)^2 + \frac{a'^2}{b'^2}\,\frac{b^2}{a^2}\,\eta^2 - \frac{a'^2\,e^4}{e'^2\,a^2} = 0 \qquad (15)$$

Tato rovnice představuje nekonečně mnoho ellips, pro které jest problém normál rovněž kvadratický. Položíme-li

$$\frac{b'}{e'} = \mu\,,$$

takže jest

$$\frac{a'^2}{e'^2} = 1 + \mu^2$$

můžeme poslední rovnici psáti

$$\left(\xi \mp \mu\,\frac{e^2}{a}\right)^2 + \frac{1+\mu^2}{\mu^2}\,\frac{b^2}{a^2}\,\eta^2 - (1+\mu^2)\,\frac{e^4}{a^2} = 0 \qquad (16)$$

Obdržíme tudíž soustavu ellips, které mají své středy na ose x.

Souřadnice x-ová pro střed libovolné z nich jest

$$\xi_0 = \pm\,\frac{\mu\,e^2}{a}\,,$$

a rovnici (16) možno zavedením této souřadnice převésti na tvar

$$\frac{(\xi - \xi_0)^2}{\xi_0^2 + \dfrac{e^4}{a^2}} + \frac{\eta^2}{\dfrac{a^2\,\xi_0^2}{b^2}} - 1 = 0 \qquad (17)$$

Pro délky poloos A, B těchto ellips na x resp. rovnoběžných k y, obdržíme tudíž

$$A^2 = \xi_0^2 + \frac{e^4}{a^2}\,, \qquad B^2 = \frac{a^2}{b^2}\,\xi_0^2\,,$$

nebo

$$A = \sqrt{\xi_0^2 + r^2}\,, \qquad B = \frac{a}{b}\,\xi_0\,, \qquad (18)$$

tak že $$a^2\,A^2 - b^2\,B^2 = e^4.$$

Zmíněné kružnice obdržíme zde jako speciální případ, pro který jest

$$\xi_0 = \mp\,\frac{b\,c}{a}\,.$$

Poznáváme z toho, že pro takovouto ellipsu možno voliti střed její libovolně na ose x, čímž pak ona jest rovnicemi (18) jednoduše stanovena. Rovnici té možno dáti též tvar

$$-2a^2\xi\xi_0^3 + (a^2\xi^2 + b^2\eta^2 - e^4)\xi_0^2 + \frac{b^2e^4}{a^2}\eta^2 = 0 .$$

Z této rovnice poznáváme, že libovolným bodem $(x_0\ y_0)$ roviny procházejí tři takovéto ellipsy (17), pro které jest problém normál kvadratický; ale stanovení těchto ellips vede na kubickou rovnici, která určuje jejich středy a kterouž obdržíme z poslední rovnice, když v ní místo ξ a η píšeme x_0, respekt. y_0.

11. Přiřadíme-li ellipse k ellipsu k' tak, že hlavní a vedlejší ose y resp. x ellipsy k příslušejí v ellipse k' vedlejší a hlavní osa y' resp. x' ellipsy k', obdržíme pomocí rovnic

$$\frac{\xi'}{\xi} = -\frac{e'^2}{a'}\frac{b}{e^2}, \qquad \frac{\eta'}{\eta} = -\frac{e'^2}{b'}\frac{a}{e^2}$$

z rovnice (10′) rovnici

$$\left(\xi \pm \frac{b'}{e'}\frac{e^2}{b}\right)^2 + \frac{a'^2}{b'^2}\frac{a^2}{b^2}\eta^2 - \frac{a'^2}{e'^2}\cdot\frac{e^4}{b^2} = 0 . \tag{19}$$

Tedy jest

$$\xi_0 = \mp\mu\frac{e^2}{b}$$

a

$$A^2 = \xi_0^2 + \frac{e^4}{b^2}, \qquad B^2 = \frac{b^2}{a^2}\xi_0^2 ,$$

a dále

$$-2b^2\xi\xi_0^3 + (b^2\xi^2 + a^2\eta^2 - e^4)\xi_0^2 + \frac{a^2}{b^2}e^4\eta^2 = 0 .$$

Zde jest $\qquad b^2A^2 - a^2B^2 = e^4 .$

Pro $a' = a$, $b' = b$ obdržíme z rovnic (19) specielně, když zaměníme označení os ellipsy k, tak že hlavní osa zase na ose x, vedlejší osa na ose y ležeti bude, rovnici

$$(\eta \pm e)^2 + \frac{a^4}{b^4}\xi^2 - \frac{a^2}{b^2}e^2 = 0 , \tag{20}$$

tak že poloosy ležící ve směru os y a x mají délky

$$\frac{a}{b}e , \qquad \frac{b}{a}e .$$

12. Pro libovolnou hyperbolu obdrželi jsme rovnici (13), kterou budeme nyní tak psáti, že označíme absolutní délky její poloos písmeny a, b a výstřednost e, kdežto pro ellipsu, k níž ji vztahujeme, označíme příslušné délky a', b', e'. Jest tudíž

$$\left(\frac{a}{a'}\xi \mp \frac{b'e^2}{a'e'}\right)^2 - \frac{b^2}{b'^2}\eta^2 - \frac{e^4}{e'^2} = 0 .$$

Položíme-li opět

$$\frac{b'}{e'} = \mu ,$$

tudíž

$$\frac{a'^2}{e'^2} = 1 + \mu^2 ,$$

bude

$$\xi_0 = \pm \mu \frac{e^2}{a} ,$$

a obdržíme rovnici

$$\frac{(\xi - \xi_0)^2}{A^2} - \frac{\eta^2}{B^2} - 1 = 0 ,$$

systému hyperbol, ve kterém jest

$$A^2 = \xi_0^2 + \frac{e^4}{a^2} , \qquad B = \frac{a}{b} \xi_0 , \qquad a^2 A^2 - b^2 B^2 = e^4 ;$$

a pro ξ_0 dostáváme rovnici

$$- 2 a^2 \xi \xi_0^3 + (a^2 \xi^2 - b^2 \eta^2 - e^4) \xi_0^2 - \frac{b^2}{a^2} e^4 \eta^2 = 0 .$$

13. Konečně uvažujme ještě vztah daný rovnicí (9ª).
Rovnice kružnice (10′) jest v tomto případě

$$\left(\eta \mp \frac{b e}{a}\right)^2 + \xi^2 - e^2 = 0$$

a naše vzorce transformační vedou k rovnici

$$(b e' \eta \pm a b' \xi)^2 + \frac{a'^2}{b'^2} e'^2 e^4 - a^2 a'^2 \xi^2 = 0, \qquad (21)$$

píšeme-li totiž záměnou akcentů veličiny vztahované ku k^* bez čárek a veličiny vztahované ku k s čárkami.

Tato rovnice značí soustavu hyperbol koncentrických s k^*, již můžeme též podle dřívějšího následovně vyjádřiti

$$\pm 2 \mu^3 a b \xi \eta - \mu^2 (a^2 \xi^2 - b^2 \eta^2 - e^4) + e^4 = 0, \qquad (21')$$

z kteréžto rovnice zase usuzujeme, že libovolným bodem (ξ, η) roviny procházejí tři hyperboly, pro které jest problém normál kvadratický; jejich určení samo jest ale zase dáno kubickou konstrukcí. Pro $\mu = i$ obdržíme speciálně imaginární průměry

$$a \xi \pm b i \eta = 0 .$$

Sestrojení soustavy hyperbol (21) jest zcela jednoduché. Libovolná hyperbola u této soustavy protíná osu x v bodech, pro které platí

$$\left| \xi_1 \right| = \frac{a'}{b'} R ,$$

a osu y protíná v imaginárních bodech, pro které

$$\left|\eta_1\right| = \frac{a'}{b'} R' .$$

Sdružený průměr k ose y jest

$$\frac{\eta}{\xi} = \mp \frac{b'}{e'} \cdot \frac{a}{b}$$

a tečny k ní rovnoběžné jsou

$$\xi = \pm \frac{e'}{b'} R ,$$

tak že k ose y sdružený průměr prochází bodem U, pro který platí

$$\xi_2 = \frac{e'}{b'} R , \qquad \eta_2 = \mp R' .$$

Naneseme-li tudíž na rovnoběžku bodem U k ose y z bodu U na obě strany délky rovnající se η_1, budou koncové body těchto délek přináležeti asymptotám hyperboly u. Dále platí, jak snadno poznati, souvislost

$$\xi_1^2 - \xi_2^2 = R^2 ,$$

a k ose x sdružený průměr jest

$$\frac{y}{x} = \pm \frac{e'}{b'} \cdot \frac{a}{b} .$$

Má-li tudíž bod V souřadnice $\left(R , \pm \frac{e'}{b'} R'\right)$, udává OV polohu a absolutní délku průměru sdruženého k ose x.

Rovnice asymptot pro křivky u plynoucí z (21′) jest

$$(a^2 \xi^2 - b^2 \eta^2) \mp 2 \mu a b \xi \eta = 0 .$$

Asymptoty tyto tvoří tudíž involuci. Osy hyperboly k^* a kolmice k jejím asymptotám ve středu O vztyčené jsou dvě dvojice prvků involuce té, která jest zároveň involucí sdružených průměrů pro ellipsu s k^* souosou, jejíž poloosy mají délku b, resp. a. Uzavírají-li asymptoty křivky u s osou x úhly φ_1, φ_2, jest

buď $\dfrac{tg\,\varphi_1}{tg\,\varphi_2} = -\dfrac{a' - b'}{a' + b'}$, aneb $\dfrac{tg\,\varphi_2}{tg\,\varphi_1} = -\dfrac{a' - b'}{a' + b'}$,

a dále $$tg\,\varphi_1\, tg\,\varphi_2 = -\frac{a^2}{b^2} .$$

Tím jest konstrukce těchto asymptot a hyperboly u samé jednoduše dána.

O sklech olovnato-borových.

Dr. JAN ŠEBOR.

(Se 3 obr. v textu.)

(Předloženo Akademii dne 8. června 1912.)

Před několika léty začal jsem studovati skla olovnato-borová, jichž používáme ke zdobení kovových předmětů zlatých, stříbrných a měděných, i byl jsem zvěčnělým učitelem svým B. Raýmanem pobídnut prozkoumati tuto technicky důležitou část chemie ve větším rozsahu. Práce ty — z počátku s dosti primitivními prostředky podniknuté — zůstaly následkem naléhavějších úkolů jiných nedokončeny i vrátil jsem se teprvé v poslední době opět k nim. Podávám zde stručně, co prozatím bylo provedeno.

Skla, jichž používá se ke zdobení předmětů kovových, jsou směs olovnato-alkalických křemičitanů a boranů tavením připravené, buď průhledné, buď kysličníkem ciničitým zkalené a dle potřeby různými kysličníky kovovými zbarvené. Pokud slouží ke zdobení předmětů kovových zoveme zvláště zkalená skla *emaily*, slouží-li ke zdobení předmětů keramických, nazýváme je glazurami, barvami muflovými neb emailovými.

Požadavky, jež klademe na skla tato, jsou:

1. Roztažlivost plošná musí býti co možná blízka roztažlivosti kovu neb hmoty keramické.

2. Vzdornost vůči účinkům chemickým a mechanickým má býti dostatečně velká.

3. Sklo musí býti přiměřeně tavitelné.

Roztažlivost plošnou lze vypočítati na základě faktorů roztažlivosti vypočtených pro jednotlivé kysličníky, z nichž sklo jest složeno, na základě koefficientů roztažlivosti Winckelmanem určených.[1])

Označíme-li koefficient roztažlivosti plošné 2α, procentická množství kysličníků, z nichž se sklo skládá p_1, p_2, p_3 . . . a partialné koefficienty roz-

[1]) Hovestadt, Jenaer Glas. Str. 235. Ann. Phys. & Chem. 1894, 735.

tažlivosti (plošné) jim příslušící α_1, α_2, α_3 . . . jest koefficient roztažlivosti skla $k = 2\,\alpha\,10^7 = p_1\,\alpha_1 + p_2\,\alpha_2 + p_3\,\alpha_3 + \ldots$.

Tyto partialné koefficienty roztažlivosti plošné jsou:

SiO_2	0·53	CaO	3·3	Na_2O	6·7
B_2O_3	0·07	SrO	2·4	K_2O	5·7
Al_2O_3	3·3	BaO	2·0	PbO	2·0

Třeba ovšem poznamenati, že čísla tato platí asi do 100° C a že roztažlivost skla teplotou stoupá o 5 až $9‰$ na 1° C. Souvislost mezi stoupáním a složením skla není dosud vymezena, avšak dá se předpokládati, že pravděpodobně uplatňují se tu nejvíce alkalie.

Srovnáme-li koefficienty roztažlivosti materialu kovového, na němž nejčastěji emailu užíváme, pak jsou čísla ta pro temperaturu 40° vyjádřená v hodnotě $2\alpha \times 10^7$ pro

měď	235
zlato	288
stříbro	384
tombak	270
zinek	582

Pro slitiny lze roztažlivost vypočítati velmi sblíženě dle složení, i jest jasno, že slitiny s mědí jeví menší roztažlivost, než jest kovů čistých. Také patrno z velké roztažlivosti zinku, že pro slitiny jím bohatší nelze připraviti vhodná skla. Jest totiž koefficient roztažlivosti plošné pro skla olovnatá ca 200 i nutno použíti skel bohatých alkaliemi i olovem, by difference byla vyrovnána co nejvíce. Ovšem vyrovnává jednak pružnost, jednak stlačitelnost kovu též do jisté míry differenci v roztažlivostech obou materialů. Jelikož skla alkaliemi bohatá, jsou jen málo vzdorná vůči vodě, jest tím ovšem položena jistá mez ve složení a naopak klesá množstvím kysličníku olovnatého zase tvrdost skla a tím i vzdornost vůči mechanickému otření. Nicméně skla alkaliemi bohatá hodila by se jako *email základní* čili *fondant*. Za účelem informačním provedl jsem analysu fondantu francouzské provenience a nalezl:

SiO_2	50·99%	$AhO_3 + Fe_2O_3$	0·36%
B_2O_3	6·48	MnO	0·73
PbO	21·19	Na_2O	3·88
K_2O	16·37		

Email průhledný, slabě violově zbarvený měl koefficient vypočtený ze složení 196, tedy dosti daleko od onoho slitin kovových, kolísajícího kolem 250. Fondant ten však zcela vyhovoval.

Daleko obtížnější jest otázka složení, jedná-li se o glasury pro výrobky keramické, neboť tu nevyrovnává pružnost rozdíly v roztažlivosti do té míry jako u kovu. Totéž platí ovšem též o barvách mufflových a

barvách na skle. Ovšem hraje tu hlavní roli roztažlivost skla olovnatého od bodu tuhnutí emailu počínaje až na teplotu obecnou. Koefficient roztažlivosti plošné jest pro sklo obyčejné ca 180×10^7 u glasury porcelánové ještě menší. Otázka přizpůsobení glasur hmotě základní jest dosud řešena cestou praktickou a namnoze rozřešena, stanoviti však složení vhodné na základě theoretických výpočtů bude ovšem vyžadovati ještě rozsáhlou práci výzkumnou.

2. *Vzdornost* vůči mechanickým a chemickým účinkům jest při sklech ozdobných více podřízena a souvislost její se složením jest známa z prací, jež provedli A. Quincke,[1]) Warburg,[2]) R. Weber,[3]) Kohlrausch,[4]) Forster a Mylius,[5]) W. Walker,[6]) Pfeiffer,[7]) J. Šebor.[8])

Pro sklo ozdobné rozhoduje o vzdornosti především ovšem vzdornost vůči vodě a vodní páře ve vzduchu.

3. *Tavitelnost.* Tato hraje důležitou úlohu, jak při současném slévání emailů na kovu, tak i při barvách mufflových a závisí od ní jednak současné roztopení různých skel, jednak zachování kontury malby, kteráž, kdyby tavitelnost skla byla příliš snadná, by trpěla.

Také tato otázka jest dávno řešena i rozřešena, avšak soustavná práce v tom směru podniknuta teprvé v letech posledních. Dotýkají se předmětu toho práce Vogta, Doeltera a Daye o silikátech mineralogicky důležitých. Zvláště náleží sem však práce R. C. Wallace (Z. f. anorg. Ch. 1909, 1) o binerních systémech metasilikátů lithia, natria a alkalických zemin, dále práce H. J. Kloostera (Z. f. anorg. Ch. 1911, 122), P. Lebedeva (l. c. 1911, 301) a Weillera (Chem. Ztg. 1911, 1063), Cooper, Shaw a Loomis (An. Jou. Chem. 42, 461), Hilpert a Nacken (B. B. 43, 2567).

Pokusy předběžné.

Za účelem informačním připravil jsem vzhledem k tomu, že mi nebylo možno v malé pícce dmychadlové docíliti teploty nad 1100° dvě skla olovnato-draselnatá, jako skla základní, jichž tavitelnost měla býti přísadou boraxu taveného modifikována. Složení skel těch i body tání byly:

---

[1]) A. Quincke, Pogg. Ann. 1861, 113, 513.
[2]) Warburg, Wied. Ann. 21, 634, 1884.
[3]) R. Weber, Z. f. anorg. Ch. 1891.
[4]) Kohlrausch, Wied. Ann. 44, 577, B. Ber. 1891, 3560; 1893, 2998.
[5]) Förster & Mylius, Z. f. anal. Chem. 33, 299, 323, 381; 1893, 31, 241.
[6]) H. Walker, Journ. Amer. Chem. Soc. 1905, 865.
[7]) Pfeiffer, Wied. Ann. 44, 239.
[8]) J. Šebor, Chem. Listy 1909. Chem. Listy 1912, 53.

	Sklo A %	Sklo B %
SiO_2	61·84	43·54
PbO	21·17	39·19
K_2O	17.69	16·73
Bod tání	716°	680°

Složení skel nebylo takové, jakéž jsem zamýšlel, neboť během tavení změnilo se tím, že křemen vyplaval částečně nad taveninu i bylo nutno skla rozbíti, rozetříti a znovu přetaviti, což beze ztrát na olovu a alkaliích se nezdařilo. Snad stačilo by prvně hmotu pouze spéci (fritten) a po rozemletí znovu taviti.

Tavitelnost určoval jsem zpočátku způsobem kalorimetrickým, jejž jsem popsal v Listech Chemických 1905, a sice pokládal jsem za bod roztopný onen okamžik, kdy kousek skla pistillem na váleček platinový přitisknutý a rozdrcený v prášek se roztopil a ve světle zablýskl. Později podobným způsobem stanovena tavitelnost pyrometrem s článkem platinrhodiovým s přikovaným plíškem platinovým. Přístroj byl za stejných podmínek cejchován antimonem, chloridem sodnatým a elektrolytickým čistým stříbrem, jež ve sbírce školní bylo zůstaveno Dr. O. Šulcem.

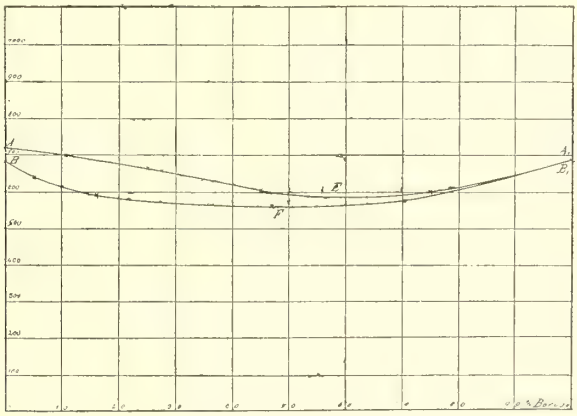
Způsob práce, jenž při dalším výzkumu byl dodržován, byl následující:

Skla byla jemně rozetřena — vše co bylo k disposici — a smísena s proměnlivým množstvím taveného boraxu, jehož bod tání nalezen 680 a 684°. V malé pícce dmychadlové směs rozpálena v malém tyglíku hessenském do žáru a udržována v něm 15 minut, načež vylito sklo na niklový plech. Ztuhlo vždy sklovitě. V některých případech určena tavitelnost skla již ½ hod. po tavení, vždy však ještě druhý den.

Složení boraxu taveného bylo 33·44% Na_2O a z diff. 66·56% B_2O_3. Skla byla po tavení analysována, a sice určeno SiO_2, z něhož množství skla základního vypočteno. Výsledky byly následující:

Skla %	Řada A			Skla %	Řada B	
	po ½ hod.	druhý den	pyrometrem		kalor.	pyrometrem
100%	—	716	715	100	680	—
89·54	—	691	697	94·60	629	—
75·38	625	661	668	90·03	612	610
45·60	583	599	600	84·15	598	—
26·38	561	578	580	52·50	563	555
Ø	—	684	680	29·5	572	575

Výsledky ty vyneseny jsou též v připojeném diagramu č. 1 a ukazují, že čím kyselejší sklo jest, tím větší je depresse bodu tuhnutí skla základního. Dále jest patrno, že u skla A zpočátku jest depresse téměř přímo



Obr. 1.

úměrná množství přídaného boraxu. Vyznačíme-li depressy $\Delta\tau$ a množství boraxu v procentech p jest $\frac{\Delta\tau}{p} \simeq$ konst. (Obr. 1.)

Plyne totiž:

% boraxu	$\Delta\tau^0$	$\Delta\tau/p$
10·46	25	2·38
24·62	55	2·23
54·44	118	2·17

Zde znamená $\frac{\Delta\tau}{p}$ snížení bodu tání 1% boraxu.

Z diagramu pak jest patrna ještě ta okolnost, že eutektický bod není v tomto systému určitě vyjádřen, nýbrž že leží na křivce nepřetržité.

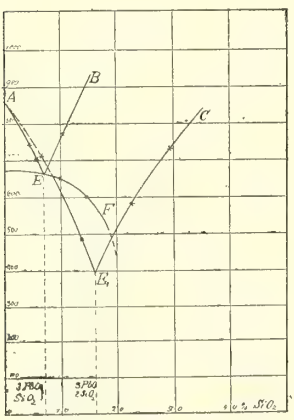
Systém $PbO + SiO_2$.

Jako další krok ve výzkumu silikátů olovnatých provedeno bylo určení průběhu bodů *tání* skel získaných tavením směsí massikotu s kysličníkem křemičitým. Skla ta, barvy žluté, tavena byla v přikrytých tyglech hessenských — nechtěl jsem platinový tygl poškoditi redukovanými parami massikotu. Bod tání určen při stoupající teplotě nad víčkem platinovým pomocí thermočlánku.

Výsledky takto získané doplňují obraz, kterýž byl P. Weillerem vypracován i uvádím je zde společně s výsledky tohoto badatele. Skla byla analysována

P. Weiller:				J. Šebor:		
PbO %	SiO_2 %	První krystallisace	Eutektikum °C	SiO_2 %	PbO %	Bod tání °C
100	—	876	—	Ø	100	855°
96	4·0	777	675	6·56	93·44	713°*)
95	5·0	736	676	13·20	86·80	489°
93·5	6·5	705	675	21·99	78·01	585°
92·0	8·0	—	675	29·43	70·57	721°
90	10	765	657			
88	12	—	645			
86	14	—	616			
85	15	—	600			

Kdežto Weiller stanovil body tuhnutí za současného vykrystallování jedné fáse, stanovil jsem body tání skel olovnatých. Ovšem dlužno připomenouti, že v případě *) označeném kysličník olovnatý vykrystalloval. Pro diagram č. 2. užil jsem jako bodu tání středu z obou určení, totiž 865°. (Obr. 2.)



Obr. 2.

Křivky $A\,E_1\,C$ znamenají rozhraní mezi tuhým sklem a taveninou. Výše jíti, než jsem při pokusech učinil, nebylo mi možno, an sklo bylo vždy bíle zkalené vyloučeným křemičitanem olovnatým, což se úplně shoduje s pozorováním Weillerovým. Bodu E_1 odpovídající složení směse eutektické jest blízko 3 PbO . 2 SiO_2 a jedná se snad o molekularnou směs 2 moleku. metasilikatu s 1 molekulou kysličníku olovnatého tedy 2 $PbSiO_3$ + PbO. Otázka po složení eutektik vedla i v případech jiných k výsledkům podobným.

Křivky Weillerovy $AE\,B$ odpovídají hranicí mezi taveninou a směsí skla s krystally nejspíše PbO. V eutektickém bodě E jest složení směsi zblízka 3 PbO . SiO_2, což odpovídalo by molekularní směsi orthosilikatu olovnatého s kysličníkem olovnatým Pb_2SiO_4 + PbO. Možno, že křivka moje následkem krystallisace v první části jest chybná, vykazujíc vyšší výsledky v bodech tání.

Křivka Weillerova *EF* odpovídající bodům tuhnutí eutektik po vykrystallování části silikátu jest vyšší, než by odpovídalo bodu tání skla v témže složení.[1])

K vůli zajímavosti uvádím zde též systém CaO a SiO_2, jenž prostudován byl Boudouardem (J. Ir. a. Steel. Ind. 1905, 339), dále Dayem a jeho spolupracovníky. Nalezeno bylo eutektikum při 1418° asi při 33% CaO a 67% SiO_2, což odpovídá téměř bisilikátu CaO . 2 SiO_2 neb směsi metasilikátu vápenatého s kysličníkem křemičitým v poměrech molárných $CaSiO_3 + SiO_2$. Vedle toho ovšem nalezeno další eutektikum při 1413° pro 45% CaO a třetí eutektikum při 67·5% CaO a teplotě 2115° C.

Z výsledků těch dalo by se souditi, že eutektika mají sblíženě složení, odpovídající poměrům molekulárným, ne-li vždy, tedy alespoň v četných případech. Sloučeninám odpovídá vždy maximum na křivce tektické.

Výsledky uvedené jasně ukázaly, že nutno očekávati na křivkách diagrammových ještě přetržité body nad 1000° i byla proto tato část pouze vytečkována.

Za účelem, bych dospěl k jakési basi pro skla olovnato-alkalická, podnikl jsem výzkum soustavy ternérní K_2CO_3, Na_2CO_3 a SiO_2, z níž přistoupí-li pak ještě PbO vzniká soustava quaternérní, jejíž prostorové znázornění a výklad v následujících statích bude podán.

Podotýkám ovšem, že, jelikož se mi jednalo o skla, nepřihlížel jsem k tomu, zdali objeví se při určitém bodě nějaká tuhá fáse a vykrystalluje, nýbrž sledoval pouze eutektika. Při systému zde prozkoumaném nastávala mimo to rovnováhn mezi kysličníkem uhličitým, kysličníkem křemičitým a silikátem, na níž samozřejmě musí míti teplota při tavení vliv.

Při následujících pokusech vyšel jsem z bikarbonatů lč. z kyseliny křemičité, jež byla v tyglu platinovém vyžíhána a pak teprve smíšena s bikarbonátem. Taveno bylo v malé pícce pomocí dmychadla až sklo se roztavilo a klidně tálo, což vyžadovalo u skel bohatších SiO_2 asi 2 hodiny. Stanoven pak bod tání skla, načež tavenina analysována. Též jsem zkusil přitaviti sklem tyčinku platinovou k thermočlánku a pak ji zahřívati: body tání takto získané souhlasily s bodem tání prášku.

U směsí uhličitanů sodnatého a draselnatého jedině byl stanoven bod tuhnutí. Obě látky jsou rychlé krystallisace schopny, ovšem v střední části křivky tektické tuhnou často sklovitě. Delším tavením body tání klesají, an uniká kysličník uhličitý. Směse byly zahřívány zvolna v tyglu přikrytém. Výsledky podávají následující tabulky:

---

[1]) Výsledky uvedené jsou v dobré shodě též s prací Hilpert a Nackena (Berl. Ber. 43, 1910, 2567), již nalezli též eutektika 3 PbO . SiO_2 a 3 PbO + 2 SiO_2.

Systém $Na_2CO_3 + K_2CO_3$

K_2CO_3 %	Na_2CO_3 %	Bod tuhnutí
0	100	932
21·43	78·57	852
39·15	60·85	809
46·33	53·67	780
52·37	47·63	775
68·61	31·39	808
76·21	23·79	849
100	0	1040[1])

Systém $Na_2CO_3 + SiO_2$

Taveny byly směse při 1050° an vyšší teploty v malé pícce plynové nebylo lze docíliti. Bod tuhnutí stanoven byl přímo v tyglu a thermočlánek vnořen do taveniny. Výsledky pokusné jsou uvedeny v následující tabulce, kysličník uhličitý jest vypočítán z difference a Na_2O jemu odpovídající dle vzorce pro uhličitan a odečteno od množství určeného analysou.

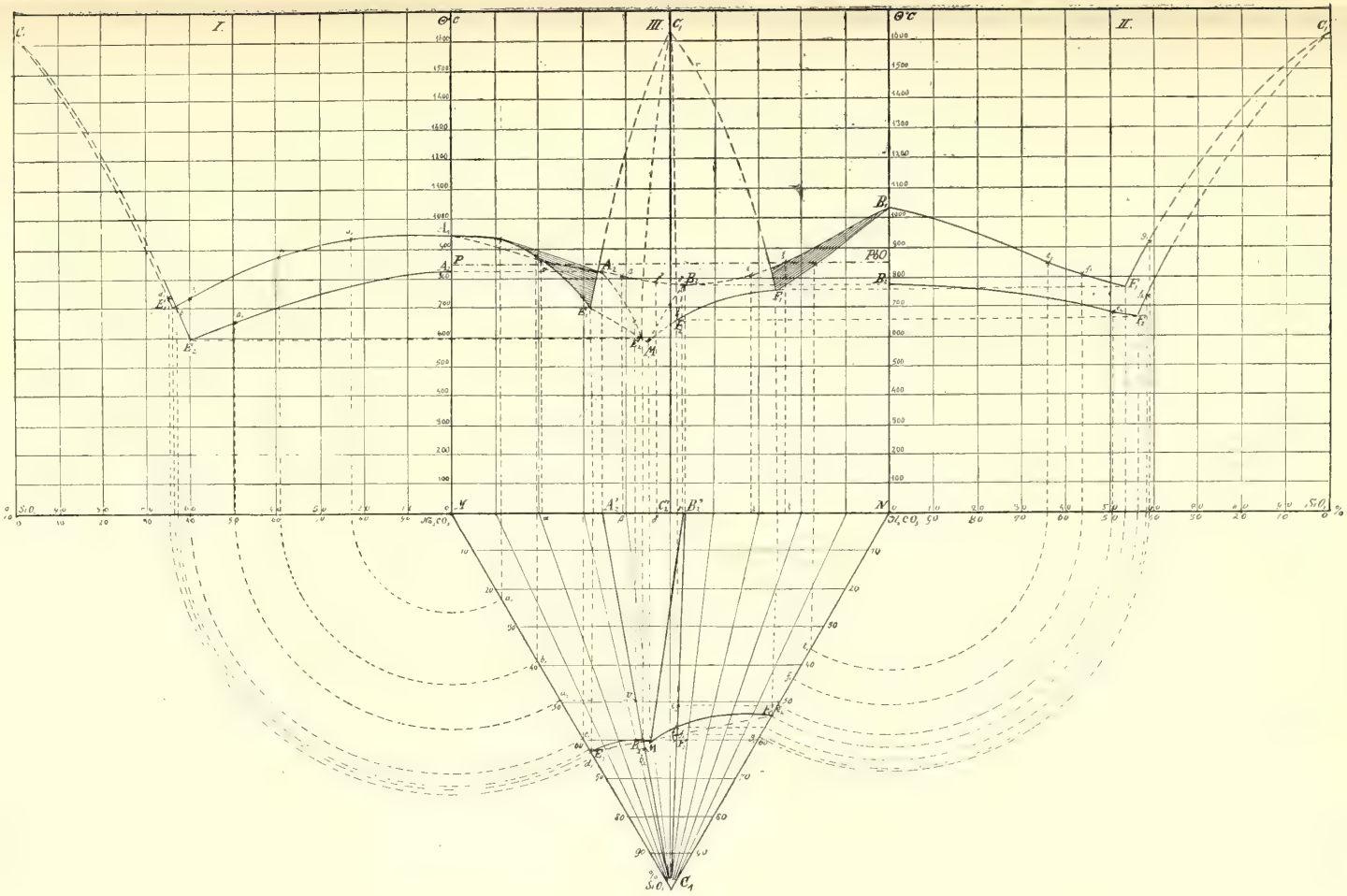
Číslo pokusu	Bod tuhnutí	SiO_2 %	Na_2O %	Na_2O %	CO_2[2]) %
a	932	—	—	58·53	41·47
b	930	22·51	27·17	29·45	20·87
c	875	38·85	44·71	9·63	6·81
d	735	59·83	38·87	0·76	0·54
e	732	64·69	34·69	0·36	0·26

Systém $K_2CO_3 + SiO_2$

Postup měření byl týž jako v řadě předešlé. Též zde jest kysličník uhličitý vypočítán z difference do sta a K_2O mu odpovídající ze vzorce pro uhličitan.

[1]) Pro K_2CO_3 nalezl jsem bod tání 1032 a 1048 střed jest 1040°. Kapka natavena na thermočlánku roztápěla se již při ca 1000°, ale zčeřila se úplně teprve při 1048°; v literatuře uvedeno jest 1045°.

[2]) Allen, Shepherd, Day, Tschermaks Mineralogische u. Petrographische Mitteilungen 1907, B 26, H. 3.



Obr. 3.

Číslo tuhnutí	Bod tuhnutí	SiO_2 %	K_2O %	K_2O %	CO_2[1]) %
a	1048	—	—	56·61	43·39
b	847	35·68	44·96	13·20	6·16
c	808	43·30	46·52	8·30	3·88
d	916	58·45	39·29	1·54	0·72
e	1625	100	—	—	—

Zdálo se mi, že se při pokusech b, c obou uvedených zde řad jeví ještě bod tuhnutí druhý asi ve výši bodu tání uhličitanu, ale určitě zachytiti jej nebylo lze. Pro silikát Na_2O . SiO_2 chovající 49·3% nabyl R. W a l l a c e bod tuhnutí mnohem vyšší, totiž 1018°, z čehož patrno, že uhličitanem sodnatým byl bod tuhnutí značně snížen a že při teplotě 1050°, při kteréž se tavení dělo, nebylo lze vypuditi veškerý kysličník uhličitý. Srovnáme-li pak poměr Na_2O : Si_2O a K_2O : SiO_2 při bodu eutektickém, odpovídá složení sblíženě vzorcům $Na_2O(SiO_2)_2$ a $K_2O(SiO_2)_2$ i doporučuje se vyjíti z těchto při dalších výzkumech.

Systémy $Na_2CO_3 + K_2CO_3 + SiO_2$.

Za účelem doplnění ternérního systému připravil jsem dvě směse z jemně rozetřených bikarbonatů a promísil je důkladně. Taveniny s nimi získané po určení bodu tuhnutí analysovány.

Systém	Body tuhnutí	SiO_2 %	K_2O %	Na_2O %	CO_2 z diff. %
	780 *)	—	—	—	—
A	678	50·56	27·68	20·64	1·12
	725	59·53	22·91	17·13	0·43
	820 *)	—	—	—	—
B	655	49·87	19·38	29·85	0·90
	705	63·15	14·16	22·38	0·35

Pro řadu *A* jest poměr obou uhličitanů: 46·56% Na_2CO_3 + 53·44% K_2CO_3, pro řadu *B* 35·55% K_2CO_3 + 64·48% Na_2CO_3. Čísla *) označená jsou vzata z diagrammu.

[1]) V CO_2 jest zahrnut též součet chyb analytických.

Z veškerých těchto dat pokusných sestrojen diagramm, kde naneseny jsou procenta SiO_2 jako abscissy a temperatury jako ordinaty Θ V poli I. vyznačen jest křivkami $A_1E_1C_1$ průběh bodů tuhnutí směsí uhličitanu sodnatého s kysličníkem křemičitým při proměnlivém množství posledního, křivkami $A_2E_2C_1$ průběh bodů tání směsí kysličníku křemičitého s uhličitany, když poměr uhličitanů alkalických byl 35·55% K_2CO_3 : 64·48% Na_2CO_3. Body E_1,E_2 jsou body eutektické. Zajímavo jest, že složení křemičitanu v bodě E, odpovídá zblízka složení bisilikatu $NaO_2(SiO_2)_2$ aneb snad spíše molárné směsi metasilikátu sodnatého s kysličníkem křemičitým ($Na_2SiO_3 + SiO_2$). (Obr. 3.)

Podobně jest v poli II. diagrammu vyznačen analogický případ směsí kysličníku křemičitého s uhličitanem draselnatým, kdež vyznačen jest křivkami $B_1F_1C_1$ průběh bodů tuhnutí při měnlivém složení binerního systému uvedeného, křivkami $B_2F_2C_1$ průběh bodů tuhnutí směsi kysličníku křemičitého se směsí 54·44% K_2CO_3 a 46·56% Na_2CO_3. Také zde odpovídá eutektický bod F_1 sblíženě bisilikatu $K_2O(SiO_2)_2$ aneb molární směsi metasilikátu draselnatého s kysličníkem křemičitým ($K_2SiO_3 + SiO_2$).

Pravděpodobně existuje též pro trisilikát nějaký bod přetržitý, lom křivky, ale pro vysokou teplotu jsem tyto nemohl určiti.

V poli III. vyznačena jest tektická křivka směsí uhličitanů sodnatého a draselnatého $A_1 A_2 B_2 B_1$. Obě látky jsou ve stavu roztopeném mísitelny a průběh křivky jest nepřetržitý, následkem čehož jest bod eutektický, ležící poblíže bodu B_2, neurčitý.

Mimo to jest obsažena v tomto poli projekce tektických ploch, v nichž tektické křivky diagrammu leží. Plochy ty protínají se v eutektických průsecnicích $F_1 F_2 M$; $M E_1 E_2$ a $B_2 M$, jimž jest společný eutektický bod M celého systému. $A_2' A_2 E_2 C_1 C_2$ jest řez odpovídající křivkám $A_2 E_2 C_1$ a $B_2' B_2 M F_2 C_1 C_2$ řez odpovídající křivkám II $B_2 F_2 C_1$.

V trojuhelníku rovnostranném jest projekce systému do základny provedena a snadno pochopitelná. V diagrammu tom užil jsem jako absciss rovnoběžnic se základnou $A_2 C_2 B_2$ a vektorů z bodu C_1 vybíhajících k základně $A_2 C_2 B_2$.

Ordinatami systému jsou kolmice na základní plochu a odpovídají temperatuře Θ.

Bod tání kysličníku olovnatého vyznačen jest rovinou rovnoběžnou se základnou, označenou průsečnicí $P—PbO$ s rovinou III v bodě $\Theta = 865^0$.

Mezi touto rovinou a systémem ploch soustavy ternérní leží nepřetržitá řada souběžných systémů ploch odpovídajících proměnlivému množství PbO v soustavě quaternérní. Mezi těmito systémy musí se nalézati systém eutektický s eutektickým bodem celé soustavy quaternérní. Znázornění zde uvedené plyne z diagrammu č. 3.

Pokud se týče poměrů mezi jednotlivými ordinatami budiž uvedeno zde následující: označíme-li abscissu $MN = a$, vektor $A_2 C_1 = v$ a $M A_2 = s$ pak jest

$$v = \sqrt{a^2 - a\,s + s^2}$$

Označíme-li si pak dále $a_2 v_2 = s'$, $c_1 v_2 = v'$ $a_2 c_1 = u'$ platí úměra:

$$v' : v = s' : s = u' : a$$

čili

$$v' = u' \frac{v}{a}$$

$$s' = u' \frac{s}{a}$$

Jelikož uvedený zde příklad jest libovolný platí poměry tyto pro každý bod.

Systém zde popsaný lze snad ještě zjednodušiti, zavedeme-li místo procent koncentrace molekulárné. V tomto případě by body E_1 a F_1 pravděpodobně ležely na téže abscisse, totiž na průsečnici roviny jimi kolmo k ploše základní položené.

Zajímavé jest konečně ještě, že, jak z pozorování na str. 4. plyne, bod tání jest, když byl záhy po tahnutí stanoven nižší, než pozdější, kdy se sklo více ke stavu rovnovážnému bylo přiblížilo. Zjev ten souvisí nepochybně s okolností, že sklo zachovává delší dobu větší volum, než odpovídá teplotě obecné. Jest proto entropie látky vyšší a tudíž množství tepla, jehož třeba za účelem roztavení přivésti, menší a tudíž pak i bod tání nižší. Při stejném složení roztápí se sklo hutnější při vyšší teplotě.

Pro studium skel olovnato-alkalických se zde znázorněný systém nehodí z té příčiny, že kysličník olovnatý se v roztavených uhličitanech alkalických nerozpouští aneb alespoň nikoliv v míře patrnější. Nutno vyjíti tu z metasilikátů a to za vyšší teploty tavených, nejlíp v peci sklářské, kde lze dosáhnouti teploty ca 1500°. Provedení těchto pokusů bude nyní dalším úkolem, jejž hodlám provésti.

Konečně jest mi milou povinností vzdáti díky slavné *České Akademii Císaře Františka Josefa* i slovutnému pánu vl. r. arch. Jiřímu Stibralovi, jichž podporou provedení této práce bylo mi umožněno.

Z laboratoře c. k. umělecko-průmyslové školy v Praze.

Vyšetření doby oběhu a měny světlosti Cepheidy 76. 1907 SU Aurigae.

Práce hvězdárny Nižborské II. 3.

Podává

Ladislav Pračka.

Předloženo dne 17. května 1912.

SU = B. D. + 30° 743 (8,8^m) = A. G. Lei. 1802 (8,8^m)

1900:	4^h	49^m	36,70^s	+ 30°	24′ 25,8″
1855:	4	46	44,91	+ 30	19 47,6

Hvězda tato ohlášena byla v Harvard Observatory circuláři číslo 130 jako proměnná s amplitudou 8,6^m až 9,1^m ph., a mnou pozorována v létech 07—12 celkem 108krát. Pozorování její patří k nejtěžším úkolům mého programu krátkoperiodických hvězd, neboť jednak není zákon měny světelné vůbec znám, jednak spojeno jest měření v tomto případu s velkými technickými potížemi. Jsou totiž srovnávací hvězdy příliš daleko od proměnné, tak že nutno stále měniti zorné pole, k čemuž přistupuje ta okolnost, že jest nutno přímo měřiti veliké intervally světelné. Uvážíme-li dále, že sama amplituda měny světelné jest poměrně malá, vidíme, že zpracování řady pozorování rozložené na mezidobu čtyř a čtvrt roku vyžaduje zvláštní methody redukce, neboť obvyklé početní methody za těchto poměrů úplně selhávají. Volil jsem následující postup redukční:

Vybrav ta měření, která dávala největší extrémy světelné, snažil jsem se určiti společného dělitele, jakožto pravdě nejpodobnější hodnotu očekávané krátké doby oběhu, pro kterouž našel jsem v prvním přiblížení hodnotu 0,47002 dne, t. j. 11^h 16^m 49,728^s. Jednoduchá úvaha ukazuje, že není možno s touto krátkou periodou redukovati pozorování na střední fázi, neboť při dlouhých mezidobách chyba v sekundách periody má za následek chyby hodinové v redukovaných momentech pozorovaných.

Rozdělil jsem proto celou řadu na čtyři skupiny, charakterisované jednak dobou, jednak užitými dalekohledy, které byly:

Refraktor Schröder—Merz $A = 272\ m/m$ (zkratka R)
„ Merz $A = 135\ m/m$ (zkratka „N)

Jednotlivě užito bylo Refraktoru Merzova (S; $A = 160\ m/m$), Reinfelder—Hertel-ova (H; $A = 102\ m/m$) a Merz-ova ($2''$; $A = 84\ m/m$).

Pozorování tato nebyla ovšem při tvoření skupin brána v úvahu. Časově rozdělené skupiny jsou tyto:

I.: d. J. 241 7886 až 8192 se základním momentem $T_0^1 = 241.7973{,}507$ *MT* Greenwich (Min.).
II.: d. J. 241.8215 až 8591; $T_0^2 = 241.8335{,}304$ (Maximum).
III.: „ „ 8958 „ 9033; $T_0^3 = 241.9028{,}646$ (Minimum).
IV.: „ „ 9334 „ 9466; $T_0^4 = 241.9453{,}374$ (Maximum).

Pozorování v těchto mezidobách uzavřená redukována byla uvedenou periodou na základní momenty (T_0), a sice tím způsobem, že přihlíženo bylo k tomu, aby časová vzdálenost od momentu T_0 (t. j. $V—T_0$) byla menší než polovina periody. Hodnoty tyto obsaženy jsou v tabulce číslo 1. Sloupec $V—T_0$ udává potom skupinu velikostí proměnné v časovém vztahu k momentům T_0 a tyto dovolují pak jednoduchým řešením grafickým určiti křivku světelnou náležející příslušné skupině. Dlužno ovšem míti na mysli, že chyba doby oběhu padá zde ještě plnou měrou do výsledku, avšak umělým tímto zkrácením absolutní její hodnota se zmenšuje a to v přímém poměru k hodnotě E. Při malé amplitudě jest nutno při grafickém řešení zanedbati veškerá pozorování, která vlivem meteorologických činitelů jsou a priori podezřelá. Jak sloupec p tabulky první ukazuje, nebyla tato opatrnost nemístnou, neboť pozorování tato ukazují značné odchylky.

Grafické řešení uvedených čtyř skupin vedlo k následujícím epochám:

I. Minimum (9,02) = 241 7973,532 M. T. Greenwich.
Maximum (8,45) = 241 7973,734 „
II. Maximum (8,38) = 241 8335,274 „
III. Minimum (9,55) = 241 9028,646 „
IV. Maximum (8,71) = 241 9453,362 „

Z těchto epoch odvozeny pak byly elementy:

Maximum = 241 7973,734 M. T. Gr. + 0,470143 . E; M—m = 0^d,225.

Pravděpodobná chyba periody obnáší $\pm$ 0,000015 dne = $\pm$ $0{,}9^s$. Odchylka od periody za základ vedené obnáší as 9 sekund, čímž způsoben byl v nejnepříznivějším případu posun nejvýše 47 minut, který však při grafickém řešení se vyrovnává.

Abychom měli kriterium přesnosti pozorování, spojil jsem výsledky hodografu I. a II. v jednu střední křivku světlosti, což dovoleno bylo proto, že obě řady pozorovány byly na stejném stroji; rovněž tak učinil jsem se skupinami III. a IV. Tak získány byly nové dvě střední křivky světlosti (I., II.), které charakterisují průběh měny světelné pozorované

jednak na 10ti palcovém refraktoru (R), jednak na 5tipalcovém dalekohledu hvězdárny Nižborské (N). Touto jednoduchou methodou jest téměř úplně eliminován vliv chyby hodnoty P na výsledky pozorování, a rovněž tak nebezpečný vliv různé optické síly užitých dalekohledů. Srovnáním středních křivek I. a II. odvodíme, že vlivem různé chromatické korrekce vidím na 10ti palcovém dalekohledu hvězdu o 0,41 hvězdné velikosti jasnější než na menším stroji, tak že možno spojiti obě velké skupiny pozorování použitím redukčního addičního faktoru — 0,41 v jednu ideální křivku platící pro velký refraktor. Fakt, že na stroji specielně pro žluté paprsky korrigovaném jest hodnota maxima i celé fáze stejnoměrně zvýšena, nasvědčuje tomu, že maximum emissní energie této hvězdy leží na visuelním konci spektra, což zdá se potvrzovati moje pozorování ze 14. prosince 1907, kde viděl jsem hvězdu v oranžově žlutém světle.

Křivka světlosti.

Elementy křivek světlosti obsahuje následující přehled:

Tab. 2.

Δt (Max.)	graf. I.	graf. II.	stř. křivka I.	graf. III.	graf. IV.	stř. křivka II.	Δ stř. kř. II.—I.	Ideální stř. kř.
— 0,250	8,85	—	8,93	—	—	—	—	—
225	8,97	—	9,03	—	—	9,43	0,40	9,03
200	9,04	—	9,03	—	9,22	9,40	0,37	9,01
175	8,97	8,90	8,96	—	9,13	9,33	0,37	8,96
150	8,93	8,84	8,88	—	9,08	9,25	0,37	8,88
125	8,85	8,75	8,80	—	9,01	9,18	0,38	8,80
100	8,79	8,65	8,73	—	8,95	9,12	0,39	8,73
075	8,70	8,55	8,64	—	8,89	9,05	0,41	8,64
050	8,64	8,45	8,55	—	8,80	8,98	0,43	8,55
— 025	8,54	8,40	8,45	—	8,74	8,91	0,46	8,47
0,000	8,45	8,35	8,38	8,97	8,72	8,84	0,46	8,40
+ 0,025	8,47	8,37	8,44	9,00	8,73	8,90	0,46	8,48
050	8,53	8,46	8,53	9,07	8,80	8,98	0,45	8,56
075	8,60	8,63	8,63	9,13	8,95	9,07	0,44	8,65
100	8,66	8,72	8,70	9,19	9,05	9,12	0,42	8,71
125	8,70	8,73	8,72	9,21	9,07	9,13	0,41	8,72
150	8,71	8,74	8,72	9,22	9,09	9,15	0,43	8,72
175	8,76	8,78	8,76	9,27	9,10	9,20	0,44	8,78
200	8,85	8,86	8,87	9,37	9,16	9,28	0,41	8,88
225	8,97	8,95	8,99	9,51	9,22	9,37	0,38	8,98
+ 0,250	9,04	—	9,04	9,55	9,25	9,43	0,39	9,04
				$n = 20$	$\frac{1}{n}\Sigma$	=	+ 0·41	

Průběh ideální křivky jest velice zajímavý a ukazuje, že hvězda patří k δ-Cephei-typu. Z minima (9^m02) zvedá se světlost v 5 hodinách 17 minutách do maxima (8^m4), odkud symmetrickým způsobem klesá až při 8^m7, kterážto velikost dosažena jest za jednu hodinu 48 minut, nastává téměř úplná, asi 1 hodinu 12 minut trvající stagnace měny světelné. Od tohoto okamžiku klesá opět světlost, až po 2 hodinách 24 minutách vrátí se hvězda do minimální fáze.

Jak již řečeno pohybuje se měna světelná v mezích 8^m4 až 9^m0, obnáší tedy amplituda ve visuelní části spektra 0,6 hvězdné velikosti. Pro hvězdy δ-Cephei-typu jest známa ta vlastnost, že jest amplituda ve visuelní části spektra mnohem menší než amplituda ve spektru fialovém (fotografickém). Vezmeme-li za základ střední hodnotu poměru amplitud v obou spektrech A. Wilkensem (A. N. *172*, 305) odvozenou číslem 1,6, obdržíme pro fotografickou amplitudu hodnotu 1,0 hvězdné velikosti v naprosté shodě s údaji observatoře Harvard-ské.

Vrátíme-li se nyní ještě k následující tabulce 1, zbývá vyložiti význam sloupce označeného rozdílem $m—m_0$. Rozdíly tyto udávají odchylku pozorovaných hodnot od hodnot křivkami odvozených. Ježto pro skupinu I. a II. vzata za základ střední křivka I., pro druhé pak dvě skupiny střední křivka II., možno tyto rozdíly považovati za chyby pozorovací, jichž hodnoty jsou velmi zajímavy. Vidíme totiž, že mnou užitá methoda čistě grafického řešení takovýchto řad vyrovnává ideálně v jednotlivých skupinách pozorovaná data, a že odchylky jsou ve většině případů velice nepatrné přes to, že poměry byly nejvýš nepříznivé. Nepřesahuje střední chyba pozorování pro:

velký refraktor: $\varepsilon_R = \pm 0{,}08$ hvězdné velikosti a pro
menší refraktor: $\varepsilon_N = \pm 0{,}04$ „ „

Tyto hodnoty jsou velice zajímavé tím, že přímo ukazují vliv rušivé činnosti měnou zorného pole na koncentraci pozornosti, na jehož význam jsem již častěji poukazoval. Mnohem menší zorné pole refraktoru R má za následek delší trvání mezi zastavením srovnávacích hvězd, a spojené s tím vedlejší psychologické pochody způsobují nejistotu úsudku. Tím vyložiti dlužno, proč jest střední chyba jednoho měření proti všemu očekávání při stroji R jednou tak veliká jako při N.

Jest záhodno k tabulce číslo 2 podotknouti vztah mezi hodnotami Δt Max. a výrazem $V—T_0$ tabulky číslo 1. Zde rozeznávati sluší:

1. $V—T_0 < 0$, pak jest: $V—M_0 = 0{,}245 + (V—T_0)$ t. j. positivní argument Δt příslušné střední křivky světlosti.

2. $V—T_0 > 0$, pak jest: $M_0—V = 0{,}225 — (V—T_0)$ t. j. negativní argument Δt příslušné střední křivky světlosti.

Redukce pozorování na střední momenty.

Tab. č. 1.

Č.	(T) Datum 2410000+	Poz. m	E	$T+EP=V$ 2410000+	$V-T_0$	m_0	$m-m_0$	Skupina	Váha p	Pozn.	J
1	7886,340	8,48	— 186	7973,764	+0,257	8,5	0,0		1		R
2	7888,378	8,69	181	452	— 055	8,9	— 0,2		1	☾☾	R
3	7895,430	8,48	166	453	— 054	8,9	— 0,4		0		R
4	7907,375	8,78	141	648	+ 141	8,7	+ 0,1		1		R
5	7907,376	8,78	141	649	+ 142	8,6	+ 0,2		1		H
6	7908,250	8,72	139	583	+ 076	8,9	— 0,2		1		S
7	7908,281	8,84	139	614	+ 107	8,8	0,0		1		R
8	7910,240	8,70	135	693	+ 186	8,5	+ 0,2		1		R
9	7911,240	8,75	133	753	+ 246	8,4	+ 0,4		0	mraky	R
10	7914,410	8,75	126	633	+ 126	8,7	+ 0,1		1		R
11	7919,469	8,69	115	521	+ 014	9,0	— 0,3		1		R
12	7927,271	8,54	98	333	— 174	8,6	— 0,1		1		R
13	7932,413	8,48	87	305	— 202	8,5	0,0	I.	1		R
14	7943,316	8,48	64	397	— 110	8,7	— 0,2		0	v. š. o.	R
15	7951,566	8,60	46	187	— 320	8,5	+ 0,1		1		R
16	7960,215	8,54	28	376	— 131	8,7	— 0,2		1		R
17	7964,448	8,69	19	378	— 129	8,7	0,0		1		R
18	7973,507	9,02	0	507	000	9,0	0,0	T_0[1]	1		R
19	7985,451	8,75	+ 25	701	+ 194	8,4	+ 0,4		0	☾☾	R
20	7996,302	8,66	48	741	+ 234	8,4	+ 0,3		0	mraky	S
21	7996,365	8,81	49	334	— 166	8,6	+ 0,2		0	mraky	R
22	7998,350	8,90	53	439	— 068	8,8	+ 0,1		1		S
23	8001,372	8,66	59	641	+ 134	8,7	0,0		1		R
24	8002,342	8,84	61	671	+ 164	8,6	+ 0,2		0	v. m. o.	S
25	8003,503	8,69	64	422	— 085	8,7	0,0		1		R
26	8008,493	8,90	74	712	+ 205	8,4	+ 0,5		0	v. m. o.	R
27	8019,340	8,54	98	278	— 229	8,4	+ 0,1		1		R
28	8021,354	9,02	102	412	— 095	8,7	+ 0,3		0	*Ci* ☾☾	R
29	8022,292	8,72	104	410	— 097	8,7	0,0		1		R
30	8023,347	8,69	106	525	+ 018	9,0	— 0,3		0	☹	R
31	8024,328	8,54	108	566	+ 059	8,9	— 0,4		0	v. m. o.	R
32	8025,399	8,75	110	697	+ 190	8,5	+ 0,3		0	*Ci* v. m. o.	R
33	8026,358	8,48	112	716	+ 209	8,4	+ 0,1		1		R
34	8028,361	8,54	117	369	— 138	8,7	— 0,2		1		R
35	8030,381	8,96	121	509	+ 002	9,0	0,0		1		R
36	8034,350	8,69	129	717	+ 210	8,4	+ 0,3		1		R
37	8036,367	8,69	134	384	— 123	8,7	0,0		1		S
38	8036,382	8,66	134	399	— 108	8,7	0,0		1		R
39	8040,361	8,53	142	618	+ 111	8,8	— 0,3		0	☾☾ Čas?	R
40	8045,378	8,75	153	465	— 042	8,9	— 0,1		1		R
41	8047,371	8,54	157	578	+ 071	8,9	— 0,4		0	☾☾	R
42	8052,333	8,72	168	370	— 137	8,7	0,0		1		S
43	8055,406	—	174	623	+ 116	8,7	—		—		R
44	8058,354	8,69	180	750	+ 243	8,4	+ 0,3		1		S
45	8192,458	8,54	253	543	+ 239	8,4	+ 0,1		1		R
46	8215,422	8,54	— 255	8335,277	— 027	8,4	+ 0,1		1		R
47	8216,462	8,48	253	377	+ 073	8,6	— 0,1		1		R
48	8220,482	8,75	244	167	— 137	8,8	0,0		1		R
49	8230,470	8,30	223	284	— 020	8,4	— 0,1		1		R
50	8240,374	8,72	202	318	+ 014	8,4	+ 0,3		0	5″	N
51	8240,480	8,54	202	424	— 120	8,8	— 0,3		1		R
52	8247,367	8,36	187	261	+ 043	8,5	— 0,1		1		R
53	8278,281	8,48	121	153	— 151	8,9	— 0,4		0	☾☾	R
54	8285,249	8,57	106	071	— 233	9,0	— 0,4		0	☾☾ *Ci*	R
55	8290,246	8,96	96	368	+ 064	8,6	+ 0,4		0	v. m. o.	R
56	8291,274	9,02	94	456	+ 152	8,7	+ 0,3		0	5″	N
57	8299,205	8,75	77	397	+ 093	8,7	+ 0,1		1		R

Č.	(T) Datum 2410000+	Poz. m.	E	T + EP = V 2410000+	V—T₀	m_0	m—m_0	Skupina	Váha p	Pozn.	J
58	8325,330	8,42	— 21	8335,200	— 104	8,7	— 0,3		1		R
59	8326,470	8,42	19	400	+ 096	8,7	— 0,1		1		R
60	8329,241	8,66	13	351	+ 047	8,5	+ 0,2		1		R
61	8333,457	8,78	4	337	+ 033	8,5	+ 0,3		0	v. š. o.	R
62	8335,304	8,30	0	304	0	8,4	— 0,1	T_0^2	1		R
63	8335,426	8,75	0	426	+ 122	8,7	+ 0,1		1		R
64	8339,378	8,66	+ 9	148	— 156	8,9	— 0,2		0	CC	R
65	8348,358	9,17	28	197	— 107	8,7	+ 0,5		0	± v mracích	S
66	8355,276	8,90	42	535	+ 231	9,0	— 0,1		1		R
67	8355,278	8,81	42	537	+ 233	9,0	— 0,2		1		R
68	8356,435	9,08	45	284	— 020	8,4	+ 0,7		0	v mracích	R
69	8356,467	8,84	45	316	+ 004	8,4	+ 0,4		0	v mracích	R
70	8356,521	8,78	45	370	+ 066	8,6	+ 0,2		0	v mracích	R
71	8358,351	8,54	49	320	+ 016	8,4	+ 0,1		1		S
72	8358,396	8,72	49	365	+ 061	8,6	+ 0,1		1		R
73	8412,371	8,54	164	288	— 016	8,4	+ 0,1		1		R
74	8416,395	8,54	173	082	— 222	9,0	— 0,5		0	!	R
75	8419,335	8,54	179	201	— 103	8,7	— 0,2		1		R
76	8530,472	8,75	415	414	+ 110	8,7	+ 0,1		1		S
77	8542,467	8,72	441	188	— 116	8,8	— 0,1		1		S
78	8591,375	8,54	+ 545	214	— 090	8,7	— 0,2		1		R
79	8958,403	9,08	— 149	9028,436	— 210	9,0	+ 0,1	III	1		N
80	9027,403	9,20	3	813	+ 167	8,9	+ 0,3		0	v. m. o.	N
81	9027,563	9,02	2	503	— 143	9,1	— 0,1		1		N
82	9027,566	9,17	2	506	— 140	9,1	+ 0,1		1		N
83	9028,646	9,56	0	646	0	9,4	+ 0,2	T_0^3	1		N
84	9029,475	9,20	+ 2	535	— 111	9,1	+ 0,1		1		N
85	9029,479	9,38	2	539	— 107	9,1	+ 0 3		1		N
86	9033,327	9,38	10	627	— 019	9,4	0,0		1		N
87	9033,328	9,38	+ 10	628	— 018	9,4	0,0		½1		N
88	9334,540	9,05	— 253	9453,453	+ 081	9,1	0,0	IV.	1		N
89	9357,401	9,56	204	285	— 089	9,1	+ 0,5		0	mraky	N
90	9360,424	9,53	198	488	+ 114	9,1	+ 0,4		0	v. m. o.	N
91	9381,371	8,78	153	284	— 090	9,1	— 0,3		0	C	N
92	9383,451	9,14	149	484	+ 110	9,1	0,0		1		N
93	9384,188	9,14	147	281	— 093	9,1	0,0		1		N
94	9384,193	9,11	147	286	— 088	9,1	0,0		1		N
95	9394,726	≧8,90	125	478	+ 104	9,1	—		0		N
96	9412,574	8,75	87	466	+ 092	9,1	— 0,3		0	CC l. v.	N
97	9413,456	8,78	85	408	+ 034	8,9	— 0,1		1		N
98	9414,257	8,84	83	269	— 105	9,1	— 0,3		0	v.m.o.mraky	N
99	9415,247	8,78	81	319	— 055	9,0	— 0,2		1		N
100	9415,451	(9,08)	81	523	+ 149	9,1	0,0		1		N
101	9417,462	9,02	76	184	— 190	9,4	— 0,4		0	velmi mdlé	N
102	9417,478	9,11	76	200	— 174	9,3	— 0,2		0	velmi mdlé	N
103	9417,499	9,02	76	221	— 153	9,3	— 0,3		0	velmi mdlé	N
104	9419,420	9,11	72	261	— 113	9,2	— 0,1		1		N
105	9422,278	9,11	66	299	— 075	9,0	+ 0,1		1		N
106	9422,430	8,90	66	451	+ 077	9,1	— 0,1		1		N
107	9453,374	8,72	0	374	0	8,8	— 0,1	T_0^4	1		N
108	9466,350	9,17	+28	189	— 185	9,4	— 0,2		1		N

Pozorování světlostí hvězdy *SU* Aurigae.

Srovnávací hvězdy:

a = *B. D.*	+ 30° 746	(8,1)	= Ad.	mag.	8,0
b = ,, ,,	+ 30° 748	(9,0)	= ,,	,,	9,0
c = ,, ,,	+ 30° 749	(9,4)	= ,,	,,	10,0:

Redukce stupňů na hvězdné velikosti:

5° = 8,3	12° = 8,72	20° = 9,20
6 = 8,36	13 = 8,78	21 = 9,26
7 = 8,42	14 = 8,84	22 = 9,32
8 = 8,48	15 = 8,90	23 = 9,38
9 = 8,54	16 = 8,96	24 = 9,44
10 = 8,60	17 = 9,02	25 = 9,50
11 = 8,66	18 = 9,08	26 = 9,56
	19 = 9,14	

Čas udán jest v geocentrickém středním čase Greenwich-ském, ježto redukce na slunce jest vzhledem k přesnosti vůbec dosažitelné bezvýznamnou.

Datum		d. J.	M. T. Greenw.	Pozorování	Stupně	Poznámky	Zvětšení
1907		241	h m				
listopad	6	7886	8,10	$a > SU$ 6,8 b	8		50
	8	88	9,5	$a > SU$ 3,4 b	11,5		50
	15	95	10,20	$a > SU$ 6,8 b	8	velmi bílo ☾☾	50
	27	7907	9,0	$a > SU$ 2 b	13		50
	27	07	9,1	$a > SU$ 2 b	13		R&H
	28	08	6,0	$a > SU$ 3 b	12	podmračno	29
	28	08	6,45	SU 1 b	14	Orig. d?	50
	30	10	5,45	$a > SU$ 3 b	12		50
prosinec	1	11	5,45	$a > SU$ 2,3 b	12,5	podmračno	50
	4	14	9,50	SU 2,3 b	12,5	oranžové	50
	9	19	11,15	SU 3,4 b	11,5		50
	17	27	6,30?	$a > SU$ 6 b	9	☾☾	50
	22	32	9,55	$a > SU$ 6,8 b	8	*Ci* ☹	50
1908							
leden	2	43	7,35?	SU 6—8 b	8	v. š. o.	50
	10	51	13,35	$a > SU$ 5 b	10		50
	19	60	5,10	$a > SU$ 6 b	9		50
	23	64	10,45	SU 3,4 b	11,5	m. o.	50
únor	1	73	12,10	b 2 SU	17	m. o.	50
	13	85	10,50	$a > SU$ 2,3 b	12,5	☾☾	50
	24	96	7,15	$a > SU$ 4 b	11	podmračno	29
	24	96	8,45	$a >> SU$ 1,2 b	13,5		50
	26	98	8,24	$SU \doteq b$	15	v mracích ±	29
	29	8001	8,55	SU 4 b	11	v. m. o.	50
březen	1	02	8,12	SU 1 b	14	v. m. o.	29
	2	03	12,5	SU 3,4 b	11,5	mdlé měnivé obrazy	50
	7	08	11,50	$SU \doteq b$	15	mdlé měnivé obrazy	50
	18	19	8,10	SU 6 b	9	☹	50
	20	21	8,30	b 2 SU	17	velmi $\pm_{\infty}$ *Ci* ☾☾	50
	21	22	7,0	SU 3 b	12		50
	22	23	8,20	SU 3,4 b	11,5	☹	50
	23	24	7,52	SU 6 b	9	v. m. o.	50
	24	25	9,35	SU 2,3 b	12,5	v. m. o. *Ci*	50
	25	26	8,35	SU 6,8 b	8		50
	27	28	8,40	SU 6 b	9		50
	29	30	9,9	b 1 SU	16		50
duben	2	34	8,24	SU 3,4 b	11,5		50
	4	36	8,48	SU 3,4 b	11,5	± podmračno ☾	29
	4	36	9,10	SU 4 b	11		50
	8	40	8,40?	SU 6,7 b	8,5	☾☾	50
	13	45	9,5	SU 2,3 b	12,5	☾☾	50
	15	47	8,54	SU 6 b	9	☹	50
	20	52	8,0	SU 3 b	12		29
	23	55	9,45	$SU > b$?	—	velmi nízko	50
	26	58	8,30	SU 3,4 b	11,5		29
září	7	8192	11,0	SU 6 b	9		50
	30	8215	10,8	SU 6 b	9		50
říjen	1	16	11,5	SU 6,8 b	8		50
	5	20	11,33	SU 2,3 b	12,5	☾	50
	15	30	11,16	SU 10 b	5		50
	25	40	8,20	SU 3 b	12	5″	25
	25	40	11,31	SU 6 b	9		50
listopad	1	47	8,48	SU 8—10 b	6	☾	50

Datum		d. J.	M. T. Greenw.	Pozorování	Stupně	Poznámky	Zvětšení
		241	h m				
prosinec	2	8278	6,45	*SU* 6—8 *b*	8	velmi bílo ℂℂ	50
	9	85	5,58	*SU* 5,6 *b*	9,5	*Ci* ☉	50
	14	90	5,54	*b* 1 *SU*	16	v. m. o.	50
	15	91	6,35	*b* 2 *SU*	17	mdlé 5″	25
	23	99	4,56	*SU* 2,3 *b*	12,5		50
1909							
leden	18	8325	7,56	*SU* 8 *b*	7		50
	19	26	11,16	*SU* 8 *b*	7		50
	22	29	5,44	*SU* 4 *b*	11		50
	26	33	10,58	*SU* 2 *b*	13	v. š. o.	50
	28	35	7,18	*SU* 10 *b*	5	*SU* nápadně jasné	50
	28	35	10,13	*SU* 2,3 *b*	12,5		50
únor	1	39	9,5	*SU* 4 *b*	11	ℂℂ	50
	10	48	8,35	*b* 4,5 *SU*	19,5	zcela nejisto, stále skrz mraky	29
	17	55	6,38	*SU* = *b*	15		50
	17	55	6,41	*SU* 1,2 *b*	13,5		50
	18	56	10,27	*b* 3 *SU*	18	v mracích	50
	18	56	11,13	*SU* 1 *b*	14	m. o.	50
	18	56	12,30	*SU* 2 *b*	13		50
	20	58	8,25	*SU* 6 *b*	9		29
	20	58	9,30?	*SU* 3 *b*	12		50
duben	15	8412	8,55	*SU* 6 *b*	9		50
	19	16	9,29	*SU* 6 *b*	9		50
	22	19	8,3	*SU* 6 *b*	9	velmi ± ℂ ∞²	50
srpen	11	8530	11,20	*a* > *SU* 2,3 *b*	12,5	orig. *d*, nízko ∞²	29
	23	42	11,12	*SU* 3 *b*	12	*Ci*	29
říjen	11	91	9,0	*SU* 6 *b*	9		50
1910							
říjen	13	8958	9,40	*b* 3 *SU* (> *c*)	18	bílo, v. m. o. ≡ℂ	2
prosinec	21	9027	9,40	*b* 5 *SU* (10) *c*	20	m. o.	1
	21	27	13,30	*b* 2 *SU* > *c*	17	m. o. ℂ	1
	21	27	13,35	*b* 4,5 *SU* > *c*	19,5	m. o. ℂ	1
	22	28	15,30	*b* >> *SU* 3,4 *c*	26	špatné o. *Ci* ℂ	1
	23	29	11,24	*b* 5 *SU* > *c*	20	větrno	1
	23	29	11,30	*b* 8 *SU* > *c*	23	větrno	1
	27	33	7,50	*b* > *SU* 6,8 *c*	23	špatné o.	1
	27	33	7,52	*b* 8 *SU* > *c*	23	≡	1
1911							
říjen	24	9334	12,58	*b* 2,3 *SU* > *c*	17,5	∞	1
listopad	16	57	9,38	*b* >> *SU* 4 *c*	26	měnivé o. větrno, podmračno	1
	19	60	10,10	*b* > *SU* 4,5 *c*	25,5	v. š. o.!	1
prosinec	10	81	8,54	*a* >> *SU* 2 *b*	13	*b* > *c* ℂ	1
	12	83	10,50	*b* 4 *SU* > *c*	19	*a*>*b*; zcela ± v mracích	1
	13	84	4,30	*b* 4 *SU* > *c*	19	soumrak ± ≡	1
	13	84	4,38	*b* 3,4 *SU* > *c*	18,5		1
	23	94	17,25	*a* > *SU* > *b*	≥ 15	v svítání ±	1
1912							
leden	10	9412	13,46	*a* >> *SU* 2,3 *b*	12,5	l. v. ℂℂ	1
	11	13	10,56	*a* >> *SU* 2 *b*	13	v. m. o.	1

Datum	d. J.	M. T. Greenw.	Pozorování	Stupně	Poznámky	Zvětšení
	241	h m				
Leden 12	9414	6,10	*SU* 0,2 *b*	14	v. m. o. v mracích	1
13	15	5,56	*SU* 2 *b*	13	velmi mdlé	1
13	15	10,50	*b* 3 *SU* (2 *c*)	(18:)		1
15	17	11,5	*b* 2 *SU* > *c*	17	velmi mdlé	1
15	17	11,28	*b* 3,4 *SU* > *c*	18,5	velmi mdlé	1
15	17	11,58	*b* 2 *SU* > *c*	17	velmi mdlé	1
17	19	10,4	*b* 3,4 *SU*	18,5	velmi mdlé	1
20	22	6,40	*b* 3,4 *SU* > *c*	18,5	*Ci*, mdlé	1
20	22	10,20	*b* ≐ *SU*	15	*b* 1 *SU*; *SU* 1 *b* v.m.o.	1
únor 20	53	8,58	*a* >> *SU* 3 *b*	12	∞^2	1
březen 4	66	8,24	*b* 4,5 *SU* > *d*	19,5	😮	1

Zvětšení 1 a 2 odpovídají zvětšení 25- a 50násobnému u stroje *N*.

Hvězdárna Nižbor, 1912 květen 16.

Ladislav Pračka.

Žíly zlatonosného křemene u Libčic blíže Nového Knína.

Podává **A. Hofmann.**

Se 2 obrazci v textu.

(Předloženo ve schůzi dne 7. června 1912.)

Na hranici a v samém žulovém massivu středočeském uvádějí Peithner v. Lichtenfels, K. hr. Sternberg a j. velmi mnoho míst, o nichž se udává, že se tam dolovalo na zlato, ale bližší data o počátku, trvání a době rozkvětu dolů nebyla jim známa.

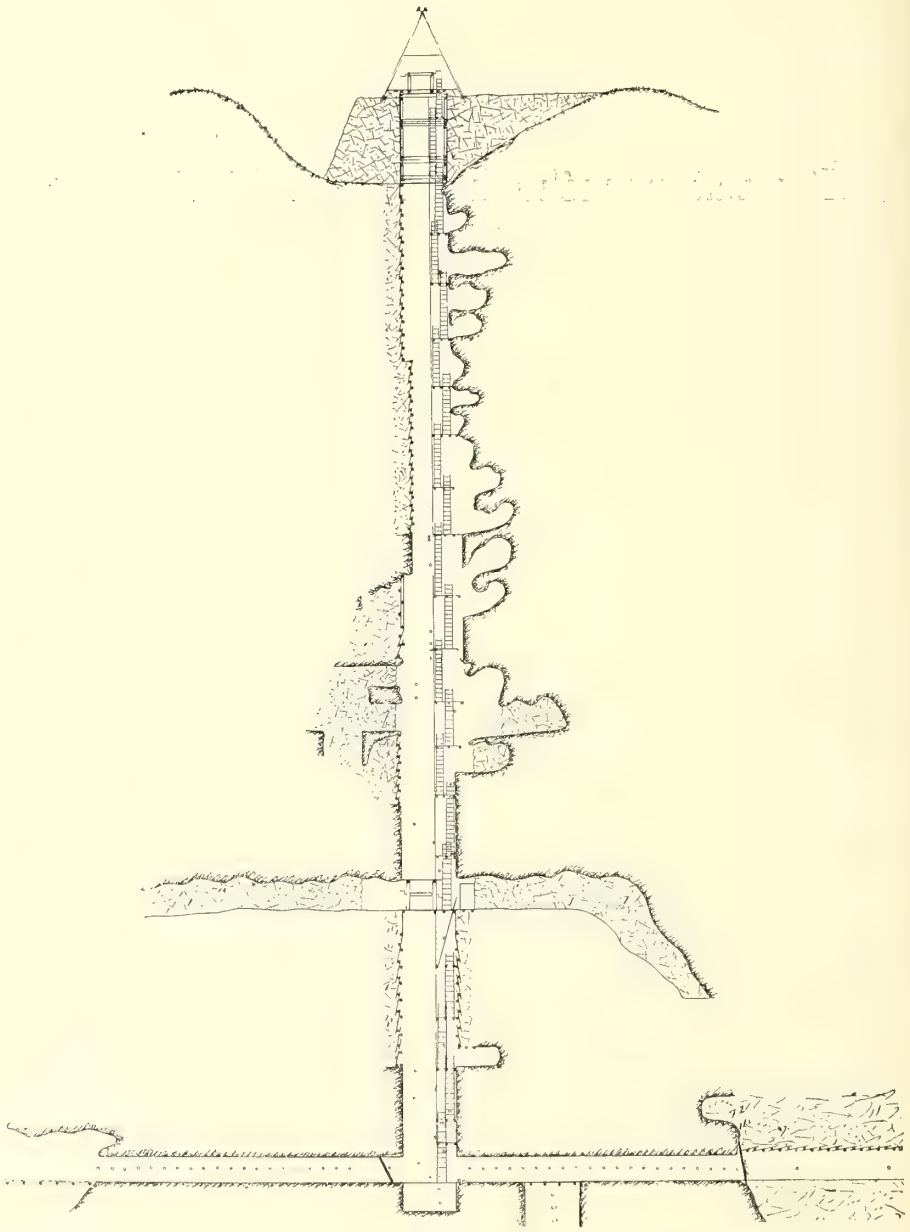
Jedním z četných těchto dolů, o nichž bližší data již dřívějším historikům byla neznáma, jest důl na zlato odkrytý znovu r. 1911 v lese Hořice v obci libčické jižně od N. Knína.

Ves Libčice leží ještě na žule, západně však vystupují přeměněné břidlice praekambrické, jež hraničí na východě se žulou, na západě pak s porfyrem křemitým.[1]) Na kontaktě žuly s břidlicí, v břidlici i v porfyru křemitém vystupují žíly křemene zlatonosného. Na těch se dříve dolovalo a nyní se ve větším měřítku po nich kutá. Zbytky dávné činnosti hornické, jsou na četných místech nálevkovité nebo podlouhlé sesutiny, obvaly, obklopené větími nebo menšími haldami. V takovém obvalu v lese Hořice zvaném byla ražena nynější jáma kutací; již po málo metrech

[1]) J. L. Barvíř, Geologische und bergbaugeschichtliche Notizen über die einst goldführende Umgebung von Neu-Knín und Štěchovic in Böhmen, Věst. král. čes. spol. nauk 1904 č. 25.

zastižena žíla křemene zlatonosného, po níž staří dolovali; jak hluboko šli, nebylo tehdy možno určiti, neboť historická data i tradice scházela úplně.

Až při hloubení nynější jámy kutací našly se asi v hloubce 20 metrů kachle z kamen, z nichž lze souditi na vysoké stáří. Podle materiálu a skulptur zbytků těch pokládal je zesnulý prof. J. L. Píč za výrobky ze sto-



Obr. 1. Profil starou úpadní jámou od V-Z. V pravo zbytky práce žárové. Na 1. obzoru v hloubce 81·6 *m* s ústí nové jámy. Místa, kde brány pruhy, označená kroužky.

letí 14. až 15.; jest však ještě poznamenati, že tenkráte jáma již byla zasypána, poněvadž stařiny sahají ještě mnohem hlouběji.

Při obnově starého dolu našly se až dosud zbytky žebříků z dubového dřeva a zpola zuhelněné kusy dřeva, jež pocházejí od práce ohněm. Na některých místech našlo se vydřevení šachty na celý srub, a i to je z pevného skoro zčernalého dřeva dubového, ačkoliv nyní daleko široko vůkol nenajdeme doubrav, nýbrž jen lesy jehličnaté.

Podle nálezů učiněných při obnově byla těžba zahájena několikráte v různých dobách: nejprve rubaly se výchozy křemenných žil od povrchu, pokud žíly byly rozvětralé, po té době pak následovala práce ohněm, jež snad sahala až do 100 *m* hloubky.

Na stráni jest pozorovati i haldy po štolách a obvaly; byly to štoly spojovací, jež mimo odvádění vod byly zároveň při práci ohněm chodbami vzduch přivádějícími, kdežto šachtami táhl vzhůru ven. Práci ohněm můžeme sledovati podél obnovené úpadní staré šachty, nynější kutací, až do hloubky 73 metrů, kdež pak se narazilo na sesutou štolu spojovací. Další hloubení dálo se pak v celině podél žíly křemenné až do 83·6 *m*, ve kteréž hloubce se nachází nynější dno jámy. Staří vybrali ohněm žílu křemennou, kde byla mocnější než 25—30 *cm*, ostatní části žíly nechali netknuty. Vyrubaná místa jsou, asi jako jícny vzniklé erosí, ohlazena a nelze na nich pozorovati dalšího zpracování nějakým nářadím. Z netknutých partií žíly byly brány průby, podle možnosti každý metr, a zkoušeny na zlato i stříbro. V hloubce 73 *m* v uvedené štole spojovací pozorováno několik stop po střelných děrách jež ukazují, že tu i v době pozdější než XV. století dolování bylo obnoveno, ale netrvalo dlouho, neboť práce na tomto místě byly zcela nepatrné.

V nynějším I. obzoru kutací jámy na 81 *m* byla sledována žíla po směru na západ i východ a při této příležitosti na východním nárazišti byly nalezeny práce trhací asi 23 *m* od jámy, které byly již rozsáhlejší, a představují pravé dobývání výstupné i sestupné. Na západním nárazišti ve stejné úrovni byly zastiženy stopy práce ohněm ve 22 *m* od jámy.

Úprava resp. propírání křemenů dálo se pravděpodobně u nejbližší nádrže vodní; že však u samého dolu není většího potoka, poskytly asi nutné vody k propírání malé uměle založené rybníky severně od lesa Hořice, kde dosud viděti zbytky hrází; mimo tyto nepozorují se nižádné známky dávných rýžovišť. Není též vyloučeno, že zlatonosné křemeny byly zpracovány u potoka jihovýchodně od Libčic u Čelína, kde ještě možno nalézti velké třecí kameny, o kterých i Barvíř l. c. se zmiňuje.

V lese Hořici pozorujeme dvě řady obvalů v žule a metamorfované břidlici, jež odpovídají žilám křemene zlatonosného; jedna z nich jde směrem S-J, druhá V-Z.

Na žíle směřující od V na Z (h 19, 10°) a ukloněné 83—87° k SSV založena kutací jáma šikmá, hluboká 83·6 *m*.

Žíla ta, jejíž sousední horninou až posud jest výhradně břidlice praekambrická metamorfovaná v rohovcovec biotitický,[1]) jevila v jámě, t. j. po úklonu sledována, mocnost 0·25—0·50 *m* a jest všude s břidlou pevně srostlá.

Na I. obzoru sleduje se žíla po směru, tu kolísá mocnost od 0·12

Obr. 2.

do 0·90 *m* a ve starém rubání jest viděti čočky žílové, mocné až přes 2 metry. Poruchy byly zjištěny dosavad jen na dvou místech, na nichž žíla byla vržena o několik málo centimetrů do podloží.

Co se týče *obsahu zlata* v žíle dosud prozkoumané, vidno z níže při-

[1]) Prof. F. S l a v í k zjistil mikroskopickým ohledáním jako součástky rohovcovce hlavně drobnozrnný křemen allotriomorfní, biotit v drobných šupinkách rovněž bez krystalografického omezení, poněkud rovnoběžně uložených, zakalená zrnka živcová a druhotně vniklý pyrit i arsenopyrit. Velikost zrna se někdy mění i v témže výbruse, některá větší zrna křemene i živce zdají se býti allothigenní. Srovn. B a r v í ř, l. c. str. 52—3.

ložené tabelly, že jako všude i zde v malých vzdálenostech jest nad míru variabilní; dále plyne z těchto výsledků průb, že obsah zlata v křemeni jest v kutací jámě t. j. podél úklonu žíly, jakož i při sledování téže žíly oběma nárazišti na východ i na západ, tedy po směru jejím, *velmi vysoký* a že zlato většinou vykazuje *vysokou ryzost*, jak nám i z historie dolování známo, že zlato krajiny této oproti jiným žilám v Čechách má nejvyšší ryzost.

Kutací šachta

Hloubka v metrech	Mocnost žíly v metrech	Obsah v tuně		Ryzost
		Au	Ag	
34·15	0·30	8	2	800
36·50	0·40	36	0	1000
41·0	0·30	32	6	842
42·0	0·35	96	0	1000
42·5	0·30	132	sledy	1000
43·0	0·30	36	12	751
43·5	0·25	20	12	626
44·0	0·23	4	6	400
45·0	0·35	70	10	875
46·0	0·40	56	8	875
47·0	0·25	164	12	933
51·5	0·32	10	10	500
52·5	0·33	72	12	929
54·5	0·50	36	10	783
56·0	0·40	32	8	800
57·0	0·30	22	10	688
58·0	0·35	60	8	882
63·0	0·30	28	4	875
71·0	0·25	12	6	600
73·0	0·30	10	6	625
75·0	0·25	44	6	876
76·0	0·30	64	4	941
77·0	0·35	66	8	892
78·0	0·30	22	14	612
79·0	0·30	32	16	669
80·0	0·25	36	22	623
81·0	0·40	44	30	596
83·6	0·25	34	6	850
83·63	0·25	48	8	858

Západní dílo
ve hloubce 81·6 *m*.

Vzdálenost od šachty v metrech	Mocnost žíly v metrech	Obsah v tuně		Ryzost
		Au	Ag	
1	0·40	24	0	1000
2	0·40	6	2	750
3	0·55	32	4	889
4	0·30	120	2	984
5	0·90	76	4	950
5	0·90	40	4	909
6	0·85	96	8	923
7	0·85	32	4	889
8	0·90	268	16	944
10	0·35	44	8	846
11	0·35	78	10	890
12	0·25	64	6	808
13	0·35	0	4	—
14	0·35	16	4	800
15	0·22	68	26	740
16	0·12	12	4	750
17	0·20	6	2	750
18	0·30	16	4	800
19	0·22	36	4	900
20	0·25	24	4	857
21	0·28	12	8	600
22	0·15	8	4	667

Východní dílo
ve hloubce 81·6 *m*

Vzdálenost od jámy v metrech	Mocnost žíly v metrech	Obsah v tuně		Ryzost
		Au	Ag	
1	0·32	22	2	917
4	0·25	4	2	667
5	0·25	198	10	953
6	0·25	68	8	995
7	0·25	4	2	667
7·5	0·30	66	2	971

Vzdálenost od jámy v metrech	Mocnost žíly v metrech	Obsah v tuně		Ryzost
		Au	Ag	
8	0·30	56	4	934
9	0·30	12	8	600
10	0·25	16	4	800
11	0·25	0	4	—
12	0·25	10	2	833
12·5	0·30	8	2	800
13·5	0·15	2	8	200
14·5	0·15	4	6	400
15·5	0·22	sledy	8	—
16·5	0·12	24	4	857
17·5	0·25	20	4	835
19	0·20	42	6	875
20	0·22	46	2	835
21	0·20	8	4	667
—	—	—	—	5
23	0·15	20	8	714

Obsah zlata v žíle křemenné jest přičítati *hlavně* zlatu ryzímu a jen podřízeně se ho účastní i nerosty *tellurové*. Zdá se, že mimo tellurid zlata (petzit) i jiné telluridy zlata a stříbra se tu vyskytují, zejména v průbách, jež obsahují mnoho stříbra.

Bližší určení minerálů tellurových až dosud nebylo možno pro nedostatek čistého materiálu, snad se podaří později, až těžba bude zavedena, získati větší množství čisté hmoty pro kvantitativní výzkum.

Výplň žíly jest massivní bílý až našedlý křemen se značným leskem mastným, prostoupený trhlinkami, jež jsou vyplněny chloritem a pyritem druhotným.

Vtroušeno v tomto křemeni jest jen těchto několik málo nerostů: zlato, telluridy, pyrrhotin, pyrit, arsenopyrit, chalkopyrit a druhotně pyrit, sádrovec, vápenec a chlorit, jež pouze vyplňují trhlinky. Druzy až dosud nebyly pozorovány nikde.

Obsah zlata v žíle křemenné jest přičítati *hlavně* zlatu ryzímu a jen podřízeně se ho účastní i nerosty *tellurové*. Zdá se, že mimo tellurid zlata (petzit?) i jiné telluridy zlata a stříbra se tu vyskytují, zejména v průbách, jež obsahují mnoho stříbra.

Bližší určení minerálů tellurových až dosud nebylo možno pro nedostatek čistého materiálu; snad se podaří později, až těžba bude zavedena, získati větší množství čisté hmoty pro kvantitativní výzkum.

Výplň žíly jest massivní bílý až našedlý křemen se značným leskem mastným, prostoupený trhlinkami, jež jsou vyplněny chloritem a pyritem druhotným.

Vtroušeno v tomto křemeni jest jen těchto několik málo nerostů: zlato, telluridy, pyrrhotin, pyrit, arsenopyrit, chalkopyrit a druhotně pyrit, sádrovec, vápenec a chlorit, jež pouze vyplňují trhlinky. Druzy až dosud nebyly pozorovány nikde.

Primární žilné nerosty.

Zlato.

Zlato tvoří většinou aggregáty nepravidelně vroubkované, řidčeji šupinky, jež svítí z křemene barvou sytě zlatožlutou. Aby se obdržely aggregátní formy zlata neporušené, čehož práškováním nebo výbrusem nelze dosíci, byly rozpouštěny bohatší kousky žiloviny v kyselině fluorovodíkové; při tom zůstávaly nerozpuštěny aggregáty zlata i provázející je sulfidy a telluridy ve svém původním tvaru. Při této proceduře pozorovalo se dále, že mimo makroskopické kousky zlata a krystalky i zrnka sulfidů též na hladině kyseliny fluorovodíkové vzplývaly nadmíru jemné vločky zlata, jež tvořily místy pravou mázdru zlatou.

Velikost těchto vloček, jichž měření provedl prof. F. Slavík, kolísala mezi 0·01—0·09 *mm.*

Kousky a zrnka zlata jsou zubaté, mnohé jsou jakoby z části kulovité, ledvinité a „tavené", jiné jeví hladké plochy kontaktní, jež pocházejí od krystalů křemenných, mezi nimiž zrnka zlata byla uzavřena. Většinou zlato je s pyrrhotinem (řidčeji s nerostem tellurovým) tak srostlé, že nerosty ony zlato uzavírají anebo v něm jsou uzavřeny, tak že nelze pochybovati o současnosti obou.

Telluridy zlata a stříbra.

Zdá se, že se tu vyskytují dva telluridy, jež barvou snadno se rozeznají; jeden je světle stříbrobílý, s odstínem do bronzova, podobný sylvanitu, druhý černý jak železo, podobný petzitu, vyskytující se v kusových zrnkách, často srostlý se zlatem.

Jak uvedeno již dříve, nelze však pro nedostatek čistého materiálu dosud vykonati ani přibližné určení.

Pyrrhotin.

Jest jedním z nejhojnějších nerostů žilných; vyleptané částečky jsou mikroskopické skupinky krystalů, jejichž rýhované plochy jeví basis a jehlan, ale jsou příliš malé, než aby se mohly měřiti. Mimo to jest vyvinut kyz magnetový v nepravidelných zrnech zarostlých ve křemeni, která nikdy nedosahují větších rozměrů.

Velmi hojný srůst se zlatem uveden již výše.

Pyrit.

Prvotný kyz železný není hojný; jest téměř výhradně zrnitý, zřídka jest pozorovati plochy krychlové.

Zdali je zlatonosný, nebylo dosavad možno stanoviti.

Arsenopyrit.

V žilném křemeni pozorovány zřídka krystalky, častěji drobná kusová zrnka. Pro nedostatek materiálu nebylo možno provésti zkoušku na zlato.

Mechanický srůst arsenopyritových krystalků se zlatem byl zjištěn několikráte.

Chalkopyrit.

Až dosud pozorován jen zřídka v drobných kusových partiích.

Druhotné nerosty.

Nečetné minerály sekundární tvoří hlavně nálety a povlaky na trhlinách ve křemeni žilném, hlavně je to *pyrit* (p. II.) a tmavě zelený nerost podobný *chloritu.*

Arsenopyrit (ar. II.) vyskytuje se řidčeji v zrnkách a krystalcích podél ploch trhlinových.

Kalcit pozorován na několika místech na okraji žíly a na jednom místě jako hrubě krystalická výplň smrskové trhliny.

Aby se zjednalo jasno o technickém zpracování zlatonosného křemene, poslán vagon žilného materiálu k firmě Kruppově v Magdeburku-Buckau, jež provedla pokus ve velkém a o výsledcích podala zprávu, kterou tuto v překladě podávám

Zpráva o pokusu č. 1933 u Kruppa v Buckau-Magdeburce s rudami zlatými z Libčic.

1. Drcení a amalgamace ve stoupách.

Surová ruda, dodaná v kusech až do 450 *mm*, složená ze žilného křemene s malým množstvím pyritu drcena předem na drtidle v kousky o 35 *mm*, vzata průměrná průba a pak v pětipěcholové stoupě s pěcholy těžkými 525 *kg* prodrcena sítem č. 30 a zlato při tom z mleté rudy vybavené jak ve stoupovém korytě tak i mimo ně amalgamováno na měděných deskách rtutí potažených. Difference obsahu zlata v amalgamačních zbytcích a v surovém zlatě dává procento zlata při tom vyamalgamovaného:

1. Drcená rubanina	6930	*kg*	s	31·0	*g*	Au v 1 *t*
2. Zbytky v korytě stoupovém	40	*kg*	s	245·2	*g*	Au v 1 *t*
3. Mletá ruda, která šla přes desky	6890	*kg*	s	29·6	*g*	Au v 1 *t*
4. Táž za deskami	6890	*kg*	s	11·0	*g*	Au v 1 *t*

O produktu 2. budiž podotknuto, že při takových pokusných průbách vždy se obdrží zbytek rudy ve stoupovém korytě, jenž někdy je velmi bohat zlatem a pro úplnost musí buď býti zpracován zvláště anebo, jako zde bylo, zpracuje se při dalším rozmělňování stoupových písků v rourovém mlýně. Podle hořejších číslic amalgamovalo se při tomto stoupovém pokuse

63% zlata v surové rudě obsaženého.

Předběžný pokus v menším měřítku se 3 *kg* surové rudy rozemleté na jednotku sítovou č. 40 poskytl výsledek ten, že získáno

66·8% zlata v surové rudě obsaženého.

Souhlasí tedy výsledky ty spolu velmi dobře.

II. Koncentrace zbytků po amalgamaci na splavech.

Zbytky od stoup roztříděny jak obyčejně a na dvou nárazových a jednom kulatém splavu proprány.

Nárazový splav I:

5.	Propraný produkt	I.	66·0 *kg*	se	220·0 *g*	Au v 1 *t*,	18·0 Ag
6.	,, ,,	II.	750·0 ,,	,,	25·6 ,,	,,	
7.	,, ,,	III.	2268·0 ,,	,,	8·0 ,,	,,	

Nárazový splav II :

8.	Propraný produkt	I.	19·0 *kg*	se	328·8 *g*	Au v 1 *t*,	52·2 Ag
9.	,, ,,	II.	486·5 ,,	,,	10·0 ,,	,,	
10.	,, ,,	III.	1467·5 ,,	,,	4·4 ,,	,,	

Kulatý splav III :

11.	Propraný produkt	I.	13·0 *kg*	se	203·8 *g*	Au v 1 *t*,	2·12 A
12.	,, ,,	II.	324·0 ,,	,,	8·8 ,,	,,	
13.	,, ,,	III.	637·5 ,,	,,	2·6 ,,	,,	
14.	,, ,,	IV.	169·5 ,,	,,	8·0 ,,	,,	
15.	Nejjemnější kal		131·0 ,,	,,	7·6 ,,	,,	
S kalnou vodou odtékající z kalojemu ušlo			258·0 ,,				
			6890·0 *kg*				

Zlato v koncentrátech obsažené odpovídá 10·9% zlata obsaženého v surové rudě.

III. Drcení stoupových písků a zbytků z pestových koryt (produkt č. 2) v rourovém mlýně.

Produkty č. 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10 byly semlety v rourovém mlýně na sítovou jednotku č. 150 a mletá ruda spolu s produkty 11—15, dohromady

6672 *kg*, vedena přes tytéž měděné desky, kterých užito při stoupovém pokuse amalgamačním. Touto druhou amalgamací se obdrželo:

16. 6672 *kg* se 7·8 *g* Au v 1 *t*

čili získalo se 18·2% zlata obsaženého v surové rudě.

Celkový výtěžek amalgamací při a po drcení a mletí na jemno v Rohrmühle jest tedy

$$63 + 18{\cdot}2 = 81{\cdot}2\%$$

Tento výsledek potvrzuje se opět pokusem předběžným, při němž zbytky po pokuse se 3 *kg* rozemlety na síto č. 150 a amalgamovány.

Schopnost zlata v této rudě amalgamovati se jest tedy dokonalá, a zbývalo ještě stanoviti, jak se chovají zbytky po amalgamaci při vyluhování cyankalim.

Nutno ještě dodati, že též s částí zbytků po amalgamaci v rourovém mlýně proveden pokus propírací, jenž měl tento výsledek:

Nárazový splav:

17.	Propraný produkt	I.	2·57 *kg*	se	212·5 *g* Au v 1 *t*,	2·85 *g* Ag
18.	,, ,,	II.	3·78 ,,	,,	12·5 ,,	,,
19.	,, ,,	III.	82·00 ,,	,,	10·0 ,,	,,
	Kulatý splav:					
20.	Propraný produkt	I.	4·31 *kg*	se	129·0 *g* Au v 1 *t*,	50·0 *g* Ag
21.	,, ,,	II.	29·20 ,,	,,	4·0 ,,	,,
22.	,, ,,	III.	164·00 ,,	,,	2·5 ,,	,,
23.	Nejjemnější kal		55·05 ,,	,,	4·5	
		Celkem	341·36 *kg*			

IV. Vyluhování cyankalim.

Vyluhovaná část amalgamačních zbytků 16 po druhé amalgamaci ve vzduchovém míchadle po 3 hodiny roztokem cyankali 0·1% ním, k němuž přidáno něco octanu olovnatého. Spotřeba kyanidu draselnatého byla 1·57 *kg* na tunu vyluhované hmoty.

I. *pokus.*

Amalgamační zbytky měly	7·8 Au v 1 *t*.
Zbytek po vyloužení	1·5 *g* Au v 1 *t*
Vylouženo tedy	6·3 *g* Au v 1 *t*

Zlato z roztoku sražené rovněž stanoveno a shledáno, že se vyloužilo 5·4 *g/t* Au.

II. pokus.

Zbytky po amalgamaci nechány ve styku s roztokem kyanidovým po 48 hodin a občas se obsahem louhovací kádě míchalo. Roztok i zde obsahoval 0·1% KCN a něco octanu olovnatého. Spotřeba kyanidu 0·76 *kg* na 1 *t* materiálu vyluhovaného.

Amalgamační zbytky	7·8 *g* Au v 1 *t*
Zbytky po vyloužení	0·5 *g* Au v 1 *t*
Vylouženo tedy	7·3 *g* Au v 1 *t*

Podle určení zlata v roztoku bylo vylouženo 6·9 *g* zlata v tuně.

Vyluhovací pokus se zbytky po proprání č. 18, 19, 21, 22 a 23 poskytl 0·4 *g* Au v 1 *t* v materiálu vylouženém, tedy v podstatě stejně jako při výše popsaném druhém pokuse vyluhovacím se zbytky po amalganaci, jež nebyly prány na splavech.

Z toho plyne, že koncentrace amalgamačních zbytků na splavech je zbytečna, neposkytujíc nijakých výhod. Zlato, které zůstalo na částečkách pyritových, rozpouští se právě tak snadno jako to, které ještě lpí na částečkách žiloviny.

Proud třífásový při nestejném zatížení fásí. Řešení symmetrické.

Napsal

prof. **FR. NOVOTNÝ**

na c. k. reálce v Českých Budějovicích.

Předloženo dne 7. června 1912.

Označení a zkratky v tomto pojednání použité.

e_t [e_{1t} e_{2t} e_{3t} vůbec e_{kt}] okamžitá elektromot. síla $k^{té}$ fase generatoru, E její amplituda.

e'_t [e'_{1t} e'_{2t} e'_{3t} vůbec e'_{kt}] okamžité napjetí sítě (*síťové*), E'_1, E'_2, E'_3 vůbec E'_k amplitudy.

Při hvězdovém spojení ještě

e^*_t [e^*_{1t} e^*_{2t} e^*_{3t} vůbec e^*_{kt}] okamžité napjetí v $k^{tém}$ ramenu hvězdy E^*_1, E^*_2, E^*_3 vůbec E^*_k amplitudy (*pracovní, hvězdové*).

i_{0t} [i_{01t} i_{02t} i_{03t} vůbec i_{0kt}] okamžité intensity *fasové* generatoru, J_{01} J_{02} J_{03} vůbec J_{0k} amplitudy.

i_t [i_{1t} i_{2t} i_{3t} vůbec i_{kt}] okamžité intensity *pracovní* v ramenech trojúhelníka neb hvězdy, J_1 J_2 J_3 amplitudy.

i'_t [i'_{1t} i'_{2t} i'_{3t} vůbec i'_{kt}] okamžité intensity *síťové* v přívodných drátech, J'_1 J'_2 J'_3 vůbec J'_k amplitudy.

Velká písmena E_k a J_k značí tedy vždy *amplitudu*, napjetí nebo intensity.

Malá písmena e_{kt} i_{kt}, která *mají* v indexu malé „t“, značí tedy vždy *okamžitou hodnotu* napjetí neb intensity.

Malá písmena e_k i_k, která *nemají* v indexu „t“, značí veličiny *efektivní*.

Veličiny, které mají v indexu ^{0} (kroužek), vztahují se na generator.

Tedy

r_0 odpor *jedné* fase generatoru.
L_0 koëficient samoindukce jedné fase generatoru.
C_0 kapacita jedné fase (eventuelně vložená) generatoru.

} Tyto veličiny buďtež pro všechny fase stejné.

Odpor, samoindukce, kapacita přívodných drátů (síťových) buďtež $=0$.

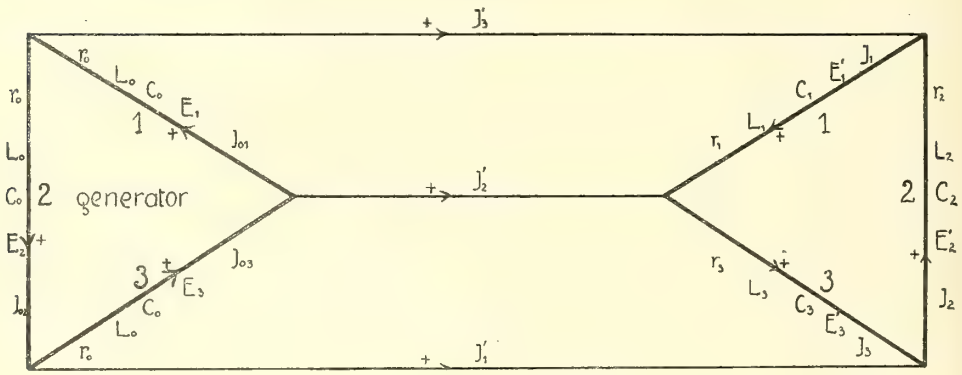
Odpor, samoindukce, kapacita vnějších větví pracovních buďtež r_1 r_2 r_3 L_1 L_2 L_3 C_1 C_2 C_3.

$\nu = 2\pi \times$ frekvence.

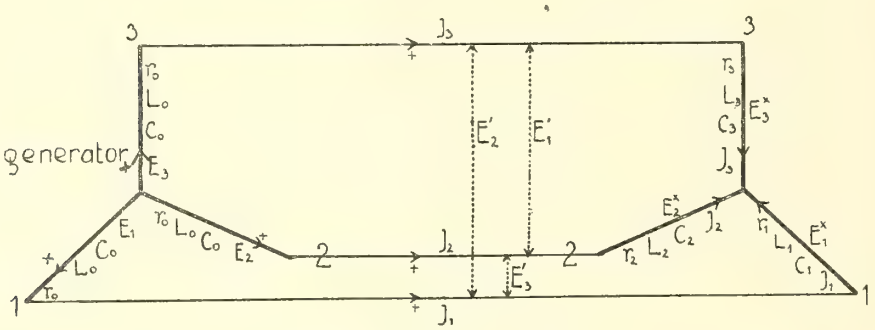
$L\nu =$ induktivní reaktance = induktance.

$\frac{1}{C\nu} =$ reaktance kapacity (= kapacitance, též kondensance).

$L\nu - \frac{1}{C\nu} =$ celková reaktance induktivní i kapacitní, značím ji ϱ.



Obr. 1.



Obr. 2.

Tedy $\varrho_0 = L_0\nu - \frac{1}{C_0\nu}$ $\varrho_1 = L_1\nu - \frac{1}{C_1\nu}$ vůbec $\varrho_k = L_k\nu - \frac{1}{C_k\nu}$

Velké R značí vždy impedanci, tedy

$R_k = \sqrt{r_k^2 + \varrho_k^2}$ je impendance k-té pracovní větve vnější, t. j. k-té strany trojúhelníka neb $k^{tého}$ ramena hvězdy.

$R_0 = \sqrt{r_0^2 + \varrho_0^2}$ je vnitřní impedance jedné fase generatoru.

$\bar{R}_k = \sqrt{(r_0 + r_k)^2 + (\varrho_0 + \varrho_k)^2}$ celková impedance vnitřní i vnější jednoho kruhu.

$\varphi_k =$ fasové posunutí (diference) proudu oproti elektromotorické síle první fase generatoru.

ψ_k = fasové posunutí (diference) napjetí oproti elektromotorické síle první fase generatoru.

ω_k = fasové posunutí (diference) proudu oproti pracovnímu napjetí, způsobené pouze vnější reaktancí k-té strany trojúhelníka neb hvězdy.

$W_k = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau e'_{kt}\, i_{kt}\, dt$ efekt spotřebovaný v k-té větvi pracovní, t. j. v k-té straně trojúhelníka neb hvězdy.

$W_{k,h} = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau e'_{kt}\, i_{ht}\, dt$ jest efekt měřený mezi dvěma přívodnými dráty $(k-1)^{\text{ním}}$ a $(k+1)^{\text{ním}}$, mezi nimiž je napjetí e'_k a z nichž v jednom je proud i_h.

W celkový efekt všech větví.

V povaze symmetričnosti řešení vězí, že:

index $k = 4$ značí totéž jako $k = 1$
$k = 5$ „ „ „ $k = 2$
$k = 6$ „ „ „ $k = 3$
$k = 0$ „ „ „ $k = 3$.

Šipky ve výkresu udávají směr kladného čítání.

I. Spojení v generatoru i ve větvích pracovních trojúhelníkové.

Značiž e_{kt} okamžitou elektromotorickou sílu v k-té fasi generatoru třífásového, E její amplitudu. Pak jest vždy splněno

$e_{1t} = E \sin \nu t$, $e_{2t} = E \sin (\nu t - 120^0)$, $e_{3t} = E \sin (\nu t - 240^0)$

obecně

$$e_{kt} = E \sin (\nu t - \overline{k-1}\, 120^0)$$

kdež

$k = 1, 2, 3$ a $\nu = 2\pi \times$ frekvence.

Rovněž jest v každém okamžiku $e_{1t} + e_{2t} + e_{3t} = 0$ čili $\Sigma e_{kt} = 0$.

Pro každý druh, v němž existuje střídavý proud, jest splněna základní rovnice $i_t r = e_t + e_{Lt} + e_{Ct}$ čili $e_t = i_t r - e_{Lt} - e_{Ct}$, kdež e_{Lt} jest okamžité napjetí samoindukce $e_{Lt} = -L\frac{d i_t}{d t}$ a e_{Ct} jest okamžité napjetí kapacity určené rovnicí $\frac{d e_{Ct}}{d t} = -\frac{i_t}{C}$ kdež L jest koëficient samoindukce, C kapacita.

Bude tedy zníti základní rovnice pro k-tý kruh složený z k-té fase generatoru, dvou drátů přívodných, a k-té strany trojúhelníka (viz označení ve výkresu)

$$e_{kt} = E \sin(\nu t - \overline{k-1}\ 120^0) = r_0 i_{0kt} + r_k i_k + L_0 \frac{d i_{0kt}}{d t} +$$

$$+ L_k \frac{d i_{kt}}{d t} - e_{kC0t} - e_{Ckt}$$

kdež r_0, L_0, C_0 značí odpor, samoindukci a kapacitu (po případě vloženou) jedné fase generatoru, i_{0kt} okamžitou intensitu $k^{té}$ fase generatoru, i_{kt} okamžitou intensitu $k^{té}$ větve pracovní. O drátech přívodních předpokládám, že odpor jejich jest roven nulle a že nemají ani samoindukce ani kapacity.

r_k L_k C_k značí odpor, samoindukci a kapacitu $k^{té}$ pracovní t. j. vnější větve (= strany trojúhelníka); tyto buďtež **obecně různé** pro každou fasi.

Po derivaci nabude poslední rovnice tvaru

$$E \nu \cos(\nu t - \overline{k-1}\ 120^0) = r_0 \frac{d i_{0kt}}{d t} + r_k \frac{d i_{kt}}{d t} + L_0 \frac{d^2 i_{0kt}}{d t^2} +$$

$$+ L_k \frac{d^2 i_{kt}}{d t^2} + \frac{i_{0kt}}{C_0} + \frac{i_{kt}}{C_k} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Tato rovnice obsahuje v sobě tři pro $k = 1, 2, 3$.

Pro vnitřní kruh generatoru bude

$$\frac{d}{d t}(e_{1t} + e_{2t} + e_{3t}) = r_0 \frac{d}{d t}(i_{01t} + i_{02t} + i_{03t}) + L_0 \frac{d^2}{d t^2}(i_{01t} + i_{02t} + i_{03t}) +$$

$$+ \frac{1}{C_0}(i_{01t} + i_{02t} + i_{03t}).$$

Vzhledem ku $e_{1t} + e_{2t} + e_{3t} = \Sigma e_{kt} = 0$ promění se při použití symboliky

$$0 = r_0 \frac{d}{d t} \Sigma i_{0kt} + L_0 \frac{d^2}{d t^2} \Sigma i_{0kt} + \frac{1}{C_0} \Sigma i_{0kt} \quad \ldots\ldots (2)$$

Značí-li i'_{kt} okamžitou intensitu v $k^{tém}$ přívodném drátu sítě čili síťovou, bude patrně

$$\begin{aligned} &\alpha)\ i'_{1t} = i_{02t} - i_{03t} = i_{2t} - i_{3t} \\ &\beta)\ i'_{2t} = i_{03t} - i_{01t} = i_{3t} - i_{1t} \text{ obecně } i'_{kt} = i_{0\overline{k+1}t} - i_{0\overline{k+2}t} = i_{\overline{k+1}t} - i_{\overline{k+2}t} \quad (3) \\ &\gamma)\ i'_{3t} = i_{01t} - i_{02t} = i_{1t} - i_{2t}. \end{aligned}$$

Při tom pokládám v generatoru i ve větvích pracovních směr protirafijový za kladný, v drátech přívodných (síťových) pokládám za kladný směr od generatoru. Ve výkresu vyznačen směr kladného čítání šipkou.

Sečtouce rovnice $3\ \alpha\ \beta\ \gamma$, obdržíme:

$$i'_{1t} + i'_{2t} + i'_{3t} = 0 \text{ čili } \Sigma i'_{kt} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

Rovnice 1, 2, nutno integrovati tak, aby splněny byly rovnice $3\ \alpha\ \beta\ \gamma$.

Zanedbáme-li člen mající vliv pouze na počáteční průběh, můžeme předpokládati integrály ve tvaru

$$i_{0kt} = J_{0k} \sin(\nu t - \varphi_{0k}) = a_k \sin \nu t - b_k \cos \nu t \quad \ldots \quad (5)$$
$$i_{kt} = J_k \sin(\nu t - \varphi_k) = \alpha_k \sin \nu t - \beta_k \cos \nu t \quad \ldots \quad (6)$$

kdež J_k J_{0k} jsou amplitudy příslušných intensit proudových.

φ_{0k} φ_k značí fasová posunutí proudu oproti elektromot. síle první fase generatoru.

Dosadíme-li z rovnic 5, 6 příslušné hodnoty do rovnic 1, 2, 3 a srovnáme na obou stranách rovnic koëficienty při $\sin \nu t$ a $\cos \nu t$, obdržíme po delší úpravě

$$E \cos k\overline{-1}\,120^0 = a_k r_0 + b_k \varrho_0 + \alpha_k r_k + \beta_k \varrho_k \quad \ldots \quad (7)$$
$$E \sin k\overline{-1}\,120^0 = b_k r_0 - a_k \varrho_0 + \beta_k r_k - \alpha_k \varrho_k \quad \ldots \quad (8)$$

kdež reaktance kapacity i samoindukce shrnuty v jeden člen a označeny řeckým ϱ tedy $\varrho_0 = \nu L_0 - \frac{1}{\nu C_0}$ $\varrho_k = \nu L_k - \frac{1}{\nu C_k}$

Rovnice (7), (8) zahrnují v sobě celkem 6 rovnic vzhledem ku $k = 1, 2, 3$.

Dosadíme-li z rovnice (5) do (2) plyne opět srovnáním koëficientů při $\sin \nu t$ a $\cos \nu t$

$$r_0 \Sigma a_k + \varrho_0 \Sigma b_k = 0 \qquad r_0 \Sigma b_k - \varrho_0 \Sigma a_k = 0$$

z obou posledních jde $[\Sigma a_k]^2 + [\Sigma b_k]^2 = 0$.

Poslední rovnici lze splniti pouze tehdáž, když $\Sigma a_k = 0$ $\Sigma b_k = 0$

čili
$$a_1 + a_2 + a_3 = 0 \quad \ldots \quad (9)$$
$$b_1 + b_2 + b_3 = 0 \quad \ldots \quad (10)$$

Podobně dostaneme z rovnic $3\,\alpha\,\beta\,\gamma$ srovnáním koëficientů

$$\begin{aligned} a_1 - a_2 &= \alpha_1 - \alpha_2 \ldots\ldots & b_1 - b_2 &= \beta_1 - \beta_2 \\ a_2 - a_3 &= \alpha_2 - \alpha_3 \ldots\ldots & b_2 - b_3 &= \beta_2 - \beta_3 \quad \ldots \quad (11) \\ a_3 - a_1 &= \alpha_3 - \alpha_1 \ldots\ldots & b_3 - b_1 &= \beta_3 - \beta_1 \end{aligned}$$

Z rovnic 9, 10, 11 plyne

$$3\,a_1 = 3\,\alpha_1 - (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) \qquad 3\,b_1 = 3\,\beta_1 - (\beta_1 + \beta_2 + \beta_3)$$

Zavedu zkratku

$$\alpha = \frac{1}{3}(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3), \qquad \beta = \frac{1}{3}(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3) \quad \ldots \quad (12)$$

Tento obrat nám umožní provésti symmetricky celé řešení, kteréž jinak naráží na veliké obtíže.

Bude pak

$$\begin{aligned} a_1 &= \alpha_1 - \alpha & b_1 &= \beta_1 - \beta \\ a_2 &= \alpha_2 - \alpha & b_2 &= \beta_2 - \beta \\ a_3 &= \alpha_3 - \alpha & b_3 &= \beta_3 - \beta \quad \ldots \quad (13) \end{aligned}$$

obecně
$$a_k = \alpha_k - \alpha \qquad b_k = \beta_k - \beta$$

Dosaďme tyto hodnoty do rovnic 7. a 8., obdržíme

$$(\alpha_k - \alpha)\, r_0 + \alpha_k r_k + (\beta_k - \beta)\, \varrho_0 + \beta_k \varrho_k = E \cos k\overline{-1}\, 120^0$$
$$-(\alpha_k - \alpha)\, \varrho_0 - \alpha_k \varrho_k + (\beta_k - \beta)\, r_0 + \beta_k r_k = E \sin k\overline{-1}\, 120^0$$

aneb jinak uspořádáno

$$\alpha_k (r_0 + r_k) + \beta_k (\varrho_0 + \varrho_k) = E \cos k\overline{-1}\, 120^0 + \alpha r_0 + \beta \varrho_0$$
$$-\alpha_k (\varrho_0 + \varrho_k) + \beta_k (r_0 + r_k) = E \sin k\overline{-1}\, 120^0 - \alpha \varrho_0 + \beta r_0$$

Z obou rovnic plyne řešením

$$\alpha_k [(r_0 + r_k)^2 + (\varrho_0 + \varrho_k)^2] = (r_0 + r_k)\, [E \cos k\overline{-1}\, 120^0 + \alpha r_0 + \beta \varrho_0] -$$
$$- (\varrho_0 + \varrho_k)\, [E \sin k\overline{-1}\, 120^0 - \alpha \varrho_0 + \beta r_0]$$
$$\beta_k [(r_0 + r_k)^2 + (\varrho_0 + \varrho_k)^2] = (\varrho_0 + \varrho_k)\, [E \cos k\overline{-1}\, 120^0 + \alpha r_0 + \beta \varrho_0] +$$
$$+ (r_0 + r_k)\, [E \sin k\overline{-1}\, 120^0 - \alpha \varrho_0 + \beta r_0].$$

Výraz $\sqrt{(r_0 + r_k)^2 + (\varrho_0 + \varrho_k)^2}$ jest úhrnná impendace k-tého kruhu, budu ji značiti velkým $\hat{R}$, tedy $\hat{R}_k^2 = (r_0 + r_k)^2 + (\varrho_0 + \varrho_k)^2$ . . . . (14)

Jest tedy

$$\alpha_k \hat{R}_k^2 = (r_0 + r_k)\, [E \cos k\overline{-1}\, 120^0 + \alpha r_0 + \beta \varrho_0] -$$
$$- (\varrho_0 + \varrho_k)\, [E \sin k\overline{-1}\, 120^0 - \alpha \varrho_0 + \beta r_0]$$
$$\beta_k \hat{R}_k^2 = (\varrho_0 + \varrho_k)\, [E \cos k\overline{-1}\, 120^0 + \alpha r_0 + \beta \varrho_0] +$$
$$+ (r_0 + r_k)\, [E \sin k\overline{-1}\, 120^0 - \alpha \varrho_0 + \beta r_0].$$

Klademe-li v těchto rovnicích postupně $k = 1, 2, 3$ a sečteme první tři a druhé tři, obdržíme se zřetelem ku

$$\Sigma \alpha_k = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 3\alpha$$
$$\Sigma \beta_k = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 3\beta$$

$$3\alpha = -E \sum_{k=1}^{3} \left[\frac{\varrho_0 + \varrho_k}{\hat{R}_k^2} \sin k\overline{-1}\, 120^0 - \frac{r_0 + r_k}{\hat{R}_k^2} \cos k\overline{-1}\, 120^0 \right] +$$
$$+ (\alpha r_0 + \beta \varrho_0) \sum_{k=1}^{3} \frac{r_0 + r_k}{\hat{R}_k^2} + (\alpha \varrho_0 - \beta r_0) \sum_{k=1}^{3} \frac{\varrho_0 + \varrho_k}{\hat{R}_k^2}$$

$$3\beta = E \sum_{k=1}^{3} \left[\frac{r_0 + r_k}{\hat{R}_k^2} \sin k\overline{-1}\, 120^0 + \frac{\varrho_0 + \varrho_k}{\hat{R}_k^2} \cos k\overline{-1}\, 120^0 \right] +$$
$$+ (\alpha r_0 + \beta \varrho_0) \sum_{k=1}^{3} \frac{\varrho_0 + \varrho_k}{\hat{R}_k^2} - (\alpha \varrho_0 - \beta r_0) \sum_{k=1}^{3} \frac{r_0 + r_k}{\hat{R}_k^2}.$$

Zavedu zkratky

$$s_2 = \sum_{k=1}^{3} \left[\frac{\varrho_0 + \varrho_k}{\hat{R}_k^2} \sin k\overline{-1}\, 120^0 - \frac{r_0 + r_k}{\hat{R}_k^2} \cos k\overline{-1}\, 120^0 \right]$$
$$s_1 = \sum_{k=1}^{3} \left[\frac{r_0 + r_k}{\hat{R}_k^2} \sin k\overline{-1}\, 120^0 + \frac{\varrho_0 + \varrho_k}{\hat{R}_k^2} \cos k\overline{-1}\, 120^0 \right] \quad \ldots (15)$$

$$p = \sum_{k=1}^{3} \frac{r_0 + r_k}{\hat{R}_k^2} \qquad q = \sum_{k=1}^{3} \frac{\varrho_0 + \varrho_k}{\hat{R}_k^2} \quad \ldots\ldots\ldots (16)$$

Pak máme

$$3\,\alpha = -E\,s_2 + (\alpha\,r_0 + \beta\,\varrho_0)\,p + (\alpha\,\varrho_0 - \beta\,r_0)\,q$$
$$3\,\beta = \quad E\,s_1 + (\alpha\,r_0 + \beta\,\varrho_0)\,q - (\alpha\,\varrho_0 - \beta\,r_0)\,p.$$

Tyto rovnice upravíme na tvar

$$\alpha\,(r_0\,p + \varrho_0\,q - 3) - \beta\,(r_0\,q - \varrho_0\,p) = E\,s_2$$
$$\alpha\,(r_0\,q - \varrho_0\,p) + \beta\,(r_0\,p + \varrho_0\,q - 3) = -E\,s_1.$$

Řešíme-li tyto rovnice dle α, β, obdržíme

$$\alpha = \frac{E\,s_2\,(r_0\,p + \varrho_0\,q - 3) + E\,s_1\,(\varrho_0\,p - r_0\,q)}{(r_0\,p + \varrho_0\,q - 3)^2 + (\varrho_0\,p - r_0\,q)^2}$$
$$\beta = \frac{E\,s_2\,(\varrho_0\,p - r_0\,q) - E\,s_1\,(r_0\,p + \varrho_0\,q - 3)}{(r_0\,p + \varrho_0\,q - 3)^2 + (\varrho_0\,p - r_0\,q)^2} \quad \ldots\ldots (17)$$

anebo, zavedeme-li ještě označení

$$r_0\,p + \varrho_0\,q - 3 = M \qquad \varrho_0\,p - r_0\,q = N$$

$$\alpha = E\,\frac{s_2\,M + s_1\,N}{M^2 + N^2} \qquad \beta = E\,\frac{s_2\,N - s_1\,M}{M^2 + N^2} \quad \ldots\ldots (17')$$

Na pravých stranách rovnic 17 a 17′ je vše známo. Lze tedy z nich α β vypočísti. Pak najdeme snadno α_k β_k z rovnic již dříve uvedených.

$$\begin{aligned}\alpha_k \hat{R}_k^2 &= (r_0 + r_k)\,[E\,cos\,\overline{k-1}\,120^0 + \alpha\,r_0 + \beta\,\varrho_0] - \\ &\quad - (\varrho_0 + \varrho_k)\,[E\,sin\,\overline{k-1}\,120^0 - \alpha\,\varrho_0 + \beta\,r_0] \\ \beta_k \hat{R}_k^2 &= (\varrho_0 + \varrho_k)\,[E\,cos\,\overline{k-1}\,120^0 + \alpha\,r_0 + \beta\,\varrho_0] - \\ &\quad + (r_0 + r_k)\,[E\,sin\,\overline{k-1}\,120^0 - \alpha\,\varrho_0 + \beta\,r_0]\end{aligned} \quad \ldots (18)$$

Nyní lze nalézti též a_k b_k z rovnic 13, tedy

$$a_k = \alpha_k - \alpha \qquad b_k = \beta_k - \beta.$$

Rozvineme-li rovnice (5) a (6) a porovnáme koëficienty u $sin\,\nu\,t$ a $cos\,\nu\,t$ bude

$$J_k\,cos\,\varphi_k = \alpha_k \qquad J_{0k}\,cos\,\varphi_{0k} = a_k$$
$$J_k\,sin\,\varphi_k = \beta_k \qquad J_{0k}\,sin\,\varphi_{0k} = b_k$$

odtud pak plyne

$$J_k = \sqrt{\alpha_k^2 + \beta_k^2}, \quad cos\,\varphi_k = \frac{\alpha_k}{J_k} = \frac{\alpha_k}{\sqrt{\alpha_k^2 + \beta_k^2}},$$
$$sin\,\varphi_k = \frac{\beta_k}{J_k} = \frac{\beta_k}{\sqrt{\alpha_k^2 + \beta_k^2}}, \qquad tg\,\varphi_k = \frac{\beta_k}{\alpha_k} \quad \ldots\ldots (19)$$

$$J_{0k} = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \quad cos\,\varphi_{0k} = \frac{a_k}{J_{0k}} = \frac{a_k}{\sqrt{a_k^2 + b_k^2}},$$
$$sin\,\varphi_{0k} = \frac{b_k}{J_{0k}} = \frac{b_k}{\sqrt{a_k^2 + b_k^2}}, \qquad tg\,\varphi_{0k} = \frac{b_k}{a_k} \quad \ldots\ldots (20)$$

Pomocí rovnic (18) najdeme snadno ještě

$$J_k = \sqrt{\alpha_k^2 + \beta_k^2} =$$

$$= \frac{1}{R_k}\sqrt{(E\cos\overline{k-1}\,120^0 + \alpha r_0 + \beta \varrho_0)^2 + (E\sin\overline{k-1}\,120^0 - \alpha\varrho_0 + \beta r_0)^2} \quad (19')$$

Intensita proudu v k-tém drátu sítě bude

$$i'_{kt} = J'_k \sin(\nu t - \varphi'_k) = \alpha'_k \sin \nu t - \beta'_k \cos \nu t$$

kdež J'_k jest její amplituda a φ'_k posunutí proudu opět proti elektromotorické síle první fase generatoru.

Z rovnic (3) najdeme snadno

$$\left.\begin{aligned} \alpha'_k &= \alpha_{k+1} - \alpha_{k+2} \qquad \beta'_k = \beta_{k+1} - \beta_{k+2} \\ J'_k &= \sqrt{\alpha'^2_k + \beta'^2_k} = \sqrt{(\alpha_{k+1} - \alpha_{k+2})^2 + (\beta_{k+1} - \beta_{k+2})^2} = \\ &= \sqrt{J^2_{k+1} + J^2_{k+2} - 2 J_{k+1} J_{k+2} \cos(\varphi_{k+1} - \varphi_{k+2})} \\ \cos\varphi'_k &= \frac{\alpha'_k}{J'_k} = \frac{\alpha_{k+1} - \alpha_{k+2}}{J'_k}, \quad \sin\varphi'_k = \frac{\beta'_k}{J'_k} = \frac{\beta_{k+1} - \beta_{k+2}}{J'_k}, \\ tg\,\varphi'_k &= \frac{\beta'_k}{\alpha'_k} = \frac{\beta_{k+1} - \beta_{k+2}}{\alpha_{k+1} - \alpha_{k+2}} \end{aligned}\right\} \quad . . (21)$$

Okamžité napjetí síťové e'_{kt} mezi přívodnými dráty $(k+1)^{\text{ním}}$ a $(k+2)^{\text{hým}}$, jež jest zároveň napjetím $k^{\text{té}}$ pracovní větve, dáno jest rovnicí

$$\frac{d\,e'_{kt}}{d\,t} = r_k \frac{d\,i_{kt}}{d\,t} + L_k \frac{d^2 i_{kt}}{d\,t^2} + \frac{i_{kt}}{C_k} \text{ kdež } i_{kt} \text{ již známe.}$$

Předpokládejme integrál ve tvaru $e'_{kt} = E'_k \sin(\nu t - \psi'_k)$. Dosadíce za i_{kt} najdeme

$E'_k \nu \cos(\nu t - \psi'_k) = E'_k \nu\,[\cos \nu t \cos\psi'_k + \sin \nu t \sin\psi'_k] = r_k(\alpha_k \nu \cos \nu t +$

$+ \beta_k \nu \sin \nu t) + L_k(-\alpha_k \nu^2 \sin \nu t + \beta_k \nu^2 \cos \nu t) + \frac{1}{C_k}(\alpha_k \sin \nu t - \beta_k \cos \nu t).$

Odtud plyne srovnáním koëficientů u $\sin \nu t$ a $\cos \nu t$ vzhledem k označení $L_k \nu - \frac{1}{C_k \nu} = \varrho_k$.

$$\left.\begin{aligned} E'_k \sin\psi'_k &= r_k \beta_k - \alpha_k \varrho_k \\ E'_k \cos\psi'_k &= r_k \alpha_k + \beta_k \varrho_k \end{aligned}\right\} \quad . . . . . (22)$$

ψ'_k značí fásové posunutí napjetí síťového oproti elektromotorické síle první fáse generatoru.

Z rovnic (22) najdu snadno E'_k t. j. maximální napjetí síťové

$$E'^2_k = (r_k^2 + \varrho_k^2)(\alpha_k^2 + \beta_k^2) = J_k^2 (r_k^2 + \varrho_k^2).$$

Výraz $\sqrt{r_k^2 + \varrho_k^2}$ značí impedanci pracovní větve $k^{\text{té}}$ t. j. $k^{\text{té}}$ strany trojúhelníka, označím ho

$$R_k = \sqrt{r_k^2 + \varrho_k^2} \quad . . . . . (23)$$

Pak jest ovšem

$$E'_k = J_k R_k \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (24)$$

Dále bude

$$tg\,\psi'_k = \frac{r_k \beta_k - \alpha_k \varrho_k}{r_k \alpha_k + \beta_k \varrho_k} = \frac{\frac{\beta_k}{\alpha_k} - \frac{\varrho_k}{r_k}}{1 + \frac{\beta_k}{\alpha_k} \cdot \frac{\varrho_k}{r_k}} = \frac{tg\,\varphi_k - tg\,\omega_k}{1 + tg\,\varphi_k \,.\, tg\,\omega}$$

kdež ω_k jest fásové posunutí napjetí pracovního oproti proudu způsobené reaktancí ϱ_k $k^{té}$ strany trojúhelníka a jest určeno relací

$$tg\,\omega_k = \frac{\varrho_k}{r_k} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (25)$$

Bude tedy $tg\,\psi'_k = tg\,(\varphi_k - \omega_k)$ tudíž také $\psi'_k = \varphi_k - \omega_k$ . . . (26)
Pak jest též okamžité napjetí síťové (pracovní) dokonale určeno

$$e'_{kt} = E'_k \sin\,[\nu\, t - (\varphi_k - \omega_k)] \quad \ldots \ldots \ldots (27)$$

Pro veličiny efektivní bude samozřejmě

$$e_k = \frac{E_k}{\sqrt{2}}, \quad i_k = \frac{J_k}{\sqrt{2}}, \quad e'_k = \frac{E'_k}{\sqrt{2}}, \quad i' = \frac{J'_k}{\sqrt{2}}.$$

Napjetí ztrávené *uvnitř* generatoru v $k^{té}$ fási najdeme podobně

$$e_{0kt} = E_{0k} \sin\,[\nu\, t - (\varphi_{0k} - \omega_0)],$$

kdež jest

$$E_{0k} = J_{0k} R_0; \quad R_0 = \sqrt{r_0^2 + \varrho_0^2}; \quad tg\,\omega_0 = \frac{\varrho_0}{r_0}$$

φ_{0k} určeno rovnicí (20)

$$tg\,\varphi_{0k} = \frac{b_k}{a_k} = \frac{\beta_k - \beta}{\alpha_k - \alpha}.$$

Napjetí samoindukce v k-té fási vnější (pracovní) najdu z rovnice

$$e_{L_{kt}} = - L_k \frac{d\, i_{kt}}{d\, t}.$$

Bude

$$e_{L_{kt}} = E_{L_k} \sin\,(\nu\, t - \varphi_k - 90^0), \text{ kdež } E_{L_k} = J_k L_k \nu.$$

Napjetí kapacity najdu ze vztahu

$$\frac{d\, e_{C_{kt}}}{d\, t} = - \frac{i_{kt}}{C_k} \text{ integrací.}$$

Bude

$$e_{C_{kt}} = E_{C_k} \sin\,(\nu\, t - \varphi_k + 90^0), \text{ kdež je } E_{C_k} = \frac{J_k}{C_k \nu}.$$

Obě poslední lze shrnouti v jediné napjetí reaktanční

$$e_{\varrho_{kt}} = E_{\varrho_k} \sin\,(\nu\, t - \varphi_k - 90^0) \text{ kdež } E_{\varrho_k} = E_{L_k} - E_{C_k} = J_k \varrho_k.$$

Některé důsledky obecné.

$$\Sigma\, i_{0kt} = \Sigma\, (a_k \sin \nu t - b_k \cos \nu t) = 0$$

vzhledem ku $\Sigma\, a_k = 0\ \Sigma\, b_k = 0$ tedy $\Sigma\, i_{0kt} = i_{01t} + i_{02t} + i_{03t} = 0$

$$\Sigma\, e_{0kt} = R_0 \sin (\nu t + \omega_0)\ \Sigma\, a_k - R_0 \cos (\nu t + \omega_0)\ \Sigma\, b_k,$$

tedy $$\Sigma\, e_{0kt} = e_{01t} + e_{02t} + e_{03t} = 0.$$

Z rovnice $e_{kt} = e_{0kt} + e'_{kt}$ jde $\Sigma\, e_{kt} = \Sigma\, e_{0kt} + \Sigma\, e'_{kt}$.
Dle původního předpokladu jest $\Sigma\, e_{kt} = 0$ tedy bude též $\Sigma\, e'_{kt} = 0$.
Dle rovnice (4) jest též $\Sigma\, i'_{kt} = 0$.
Avšak $\Sigma\, i_{kt}$ není obecně rovno nulle, neboť

$$\Sigma\, i_{kt} = \sin \nu t\ \Sigma\, \alpha_k - \cos \nu t\ \Sigma\, \beta_k$$

a ježto obecně $\Sigma\, \alpha_k \lesseqgtr 0$ $\Sigma\, \beta_k \lesseqgtr 0$ tedy též obecně $\Sigma\, i_{kt} \lesseqgtr 0$.

Efekt.

Efekt v $k^{té}$ větvi pracovní spotřebovaný

$$W_k = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau e'_{kt} \,.\, i_{kt}\, d\, t,$$

$$W_k = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau E'_k \sin [\nu t - (\varphi_k - \omega_k)]\, J_k \sin (\nu t - \varphi_k)\, d\, t.$$

Provedeme-li integrace, obdržíme pro delší redukci

$$W_k = \frac{E'_k J_k}{2} \cos \omega_k = \frac{E'_k}{\sqrt{2}} \,.\, \frac{J_k}{\sqrt{2}} \,.\, \cos \omega_k = e'_k\, i_k \cos \omega_k \quad . \quad . \quad . (28)$$

kdež e'_k a i_k jsou *efektivní* napjetí a intensita a

$$\cos \omega_k = \frac{r_k}{\sqrt{r_k^2 + \varrho_k^2}} = \frac{r_k}{R_k}.$$

Tedy celý efekt všech tří větví

$$W = W_1 + W_2 + W_3 = \Sigma\, W_k = \Sigma\, e'_k\, i_k \cos \omega_k.$$

K tomuto měření efektu jest třeba tří wattmetrů.

Avšak jest možno změřiti *celkový efekt všech větví* jen pomocí *dvou* wattmetrů. Toto měření zakládá se na následující větě:

Efekt všech pracovních větví rovná se součtu dvou efektů měřených mezi dvěma přívodnými dráty a drátem třetím [algebraicky je to vlastně rozdíl]. Důkaz:

Okamžitá práce v celém obvodu pracovním jest

$$L_t = e'_{1t} \,.\, i_{1t} + e'_{2t} \,.\, i_{2t} + e'_{3t} \,.\, i_{3t}$$

tedy též

$$\frac{1}{\tau}\int_0^\tau L_t\,d\,t = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau e'_{1t}\,i_{1t}\,d\,t + \frac{1}{\tau}\int_0^\tau e'_{2t}\,i_{2t}\,d\,t + \frac{1}{\tau}\int_0^\tau e'_{3t}\,.\,i_{3t}\,d\,t \quad \text{čili}$$

$$W = W_1 + W_2 + W_3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (29)$$

Jest vždy splněno $e'_{1t} + e'_{2t} + e'_{3t} = 0$, násobme i_{2t} bude $e'_{1t}\,i_{2t} + e'_{2t}\,i_{2t} + + e'_{3t}\,i_{2t} = 0$.

Poslední rovnici odečtěme od první; máme

$$L_t = e'_{1t}\,(i_{1t} - i_{2t}) + e'_{3t}\,(i_{3t} - i_{2t}).$$

Jest však dle (3)

$$i_{1t} - i_{2t} = i'_{3t}, \quad i_{2t} - i_{3t} = i'_{1t}.$$

Jest tedy

$$L_t = e'_{1t}\,i'_{3t} - e'_{3t}\,i'_{1t}.$$

Tuto rovnici násobme $d\,t$ a integrujme přes periodu jest

$$\frac{1}{\tau}\int_0^\tau L_t\,d\,t = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau e'_{1t}\,i'_{3t}\,d\,t - \frac{1}{\tau}\int_0^\tau e'_{3t}\,i'_{1t}\,d\,t.$$

$\frac{1}{\tau}\int_0^\tau L_t\,d\,t$ jest celkový efekt celého obvodu pracovního, tedy W.

$\frac{1}{\tau}\int_0^\tau e'_{1t}\,i'_{3t}\,d\,t = e'_1\,i'_3\cos(\varphi_1 - \omega_1 - \varphi'_3)$ je efekt měřený mezi drátem 2hým a 3tím, ježto e'_1 značí napjetí efektivní mezi 2hým a 3tím drátem a i'_3 značí intensitu efektivní drátu 3ho.

Tento efekt chci značiti W_{13}.

Bude tedy při tomto označení

$$W_{13} = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau e'_{1t}\,i'_{3t}\,d\,t = e'_1\,i'_3\cos(\varphi_1 - \omega_1 - \varphi'_3)$$

podobně

$$W_{31} = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau e'_{3t}\,i'_{1t}\,d\,t = e'_3\,i'_1\cos(\varphi_3 - \omega_3 - \varphi'_1)$$

je efekt měřený mezi 2hým a 1ním drátem.

Máme tudíž pro celkový efekt W všech větví pracovních dohromady $W = W_{13} - W_{31}$. Záměnou cyklickou dostaneme ještě

$$W = W_{13} - W_{31} = W_{21} - W_{12} = W_{32} - W_{23} \quad \ldots\ldots (30)$$

obecně $W = W_{k+1,\,k} - W_{k,\,k+1}$ kdež jest

$$W_{k,\,k+1} = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau e'_{kt}\,i'_{k+1,\,t}\,d\,t = e'_k\,i'_{k+1}\cos(\varphi_k - \omega_k - \varphi'_{k+1})$$

Druhý člen $W_{k,k+1}$ jest téměř vždy negativní a dlužno jej tedy připočítati k prvnímu.

Příklad.

Předpokládejme vnitřní odpor i reaktanci generatoru rovnou nulle.

$$r_0 = 0 \quad \varrho_0 = 0.$$

V praksi ovšem nelze tento předpoklad dokonale splniti, leda přibližně. Činím tento předpoklad proto, abych provedl kontrolu dosavadních výsledků obecných. Při tomto předpokladu lze totiž některé veličiny snadno vyšetřiti.

Poněvadž generator v tomto případě nespotřebuje žádného napjetí, musí napjetí fásové (generatoru) okamžité e_{kt}, maximální E, i efektivní e rovnati se napjetí síťovému $e_{kt} = e'_{kt}$, $E = E'_k$, $e = e'_k$ a intensita v k-té pracovní větvi maximální $J_k = \frac{E}{R_k}$, efektivní $i_k = \frac{e}{R_k}$ a okamžitá $i_{kt} = J_k \sin(\nu t - \overline{k-1}\, 120^0 - \omega_k)$, kdež fásové posunutí proudu oproti napjetí určeno relací $tg\, \omega_k = \frac{\varrho_k}{r_k}$.

Vyšetřeme nyní příslušné veličiny z našich obecných vzorců.

Bude dle (16)

$$p = \Sigma \frac{r_k}{R_k^2} \qquad q = \Sigma \frac{\varrho_k}{R_k^2} \qquad \bar{R}_k = R_k.$$

Ze vzorců (18) jde

$$\alpha_k = \frac{r_k}{R_k^2} E \cos \overline{k-1}\, 120^0 - \frac{\varrho_k}{R_k^2} \sin \overline{k-1} \cdot 120^0$$

$$= \frac{E}{R_k}(\cos \omega_k \cos \overline{k-1}\, 120^0 - \sin \omega_k \sin \overline{k-1} \cdot 120^0)$$

$$\text{tedy } \alpha_k = \frac{E}{R_k} \cos(\omega_k + \overline{k-1} \cdot 120^0)$$

$$\text{a podobně } \beta_k = \frac{E}{R_k} \sin(\omega_k + \overline{k-1} \cdot 120^0)$$

kdež jest dle (25) $tg\, \omega_k = \frac{\varrho_k}{r_k}$.

Z posledních rovnic jde $\alpha_k^2 + \beta_k^2 = \frac{E^2}{R_k^2}$.

Dle (19) pak jest $J_k = \sqrt{\alpha_k^2 + \beta_k^2} = \frac{E}{R_k}$

tudíž $$J_k = \frac{E}{R_k} \text{ a pro efektivní } i_k = \frac{e}{R_k}.$$

Dle rovnice (24) jest vždy $E'_k = J_k R_k$, tudíž v našem případě $E'_k = E$. Pro efektivní napjetí jest pak ovšem také $e'_k = e$ čili $e'_1 = e'_2 = e'_3 = e$.

Z rovnice (19) jde dále

$$tg\, \varphi_k = \frac{\beta_k}{\alpha_k} = tg\ (\omega_k + \overline{k-1}\, 120^0)$$

tedy $$\varphi_k = \omega_k + \overline{k-1}\, 120^0$$

čili $\varphi_k - \omega_k = k - 1\ 120^0$

z toho specielně

$$\varphi_1 = \omega_1 \qquad \varphi_2 = \omega_2 + 120^0 \qquad \varphi_3 = \omega_3 + 240^0 \text{ kdež } tg\,\omega_k = \frac{\varrho_k}{r_k}.$$

Efekt $W_{13} = e'_1\, i'_3 \cos(\varphi_1 - \omega_1 - \varphi'_3) = e\, i'_3 \cos\varphi'_3 =$

$$= \frac{E\,J'_3}{2} \cdot \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{J'_3} = \frac{E}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)$$

$$W_{31} = e'_3\, i'_1 \cos(\varphi_3 - \omega_3 - \varphi'_1) = e\, i'_1 \cos(\varphi'_1 - 240^0) =$$

$$= \frac{E\,J'_1}{2} \cos\varphi'_1 \cos 240^0 + \frac{E\,J'_1}{2} \sin\varphi'_1 \sin 240^0$$

$$W_{31} = -\frac{E}{4}(\alpha_2 - \alpha_3) - \frac{E\sqrt{3}}{4}(\beta_2 - \beta_3).$$

Nyní najdu

$$\alpha_1 = \frac{E}{R_1}\cos\omega_1 \qquad \alpha_2 = \frac{E}{R_2}\cos(\omega_2 + 120^0) \qquad \alpha_3 = \frac{E}{R_3}\cos(\omega_3 + 240^0)$$

$$\beta_1 = \frac{E}{R_1}\sin\omega_1 \qquad \beta_2 = \frac{E}{R_2}\sin(\omega_2 + 120^0) \qquad \beta_3 = \frac{E}{R_3}\sin(\omega_3 + 240^0).$$

Dosadíme tyto hodnoty do výrazů pro W_{13} a W_{31}. Po delší úpravě bude konečně

$$\left.\begin{aligned} W_{13} &= e\,i_1 \cos\omega_1 + \frac{1}{2}\,e\,i_2 \cos\omega_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}\,e\,i_2 \sin\omega_2 \\ W_{31} &= -\frac{1}{2}\,e\,i_2 \cos\omega_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}\,e\,i_2 \sin\omega_2 - e\,i_3 \cos\omega_3 \end{aligned}\right\} \text{ kdež } e\ i \text{ jsou hodnoty efektivní.}$$

Odtud $W_{13} - W_{31} = e\,i_1 \cos\omega_1 + e\,i_2 \cos\omega_2 + e\,i_3 \cos\omega_3 = W_1 + W_2 + W_3 = W$.

Tím správnost věty o efektu potvrzena.

Specielní případ. Všechny fáse zatíženy stejně.

Při stejném zatížení všech fází bude splněno

$$r_1 = r_2 = r_3 = r_k = \text{(označím prostě) } r$$
$$\varrho_1 = \varrho_2 = \varrho_3 = \varrho_k = \text{(označím prostě) } \varrho$$

pak bude též (dle vzorce 14)

$$\hat{R}_1 = \hat{R}_2 = \hat{R}_3 = \hat{R}_k = \text{(označím prostě) } \hat{R} = \sqrt{(r_0 + r)^2 + (\varrho_0 + \varrho)^2}.$$

Dle vzorců 15) bude v tomto případě

$$s_1 = 0 \qquad s_2 = 0.$$

Pak plyne ze vzorců (17) a (17′)

$$\alpha = 0 \qquad \beta = 0 \qquad M = -3 \qquad N = 0$$

tedy bude též dle vzorců (18)

$$\alpha_1 \hat{R}^2 = (r_0 + r)\, E, \quad \alpha_2 \hat{R}^2 = -(r_0 + r)\frac{E}{2} - (\varrho_0 + \varrho)\frac{E}{2}\sqrt{3}$$

$$\alpha_3 \hat{R}^2 = -(r_0 + r)\frac{E}{2} + (\varrho_0 + \varrho)\frac{E}{2}\sqrt{3}$$

$$\beta_1 \hat{R}^2 = (\varrho_0 + \varrho)\, E, \quad \beta_2 \hat{R}^2 = -(\varrho_0 + \varrho)\frac{E}{2} + (r_0 + r)\frac{E}{2}\sqrt{3}$$

$$\beta_3 \hat{R}^2 = -(\varrho_0 + \varrho)\frac{E}{2} - (r_0 + r)\frac{E}{2}\sqrt{3}.$$

Pak bude dle rovnic (13)

$$a_1 = \alpha_1, \qquad a_2 = \alpha_2, \qquad a_3 = \alpha_3$$
$$b_1 = \beta_1, \qquad b_2 = \beta_2, \qquad b_3 = \beta_3.$$

Ze vzorců (19) a (20) pak plyne pro amplitudy intensit pracovních

$$J_1 = \sqrt{\alpha_1^2 + \beta_1^2} = \frac{E}{\hat{R}}, \quad J_2 = \sqrt{\alpha_2^2 + \beta_2^2} = \frac{E}{\hat{R}}, \quad J_3 = \sqrt{\alpha_3^2 + \beta_3^2} = \frac{E}{\hat{R}}$$

a pro amplitudy intensit fásových [t. j. v generatoru]

$$J_{01} = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} = \frac{E}{\hat{R}}, \quad J_{02} = \sqrt{a_2^2 + b_2^2} = \frac{E}{\hat{R}}, \quad J_{03} = \frac{E}{\hat{R}}.$$

Jsou tedy při stejném zatížení všechny amplitudy intensit, tudíž i intensity efektivní, jak pracovní, tak fásové (generatoru) stejné

$$J_1 = J_2 = J_3 = J_{01} = J_{02} = J_{03} = J = \frac{E}{\hat{R}}.$$

Intensity *síťové* t. j. v jednotlivých přívodných drátech sítě budou dle vzorce (21)

$J'_1 = \sqrt{(\alpha_2 - \alpha_3)^2 + (\beta_2 - \beta_3)^2} = J\sqrt{3}$, podobně $J'_2 = J\sqrt{3}, J'_3 = J\sqrt{3}$

tedy

$$J'_1 = J'_2 = J'_3 = J\sqrt{3} = \frac{E\sqrt{3}}{\hat{R}}.$$

Pro fásové posunutí proudu oproti elektromotorické síle první fáze bude při stejném zatížení

$$tg\, \varphi_{01} = tg\, \varphi_1 = \frac{\beta_1}{\alpha_1} = \frac{\varrho_0 + \varrho}{r_0 + r}$$

$$tg\, \varphi_{02} = tg\, \varphi_2 = \frac{\beta_2}{\alpha_2} = \frac{\dfrac{\varrho_0 + \varrho}{r_0 + r} - \sqrt{3}}{1 + \dfrac{\varrho_0 + \varrho}{r_0 + r}\sqrt{3}} = \frac{tg\, \varphi_1 - tg\, 60^0}{1 + tg\, \varphi_1\, tg\, 60^0} =$$

$$= [tg\, (\varphi_1 - 60^0)] = tg\, (180^0 + \varphi_1 - 60^0)$$

$$tg\,\varphi_{03} = tg\,\varphi_3 = \frac{\beta_3}{\alpha_3} = \frac{\frac{\varrho_0 + \varrho}{r_0 + r} + \sqrt{3}}{1 - \frac{\varrho_0 + \varrho}{r_0 + r}\sqrt{3}} = \frac{tg\,\varphi_1 + tg\,60^0}{1 - tg\,\varphi_1\,tg\,60^0} =$$

$$= [tg\,(\varphi_1 + 60^0)] = tg\,(180^0 + \varphi_1 + 60^0)$$

úhly $(\varphi_1 - 60^0)$ a $(\varphi_1 + 60^0)$ hoví sice algebraicky, ale nikoliv věcně, neboť pro $\varrho_0 + \varrho = 0$, t. j. $\varphi_1 = 0$ musí intensity proudové a elektromotorické síly co do fáse souhlasiti.

Bude tedy

$$\varphi_{01} = \varphi_1$$
$$\varphi_{02} = \varphi_2 = 180^0 + \varphi_1 - 60^0 = \varphi_1 + 120^0$$
$$\varphi_{03} = \varphi_3 = 180^0 + \varphi_1 + 60^0 = \varphi_1 + 240^0$$

Pro fásové posunutí proudů síťových najdeme ze vzorců (21)

$$tg\,\varphi'_1 = \frac{\beta_2 - \beta_3}{\alpha_2 - \alpha_3} = -\frac{1}{tg\,\varphi_1} \text{ čili } tg\,\varphi'_1\,tg\,\varphi_1 = -1.$$

Odtud vyplývá $\varphi_1 - \varphi'_1 = -90^0$ čili $\varphi'_1 = \varphi_1 + 90^0$.

Podobně

$$tg\,\varphi'_2 = \frac{\beta_3 - \beta_1}{\alpha_3 - \alpha_1} = \frac{\frac{\varrho_0 + \varrho}{r_0 + r} + \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 - \frac{\varrho_0 + \varrho}{r_0 + r}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{tg\,\varphi_1 + tg\,30^0}{1 - tg\,\varphi_1\,tg\,30^0} = tg\,(\varphi_1 + 30^0)$$

Odtud

$$\varphi'_2 = \varphi_1 + 210^0 = \varphi_2 + 90^0 = \varphi'_1 + 120^0.$$

Stejně najdeme

$$\varphi'_3 = \varphi_3 + 90^0 = \varphi'_1 + 240^0.$$

Mají tedy síťové proudy mezi sebou posunutí 120^0 a oproti pracovním a fásovým proudům jsou o 90^0 pozadu.

Rovnice (25) dává v našem případě $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 =$ (krátce značím) ω,

$$\text{kdež } tg\,\omega = \frac{\varrho}{r}.$$

Vnější impedance v pracovních větvích budou

$$R_1 = R_2 = R_3 = \text{(krátce) } R = \sqrt{r^2 + \varrho^2}$$

a amplitudy síťových napjetí dle vzorce (24) vesměs stejné.

$$E'_1 = E'_2 = E'_3 = \text{(krátce) } E' = J\,R = \frac{E}{\hat{R}}\,.\,R = E\sqrt{\frac{r^2 + \varrho^2}{(r_0 + r)^2 + (\varrho_0 + \varrho)^2}}$$

Pro hodnoty okamžité bude

$$i_{1t} = i_{01t} = J\,sin\,(\nu\,t - \varphi_1) \qquad i'_{1t} = J'\,sin\,(\nu\,t - \varphi_1 - 90^0)$$
$$i_{2t} = i_{02t} = J\,sin\,(\nu\,t - \varphi_1 - 120^0) \qquad i'_{2t} = J'\,sin\,(\nu\,t - \varphi_1 - 120^0 - 90^0)$$
$$i_{3t} = i_{03t} = J\,sin\,(\nu\,t - \varphi_1 - 240^0) \qquad i'_{3t} = J'\,sin\,(\nu\,t - \varphi_1 - 240^0 - 90^0)$$

$$e'_{1t} = E' \sin [\nu t - (\varphi_1 - \omega_1)] = E' \sin (\nu t - \varphi_1 + \omega)$$
$$e'_{2t} = E' \sin [\nu t - (\varphi_2 - \omega_2)] = E' \sin (\nu t - \varphi_1 + \omega - 120^0)$$
$$e'_{3t} = E' \sin [\nu t - (\varphi_3 - \omega_3)] = E' \sin (\nu t - \varphi_1 + \omega - 240^0)$$

Konečně *efektivní* napjetí síťové (pracovní)

$$e'_1 = e'_2 = e'_3 = e' = \frac{E'}{\sqrt{2}} = e \frac{R}{\hat{R}}$$

efektivní intensita pracovní i fásová

$$i_1 = i_2 = i_3 = i_{01} = i_{02} = i_{03} = i = \frac{J}{\sqrt{2}} = \frac{e}{\hat{R}} = \frac{e'}{R}$$

efektivní intensita síťová

$$i'_1 = i'_2 = i'_3 = i\sqrt{3} = \frac{J'}{\sqrt{2}}.$$

Tedy při stejném zatížení všech větví jsou i intensity i napjetí všech fásí stejné. Okamžité hodnoty mají rozdíl fásí 120^0 resp. 240^0.

Jestliže při stejném zatížení fásí lze ještě také položiti $r_0 = 0$ $\varrho_0 = 0$

$$\text{pak } \hat{R} = R, \quad J = \frac{E}{R}, \quad E' = E$$

a efektivní

$$i = \frac{e}{R}, \quad e' = e, \quad i' = i\sqrt{3}.$$

II. **Spojení v generatoru i ve větvích hvězdovité** (viz výkres).

Označení ponecháme táž jako při spojení trojúhelníkovém. Jenom napjetí pracovní v ramenech hvězdy (zovu je též hvězdové) označím ještě e^*_{1t} e^*_{2t} e^*_{3t}.

Pro elektromotorické síly jednotlivých fásí (slují též fásová napjetí) jest opět

$$e_{1t} = E \sin \nu t$$
$$e_{2t} = E \sin (\nu t - 120^0) \text{ obecně } e_{kt} = E \sin (\nu t - \overline{k-1}\, 120^0)$$
$$e_{3t} = E \sin (\nu t - 240^0),$$

jest tedy splněno v každém okamžiku

$$e_{1t} + e_{2t} + e_{3t} = 0 \text{ čili } \Sigma e_{kt} = 0 \ldots\ldots\ldots (31)$$

Pro libovolnou větev proudovou bude

$$e_{kt} - e_{k+1,t} = (r_0 + r_k)\, i_{kt} + (L_0 + L_k) \frac{d\, i_{kt}}{d\, t} - e_{C_0 t} - e_{C_k t}$$

$$- \left[(r_0 + r_{k+1})\, i_{k+1,t} + (L_0 + L_{k+1}) \frac{d\, i_{k+1,t}}{d\, t} - e_{C_0 t} - e_{C_{k+1} t} \right].$$

Vzhledem ku $\frac{d\, e_{C_k t}}{d\, t} = - \frac{i_{kt}}{C_k}$ bude po derivaci

$$\frac{d}{dt}(e_{kt} - e_{k+1,t}) = (r_0 + r_k)\frac{di_{kt}}{dt} + (L_0 + L_k)\frac{d^2 i_{kt}}{dt^2} + \frac{i_{kt}}{C_0} + \frac{i_{kt}}{C_k}$$
$$- \left[(r_0 + r_{k+1})\frac{di_{k+1,t}}{dt} + (L_0 + L_{k+1})\frac{d^2 i_{k+1,t}}{dt^2} + \frac{i_{k+1,t}}{C_0} + \frac{i_{k+1,t}}{C_{k+1}}\right] \quad (32)$$

Takové rovnice existují tři pro $k = 1, 2, 3$.

Jest pak

$$e_{kt} - e_{k+1\,t} = E\,[sin\,(\nu\,t - k-1\,120^0) - sin\,(\nu\,t - k\,120^0)]$$
$$= E\,\sqrt{3}\,cos\,(\nu\,t - 2\,k-1\,60^0)$$

$$\frac{d}{dt}(e_{kt} - e_{k+1\,t}) = -E\,\sqrt{3}\,.\,\nu\,.\,sin\,(\nu\,t - 2\,k-1\,60^0) =$$

$$= -E\,\nu\,\sqrt{3}\,.\,sin\,\nu\,t\,.\,cos\,2\,k-1\,60^0 + E\,\nu\,\sqrt{3}\,.\,cos\,\nu\,t\,.\,sin\,2\,k-1\,60^0$$

Další rovnice vězí v podmínce, že se elektřina nemůže ve středu hvězdy hromaditi, tedy

$$i_{1t} + i_{2t} + i_{3t} = 0 \text{ čili } \Sigma\, i_{kt} = 0 \quad (33)$$

Integrál rovnice (32) supponuji ve tvaru

$$i_{kt} = J_k\,sin\,(\nu\,t - \varphi_k) = \alpha_k\,sin\,\nu\,t - \beta_k\,cos\,\nu\,t \quad (34)$$

Zjednejme si napřed

$$\frac{di_{kt}}{dt} = \alpha_k\,\nu\,cos\,\nu\,t + \beta_k\,\nu\,sin\,\nu\,t$$

$$\frac{d^2 i_{kt}}{dt^2} = -\alpha_k\,\nu^2\,sin\,\nu\,t + \beta_k\,\nu^2\,cos\,\nu\,t.$$

Dosaďme tyto hodnoty do rovnice (32) a porovnejme členy při $sin\,\nu\,t$ a $cos\,\nu\,t$. Bude

$$\alpha_k\,(r_0 + r_k) + \beta_k\left[(L_0\,\nu + L_k\,\nu) - \left(\frac{1}{C_0\,\nu} + \frac{1}{C_k\,\nu}\right)\right] -$$
$$- \left\{\alpha_{k+1}\,(r_0 + r_{k+1}) + \beta_{k+1}\left[(L_0\,\nu + L_{k+1}\,\nu) - \left(\frac{1}{C_0\,\nu} + \frac{1}{C_{k+1}\,\nu}\right)\right]\right\} =$$
$$= E\,\sqrt{3}\,sin\,2\,k-1\,60^0 \quad (35)$$

$$\beta_k\,(r_0 + r_k) - \alpha_k\left[(L_0\,\nu + L_k\,\nu) - \left(\frac{1}{C_0\,\nu} + \frac{1}{C_k\,\nu}\right)\right] -$$
$$- \left\{\beta_{k+1}\,(r_0 + r_{k+1}) - \alpha_{k+1}\left[(L_0\,\nu + L_{k+1}\,\nu) - \left(\frac{1}{C_0\,\nu} + \frac{1}{C_{k+1}\,\nu}\right)\right]\right\} =$$
$$= -E\,\sqrt{3}\,cos\,2\,k-1\,60^0 \quad (36)$$

Označím zkráceně

$$L_0\,\nu - \frac{1}{C_0\,\nu} = \varrho_0 \qquad L_k\,\nu - \frac{1}{C_k\,\nu} = \varrho_k.$$

Rovnice (35) a (36) nabudou tvaru

$$\alpha_k\,(r_0 + r_k) + \beta_k\,(\varrho_0 + \varrho_k) - [\alpha_{k+1}\,(r_0 + r_{k+1}) + \beta_{k+1}\,(\varrho_0 + \varrho_{k+1})] =$$
$$= E\,\sqrt{3}\,sin\,2\,k-1\,.\,60^0 \quad (35')$$

$$\beta_k (r_0 + r_k) - \alpha_k (\varrho_0 + \varrho_k) - [\beta_{k+1} (r_0 + r_{k+1}) - \alpha_{k+1} (\varrho_0 + \varrho_{k+1})] =$$
$$= - E \sqrt{3} \cos \overline{2k - 1} \,.\, 60^0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (36')$$

Zvětšíme-li v těchto dvou rovnicích postupně index k na $k + 1$ a $k + 2$, obdržíme ještě čtyři podobné rovnice.

Z nich pak plyne vhodnou úpravou

$$3 [\alpha_k (r_0 + r_k) + \beta_k (\varrho_0 + \varrho_k)] - \sum_{k=1}^{3} [\alpha_k (r_0 + r_k) + \beta_k (\varrho_0 + \varrho_k)] =$$
$$= 3 E \cos \overline{k - 1} \,.\, 120^0$$

$$3 [\beta_k (r_0 + r_k) - \alpha_k (\varrho_0 + \varrho_k)] - \sum_{k=1}^{3} [\beta_k (r_0 + r_k) - \alpha_k (\varrho_0 + \varrho_k)] =$$
$$= 3 E \sin \overline{k - 1} \,.\, 120^0.$$

Označím prozatím zkráceně

$$\sum_{k=1}^{3} [\alpha_k (r_0 + r_k) + \beta_k (\varrho_0 + \varrho_k)] = A',$$

$$\text{a} \sum_{k=1}^{3} [\beta_k (r_0 + r_k) - \alpha_k (\varrho_0 + \varrho_k)] = B' \quad \ldots\ldots \quad (37)$$

bude $3 [\alpha_k (r_0 + r_k) + \beta_k (\varrho_0 + \varrho_k)] = 3 E \cos \overline{k - 1} \,.\, 120^0 + A'$

$3 [\beta_k (r_0 + r_k) - \alpha_k (\varrho_0 + \varrho_k)] = 3 E \sin \overline{k - 1} \,.\, 120^0 + B'.$

Z obou posledních rovnic jde řešením podle α_k, β_k

$$3 \alpha_k [(r_0 + r_k)^2 + (\varrho_0 + \varrho_k)^2] = 3 E [(r_0 + r_k) \cos \overline{k - 1} \,.\, 120^0 -$$
$$- (\varrho_0 + \varrho_k) \sin \overline{k - 1} \,.\, 120^0] + A' (r_0 + r_k) - B' (\varrho_0 + \varrho_k)$$

$$3 \beta_k [(r_0 + r_k)^2 + (\varrho_0 + \varrho_k)^2] = 3 E [(\varrho_0 + \varrho_k) \cos \overline{k - 1} \,.\, 120^0 +$$
$$(r_0 + r_k) \sin \overline{k - 1} \,.\, 120^0] + A' (\varrho_0 + \varrho_k) + B' (r_0 + r_k).$$

Označme opět

$$(r_0 + r_k)^2 + (\varrho_0 + \varrho_k)^2 = \hat{R}_k^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (38)$$

Vzhledem ku rovnici (33) t. j.

$$\Sigma i_{kl} = 0 \text{ čili } \Sigma (\alpha_k \sin \nu t - \beta_k \cos \nu t) = 0$$

bude též $\Sigma \alpha_k = 0$ a $\Sigma \beta_k = 0.$

Dosadíce do těchto rovnic za α_k a β_k, obdržíme

$$0 = 3 \Sigma \alpha_k = - 3 E \Sigma \left[\frac{\varrho_0 + \varrho_k}{\hat{R}_k^2} \sin \overline{k - 1} \,.\, 120^0 - \frac{r_0 + r_k}{\hat{R}_k^2} \cos \overline{k - 1} \,.\, 120^0 \right] +$$
$$+ A' \Sigma \frac{r_0 + r_k}{\hat{R}_k^2} - B' \Sigma \frac{\varrho_0 + \varrho_k}{\hat{R}_k^2}.$$

$$0 = 3 \Sigma \beta_k = - 3 E \Sigma \left[\frac{r_0 + r_k}{\hat{R}_k^2} \sin \overline{k - 1} \,.\, 120^0 + \frac{\varrho_0 + \varrho_k}{\hat{R}_k^2} \cos \overline{k - 1} \,.\, 120^0 \right] +$$
$$+ A' \Sigma \frac{\varrho_0 + \varrho_k}{\hat{R}_k^2} + B' \Sigma \frac{r_0 + r_k}{\hat{R}_k^2}.$$

Označím opět

$$s_2 = \Sigma\left[\frac{\varrho_0+\varrho_k}{\hat{R}_k^2}\sin\overline{k-1}\,.\,120^0 - \frac{r_0+r_k}{\hat{R}_k^2}\cos\overline{k-1}\,.\,120^0\right]$$
$$s_1 = \Sigma\left[\frac{r_0+r_k}{\hat{R}_k^2}\sin\overline{k-1}\,.\,120^0 + \frac{\varrho_0+\varrho_k}{\hat{R}_k^2}\cos\overline{k-1}\,.\,120^0\right] \quad .(39)$$

$$p = \Sigma\frac{r_0+r_k}{\hat{R}_k^2} \qquad q = \Sigma\frac{\varrho_0+\varrho_k}{\hat{R}_k^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad .(40)$$

Nyní bude

$$0 = -3E s_2 + A' p - B' q$$
$$0 = \quad 3E s_1 + A' q + B' p.$$

Odtud plyne řešením dle A' B'

$$A' = -3E\frac{q s_1 - p s_2}{p^2+q^2} = -3EA \;\Big|_{\text{kdež}}\; \Big|A = \frac{q s_1 - p s_2}{p^2+q^2}$$
$$B' = -3E\frac{p s_1 + q s_2}{p^2+q^2} = -3EB \;\Big|_{\text{značí}}\; \Big|B = \frac{p s_1 + q s_2}{p^2+q^2} \quad .(41)$$

Pomocí těchto zkratek nabýváme konečně vzorců pro α_k a β_k

$$\alpha_k \hat{R}_k^2 = E\{(r_0+r_k)[\cos\overline{k-1}\,.\,120^0 - A] - (\varrho_0+\varrho_k)[\sin\overline{k-1}\,.\,120^0 - B]\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad .(42)$$

$$\beta_k \hat{R}_k^2 = E\{(r_0+r_k)[\sin\overline{k-1}\,.\,120^0 - B] + (\varrho_0+\varrho_k)[\cos\overline{k-1}\,.\,120^0 - A]\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad .(42)$$

Na pravé straně obou rovnic jsou veškeré veličiny již známé aneb je lze aspoň vypočísti. Lze tedy vypočítati též α_k, β_k.

Pro amplitudu proudovou $k^{té}$ fáze bude pak

$$J_k = \sqrt{\alpha_k^2+\beta_k^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad .(43)$$

a pro fásové posunutí proudu $i_{kt} = J_k \sin(\nu t - \varphi_k) = \alpha_k \sin\nu t - \beta_k \cos\nu t$

$$\cos\varphi_k = \frac{\alpha_k}{J_k} = \frac{\alpha_k}{\sqrt{\alpha_k^2+\beta_k^2}}; \quad \sin\varphi_k = \frac{\beta_k}{J_k} = \frac{\beta_k}{\sqrt{\alpha_k^2+\beta_k^2}}; \quad tg\,\varphi_k = \frac{\beta_k}{\alpha_k} \quad .(43)$$

Též lze do počtu zavésti pomocný úhel, klademe-li

$$\frac{r_0+r_k}{\hat{R}_k} = \cos\hat{\omega}_k; \quad \frac{\varrho_0+\varrho_k}{\hat{R}_k} = \sin\hat{\omega}_k; \quad \frac{\varrho_0+\varrho_k}{r_0+r_k} = tg\,\hat{\omega}_k \quad . \quad .(44)$$

pak jest též

$$s_1 = \Sigma\frac{1}{\hat{R}_k}\sin(\hat{\omega}_k + \overline{k-1}\,.\,120^0), \qquad s_2 = -\Sigma\frac{1}{\hat{R}_k}\cos(\hat{\omega}_k + \overline{k-1}\,.\,120^0)$$

$$p = \Sigma\frac{r_0+r_k}{\hat{R}^2{}_k} = \Sigma\frac{\cos\hat{\omega}_k}{\hat{R}_k}; \quad q = \Sigma\frac{\varrho_0+\varrho_k}{\hat{R}^2{}_k} = \Sigma\frac{\sin\hat{\omega}_k}{\hat{R}_k}$$

$$\alpha_k \hat{R}_k = E[\cos(\hat{\omega}_k + \overline{k-1}\,.\,120^0) - A\cos\hat{\omega}_k + B\sin\hat{\omega}_k]$$
$$\beta_k \hat{R}_k = E[\sin(\hat{\omega}_k + \overline{k-1}\,.\,120^0) - A\sin\hat{\omega}_k - B\cos\hat{\omega}_k] \quad . \quad .(42')$$

$\hat{\omega}_k$ značí fásové posunutí způsobené celkovou (vnitřní i vnější) reaktancí $k^{té}$ fáse.

Okamžité *napjetí pracovní* v $k^{tém}$ ramenu hvězdy e^*_{kt} (též hvězdové sluje) najdeme ze vztahu

$$e^*_{kt} = r_k\, i_{kt} + L_k \frac{d\, i_{kt}}{d\, t} - e_{C_k t},$$

kdež $e_{C_k t}$ značí napjetí na svorkách kapacity do pracovního ramene eventuelně vložené.

Derivujíce obdržíme

$$\frac{d\, e^*_{kt}}{d\, t} = r_k \frac{d\, i_{kt}}{d\, t} + L_k \frac{d^2\, i_{kt}}{d\, t^2} + \frac{i_{kt}}{C_k} \quad \ldots\ldots\ldots (45)$$

Integrál bude ve tvaru

$$e^*_{kt} = E^*_k \sin(\nu\, t - \psi^*_k) = E^*_k \sin \nu\, t \,.\, \cos \psi^*_k - E^*_k \cos \nu\, t \,.\, \sin \psi^*_k.$$

Dosadíme-li do rovnice (45) příslušné hodnoty za derivace a porovnáme faktory u $\sin \nu\, t$ a $\cos \nu\, t$, obdržíme

$$E^*_k \cos \psi^*_k = r_k J_k \cos \varphi_k + L_k \nu J_k \sin \varphi_k - \frac{J_k}{C_k \nu} \sin \varphi_k =$$

$$= J_k (r_k \cos \varphi_k + \varrho_k \sin \varphi_k)$$

$$E^*_k \sin \psi^*_k = r_k J_k \sin \varphi_k - L_k \nu J_k \cos \varphi_k + \frac{J_k}{C_k \nu} \cos \varphi_k =$$

$$= J_k (r_k \sin \varphi_k - \varrho_k \cos \varphi_k).$$

Odtud jde

$$E^{*2}_k = J^2_k (r^2_k + \varrho^2_k) \text{ čili } E^*_k = J_k R_k \quad \ldots\ldots (46)$$

a dále

$$tg\, \psi^*_k = \frac{r_k \sin \varphi_k - \varrho_k \cos \varphi_k}{r_k \cos \varphi_k + \varrho_k \sin \varphi_k} = \frac{tg\, \varphi_k - tg\, \omega_k}{1 + tg\, \varphi_k\, tg\, \omega_k} = tg\, (\varphi_k - \omega_k)$$

odtud

$$\psi^*_k = \varphi_k - \omega_k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (47)$$

kdež ω_k jest fásové posunutí způsobené vnější reaktancí φ_k $k^{tého}$ ramene a jest určeno vztahem

$$tg\, \omega_k = \frac{\varrho_k}{r_k} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (47')$$

Máme tedy pro okamžité napjetí pracovní (hvězdové)

$$e^*_{kt} = E^*_k \sin [\nu\, t - \psi^*_k] = E^*_k \sin [\nu\, t - (\varphi_k - \omega_k)] =$$

$$= J_k R_k \sin [\nu\, t - (\varphi_k - \omega_k)] \quad \ldots\ldots\ldots (48)$$

Napjetí síťové

$$e'_{kt} = e^*_{k+1,t} - e^*_{k+2,t} = E^*_{k+1} \sin [\nu\, t - (\varphi_{k+1} - \omega_{k+1})] -$$

$$- E^*_{k+2} \sin [\nu\, t - (\varphi_{k+2} - \omega_{k+2})] \quad \ldots\ldots\ldots (49)$$

Lze je též uvésti na tvar $e'_{kt} = E'_k \sin (\nu\, t - \psi'_k)$ kdež E'_k a ψ'_k jsou určeny rovnicemi

$$E'^2_k = E^{*2}_{k+1} + E^{*2}_{k+2} - 2\, E^*_{k+1} E^*_{k+2} \cos [\varphi_{k+1} - \omega_{k+1} -$$

$$- (\varphi_{k+2} - \omega_{k+2})] \quad \ldots\ldots (49')$$

$$\cos \psi'_k = \frac{E^*_{k+1}}{E'_k} \cos (\varphi_{k+1} - \omega_{k+1}) - \frac{E^*_{k+2}}{E'_k} \cos (\varphi_{k+2} - \omega_{k+2}) \quad (49')$$

Pro případ $r_0 = 0$ $\varrho_0 = 0$, kdy generator sám nespotřebuje napjetí žádné, lze též psáti

$$e'_{kt} = e_{k+1,t} - e_{k+2,t} = E\,[sin\,(\nu\,t - k\,.\,120^0) - sin\,(\nu\,t - k+1\,.\,120^0)]$$
$$= E'\,sin\,[\nu\,t - k-1\,.\,120^0 - 90^0] \text{ kdež } E' = E\sqrt{3}.$$

$E'_1 = E'_2 = E'_3 = E' = E\sqrt{3}$ a efektivní $e'_1 = e'_2 = e'_3 = e' = \frac{E'}{\sqrt{2}}$.

Efekt.

Efekt v $k^{tém}$ ramenu hvězdy

$$W_k = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau e^*_{kt}\,i_{kt}\,d\,t = e^*_k\,i_k\,cos\,\omega_k$$

kdež e_k, i_k značí hodnoty efektivní.

Tedy v celém obvodu pracovním t. j. ve všech ramenech hvězdy bude efekt

$$W = \Sigma\,W_k = W_1 + W_2 + W_3 = \Sigma\,e^*_k\,i_k\,cos\,\omega_k.$$

K tomuto měření jest třeba tří wattmetrů, v každém ramenu po jednom. Jest však možno jen pomocí dvou wattmetrů změřiti celý efekt. To zakládá se na větě:

Efekt celého pracovního obvodu t. j. všech tří ramen rovná se součtu (algebraicky je to vlastně rozdíl) dvou efektů měřených mezi dvěma přívodnými dráty a drátem třetím.

Důkaz:

Okamžitá práce v celém obvodu pracovním jest $L_t = \Sigma\,e^*_{kt}\,i_{kt}$.

Dle rovnice (33) jest $\Sigma\,i_{kt} = 0$ tedy též $e^*_{1t}\,\Sigma\,i_{kt} = 0$.

Odečtěme poslední rovnici od první, bude

$$L_t = \Sigma\,(e^*_{kt}\,i_{kt} - e^*_{1t}\,i_{kt}) = e^*_{1t}\,i_{1t} - e^*_{1t}\,i_{1t} + e^*_{2t}\,i_{2t} - e^*_{1t}\,i_{2t} + e^*_{3t}\,i_{3t} - e^*_{1t}\,i_{3t}$$

čili
$$L_t = i_{2t}\,(e^*_{2t} - e^*_{1t}) + i_{3t}\,(e^*_{3t} - e^*_{1t})$$

Jest pak dle dřívějšího vyšetřování $e'_{kt} = e^*_{k+1\,t} - e^*_{k+2\,t}$.

Tedy bude

$$L_t = e'_{2t}\,i_{3t} - e'_{3t}\,i_{2t} \text{ a podobně cyklicky}$$
$$= e'_{3t}\,i_{1t} - e'_{1t}\,i_{3t}$$
$$= e'_{1t}\,i_{2t} - e'_{2t}\,i_{1t}$$

obecně $L_t = e'_{kt}\,i_{k+1\,t} - e'_{k+1\,t}\,i_{kt}$.

Tuto rovnici násob $d\,t$ a integruj přes periodu, bude

$$W = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau L_t\,d\,t = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau e'_{kt}\,i_{k+1\,t}\,d\,t - \frac{1}{\tau}\int_0^\tau e'_{k+1,t}\,i_{kt}\,d\,t = W_{k,k+1} - W_{k+1,k}$$

kdež použito označení

$$W_{k,k+1} = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau e'_{kt}\,i_{k+1\,t}\,d\,t \qquad W_{k+1,k} = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau e'_{k+1,t}\,i_{kt}\,d\,t$$

Tyto veličiny měří wattmetr přímo. Tím věta dokázána.

Pro případ $r_0 = 0$ $\varrho_0 = 0$ lze ještě přetvořiti

$$W_{k,k+1} = e'_k i_{k+1} \cos [\overline{k-1} \,.\, 120^0 + 90^0 - \varphi_{k+1}] = \\ = e'_k i_{k+1} \sin (\varphi_{k+1} - \overline{k-1} \,.\, 120^0) \quad \ldots (50)$$

$$W_{k+1,k} = e'_{k+1} i_k \cos [k\, 120^0 + 90^0 - \varphi_k] = e'_{k+1} i_k \sin (\varphi_k - k \,.\, 120^0) \ldots (50)$$

$$W = W_{k,k+1} - W_{k+1,k} = e'_k i_{k+1} \cos [\overline{k-1} \,.\, 120^0 + 90^0 - \varphi_{k+1}] - \\ - e'_{k+1} i_k \cos [k\, 120^0 + 90^0 - \varphi_k]$$

kdež $k = 1, 2, 3.$

Jest tedy $W = W_{12} - W_{21} = W_{23} - W_{32} = W_{31} - W_{13}$.

Druhý člen je téměř vždy negativní a dlužno ho tedy připočítávati při měření k prvému.

Příklad číselný pro $r_0 = 0$ $\varrho_0 = 0$.

Budiž $E = 100$, tedy efektivní $e = 70{\cdot}71$.

$r_1 = 3$	$\varrho_1 = 4$	$R_1 = 5$	$\hat{R}_k = R_k$
$r_2 = 4$	$\varrho_2 = 3$	$R_2 = 5$	
$r_3 = 6$	$\varrho_3 = 8$	$R_3 = 10$	

pak jest dle rovnice (39) $s_1 = 0{\cdot}14660$ $s_2 = 0{\cdot}02464$

„ „ „ „ (40) $p = 0{\cdot}34$ $q = 0{\cdot}36$

„ „ „ „ (41) $A = 0{\cdot}181$ $B = 0{\cdot}240$

„ „ „ „ (42) $\alpha_1 = 13{\cdot}66$ $\beta_1 = 10{\cdot}22$

$\alpha_2 = -18{\cdot}43$ $\beta_2 = 1{\cdot}80$

$\alpha_3 = 4{\cdot}77$ $\beta_3 = -12{\cdot}02$

„ „ „ „ (43) $J_1 = 17{\cdot}06$ $J_2 = 18{\cdot}48$ $J_3 = 12{\cdot}96$

efektivní proudy

$$i_1 = \frac{J_1}{\sqrt{2}} = 12{\cdot}06 \quad i_2 = \frac{J_2}{\sqrt{2}} = 13{\cdot}06 \quad i_3 = \frac{J_3}{\sqrt{2}} = 9{\cdot}16.$$

Maximální napjetí síťové $E' = E\sqrt{3} = 173{\cdot}21$,

$$\text{efektivní } e' = \frac{E'}{\sqrt{2}} = 122{\cdot}4$$

maximální napjetí pracovní $E^*_1 = J_1 R_1 = 85{\cdot}30$ efektivní $e^*_1 = 60{\cdot}32$

$E^*_2 = J_2 R_2 = 92{\cdot}40$ $e^*_2 = 65{\cdot}33$

$E^*_3 = J_3 R_3 = 129{\cdot}6$ $e^*_3 = 91{\cdot}6$

Efekty partiální v jednotlivých ramenech $W_1 = e^*_1 i_1 \cos \omega_1 \doteq 437$ $W_2 \doteq 684$ $W_3 \doteq 506$ tedy celý efekt $W = W_1 + W_2 + W_3 \doteq 1627$

$W_{12} \doteq 160$ $W_{21} \doteq -1467$ tedy $W = W_{12} - W_{21} \doteq 1627$

$W_{23} \doteq 166$ $W_{32} \doteq -1461$ „ $W = W_{23} - W_{32} \doteq 1627$

$W_{31} \doteq 581$ $W_{13} \doteq -1046$ „ $W = W_{31} - W_{13} \doteq 1627$

tedy souhlas dobrý.

Fásová posunutí proudů

$$\varphi_1 = 36^0\, 50' \quad \varphi_2 = 174^0\, 15' \quad \varphi_3 = 291^0\, 29'.$$

Specielní případ hvězdového spojení. Všechny fáse zatíženy stejně.

Zde jest

$$r_1 = r_2 = r_3 = \text{(krátce) } r$$
$$\varrho_1 = \varrho_2 = \varrho_3 = \quad ,, \quad \varrho$$

tedy také

$$\hat{R}_1 = \hat{R}_2 = \hat{R}_3 = \text{krátce } \hat{R} = \sqrt{(r_0 + r)^2 + (\varrho_0 + \varrho)^2}$$

Dle vzorce (39) jest vzhledem ku

$$\sum_{k=1}^{3} \sin \overline{k-1}\, 120^0 = 0 \text{ a } \sum_{k=1}^{3} \cos \overline{k-1} \,.\, 120^0 = 0$$

$$s_1 = 0 \qquad s_2 = 0.$$

Dle (40) jest

$$p = 3\,\frac{r_0 + r}{\hat{R}^2} = 3\,\frac{\cos\hat{\omega}}{\hat{R}}, \quad q = 3\,\frac{\varrho_0 + \varrho}{\hat{R}^2} = 3\,\frac{\sin\hat{\omega}}{\hat{R}}$$

dle (41) $\qquad A = 0 \qquad B = 0$

dle (44) $\qquad \hat{\omega}_1 = \hat{\omega}_2 = \hat{\omega}_3 = \text{(krátce) } \hat{\omega}$

kdež $\hat{\omega}$ určeno vztahem $\quad tg\,\hat{\omega} = \dfrac{\varrho_0 + \varrho}{r_0 + r}$.

Značí-li ω_k posunutí fásové způsobené pouze vnější reaktancí $k^{\text{tého}}$ ramene, jest

$$tg\,\omega_k = \frac{\varrho}{r} \text{ tedy též } \omega_k = \omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \text{(krátce) } \omega.$$

Dle (42) a (42′) jest

$$\alpha_k = \frac{E}{\hat{R}^2}\,[(r_0 + r)\cos\overline{k-1}\,.\,120^0 - (\varrho_0 + \varrho)\sin\overline{k-1}\,.\,120^0] =$$

$$= \frac{E}{\hat{R}}\cos(\hat{\omega} + \overline{k-1}\,.\,120^0)$$

$$\beta_k = \frac{E}{\hat{R}^2}\,[(r_0 + r)\sin\overline{k-1}\,.\,120^0 + (\varrho_0 + \varrho)\cos\overline{k-1}\,.\,120^0] =$$

$$= \frac{E}{\hat{R}}\sin(\hat{\omega} + \overline{k-1}\,.\,120^0)$$

$$J_k = \sqrt{\alpha_k^2 + \beta_k^2} = \frac{E}{\hat{R}} = J_1 = J_2 = J_3 = \text{(krátce) } J.$$

Fásové posunutí proudu

$$\cos\varphi_k = \frac{\alpha_k}{J_k} = \cos(\hat{\omega} + \overline{k-1}\,.\,120^0)$$

odtud

$$\varphi_k = \hat{\omega} + \overline{k-1}\,.\,120^0$$

pak bude okamžitá intensita

$$i_{kt} = J_k \sin(\nu t - \varphi_k) = J \sin(\nu t - \hat{\omega} - k - 1\,.\,120^0).$$

Tedy při stejném zatížení jsou intensity všech ramen stejné a liší se ve fási o 120^0.

Napjetí pracovní (hvězdové) okamžité bude dle (48)

$$e^*_{kt} = E^*_k \sin [\nu t - (\varphi_k - \omega_k)] = E^* \sin [\nu t - \hat{\omega} - \overline{k-1} \,.\, 120^0 + \omega]$$

a maximální

$$E^*_k = E^* = J R = J \sqrt{r^2 + \varrho^2} = \frac{E}{\hat{R}} \,.\, R = E \sqrt{\frac{r^2 + \varrho^2}{(r_0 + r)^2 + (\varrho_0 + \varrho)^2}}$$

Napjetí síťové bude dle rovnice (49)

$$e'_{kt} = E^* [\sin (\nu t - \hat{\omega} - k \,.\, 120^0 + \omega) - \sin (\nu t - \hat{\omega} - \overline{k+1} \,.\, 120^0 + \omega)]$$

$$e'_{kt} = E^* \sqrt{3} \cos [\nu t - \hat{\omega} - \overline{k-1} \,.\, 120^0 + \omega - 180^0]$$

$$e'_{kt} = E' \sin (\nu t - \hat{\omega} - \overline{k-1} \,.\, 120^0 + \omega - 90^0) \quad \text{kdež } E' = E^* \sqrt{3}$$

Tedy pro hodnoty efektivní bude při stejném zatížení:

$$e^*_k = e^* = i R = e \frac{R}{\hat{R}} = \frac{e'}{\sqrt{3}} = \frac{e' \sqrt{3}}{3} .$$

Efekt

$$W_1 = W_2 = W_3 = e^* i \cos \omega$$

Efekt celý

$$W = \Sigma W_k = 3 e^* i \cos \omega = e' i \sqrt{3} \cos \omega = 3 e \frac{R}{\hat{R}} i \cos \omega .$$

Specielní případ stejného zatížení.

Lze-li ještě považovati $r_0 = 0 \quad \varrho_0 = 0$

pak bude

$$\hat{R} = R, \; p = 3 \frac{r}{R^2} , \quad q = 3 \frac{\varrho}{R^2} , \quad \hat{\omega} = \omega, \; tg \, \omega = \frac{\varrho}{r} , \quad J = \frac{E}{R} ,$$

$$\varphi_k = \omega + \overline{k-1} \,.\, 120^0, \quad i_{kt} = J \sin (\nu t - \omega - \overline{k-1} \,.\, 120^0),$$

$$e^*_{kt} = E^* \sin (\nu t - \overline{k-1} \,.\, 120^0), \qquad E^* = J R = E,$$

$$e'_{kt} = E' \sin (\nu t - \overline{k-1} \,.\, 120^0 - 90^0), \quad E' = E^* \sqrt{3} = E \sqrt{3},$$

efektivní

$$e^*_k = e^* = i R = e = \frac{e' \sqrt{3}}{3} = \frac{e'}{\sqrt{3}} ; \quad e' = e^* \sqrt{3} = e \sqrt{3}.$$

Efekt měřený mezi dvěma přívodnými dráty a drátem třetím bude dle (50)

$$W_{k,k+1} = e' i \sin (\omega + 120^0) = \quad e' i \cos (\omega + 30^0)$$

$$W_{k+1,k} = e' i \sin (\omega - 120^0) = - e' i \cos (\omega - 30^0).$$

Tedy celý efekt

$$W = W_{k,k+1} - W_{k+1,k} = e' i [\cos (\omega + 30^0) + \cos (\omega - 30^0)]$$

tedy

$$W = e' i \sqrt{3} = 3 e^* i \cos \omega = 3 e i \cos \omega .$$

Efekt v jednotlivých ramenech měřený

$$W_1 = W_2 = W_3 = e^* i \cos \omega$$

tedy opět celý efekt

$$W = W_1 + W_2 + W_3 = 3 e^* i \cos \omega = 3 e i \cos \omega .$$

Zúrodnění u křivatce.

Napsal

Dr. B. Němec v Praze.

S 19 obrazy v textu.

(Předloženo dne 7. června 1912.)

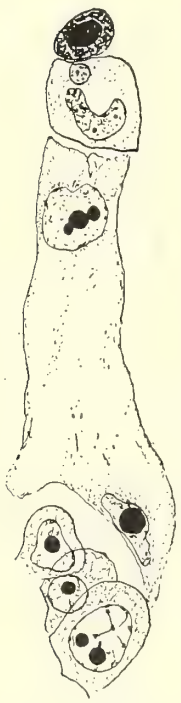
Před několika léty zhotovil jsem si preparáty ze semenníků křivatce *Gagea lutea* (sbírán u Zbraslavi a na místě fixován ve Flemmingově tekutině; mikrotomové řezy barveny safraninem-gentianou-oranží). Nejlépe se osvědčily příčné řezy skrze semenníky, neboť na těch většina vajíček objeví se býti prořízuuta podélně. A právě podélné řezy jsou pro výzkum stavby vajíček a pochodů zúrodnění nejvhodnější.

Pochod zúrodnění lze u křivatce velice krásně sledovati, neboť elementy jsou veliké a zřetelné, barvitelnost jader znamenitá, jak to vůbec pro Liliaceae je známo. Zúrodnění samo je normální, vaječná buňka i endosperm obdrží po jednom samčím jádru. Nebyl bych o pochodech těch vůbec ničeho uveřejnil, neboť jsem preparáty zhotovil pouze pro vlastní poučení, kdybych nebyl při nedávné revisi jich nalezl náhodou jednu vaječnou buňku, která s největší pravděpodobností byla opatřena dvěma jádry samčími, která právě s jádrem samičím splývala. Ježto dispermie (zúrodnění dvěma samčími buňkami) pro jevnosnubné rostliny není dosud popsána, ježto dále dispermie by měla též značný dosah pro vysvětlení poměru počtu chromosomů u příbuzných forem rostlinných, věnoval jsem pochodu zúrodnění u křivatce větší pozornost. A tu shledána další zajímavá okolnost, že totiž pohlavní jádra spolu splývající anebo též endospermální jádra splývající spolu a s druhým jádrem samčím uzavírají mezi sebou částečky cytoplasmy, jejichž další osud lze u křivatce velice dobře sledovati. Tento zjev, totiž uzavření částečky cytoplasmy mezi obě splývající pohlavní jádra, byl dosud pouze B r o w n e m (1910) pro dvojděložnou rostlinu *Peperomia sintenisii* popsán. Není tudíž nedůležito, registrovati

případ nový, který se též poněkud od Brownova případu liší. Výklad osudu cytoplasmatické okluse mezi jádry může býti jiný, než-li jak jej Brown podal a také proto považuji svoje sdělení za oprávněné.

I. Normální zúrodnění u křivatce Gagea lutea.

Zralý zárodečný vak křivatce *Gagea lutea* má typickou stavbu zárodečného vaku většiny Liliaceí. Je uložen v anatropním vajíčku opatřeném dvěma obaly, jehož dlouhá mykropyle obrácena je ku placentě. Zárodečný vak je rovný a dlouhý, při pólu mikropylárním chová dvě synergidy a o něco menší vaječnou buňku, kteráž má tvar lahvicovitý. Na pólu protějším nalézají se tři antipody, zpravidla nad sebou uložené. Někdy jsou jen dvě vyvinuty (obr. 1), očividně se třetí neoddělila od druhé. Tomu nasvědčuje značná velikost jedné antipody a její dvojjadernost. Také může chovati jedno nápadně veliké jádro, nebo dvě jádra nestejně veliká (obr. 1). Pólová jádra nalézají se v té době od sebe vzdálená při pólu antipodovém a mikropylárním.

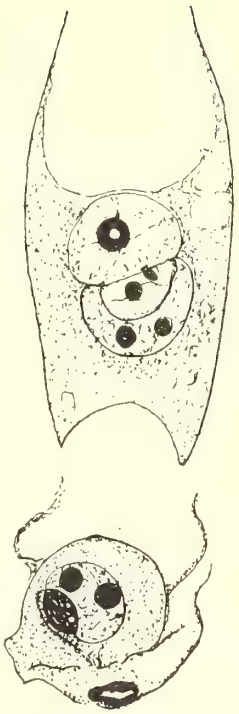


Obr. 1. Dospělý zárodečný vak křivatce *Gagea lutea*.

Pylová zrna snadno se zachytí na blizně, kteráž je opatřena velikými jednobuněčnými žlaznatými papilami. Pylové láčky ze zrn pylových klíčící rostou kanálem ve čnělce celkem bez přílišných zakřivování se do semenníku. Semenník pak opatřen je šesti vůdčími cestami na placentě podél vnitřního úhlu, kde se přehrádky semenníkové stýkají. V každém pouzdru máme tedy dvě vůdčí cesty. Tvořeny jsou žlaznatou pokožkou, jejíž buňky papilosně, ano i vláskovitě, vyčnívají do dutiny pouzdra semenníkového. Mnohé buňky žlaznaté dělí se periklinální přehrádkou. Po těchto žlaznatých pruzích táhnoucích se podél placenty až ke spodu semenníku rostou pylové láčky, jednotlivé z nich však uhýbají do mikropyle, kteráž se otevírá právě proti vůdčímu pletivu, ba někdy se i vláskovitých a papilosních jednotlivých buněk dotýká. Zřejmý obturator, jaký u pryšcovitých rostlin shledáváme, není zde však vyvinut. Jak známo jako obturator označeno pletivo, které z vůdčí žlaznaté cesty vrůstá do mikropyle, takže pylové láčky rostoucí po vůdčí cestě obturatorem bezpečně vedeny jsou do mikropyle. U křivatce pylové láčky volně se plazí po vůdčí cestě sem tam se zakřivujíce a ježto do semenníku vniká spousta láček pylových, naleznou při těsném sousedství mikropyle a vůdčí cesty snadno otvor vedoucí k vaječné buňce.

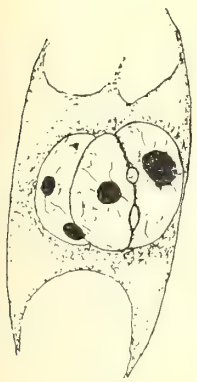
Nezřídka viděl jsem několik pylových láček vnikati do jedné mikropyle, ovšem nepodařilo se mi stanoviti, zda vskutku mohou proniknouti až k vaječné buňce. Neboť obsah mikropyle barví se tak intensivně, že

v něm obsah a strukturu pylového vaku stěží bezpečně lze rozpoznati. Tolik lze však zjistiti, že se pylový vak otevírá až v jedné ze synergid, kteráž současně degeneruje. Zřejmě, jak to také odjinud známe, je vniknutím pylového vaku poškozena. Zřídka zůstane tato synergida ještě na dále v normálním stavu (obr. 4), obyčejně jenom druhá persistuje a sice může trvati až do stadia, kdy již je embryo založeno. V synergidě, do které byl vnikl pylový vak, často jsem pozoroval dvě scvrklá anebo i zcela homogenní jádra (obr. 2, 5). Jedno z nich je beze vší pochyby jádrem synergidy samotné, druhé je vegetativním jádrem pylové láčky.



Obr. 2. Vaječná buňka, v níž právě samčí jádro se přiložilo k samičímu. V endospermu splývají 2 jádra pólová s druhým jádrem samčím.

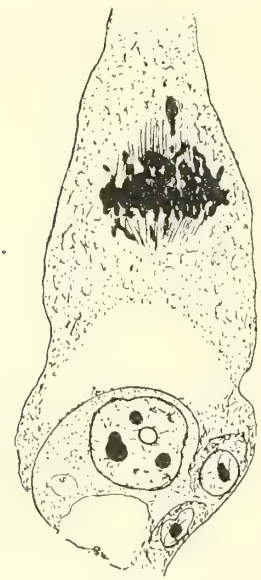
Samčí jádra vyniknuvší z pylové láčky uložena jsou v husté cytoplasmě, skoro homogenní a oranží silně barvitelné. Ze synergidy pronikne jedno jádro do buňky vaječné, táhnouc za sebou proud oné husté, homogenní cytoplasmy (obr. 2), která se dosti dobře dá rozeznati od cytoplasmy buňky vaječné. Mohli bychom ji považovati za samčí cytoplasmu a třeba nebyla ostře ohraničena oproti ostatní cytoplasmě, dává přece možnost, aby do vaječné buňky vnikly vedle jádra též jiné živé součásti ze samčí buňky pocházející, tak na př. plastidy; uvádím to proto, poněvadž se otázka tato stala aktuální studiemi o zúrodnění a křížení u rostlin panašírovaných. Tato hustá plasma dá se ještě po nějakou dobu kolem vaječného jádra po jeho splynutí s jádrem samčím pozorovati, ale již během přípravy k prvnímu dělení embryonálnímu hranice její oproti vaječné ostatní plasmě mizí. Bezpochyby se s ní mísí. Cytoplasmatické blány kolem samčích jader podobné oné, kterou Juel (1907) nalezl u *Saxifraga granulata*, jsem nepozoroval.



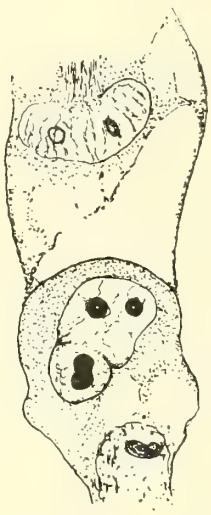
Obr. 3. Pozdější stadium zúrodnění endospermu.

Samčí jádro přiloží se těsně k jádru vaječnému a vtiskne se zřejmě do něho, při čemž nabude tvaru tlusté čočky (obr. 2). Obsah jeho je silně barvitelný a lze v něm rozpoznati dosti hrubá zrna chromatinová. Pak počíná vzrůstati, při čemž jeho stavba se stává méně hutnou, ztrácí také na své barvitelnosti (obr. 4, 7, 8, 10). Ale ještě nějakou dobu lze stanoviti, že sítivo jeho je hustší, než-li sítivo vaječného jádra. Mezitím se byl v jeho nitru diferencoval také jeden nebo

dva nukleoly, kterých dříve nebylo možno bezpečně rozpoznati. Tvar jádra samčího je stále ještě buď čočkovitý, jindy sedí samčí jádro čapkovitě na vaječném (obr. 4, 7), také jsem viděl jádra protáhlá, vakovitá (obr. 8). Až do splynutí obou jader jeví se samčí jádro menším (obr. 4, 5, 16, 17), vzácněji obě nabudou stejné velikosti (obr. 6, 9). Na základě optického řezu je ovšem velmi těžko velikost jader odhadovati. Jakmile se blány jaderné, obsahy obou jader oddělující, byly rozpustily, přejde často jadérko samčí do obsahu jádra samičího (obr. 16) a může dojíti



Obr. 4. Ve vaječné buňce právě splynula obě jádra pohlavní, v endospermu první dělení jádra.



Obr. 5. Ve vaječné buňce splývají obě jádra pohlavní, v endospermu rekonstrukce jader prvního dělení.

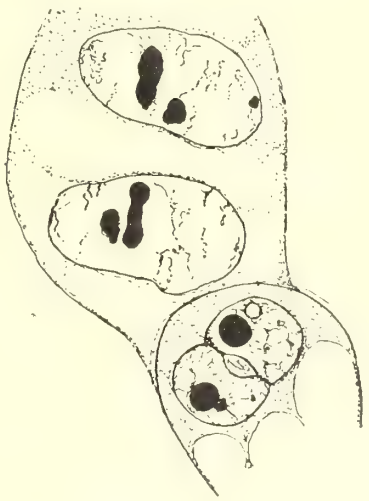
k vytvoření jediného jadérka (obr. 18). Mohou však také všecka jadérka trvati dále, takže se jeví jádro splynutím obou pohlavních vzniklé opatřeno několika (2—5) jadérky různě velikými.

Druhé samčí jádro vniká do střední části zárodečného vaku, ve které se pak diferencuje endosperm. Nemohl jsem však nalézti přechodních stadií pronikání jádra samčího do cytoplasmy endospermální, bezpochyby se pochod děje značně rychle. Obě jádra pólová, dříve od sebe vzdálená, byla se již před tím sblížila a volně k sobě nedaleko od vaječné buňky přiblížila. Leží v husté cytoplasmě, obě jsou stejně asi veliká. Samčí jádro uloží se k nim obyčejně tak, že se obou dotýká (obr. 2, 3, 14), vloží se tedy do rýhy mezi ně a splývá současně s oběma. Vzrůstá podobně jako jádro zúrodňující buňku vaječnou, ale mnohem rychleji (obr. 2). Teprve když druhé samčí jádro nabude struktury obou jader pólových, rozpustí se blány

jaderné dělící tři jádra a obsahy jejich splynou. Rychle se pak v nich diferencují chromosomy, ale ještě v stadiu prvém lze všecky tři okrsky původních jader rozpoznati. Obsahy jaderné tedy dosud se nepronikly.

Dělící figura vznikající z tohoto jádra, zvaného centrálním, vyznačuje se svou velikostí, je však jednotná, t. j. nelze v jaderné desce rozpoznati tří skupin chromosomů. Totéž platí pro dělení následující i třetí. Tato tři dělení velmi rychle po sobě následují, takže v zárodečném vaku, kde ještě samčí a samičí jádra ve vaječné buňce nesplynuly, máme již čtyři jádra endospermální (obr. 9). V době embrya dvojbuněčného má endosperm již jader osm atd.

Již první dělení centrálního jádra může býti spojeno s nepravidelnostmi. Nejčastěji vidíme, že se na póly pohybují jednotlivé chromosomy předčasně (obr. 4) a sice nejen poloviny podélně rozštěpených chromosomů, nýbrž také celé podélně rozštěpené chromosomy. Druhé dělení je pravidelnější, ač i zde nejsou nepravidelnosti vzácny. Tak jmenovitě skupiny rozestouplých chromosomů mohou zůstati jednotlivými chromosomy spojeny a po rekonstrukci dostáváme pak veliká jádra činkovitého tvaru (obr. 14) a nepravidelného povrchu. To jsou ostatně zjevy při dělení jaderném v endospermu velmi často se dostavující.



Obr. 6. Inkluse cytoplasmy mezi jádry pohlavními, v endospermu 4 jádra (jen dvě z nich znázorněna).

Základy prvních jader endospermálních vyznačují se ještě tím zvláštním zjevem, že se chromatin nevakuolisuje v celém rozsahu stejně, nýbrž nestejnoměrně, takže dostaneme jádra, která na jedné straně mají ještě nezvakuolisované chromatinové masy (obr. 13), kdežto v ostatních částech jsou zcela normálně retikulárně stavěny, t. j. dosáhly tu již stavby jader klidných. Ale je to stadium přechodné, neboť po nějaké době celé jádro se zretikulisuje, po případě zvakuolisuje. Endospermální jádra obsahují několik velikých, nepravidelných jadérek (obr. 6, 10).

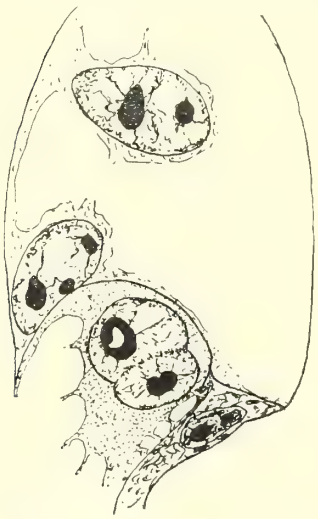
Jádro embryonální se dělí, jak již podotčeno, značně později než jádro centrální. První jeho dělení děje se v době, kdy endosperm se chystá k dělení třetímu, druhé, kdy je endosperm již osmijaderný (obr. 10). Dělení děje se velmi pravidelně, první stěna embrya je meniskovitá a odděluje z vaječné buňky jednu menší buňku apikální, jež je proto tvaru čočkovitého (obr. 11) a druhou basální, mnohem větší. Od počátku rekonstrukce obou prvních jader dceřinných lze stanoviti značný rozdíl ve velikosti mezi oběma jádry. Jádro buňky apikální je mnohem menší, než jádro buňky

basální. Obě vznikla z téhož počtu chromosomů a není pochyby, že tu vzrůst jádra je určován velikostí buňky, v níž se jádro nalézá. V malé buňce zůstane jádro — ceteris paribus — menším, než v buňce větší, i když obě jsou normálními jádry sesterskými.

Při prvním dělení jádra embryonálního diferencují se dva zřejmě samostatné spirémy, při dělení druhém však již spirém jednotný. Zjevu tomu však, též odjinud známému, netřeba přikládati podstatného významu.

II. Cytoplasmatické částečky uzavřené mezi splývajícími jádry.

Splývají-li spolu jádra, přiloží se nejprve těsně k sobě, oploští se na místě dotyku a vytlačí z místa styku všecku cytoplasmu, takže mezi jejich blanami neleží žádná jiná hmota. Tak jmenovitě se děje, splývají-li spolu jádra původně kulovitá. Dotknou se nejprve v jednom bodu, při dalším sbližování zvětšuje se plocha styčná, při čemž se vytlačuje a pozvolna odstraňuje cytoplasma z míst, kde obě jádra blanami svými ve styk přicházejí. Pak se na místě styku rozpouštějí blány jaderné a obsahy jader splývají.



Obr. 7. Stadium jako v obr. 6.

Výminku od tohoto typického postupu popsal W. A. Brown (1910) a sice pro splývání pohlavních jader při zúrodnění u *Peperomia sintenisii*. Obě pohlavní jádra před splynutím jsou tvaru ledvinitého a proto přiložíce se k sobě, uzavrou mezi sebou ve vydutině své část cytoplasmy. Jsou však i jádra se dvěma nebo třemi vydutinami a potom je několik uzavřenin cytoplasmatických. Tyto uzavřeniny bývše kolem dokola uzavřeny blanou splývajících jader, činí dojem váčků volně v jádru ležících, když se byly blány jaderné na místě dotyku rozpustily. Zprvu se uzavřená cytoplasma fixuje a barví podobně jako ostatní normální cytoplasma, ale barvitelnosti její stále ubývá, konečně se stane homogenní a nebarvitelnou a jako uzavřeninu lze ji rozpoznati pouze dle blány ji obklopující. Brown myslí, že se takové uzavřeniny cytoplasmatické u druhu *Peperomia sintenisii* konstantně objevují v jádru při zúrodnění, aspoň je nalezl ve více než 50 splývajících jádrech. Váčky cytoplasmy v jádru uzavřené se konečně ztratí v jádru tím, že se blána je obklopující rozpustí. To považuje Brown za důkaz, že se všecky podstatné součásti cytoplasmy mohou změniti v substanci jadernou. Ježto se blána váčku nerozpustí dříve, dokud se uzavřená cytoplasma nezmění úplně ve šťávu jadernou, domnívá se Brown, že je

tím potvrzen názor Lawsonův, dle kterého se vytváří blána jaderná při kontaktu cytoplasmy s jadernou šťávou, mizí však, když na obou její stranách se nalézá šťáva jaderná. Nemusí to býti prostá membrána kontaktní, sraženina, nýbrž může tu běžeti též o fysiologickou reakci na určitý podnět. Při rekonstrukci jader dle Browna část hmoty jaderné vystupuje z jádra do cytoplasmy a pozměňuje zde část cytoplasmy tak, že může býti přijata do jádra a hmotu jeho zvětšiti. To pravděpodobně není omezeno na druh *Peperomia sintenisii*, nýbrž snad je to všeobecným zjevem u organismů, že část jaderné substance vystupuje do cytoplasmy a pozměňuje ji. Tak by bylo možno vysvětliti si trvalý vliv jádra na cytoplasmu.

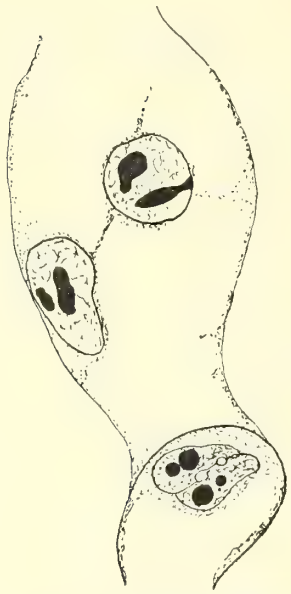
Obr. 8. Vaječné jádro kulaté, samčí podlouhlé.

Nevím, že by byl po Brownovi někdo pozoroval analogické uzavírání cytoplasmy mezi dvě splývající jádra. Z té příčiny věnoval jsem splývání jader u *Gagey* větší pozornost, když jsem zde shledal zjevy podobné těm, jaké Brown popsal. Také u druhu *Gagea lutea* uzavřeniny cytoplasmatické se objevují s velkou pravidelností při splývání jader, ba třeba říci, že je těžko nalézti splývající jádra, jež by uzavřenin takových postrádala. Nalezl jsem je nejen při splývání jádra samčího a vaječného, nýbrž také mezi splývajícími jádry pólovými a druhým jádrem samčím při t. zv. zúrodnění endospermu. V celku souhlasí moje pozorování s údaji Brownovými, přece však moje zkušenosti a můj výklad od jeho se poněkud liší. Neměv však příležitosti, abych zkoumal jeho druh, nemohu jeho údaje kritisovati, nýbrž prostě je kladu vedle svých názorů a pozorování.

Po přiložení se samčího jádra k vaječnému nebo k oběma jádrům pólovým nelze mezi nimi zřetelně pozorovati uzavřené cytoplasmy (obr. 2). Teprve když samčí jádro vzroste, vidíme, že není všude těsně přiloženo k jádru samičímu nebo k jádrům pólovým, nýbrž že mezi nimi jsou uzavřeny malé partie cytoplasmy. Uzavřená plasma tvoří ostrůvky čočkovité nebo lístkovité. Také mezi oběma jádry pólovýma a samčím jádrem zúrodňujícím endosperm uzavřeniny takové byly pozorovány (obr. 14). Nikdy nebyly však tak veliké a nápadné, jak je kreslí a popisuje pro svůj materiál Brown.

Je dosti vzácno nalézti takováto první stadia zřetelná. Bezpochyby je množství uzavřené cytoplasmy velice nepatrné. V té době barví se oranží žlutavě a fixována je zrnitě, někdy činí dojem husté, skoro homogenní, oranží silně barvitelné plasmy, jakou kolem jader pohlavních často nalézáme. Stadium toto trvá beze vší pochyby velice krátce a sice soudím tak proto, poněvadž je lze vzácně nalézti, za to mnohem častěji stadium následující. Uzavřenina cytoplasmatická není již fixována zrnitě, nýbrž jeví se na preparátech zcela homogenní, bez jakékoli struktury. Původně lístkovitě

smačklé uzavřeniny jsou zaokrouhleny a činí dojem vakuol mezi blanami obou jader ležících (obr. 15). Kdybychom prvního stadia jich neznali, nikdy bychom nemohli říci, že tu běží o cytoplasmatické uzavřeniny, neboť uzavřeniny ty jsou, jak již řečeno, zcela homogenně fixovány. Ovšem změnily takto své vlastnosti teprve když byly úplně od ostatní cytoplasmy odděleny a kolkolem cytoplasmou obklopeny. Na preparátech zbarvených safraninem-gentianou-oranží mají slabý, ač úplně zřetelný růžový nebo žlutavý nádech a liší se tím od jaderné šťávy, která zůstává vždy nezbarvena.



Obr. 9. Stadium jako v obr. 6.

Pokud jsou obě blány splývající jádra oddělující zřetelny, mají uzavřeniny cytoplasmatické tvar elipsoidní (obr. 3), jakmile se však blány rozpustí, zakulatí se uzavřeniny (obr. 4, 17, 18) a mohou i své původní místo opustiti. Mohou se tedy uvnitř jádra pohybovati, což je zřejmo jmenovitě tam, kde od hranice obou splývajících jader k periferii jednoho z nich silně se přibližují (obr. 16, 17). Nalezl jsem je dokonce v dotyku se zevní blánou jadernou (obr. 19).

Srovnáme-li velikost původních uzavřenin cytoplasmatických s velikostí těchto vakuol volně v jaderném sítivu ležících, musíme přiznati, že uzavřeniny značně se zvětšily, nehledě k tomu, že i tvar svůj změnily, zaokrouhlivše se.

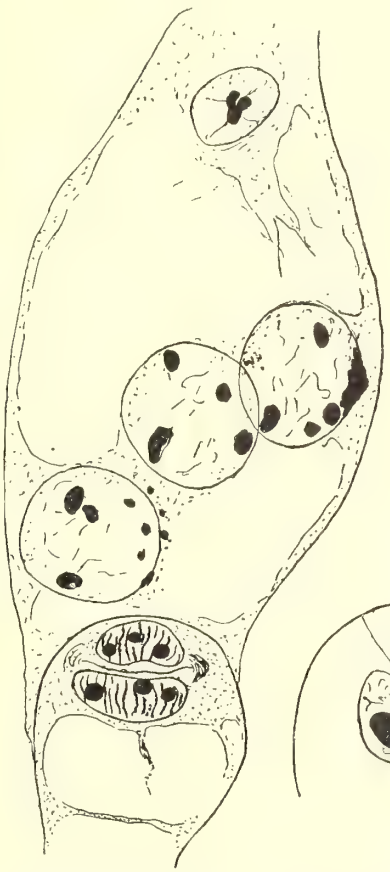
Bohužel nemohu o dalším jich osudu ničeho bezpečného sděliti. Jak již řečeno, kreslí Brown stadia, kde se blána těchto uzavřenin rozpouští a obsah jich splývá s obsahem jaderným, vlastně se šťávou jeho. Takového stadia já jsem nikdy nenalezl. Ale jádro diploidní hotové, vzniklé splynutím dvou jader haploidních, nemá nikdy ani stopy po cytoplasmatických uzavřeninách. Musely z něho tedy uzavřeniny nějakým způsobem zmizeti.

Brown se domnívá, že se cytoplasmatické uzavřeniny změní ve šťávu jadernou. Viděli jsme, že se u křivatce *Gagea lutea* uzavřená cytoplasma bezpochyby záhy po úplném oddělení od ostatní cytoplasmy stane homogenní a podrží jenom slabou barvitelnost, která ovšem také později mizí. Nic tedy nestojí v cestě názoru, že se také u našeho materiálu uzavřeniny cytoplasmatické stávají šťávou jadernou. Nicméně se mi tento výklad nezdá pravděpodobným a také není jediným výkladem možným.

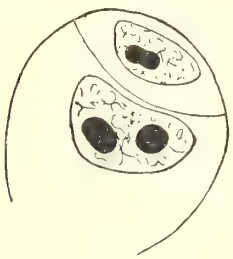
Především je nápadno, že se cytoplasmatické uzavřeniny rychle změní tak, že jsou pak fixovány jako hmota zcela homogenní. To předpokládá důkladnou jich změnu chemickou a myslím, že sotva je možno takovou naduřelou a zcela homogenně se fixující hmotu ještě jako živou

hmotu označovati. Také sotva tu jde o hmotu identickou se štávou jadernou, neboť tato se nebarví u křivatce vůbec.

Proto jsem přesvědčen, že by bylo možno celý pochod také takto vyložiti: Cytoplasma mezi jádry uzavřená je usmrcena a rozpuštěna a poněvadž je kolkolem uzavřena blanou jadernou, která je poloprůchodná (jak moje pokusy o plasmolyse jader dokazují), ssaje do sebe ona hmota, v niž se byla cytoplasma proměnila, vodu a tím se objem její zvětšuje. Je to prostá vakuola obklopená blanou jadernou. Celá cytoplasma i nukleoplasma je proniknuta vodou a kdekoli se objeví v buňce osmoticky působivější hmota uzavřená semipermaebilní blanou, musí přijímati z prostředí svého vodu, až osmotické napětí ve vakuole takto vzrůstající, elasticita její blány a osmotická působivost prostředí dosáhnou rovnováhy.



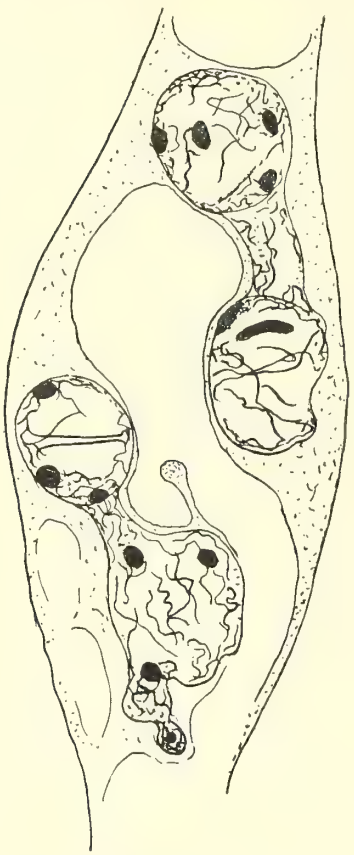
Obr. 10. První dělení ve vaječné buňce.



Obr. 11. Dvoujaderné embryo, jádra jsou nestejně veliká.

Jak již jsem připomněl, může vakuola vzniklá z uzavřeniny cytoplasmatické měniti své místo uvnitř jádra. Nejnápadnější byly mi případy, v nichž vakuola přímo až ke bláně jaderné přiléhala (obr. 19). Napadlo mi, že není nemožno, že vakuola se vyprázdniti může ven z jádra do cytoplasmy, neboť jsem stadií rozpouštění se blány vakuolové, jak je Brown popisuje a zobrazuje, vůbec nenalezl. Mohlo by se to díti analogicky, jako je vyprazdňována vakuola z cytoplasmy u četných Protistů. Ovšem že se vyprázdnění děje velmi rychle a není proto divno, že se mi nepodařilo stadium vyprazdňování vakuoly do cytoplasmy anebo přechod celé vakuoly z jádra do cytoplasmy pozorovati. Neboť i to by bylo možno, upozorňuji pouze na své starší pozorování, že jadérko může býti vypuzeno z jádra ven při plasmolyse, nebylo by tedy nijak nemožno, že i celá vakuola do cytoplasmy by mohla býti vypuzena.

Že jádra obsahují ve svém nitru vakuoly, není nic příliš vzácného. Ernst (1902) na př. je popisuje v jádrech zárodečného vaku u *Trillium*.*) V jádrech buněk zralého oplodí pamelníku (*Symphoricarpus racemosa*) z pravidla se vakuoly nalézají, také jsem je shledal v jádrech živných buněk hálky *Xestophanes Potentillae* na *Potentilla reptans* (Němec 1907, obr. 61). Obsah těchto vakuol za živa i na fixovaných preparátech jeví se zcela čirým, homogenním, právě tak jako t. zv. šťáva jaderná. Přece však sotva budeme se domnívati, že obsahují vakuoly ty šťávu jadernou, neboť kdyby tomu tak bylo, nebylo by žádné příčiny k diferenciaci a dalšímu trvání vakuol. Vůbec je velice nebezpečno na základě stejného vzezření určitých součástí buněčných, jak je na barvených preparátech fixovaného materiálu pozorujeme, souditi na stejné chemické složení součástí těch.



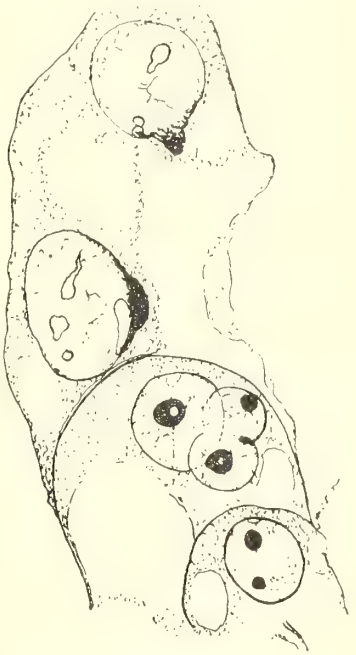
Obr. 12. Endosperm se 4 jádry, z nichž 2 a 2 spojena jsou můstky.

Tolik, myslím, můžeme usuzovati, že cytoplasma uzavřená mezi jádry u křivatce *Gagea lutea* záhy je desorganisována, t. j. že je zbavena své původní struktury a že je pozměněna v substanci, jež se homogenně fixuje. S čím tato změna souvisí? Vždyť kolkolem jádra přiléhá k jeho bláně také cytoplasma a přece se nemění v homogenní hmotu. Jsou dvě možnosti. Buď je příčinou desorganisace cytoplasmatických uzavřenin jich oddělení od ostatní cytoplasmy, anebo souvisí desorganisace ta se splýváním jader. První možnost nemohu připustiti. Z pokusů o plasmolyse víme, že lze odděliti od cytoplasmy bezjaderné libovolně veliké částečky cytoplasmy, kteréž neodumírají, nýbrž po dlouhou dobu na živu zůstati mohou. Proto myslím, že odloučení uzavřených částic od ostatní cytoplasmy nemůže býti příčinou jich rychlé desorganisace. Bezpochyby tedy desorganisaci působí uzavření mezi jádry a nedovedu si věc jinak vysvětliti, než-li že právě splývání jader desorganisaci způsobuje. Nemůže to býti

*) Není nemožno, že také u *Paris quadrifolia* při zúrodnění mezi oběma jádry cytoplasma je uzavírána. Tak aspoň bych vykládal zrnitou hmotu v Ernstově (1902) obr. 118. mezi oběma splývajícími jádry naznačenou jako cytoplasmatickou uzavřeninu.

mechanické stlačení cytoplasmy, vždyť uzavřeniny naopak svůj objem zvětšují, musíme proto počítati s chemickými vlivy splývajících jader.

Jaderná blána splývajících jader je rozpouštěna na místech, kde se obě blány stýkají. Děje se to bezpochyby vylučováním nějaké látky rozpouštějící na dotyčných místech. Kde přiléhá ke bláně jaderné cytoplasma, je působení oné látky paralysováno, jakž viděti lze z toho, že se pouze tam jaderná blána rozpouští, kde zase ke bláně jaderné přiléhá. Kde je mezi blanami jadernými uzavřeno něco cytoplasmy, působí ona rozpouštějící látka na uzavřenou cytoplasmu, jež sice paralysuje rozpouštěcí vliv látky na jadernou blánu, za to však sama je usmrcována a desorganisována. Mění se ve hmotu homogenně se fixující, kteráž osmoticky vodu přijímá a se zvětšuje a zakulacuje. Tak se mění cytoplasma uzavřená mezi jádry v obsah vakuoly obklopené blanou jadernou. Rozpouštějící látka vytvořuje se buďto jenom na těch místech jádra, kde má býti jaderná blána rozpuštěna, tedy kde se obě jádra dotkla, anebo se tvoří v celém rozsahu jádra, nepůsobí však rozpuštění blány jaderné tam, kde k ní cytoplasma přiléhá, kteráž tedy působení oné látky paralysuje. Je možno, že se vytvořuje látka rozpouštějící jaderné blány jenom jako reakce na dotknutí se dvou jader, k čemuž ovšem ještě jiné podmínky se mohou přidružiti, a že reakce ta má časově jenom omezené trvání. Jakmile blány jaderné na místě svého styku jsou rozpuštěny, přestane vytváření látky té. Odtud by bylo vysvětlitelno, proč se vakuola vzniklá z uzavřené cytoplasmy udrží, kdy již neobsahuje cytoplasmy, která by mohla paralysovati účinek rozpouštějící látky, nýbrž jen desorganisací cytoplasmy vzniklou homogenní, osmoticky působivou látku. Udrží se prostě proto, poněvadž již není v jádru oné látky blány jaderné rozpouštějící. Naproti tomu je možno, že v jádru *Peperomia sintenisii* látka ta se udrží déle a může blánu obklopující vakuoly vzniklé z uzavřenin cytoplasmatických rozpustiti.



Obr. 13. Dispermické oplození. S vaječným jádrem splývají dvě jádra samčí. Endosperm je čtyřjaderný.

Usmrcení uzavřenin cytoplasmatických látkou rozpouštějící blány jaderné lze si vysvětliti dosti dobře tím, že kol kolem uzavřenin látka ona vzniká a že ze všech stran na cytoplasmu působí, čímž právě stupňuje se účinek její tak, že ji usmrtí.

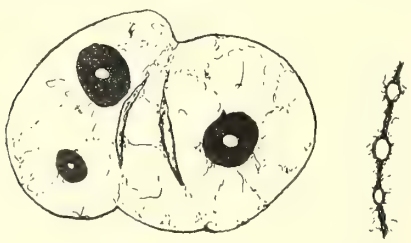
Mohlo by se mi namítnouti, proč na ostatních místech, kde blána jaderná se rozpouští, vakuoly nevznikají. Ale předně vzniká jistě rozpuštěním blány jaderné jiná hmota nežli desorganisací cytoplasmy, za druhé hmota rozpuštěním blány jaderné vznikající bezpochyby difunduje do ostatního obsahu jaderného, nejsouc od něho oddělena semipermeabilní blanou, jakou jsou obklopeny uzavřeniny cytoplasmatické.

Konečně možno ještě uvésti myšlenku, že uzavřeniny cytoplasmatické jsou vlastně jádrem ztravovány. Vakuola při tom vznikající by byla zažívací vakuolou. Nemáme ovšem dosud analogie pro podobný zjev, že by jádro dovedlo zažívati cizí hmotu a vytvářeti zažívací vakuolu.

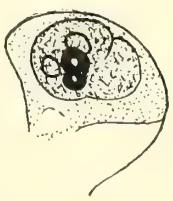
Stejně jako Brownův výklad má i můj názor charakter hypothetický. Nicméně se mi zdá, že má stejné oprávnění jako výklad Brownův, ba že je přirozenější aspoň pro náš materiál. Není pochyby, že při bedlivějším studiu splývání jader budou nalezeny ještě další případy uzavřenin cytoplasmatických mezi jádry, což může přispěti k rozhodnutí otázky, zda vskutku se tu mění cytoplasma ve šťávu jadernou, či zda uzavřená cytoplasma odumírá a je rozpouštěna v jakési zažívací vakuole.

III. Dispermatické zúrodnění a počet chromosomů u blízce příbuzných druhů a odrůd.

Dispermie anebo polyspermie u živočichů jsou zjevem, který pokusně u mnohých druhů snadno lze přivoditi, anebo který náhodně občas se dostavuje. Nehledě k některým houbám, kde splývají při pohlavním pochodu dvě mnohojaderné buňky, což jako polyspermii bychom snad mohli označiti, neznám u rostlin vyšších, mechy počínaje, dispermie (nehledím ke zcela pravděnepodobným údajům v. Leeuven-Reynvaan) ani polyspermie. Proto popisuji zde podrobně případ, jenž se mi zdá býti dispermií.



Obr. 14., Obr. 15.
Inkluse cytoplasmatické mezi jádry endospermálními.

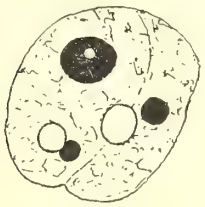


Obr. 16. Splývání pohlavních jader, do vaječného jádra přešel ze samčího jádra nukleolus a dvě vakuoly.

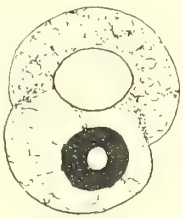
Případ náš má zajímavost jmenovitě pro otázku o počtu chromosomů u příbuzných forem rostlinných. Srovnáváme-li totiž blízce příbuzné druhy nebo odrudy nějakého druhu vzhledem k počtu jich chromosomu, shledáme

v počtu tom dosti značné rozdíly. Je to velmi zajímavo se stanoviska fylogenetického, neboť domníváme-li se, že se formy ty vyvinuly z nějaké původní formy, ze společného prarodiče, musely při vzniku svém anebo během svého dalšího vývoje původní počet svých chromosonů změniti. A právě otázka, *jak* se taková změna udála, je nyní zajímavá. Podařilo se totiž experimentálně též u rostlin počet chromosomů změniti a tím je nám dána možnost souditi také o způsobu, jak se snad počet chromosomů měnil během fylogenetického vývoje u příbuzných druhů anebo odrůd.

Pro rostliny je jisto, že experimentálně lze velmi snadno změniti počet chromosomů nějaké buňky a sice tím, že přinutíme jádra v ní při dělení jaderném vznikající ke splynutí. Splynutím dvou jader lze tedy zcela bezpečně počet chromosomů takového synkaryonta zvýšiti. Často se přijímá, že také příčným rozdělením všech anebo jednotlivých chromosomů počet chromosomů může býti zvýšen. Lundegårdh na př. pozoroval je u některých chromosomů cibule (*Allium cepa*), Strasburger přijímá, že delší chromosomy u *Galtonia candicans* mohou konci svými zůstati spojeny, ale že se za jiných podmínek zase mohou oddělovati. Bezpečného o vlivu eventuálního příčného rozdělení chromosomů v potomstvu takových figur dělících nevíme ničeho. Bylo by třeba nalézti methodu, jež by přinutila



Obr. 17.
Vakuoly vzniklé z inklusí cytoplasmatických při zúrodnění.



Obr. 18.

Obr. 19. Podobná vakuola při bláně jaderné.

rostlinu experimentálně, aby chromosomy své příčně rozdělila a zkoumati pak osud takových figur resp. tak vzniklých jader, abychom zde mohli opustiti půdu domněnek. Pokoušel jsem se o to vlivem CO^2 na kořenové vrcholy, neboť některé zoologické zkušenosti získané na *Cyclopech* zdály se mi mluviti pro názor, že vlivem kysličníku uhličitého mohou se děliti chromosomy příčně. Ale pokusy ty (provedené s bobem *Vicia faba*) nevedly k cíli.

Jiný způsob trvalého zmnožení počtu chromosomů spočívá v podélném štěpení všech nebo některých chromosomů, bez následujícího dělení jaderného anebo v opětovaném štěpení chromosomů během jediného dělení. Je známo, že Strasburger nalezl takové zmnožení počtu chromosomů v zárodečném vaku některých lilií.

Mnohem méně víme o snížení počtu chromosomů, vyjma normální alotypická dělení, kterých zde vůbec v úvahu nebéru. Je domněnka,

že se snížení počtu chromosomů může státi na př. tím, že se slepí konce jednotlivých chromosomů. Tím vysvětluje Strasburger kolísání počtu chromosomů u *Wickstroemia indica*, kdež kolísá počet chromosomů jak při dělení typickém, tak při dělení alotypickém. Nověji přijímá Strasburger (1910) také zmenšení počtu chromosomů vymizením, degenerací jednotlivých chromosomů, k čemuž opět jej vedla pozorování učiněná na alotypickém dělení při vývoji pylu.

Nebudu zde uváděti blízko příbuzné rody, lišící se počtem chromosomů. Známy jsou v té příčině rozdíly v počtu chromosomů u *Liliaceí*. u *Papilionaceí, Composit, Crucifer* atd. Uvedu pouze některé příklady pro rozdíly v počtu chromosomů u blízce příbuzných druhů anebo odrůd, Za jménem rostliny uveden autor a jeho práce, v níž dotyčná čísla jsou uveřejněna, dále udán počet chromosomů haploidní i diploidní.

		hapl. poč. chr.	dipl. poč. chr.
Morus indica	(Tahara 1910)	14	28 i více
,, *alba* var. *Roso*	,, ,, ...	14	28
,, *alba* var. *Shirowase*	,, ,, ...	17	40—50
Rumex acetosa	(Roth 1906)	8	16
,, *scutatus*	,, ,, ...	12	24
,, *acetosella*	,, ,, ...	16	32
,, *cordifolius*	,, ,, ...	20	40
Rosa canina	(Strasburger 1904)	8	16
,, *glauca*	(Rosenberg 1909) . .	16—17	33—34
Alchimilla arvensis	(Murbeck 1903)	16	32
,, *pentaphylla*	(Strasburger 1904)	32	64
Oenothera Lamarckiana	(Geerts 1907)	7	14
,, *gigas*	(Lutz 1907)	14	28
Drosera rotundifolia	(Rosenberg 1909) . .	10	20
,, *longifolia*	,, ,, . .	20	40
Wickstroemia canescens	(Strasburger 1910)	9	18
,, *indica*	(Winkler 1906)	26	52
,, ,,	(Strasburger 1910)	22—29	
Dahlia coronata	(M. Ishikawa 1911)	16	32
,, *variabilis*	,, ,,	32	64
Crepis virens	(Rosenberg 1909) . .	3	6
,, *tectorum*	(Juel 1905)	4	8
,, *japonica*	(M. Tahara 1910) . . .	8	16
Hieracium venosum	(Rosenberg 1907) . . .	7	14
,, *auricula*	,, ,, ...	9	18
,, *umbellatum*	(Juel 1905)	9	18
,, *excellens*	(Rosenberg 1907) . .	17	34
,, *flagellare*	,, ,, . .	21	42
Taraxacum officinale	(Juel 1905)	12—13	20—30
,, *confertum*	(Rosenberg 1909)	8	16

		hapl. poč. chr.	dipl. poč. chr.
Musa sapientium var. *Kladi*	(Tischler 1910) . .	24	48
„ „ *Dole*	(„ „) . .	16	32
„ „ „ *Radjah Siam*	(Tischler 1910)	8	16
Triticum sativum	(Bally 1912) . .	8	
Aegilops ovata	(Bally 1912)	16	

Nejčastější jsou případy, kde počet chromosomů jednoho druhu nebo jedné odrůdy u formy příbuzné je zdvojnásoben, k čemuž by bylo možno uvésti více ještě případů, než bylo učiněno zde. Četné jsou však též případy, kde nelze prostým zdvojnásobením nebo ztrojnásobením přijíti od počtu chromosomů jedné formy k počtu formy druhé. Tak u *Taraxacum* máme haploidní čísla 8 a 12—13, u *Hieracium* 7, 9, 17, u *Crepis* 3, 4, u *Morus alba* 14, 17.

Zajímavé jsou případy, kdy jedna forma vykazuje trojnásobně větší počet chromosomů než druhá. *Wickstroemia canescens* (9) a *W. indica* (přibližně, někdy skutečně 27), *Hieracium venosum* (7) a *H. flagellare* (21). Zvláštní jsou poměry šťovíků, kde počet chromosomů je vždy násobkem čísla 4 (8, 12, 16, 20).

Tyto vztahy číselné neušly pozornosti cytologů a byly učiněny různé pokusy k jich výkladu. Z nich buďtež zde nejzajímavější výklady podány. Strasburger (1910) vyslovil ohledně obou druhů rodu *Wickstroemia* mínění, že haploidní počet 9 a diploidní 18 nutno asi bráti za východisko pro fylogenetický výklad vysokého počtu chromosomů, jejž u druhu *W. indica* nalézáme. Uvažuje především o možnosti, že jeden chromosom se rozpadl ve tři kusy, což by dalo pro haploidní generaci 27 chromosomů, pro diploidní 54 chromosomy. Čísla tato se dosti dobře shodovala s čísly, která skutečně byla stanovena. Ale chromosomy jsou u obou druhů stejny. Kdyby byly chromosomy druhu *W. indica* vznikly rozpadnutím se každého chromosomu druhu *W. canescens* ve tři, musely by chromosomy prvního druhu míti jen asi třetinu velikosti chromosomů druhu druhého. Jádra jich by musela býti též stejně veliká, čemuž tak není. Ježto tedy chromosomy obou druhů jsou stejně veliké, třeba dle Strasburgera nezbytně se domnívati, že se u druhu W. *indica* rozmnožil počet celých chromosomů.

Stejnocenné chromosomy vznikají podélným štěpením, proto Strasburger tomuto způsobu zmnožování chromosomů věnuje pozornost. Mohlo by býti, že se jádro rozdělí mitoticky a sesterská jádra pak splynou, mohlo by také býti, že se jen chromosomy přespočetně podélně rozštěpí a sice podobně jako spodní jádro v zárodečném vaku lilií. Jestli se u *Wickstroemia indica* zmnožily chromosomy podélným jich rozštěpením, byly by u ní v jádru haploidním zastoupeny homologické chromosomy vícekráte, podobně vykládají zmnožení chromosomů u *Oenothera gigas* H. de Vries a R. Gates. Strasburger si tedy představuje, že též

W. indica měla původně 9 chromosomů v haploidní generaci, že se po zúrodnění v embryu podélným rozštěpením zmnožily na 36, což by bylo číslo tetraploidní a že se tento pochod musel ještě jednou v embryu opětovati, takže by nynější počet chromosomů ve sporofytu *W. indica* byl oktoploidní. Měli bychom shledávati ve sporofytu 72, v gametofytu 36 chromosomů. Ale čítáme jich méně, v gametofytu 22—29. Strasburger má proto za to, že třeba přijímati snížení počtu chromosomů a sice jednak snad podélným splynutím některých chromosomů (p. 405), jednak tím, že některé degenerovaly a vymizely. Možno je to proto, poněvadž jsou tu homologické chromosomy až i čtyřikráte zastoupeny, i mohou některé býti vymýtěny bez újmy vývojové schopnosti individuí.

Gates (1909 p. 546) se domnívá tolikéž, že *Oenothera gigas* má dvojnásobný počet chromosomů proto, poněvadž se záhy po zúrodnění ve vaječné buňce rozštěpily chromosomy podélně, aniž následovalo dělení jaderné nebo buněčné.

Tischlerovi (1910 p. 650) zdá se býti původ rozmanitého počtu chromosomů a jednotlivých odrůd banánu *Musa sapientium* nejpravděpodobněji vysvětlitelným tak, že tu jsou odrůdy nepohlavně vzniklé a že jsou oproti původní formě bivalentní nebo trivalentní. Vznik bivalentní rasy z univaletní mohl by dle Tischlera se vysvětliti monasterem nebo také přespočetným podélným rozštěpením chromosomů, trivalentní tolikéž dvěma štěpeními mimo jedno normální. Uvádí též možnost, že rasy chudší chromosomy vznikly druhotně z ras bohatších chromosomy. Proti tomu však mluví zkušenost, že dělení pylových mateřských buněk nejvíce jsou alterována u ras nejbohatších chromosomy.

Rosenberg (1909) se domnívá, že u *Drosery* počet chromosomů se zdvojnásobil tím, že se jádro embryonáluí aekvačně rozdělilo, načež sesterská jádra splynula.

M. Ishikava (1911) sděluje mínění svého učitele Fujii, dle něhož chromosomy se mohou zmnožiti buď příčným rozdělením, anebo podélným rozštěpením jednotlivých nebo všech chromosomů jádra, po případě oběma těmito pochody současně. Dále se můžeme z theoretických důvodů domnívati, že chromosomy tam, kde povstaly příčným rozdělením, při meiotickém dělení se kopulují svými konci, kde povstaly podélným rozštěpením, rovnoběžně k sobě se přikládají, což se může projeviti též při jiných děleních, kde chromosomy vůbec párovitě jsou uspořádány. V praksi ovšem těžko prý lze poměry ty bezpečně stanoviti. Pro *Dahlia variabilis* var. *coronata* přijímá, že jeví při heterotypickém dělení haploidní počet chromosomů, ostatní jím zkoumané variety však diploidní počet chromosomů. Tyto variety by dle toho jevily v somatických figurách tetraploidní počet chromosomů.

Všeobecně tedy autoři přijímají, že se zvýšení počtu chromosomů neděje cestou oplození, všeobecně řečeno, cestou pohlavní. Mne však jeden

případ zúrodnění, jejž jsem u křivatce *Gagea lutea* nalezl, přivedl ku přesvědčení, že třeba bráti také v úvahu abnormní pochody zúrodnění.

V obrázku 13. znázorněn je embryonální vak, jehož endosperm byl čtyřjaderný. Při pólu mikropylárním zříme vaječnou buňku a jednu ještě normální synergidu. Ve vaječné buňce spatřujeme vaječné jádro, k němuž přiléhají dvě těsně vedle sebe ležící jádra menší, beze vší pochyby jádra samčí. U obou lze téměř celou jich konturu zcela dobře stanoviti. Každé samčí jádro je opatřeno jedním jadérkem, jež sice v hořením jádru je menší, za to chová jadérko doleního jádra samčího velkou vakuolu. Obě samčí jádra očividně splývají také spolu.

Tento případ vykládám v ten smysl, že do vaječné buňky vnikla dvě jádra samčí, kteráž splývají s jádrem vaječným. Proti tomu bylo by možno namítnouti, že tu splývá jediné samčí jádro — ale ovšem hluboce zaškrcené jako při amitotické diatmese — s jádrem vaječným. Proti tomu třeba namítnouti, že jinde u *Gagey* podobného zaškrcení jsem neshledal a že tedy i pro případ právě popsaný sotva jsme oprávněni míti za to, že tu jde o diatmetické zaškrcení samčího jádra.

Dále by bylo možno namítnouti, že obě samčí jádra jsou ve srovnání se samčími jádry normálními v tomto stadiu pozorovanými příliš malých rozměrů. Samčí jedno jádro v obraze 13. má průměr 13 × 13 μ, v obraze 7. 12 × 19 μ, v obraze 8. 14 × 20 μ. Poněvadž samčí není jádro kulovité, dostaneme při stanovení průměru jeho v různých optických rovinách čísla velice různá. Nelze upříti, že obě jádra v obraze 13. mají dohromady asi tutéž velikost jako jádro samčí v obr. 8., pokud dle optických rovin, v nichž se nám na dotyčných preparátech jeví, souditi lze, ale není nemožno, že samčí jádra obr. 13. jsou protáhlá kolmo na optickou rovinu, v níž je pozorujeme. Dále nesmíme zapomenouti, že vniknou-li dvě jádra samčí do vaječné buňky místo jednoho, nedosáhnou té velikosti při vzrůstu svém, jako jádro jediné, neboť velikost jádra souvisí příčinně s velikostí buňky, v níž se nalézá. Vidíme na př., že obě jádra dvoubuněčného embrya v obr. 11. znázorněného také nejsou stejně veliká, ač se rekonstruovala ze stejného počtu chromosomů. Jádro terminální buňky má průměry 9 × 19 μ, jádro spodní buňky má průměry 12 × 22 μ. Jádro první vzrostlo méně než druhé, poněvadž se nalézalo v buňce mnohem menší. Velikost obou jader v obr. 13. nemluví tedy proti možnosti, že tu jde o dvě jádra samčí.

Endospermální jádra zárodečného vaku v obr. 13. znázorněná nejsou ještě zúplna rekonstruována, jich průměry obnášejí 22 × 26 μ. Průměry jader v obr. 7. obnášejí 13 × 23 μ a 15,5 × 24 μ. Jádra jsou poněkud čočkovitě smačklá a nelze proto souditi, že jádra obr. 13. jsou opravdu větší než jádra obr. 7. Vidíme a měříme je prostě v jiné optické rovině.

Považuji za vysoce pravděpodobné, že v případu na obrázku 13. znázorněném opravdu vaječná buňka byla zúrodněna dvěma buňkami samčími a že obě jádra samčí právě splývají s jádrem vaječným. Dvě pylové láčky v jedné mikropyle jsem nalezl u *Gagea lutea* velmi často, nemohl

jsem však stanoviti, zda-li obě někdy vnikají až k vaku zárodečnému anebo přímo do něho. Mohu však v té příčině m. j. poukázati na práci Juelovu (1907) o *Saxifraga granulata*, jenž popisuje i zobrazuje případ, v němž do zárodečného vaku vnikly dvě pylové láčky a obsah svůj do něho vyprázdnily, ač se zdá, že nikoli současně. Není tedy vyloučeno, že také ve případu námi pozorovaném u *Gagey* dvě pylové láčky do zárodečného vaku vnikly a tím podmínily dispermii.

Není však také vyloučeno, že obě samčí jádra, která na obr. 13. právě s jádrem vaječným splývají, pocházejí z jediné láčky pylové, že však obě její samčí jádra vnikla do buňky vaječné. Pak by bylo lze očekávati, že se na pólová jádra nedostalo ke dvojímu zúrodnění žádného samčího jádra. Nebudu zde probírati všecky možnosti, ježto se na základě našeho případu není možno rozhodnouti pro tu neb onu.

Považuji případ dispermie právě popsaný za zjev pozoruhodný, neboť nám ukazuje další cestu k výkladu, jak je možné rozmnožení počtu chromosomů uvnitř skupiny příbuzných skupin.

Následkem dispermického zúrodnění se haploidní počet chromosomů ztrojnásobí, resultují tedy jádra triploidní, jaká jinak v endospermu nalézáme. Je otázka, zda-li zvýšení počtu chromosomů následkem dispermického zúrodnění můžeme pro některé z případů dosud známých aplikovati.

Myslím, že to je možno především pro *Taraxacum officinale*. Druh *Taraxacum confertum* má 8 chromosomů ve svých haploidních jádrech, jádro triploidní muselo by míti 24 chromosomy. Vskutku má *Taraxacum officinale* v somatických buňkách 20—30 chromosomů, čemuž je rozuměti tak, že pro malé rozměry nelze počet jich jinak stanoviti než-li tak, že leží mezi 20 a 30 . Leží-li uprostřed mezi 20 a 30, pak je pravděpodobno, že tu jde o číslo 24, čemuž také moje sčítání nasvědčují.

Pro případy ostatní bylo by třeba přijímati nejenom dispermické oplození, nýbrž ještě též splynutí dvou jader triploidních v jádro hexaploidní. Tak na př. pro odrůdy banánu *Musa sapientium*. Vezmeme-li za východiště poměrů počtu chromosomů var. *Radjah Siam*, musíme po dispermickém zúrodnění, jež by dalo $3 \times 8 = 24$ chromosomy, přijmouti ještě splynutí dvou jader triploidních, abychom došli k číslu, které je význačno pro somatický počet chromosomů u odrůdy *Musa sapientium* var. *Kladi*.

Totéž možno říci o *Wickstroemii*. *Wickstroemia indica* má počet haploidní as 22—29, diploidní dle Winklera asi 52. Vezmeme-li jako východiště druh *Wickstroemia canescens*, který má v haploidním stadiu chromosomů 9, dostaneme dispermickým zúrodněním triploidní jádro s 27 chromosomy. Abychom dospěli k číslu 52, třeba číslo to asi zdvojnásobniti. Toho dosáhneme, přijmeme-li splynutí dvou jader triploidních. Winkler i Strasburger souhlasně doznávají obtíže přesného stanovení počtu chromosomů u *Wickstroemia indica*, čísla 26 resp. 22—29 a 52, resp. 54—56 musíme považovati jen za přibližná. Ta však s naší

domněnkou zcela dobře souhlasí. Podobný pochod možno přijímati pro rod *Hieracium*, kde na příklad druh *Hieracium flagellare* má chromosomů 21—24, druh *H. venosum* 7 a 14. Triploidní jádra by chovala chromosomů 21, následujícím splynutím dvou takých jader by se počet chromosomů zvýšil na 42, což je somatický počet chromosomů u *Hieracium flagellare*.

Mohlo by se mi snad namítnouti, že cesta, kterou zde udávám jako možnou k dosažení určitého počtu chromosomů, je poněkud složitá. Nejprve dispermatické zúrodnění, pak splynutí dvou jader triploidních. Ale srovnejme mou cestu s cestou, kterou navrhl Strasburger (1910) k výkladu případů právě diskutovaných. Musí počítati se splynutím dvou diploidních jader dvakráte se opětovavším a dále s vymizením jednotlivých chromosomů. Vzhledem k tomu, že vymizení jednotlivých chromosomů je zjev nevídaný v říši rostlinné, považuji svůj výklad za přirozenější a jednodušší. Vždyť jinak cytologové pevně lpí na zákonu o konstantnosti počtu chromosomů a energicky se vzpírají proti domněnce o autoregulativním zmenšování počtu chromosomů. Zde se vymizení libovolných chromosomů zcela hladce přijímá, ač pro ně nemáme analogií.

Při dělení heterotypickém mohly by se snadno dostaviti u jader triploidních obtíže, jež by vedly k nepravidelnostem redukčních pochodů. Mohly by býti podobny oněm, jaké Rosenberg stanovil pro bastardy mezi druhy *Drosera rotundifolia* + *longifolia* a *Gates* pro bastardy mezi *Oenothera gigas* + *Lamarckiana*. Příčina jich mohla by spočívati v nemožnosti poloviny samčích chromosomů kopulovati s příslušnými chromosomy samičími. U jader ditriploidních mohlo by tomu býti jinak, kdyby přebytečné samčí chromosomy mohly kopulovati spolu navzájem podle následujícího schematu, v němž předpokládáme, že každé jádro haploidní jen jeden chromosom chovalo.

Triploidní jádro vzniklé dispermií: ♀ ♂ ♂

Ditriploidní jádro vzniklé splynutím dvou triploidních jader: ♀ ♂ ♂ ♀ ♂ ♂

Kopulace chromosomů při heterotypickém dělení ditriploidního jádra: {♀ ♂} {♀ ♂} {♂ ♂}

Vidíme, že v triploidním jádru vzniklém redukcí jádra ditriploidního bychom mohli míti homologické chromosomy samčí a samičí, čímž by byla dána možnost, aby se párovité uspořádání mezi některými chromosomy projevilo i ve stadiu haploidním, tedy na př. při telofási homotypického dělení. Takové případy byly vskutku popsány v pracích Kuwady (1910), Tahary (1910) a M. Ishikavy (1911). Též já jsem je pozoroval u modřínu, ač vzácně.

Je-li jádro diploidní u *Wickstroemia indica* vlastně jádrem ditriploidním, pak musíme uzavírati, že spolu mohou kopulovati též zcela stejné chromosomy, t. j. samčí se samčími, vždyť by jinak musely některé zůstati nekopulovány, čehož nenalézáme.

Myslím, že jsem dokázal možnost, že vedle tetraploidních a oktoploidních jader mohou existovati též jádra triploidní a ditriploidní a že musíme s touto možností počítati, chceme-li vyložiti vznik hyperchromatických jader u některých forem rostlinných. S možností tou souhlasí docela dobře řada novějších cytologických pozorování.

Při této příležitosti musím vytknouti, že ve vegetativních buňkách rostlin jednojaderných splývání dvou jader lze očekávati jen tam, kde po rozdělení jádra nenásledovalo rozdělení buňky vytvořením přehrádky, To se však v buňkách za normálních okolností jednojaderných děje pouze za abnormních okolností, jaké na př. přivoděny jsou chloralisací, chloroformováním atd. Vzpomenu-li, že Mac Dougal (1910) injekcí určitých roztoků do semenníku dosáhl zvýšené mutativnosti potomstva, mohli bychom si představiti, že abnormní podmínky někdy vybavují nejen nedostavení se buněčného rozdělení v buňce vaječné, nýbrž současně též mutativní změnu její, takže povstane nová forma, která se současně vyznačuje také vyšším počtem chromosomů. Oba zjevy nemusí býti příčinně spojeny, mohou býti však na sobě nezávisle vzbuzeny týmže abnormním faktorem, jenž má za následek aberantní vniknutí i druhého jádra samčího v buňku vaječnou, nedostavení se dělení buněčného a mutační změnu embrya. To vše je přístupno experimentálnímu výzkumu a jsem přesvědčen, že na této experimentální cestě mnoho záhad se nám podaří rozluštiti.

Nejdůležitější literatura.

Brown W. H., 1910, The exchange of material between nucleus and cytoplasm in Peperomia sintenisii. Bot. Gaz. Nr. 49.

Ernst A., 1902, Chromosomenreduction etc. bei Paris quadrifolia L. und Trillium grandiflorum Salisb. Flora, Ergzbnd.

Gates R. R., 1909, The Stature and Chromosomes of Oenothera gigas de Vries. Arch. f. Zellforsch. Bd. III.

Ishikawa M., 1911, Cytologische Studien von Dahlien. Botan. Mag. Tokyo. Bd. 25.

Iuel H. O., 1907, Studien über die Entwicklungsgeschichte von Saxifraga granulata. Nova acta r. soc. sc. Upsalensis. Ser. IV. V. 1.

Kuwada J., 1910, A cytological study of Oryza sativa L. Bot. Mag. Tokyo. V. 24.

Lundegårdh H., 1910. Ueber Kernteilung in den Wurzelspitzen von Allium cepa und Vicia faba. Sv. Bot. Tidskr. Bd. 4.

Němec B., 1907, Anatomie a fysiologie rostlin. I. Praha.

Rosenberg O., 1909, Cytologische und morphologische Studien an Drosera longifolia und rotundifolia. Kgl. Sv. Vet. Handl. Bd. 43.

Strasburger E., 1910, Chromosomenzahl. Flora, Bd. 100.

Tahara M., 1910, Ueber die Kernteilung bei Morus. Bot. Mag. Tokyo, Bd. 24.

Tahara M., 1910, Ueber die Zahl der Chromosomen von Crepis japonica Benth. Ibidem.

Tischler G., 1911, Untersuchungen über die Entwicklung des Bananen-Pollens I. Arch. f. Zellforsch. Bd. 5.

Vrbait, nový thallnatý minerál z Allcharu v Macedonii.

Podává

B. Ježek v Praze.

S tabulkou.

(Předloženo dne 7. června 1912.)

Antimonový a arsenový důl Allchar v Macedonii, o němž podal první zprávu r. 1891 R. Hofmann,[1]) je dnes všem mineralogům znám jako naleziště pěkných realgarů, antimonitů a auripigmentů hlavně však jako jediné posud naleziště zajímavého thallnatého minerálu lorandity. O Allcharu a jeho nerostech jednají práce, jež napsali: von Foullon,[2]) Pelikan,[3]) Krenner,[4]) Vrba,[5]) V. Goldschmidt,[6]) Hackmann,[7]) Jannasch,[8]) Loczka[9]) a Stevanović.[10])

[1]) R. Hofmann, Antimon- und Arsen-Erzbergbau „Allchar" in Macedonien. Öst. Zeitsch. Berg., 39, 1891, pp. 167—173.

[2]) H. von Foullon, *a*) Über Antimonit und Schwefel aus Macedonien. Verhadlg. d. k. k. geol. Reichsanstalt, Wien 1890, p. 318.

b) Schwefel und Realgar von Allchar. Vrhdlg. Reichsanstalt 1892, p. 171.

[3]) A. Pelikan, Schwefel von Allchar in Macedonien. Tscherm. Min. Mit. 12, 1891, pp. 344—345.

[4]) J. A. Krenner, Lorandit, ein neues Thallium-Mineral von Allchar in Macedonien. Math. és ter.n. tud. Értesitö 1894, 12, p. 473 a 1895, 13, pp. 258—263, maďarsky. Referát v Zeitschr. f. Kryst. 27, p. 98.

[5]) K. Vrba, O některých minerálech z Allcharu v Macedonii. Věstník kr. České Spol. Náuk, tř. math.—přír., 1894, pojedn. 48.

[6]) V. Goldschmidt, *a*) Realgar von Allchar. Beispiel der Discussion eines Projektionsbildes. Zeitschr. Kryst. 25, 1896, pp. 553—555.

b) Über Lorandit von Allchar in Macedonien. Zeitschr. Kryst. 30, 1899, pp. 272—294.

c) Realgar von Allchar in Macedonien. Zeitschr. Kryst. 39, 1904, pp. 113—121.

[7]) V. Hackman, Über eine neue Form am Realgar von Allchar in Macedonien. Zeitschr. Kryst. 27, 1897, pp. 608—609.

[8]) P. Jannasch, Analyse des Lorandit von Allchar. Zeitschr. Kryst. 39, 1904, pp. 122—124.

[9]) J. Loczka, Chemische Analyse des Lorandit von Alchar in Macedonien und des Claudetit von Szomolnok in Ungarn. Zeitschr. Kryst. 39, 1904, pp. 520—525.

[10]) S. Stevanović, Auripigment von Allchar in Macedonien. Zeitschr. Kryst. 39, 1904, pp. 14—18.

Allchar není ani na mapách kreslených ve velkém měřítku a mluví se o něm i v odborných dílech jako o nalezišti maloasijském[11]) a proto uvádím zde přesnější označení. Jméno Allchar je složeno z prvních slabik jména bratří Allatini, bankéřů v Soluni, kteří podnik financovali a jména francouzského inženýra Charteaux, který ložisko nalezl.[12]) Leží v macedonské provincii Tikveš v kraji Murihovo asi 50 *km* jižně od stanice Krivolaku na dráze Mitrovice—Soluň. V literatuře čteme často označení Allchar u Roszdanu nebo i jen Roszdan (Rožden), což jest ves asi 3 *km* severně od kolonie allcharské vzdálená. Pěknou podrobnou mapu okolí Negotina v Macedonii a velmi zajímavé zprávy o poměrech, jež panovaly při zakládání kolonie allcharské v nebezpečných oněch krajích obsahuje citované pojednání Hofmannovo.[1])

Mohutné ložisko má celkem směr severojižní a obsahuje ve své severní části rudy antimonové, v jižní arsenové, hlavně auripigment. Arsenové rudy byly po vagonech[13]) dodávány Muldenské huti u Freiberka v Sasku a v tomto materiálu nalezl asi před devíti lety pan Ing. W. Mauc h e r,[14]) tehda chemik Muldenské hutě, kusy s vrostlými tmavými krystaly nerostu, v němž nalezl vedle thallia, arsenu a síry i značný podíl antimonu. Pan Mauc h e r poznal v tomto nerostu nový minerál thallia a předal celý svůj materiál, řadou let ztrátami značně zmenšený a jen z několika nevelkých kusů pozůstávající letos v lednu panu dvornímu radovi prof. Dr. K. Vrbovi, který mi jej laskavě k podrobnému studiu svěřil. Dovoluji si za to vzdáti svému slovutnému učiteli, panu dvornímu radovi Dr. K. Vrbovi uctivý a srdečný dík.

Morfologické studium i chemická analysa tohoto materiálu ukázaly, že jde skutečně o nový minerál, který jsem nazval *vrbait* na počest vynikajícího mineraloga, pana dvorního rady Dr. Karla Vrby, universitního professora a ředitele mineralogicko-petrografického oddělení Musea království Českého. Zvláštním potěšením je mi, že jsem mohl jménem svého slovutného učitele a vzácného příznivce pojmenovati poměrně vzácný, jen v krystalových tvarech se vyskytující nerost morfologicky i chemicky tak přesně definovaný, jako jen málo nových minerálů z posledních dob.

Výskyt a příprava materiálu.

Kusy panem Mauc h e r e m zaslané byly směsí kusovitého, zrnitého a zemitého realgaru s lupenitým, vláknitým a zemitým auri-

[11]) Beyschlag, Krusch u. Vogt. Die Lagerstätten der nutzbaren Mineralien und Gesteine. II. Bd. p. 276.

[12]) Dle sdělení pana Em. Kittla, bývalého ředitele akc. spol. hornické v Milešově z r. 1895.

[13]) Dle písemného sdělení Frenzelova u Hintze, Handbuch I, p. 363, poznámka.

[14]) Dopis p. W. Mauchera panu dv. radovi Dr. K. Vrbovi datovaný 18. ledna 1912.

pigmentem, který místy tvořil samostatné partie. V těchto kusech je vrbait zarostlý v podobě drobných, zřídka větších krystalků a jak se zdá z množství mechanicky vyproštěných soudit, je v některých kusech dosti hojný. Jiné kusy neposkytly ani jediného krystalku a byly to patrně podobné kusy z jiného místa naleziště zásilce přidané. Vždy byly kusy méně pevné bohatší než materiál pevnější. Vyprošťování zarostlých krystalků dálo se mechanicky opatrným rozštípáním kusů kleštěmi na menší úlomky, které pak byly mírným tlakem drceny. Z více méně jemnozrnného materiálu tak získaného byly předem větší krystalky za použití lupy vybrány, zbytek pak síty rozdělen na 6 druhů dle velikosti zrn. Protože byl již u větších krystalů vybraných z první hrubozrnné části předběžným stanovením hustoty zjištěn značný rozdíl mezi hustotou vrbaitu a realgaru i auripigmentu, užil jsem hustoty při vybírání krystalků vrbaitu tak, že jsem pomocí bateje pod vodou lehčí materiál odstraňoval a těžší vrbait ve středu nádoby koncentroval. Z koncentrovaného materiálu byly krystalky vrbaitu pod lupou vybírány. Také s cestou chemickou, s rozpouštěním realgaru a auripigmentu byly učiněny pokusy, jež však nebyly uspokojivé, protože rozpustidlem trpěl i vrbait a to někdy velmi značně. Pokud jde o materiál, kterého bylo použito k stanovení hustoty a při kvantitativní chemické analysi, byly obětovány i dosti velké krystalky proto, aby získána byla látka pokud možno nejčistší, všeho realgaru a auripigmentu zbavená. Krystalky tyto byly za sucha a pak i ve vodě a alkoholu jemným kartáčkem i posledních stop prachu realgarového a auripigmentového zbavovány. K analysi kvalitativní a k zjištění chování se vrbaitu před dmuchavkou a pod. užito bylo materiálu méně čistého a krystalků menších. Také krystaly určené k měření byly často ještě stopami směsi, v níž jsou zarostlé, znečištěny.

Při tomto vyprošťování vrbaitu získal jsem též dosti značné množství více méně úplných krystalků realgaru s tvary nejobecnějšími.

Vlastnosti morfologické.

Vrbait má souměrnost rhombickou a náleží do oddělení rhombicky bipyramidálního. Při měření některých krystalů objevily se sice úchylky takové, že by se z nich dalo souditi na jedinou rovinu souměrnosti, která by byla v postavě mnou zvolené brachypinakoidem *b* (010), jiné však vykazovaly úchylky, jež by poukazovaly na makropinakoid *a* (100) jako jedinou rovinu souměrnosti a u většiny byly úchylky od souměrnosti rhombické ještě komplikovanější, takže by neměly žádné roviny souměrnosti a náležely snad do oddělení trojklonně pediálního. Častý byl zjev, že měly ze čtyř ploch pyramidálních, jež by měly míti stejnou vzdálenost polární od pinakoidu do pólu postaveného, jen tři přibližně stejnou vzdálenost, čtvrtá pak byla někdy značně vychýlena. Míním zde všude úchylky značnější až jeden stupeň i více obnášející. Leč vše to dá se

přičísti na vrub nedokonalosti některých ploch, jež skytaly někdy signály roztříštěné, zmnožené, takže nebylo dobře možno vybrati signál pravý a tím, že byly některé tvary zastoupeny plochami vicinálními (jako snad 111 a 035), jež se u jiných krystalů vyskytaly spolu s plochami polohy normální. Zjevy ty jsou známé zejména u krystalů zarostlých, u nichž jsou podobné nepravidelnosti mnohem obyčejnější než u krystalů narostlých. Ve prospěch souměrnosti rhombické mluví též ta okolnost, že jsou na všech krystalech vždy velmi krásně kol do kola vyvinutých zastoupeny tvary jednotlivé skoro bez výjimky všemi plochami. Zdánlivá hemimorfie dle makrodiagonály pozorovaná na dvou krystalech, z nichž je jeden vyobrazen (obr. 6.), je jistě jen nahodilý zjev vzrůstový.

Pokud jde o orientaci zde zvolenou, podotýkám, že jsem bral v úvahu nejen největší jednoduchost symbolů tvarů na vrbaitu zjištěných, nýbrž i praktickou stránku při justování krystalů měřených goniometrem dvojkruhovým. Oba pinakoidy *a* (100) a *b* (010) jsou na všech krystalech vyvinuty, málokdy jsou však jejich plochy tak dokonalé, že by mohla jediná z nich při justování do pólu zaručovati správnost celého měření. Užije-li se jich však k justování aequatoriálnímu při $\varrho = 90^0$, je možno použíti signálů čtyř ploch a jsou-li u některé plochy signály zmnožené, lze snáze nalézti signál polohy normální. Proto zvolen byl za basi *c* (001) pinakoid, který jen u jednoho krystalu byl vyvinut dvěma plochami.

Krystaly byly měřeny dvojkruhovou i jednokruhovou methodou vesměs na dvojkruhovém goniometru Goldschmidtově nejnovější soustavy od P. Stcě proto, že se znamenitý tento přístroj hodí velmi dobře i pro měření jednokruhová, při nichž možno po justování plochy do pólu bez přelepování pohodlně změřiti úklony ke všem plochám. Také znamenitá optika umožňuje měření i ploch velmi malých, nedokonalých, zaoblených a z polohy normální vysunutých, jaké i zkoumaný materiál tento skytal. Všechna měření byla provedena s optickou kombinací signál zmenšující a byly odečítány celé minuty.

Poměrně nejlepší signály skytaly plochy pyramidy *o* (331), pak též pinakoidu *a* (100) a dosti dobré i některé pyramidy *p* (111).

K vypočtení hodnot p_0 a q_0 bylo užito následujících měření:

	φ	ϱ
pyramidy *o* (331)	$60^0\ 25'$	$71^0\ 24'$
	60 36	71 16
	60 34	71 15
	60 21	71 13
	60 22	71 1
	60 36	71 16
	60 25	71 14
	60 22	71 17
	střed $= \overline{60^0\ 27{\cdot}6'}$	střed $= \overline{71^0\ 14{\cdot}5'}$

	φ	ρ
pyramidy *p* (111)	60° 35′	44° 30′
	60 19	44 30
	60 35	44 42
	60 36	44 28
	60 22	44 27
	60 33	44 15
	60 36	44 16
	60 30	44 40
	střed = 60° 30·75′	střed = 44° 28·5′

Hodnota φ zaokrouhlena na φ = 60° 30′ a za ρ vzato ρ pyramidy *o* (331), jež měla signály nejlepší.

Z φ = 60° 30′ a ρ 71° 15′ pyramidy *o* (331) vypočteno:

$$p_0 = 0{\cdot}8548 \quad q_0 = 0{\cdot}4836$$

a poměr poloos:

$$a : b : c$$

0·5659 : 1 : 0·4836

Docela proměřeno bylo dvanáct krystalů, na dalších 18 měřeny jenom některé úhly tak, že bylo při goniometrickém měření užito celkem 30 krystalů. Lupou prohlédnuto jistě přes 300 krystalků, neboť prohlížen byl důkladně celý materiál chemické analysy.

Měřením zjištěno bylo celkem devět tvarů:

c (001) 0 , *f* (035) $0^3/_5$, *q* (112) $^1/_2$,
b (010) 0 ∞, *e* (021) 02, *p* (111) 1,
a (100) ∞ 0, *d* (041) 04, *o* (331) 3.

V následujícím podány jsou tři přehledy měření dvojkruhových a jeden měření jednokruhového:

1. *Přehled měření osmi krystalů v postavení normálním,* v polu *c* (001), hlavní meridian [001 : 010], φ a ρ mají význam obyčejný.

2. *Přehled měření šesti krystalů.* V polu *a* (100), hlavní meridian [100 : 010].

φ_1 u brachydomat = úklon k *b* (010),
u pyramid = úklon brachydomat o stejné vertikále k *b* (010).
ρ_1 = úklon k makropinakoidu *a* (100).

3. *Přehled měření čtyř krystalů.* V polu *b* (010), hlavní meridian [010 : 100].

φ_2 u pyramid = úklon makrodomat o stejné vertikále k *a* (100).
ρ_2 = úklon k brachypinakoidu *b* (010).

Ve všech těchto přehledech jsou do rubriky „měřeno" zanesena čísla, jež jsou středem z měření velmi dobrých nebo dobrých, v rubrice „mezné hodnoty měřené" dbáno bylo i signálů nedokonalejších.

4. *Přehled měření jednokruhových.*

1. Přehled měření 8 krystalů.

V polu *c* (001), hlavní meridian [001 : 010].

	φ		ϱ		Mezné hodnoty měřené:	
	vypočteno:	měřeno:	vypočteno:	měřeno:	φ	ϱ
c (001)	0° 00′	0° 00′	0° 00′	0° 00′	0° 00′	+ 0° 13′—0° 40′
a (100)	90° 00′	90° 00′	90° 00′	90° 00′	89° 43′—90° 26′	—
b (010)	0° 00′	0° 00′	90° 00′	90° 00′	0° 00′	—
d (041)	0° 00′	0° 00′	62° 40′	62° 38′	+ 0° 30′—0° 30′	62° 15′—63° 00′
e (021)	0° 00′	0° 00′	44° 03′	44° 19′		44° 15′—45° 00′
f (035)	0° 00′	0° 00′	16° 11′	16° 16′		15° 30′—17° 20′
o (331)	60° 30′	60° 30′	71° 15′	71° 11′	59° 00′—62° 00′	70° 26′—71° 38′
p (111)	60° 30′	60° 00′	44° 29′	44° 26′		43° 30′—45° 10′
q (112)	60° 30′	60° 10′	26° 09′	26° 01′		25° 15′—27° 47′

2. Přehled měření 6 krystalů.

V polu *a* (100), hlavní meridian [100 : 010].

	φ_1		ϱ_1		Mezné hodnoty měřené:	
	vypočteno:	měřeno:	vypočteno:	měřeno:	φ_1	ϱ_1
c (001)	90° 00′		90° 00′			
a (100)	0° 00′		0° 00′			
b (010)	0° 00′		90° 00′			
d (041)	27° 20′	27° 22′	90° 00′	90° 00′	27° 00′—27° 45′	89° 30′—90° 30′
e (021)	45° 57′	45° 41′	90° 00′		45° 00′—45° 45′	
f (035)	73° 49′	73° 44′	90° 00′		72° 40′—74° 30′	
o (331)	34° 35′	34° 20′	34° 30′	34° 30′	32° 22′—35° 00′	34° 20′—34° 53′
p (111)	64° 11½′	64° 35′	52° 25′	52° 28′	63° 00′—66° 00′	51° 30′—53° 30′
q (112)	76° 24½′	76° 12′	67° 26½′	67° 17′	75° 00′—77° 30′	66° 30′—67° 57′

3. Přehled měření 4 krystalů.

V polu *b* (100), hlavní meridian [010 : 100].

	φ_2		ϱ_2		Mezné hodnoty měřené:	
	vypočteno:	měřeno:	vypočteno:	měřeno:	φ_2	ϱ_2
c (001)	90° 00′		90° 00′			
a (100)	0° 00′		90° 00′			
b (010)	0° 00′		0° 00′			
d (041)	90° 00′	90° 00′	27° 20′	27° 22′	89° 30′—90° 30′	27° 00′—27° 45′
e (021)	90° 00′	90° 00′	45° 57′	45° 41′		45° 00′—45° 45′
f (035)	90° 00′	90° 00′	73° 49′	73° 44′		72° 40′—74° 30′
o (331)	21° 18½′	21° 23′	62° 12½′	62° 04′	20° 45′—21° 54′	61° 24′—62° 57′
p (111)	49° 28½′	49° 49′	69° 49′	69° 30′	48° 40′—50° 43′	68° 54′—71° 20′
q (112)	66° 52′	66° 38′	77° 28′	77° 12′	66° 07′—67° 09′	76° 10′—78° 50′

4. Přehled měření jednokruhových.

	Vypočteno:	Měřeno:	Počet měření:
a (100) : *c* (001)	90° 00′	90° 00′	2
: *b* (010)	90° 00′	90° 00′	8
: *o* (331)	34° 30′	34° 30′	20
: *p* (111)	52° 25′	52° 28′	20
: *q* (112)	67° 26½′	67° 17′	12
b (010) : *d* (041)	27° 20′	27° 22′	8
: *e* (021)	45° 57′	45° 41′	2
: *f* (035)	73° 49′	73° 44′	3
: *o* (331)	62° 12′½	62° 04′	12
: *p* (111)	69° 49′	69° 30′	15
: *q* (112)	77° 28′	77° 12′	8
o (331) : *o* (33$\bar{1}$)	37° 30′	37° 40′	8
: *o* (3$\bar{3}$1)	55° 35′	55° 50′	8
: *p* (111)	26° 46′	26° 36′	8
: *q* (112)	45° 03′	45° 10′	8
p (111) : *p* (1$\bar{1}$1)	40° 22′	40° 26′	8
q (112) : *q* (1$\bar{1}$2)	25° 04′	25° 14′	8

Krystaly jsou dosti malé, největší část nepřesahuje 1 *mm*. Dva největší měly rozměry 2·94 × 1·75 *mm* a 2·32 × 2·05 *mm* a každý vážil přes 60 *mg*. K analysi upotřebený materiál byl dle velikosti krystalů vybírán a váha i počet krystalků illustrují dobře jejich velikost: 12 největších vážilo 0·272 *g*, 50 krystalků další velikosti, každý přes 1 *mm*, vážilo 0·330 g. Krystaly jsou vždy kol dokola velmi krásně vyvinuté a přítomné tvary skoro bez výjimky všemi plochami zastoupené.

Habitus krystalů jest dvojí:

1. ***tabulkovitý*** dle brachypinakoidu. Tento habitus je hojnější, tabulky někdy značně tenké, jindy dosti tlusté. Téměř vždy jsou na krystalech tabulkovitých vyvinuty vedle obou pinakoidů i všecky tři pyramidy, dosti zřídka doma *d* (041). Obě domata *e*, *f* a plocha spodová *c* byly vůbec jen na jediném zdánlivě hemimorfně (dle makrodiagonály) vyvinutém (obr. 6.) krystalu. Největší krystal měl ze všech nejmenší počet tvarů a byl kombinací *b*, *a*, *p*. Tlusté tabulky mají někdy tak rozsáhlé pyramidy, že brachypinakoid se stává menším a ty tvoří pak přechod ke krystalům pyramidálním.

2. *habitus pyramidální* s nejrozsáhlejšími pyramidami *p*. Krystaly jsou vždy kombinace *a b o p q*, asi u tří bylo vyvinuto též brachydoma *d* (041).

Na připojené tabulce jsou vyobrazeny tři krystaly tabulkovité, dva pyramidální a zdánlivě hemimorfní krystal čís. 2. Obr. 1., 2., 3. a 4. jsou idealisovány jen v tom, že ve skutečnosti bývá některá plocha pyrami-

dální větší než sousední téhož tvaru. Zvlášť často možno zjev tento pozorovati u pyramid *q* (112) a i *o* (331). Na obr. 4. jest to znázorněno pro pyramidu *q* (112) a jsou nahoře plochy $1\bar{1}2$ a $\bar{1}12$, dole pak $\bar{1}1\bar{2}$ a $\bar{1}\bar{1}\bar{2}$ větší. Obrazem 6. jest portretován zdánlivě hemimorfní krystal čís. 2., který jediný vykazoval všechny na vrbaitu zjištěné tvary. Tento obraz je kreslen tak, že je dán makrodiagonále směr svislý a brachydiagonále směr pravolevý.

Z pinakoidů jsou *a* i *b* na všech krystalech vyvinuty, *c* (001) však nejřidší plocha vůbec, neboť byla nalezena jen na jediném krystalu dvakrát ve tvaru úzkých signál špatně reflektujících plošek. Brachypinakoid *b* (010) jest na tabulkovitých krystalech plocha nejrozsáhlejší a bývá na něm vždy alespoň naznačeno rýhování dle směru brachydiagonály. Toto rýhování není nikdy ostré, skoro vždy však patrné na goniometru, neboť plocha reflektuje nejčastěji dva signály, někdy celou řadu v pásmu [010 : 001]. Makropinakoid *a* (100) je obyčejně i u pyramidálních krystalů menší než brachypinakoid, často velmi lesklý a reflektuje někdy výborně.

Z brachydomat jest jenom *d* (041) hojnější, vyskytujíc se jak na krystalech tabulkovitých, tak i pyramidálních. Celkem bylo pozorováno u pěti krystalů a ač jsou jeho plochy vždy velmi malé, jen jako svítící trojúhelníčky nebo uzounké facetty, reflektuje signál poměrně velmi dobře a jednotně. Obě brachydomata *e* (021) a *f* (035) byla jen na jednom krystalu, *e* velmi úzké, *f* pak velmi rozsáhlé. Toto reflektovalo celý pruh signálů v pásmu [010 : 001] a zastaveno bylo na signál isolovaný dle pravidla, že v bezprostřední blízkosti reflexů ploch typických bývá světelný pruh přerušen. V místě, kde by měl býti signál blízké a pravděpodobnější plochy (012) nebyl pozorován žádný ostřejší signál ani zvláštní přerušení světelného pruhu.

Z pyramid je vždy nejrozsáhlejší *p* (111), která bývá často jakoby zlomena nebo rozbita nejčastěji ve dvě, někdy i ve více partií a reflektuje pak celé skupiny signálů, z nichž nelze typický vybrati. Velmi časté bylo zlomení ve dvě partie, při nichž jedna reflektovala signál ρ = kolem $44^0\,30'$, jak vyžaduje theorie, druhá mnohdy ještě lepší ρ kolem 42^0. Pyramida *q* (112) je obyčejně vyvinuta plochami menšími a reflektuje často dosti nedokonale, skytajíc někdy signály z polohy značně vychýlené. Nejlesklejší plochy mívá *o* (331), ač i u ní nejsou značnější úchylky do hodnot theoretických řídké.

Vlastnosti fysikální.

Studium fysikálních vlastností vrbaitu bylo značně stíženo nedostatečným množstvím, hlavně však malými rozměry krystalků a proto mohly býti zjištěny jen některé vlastnosti a mnohé jen přibližně.

Štípatelnost pozoroval jsem dosti dobrou dle brachypinakoidu *b* (010). Nahodile vzniklé štěpné plochy u několika krystalů reflektovaly

dosti dobře signál jednotný, lépe než plochy přirozené. Krystaly jsou dosti kruché, lom nerovný, poněkud lasturnatý.

Krystaly rýpou vápenec, ne však již fluorit, který na jejich plochách brachypinakoidálních i pyramidy *p* (111) zanechával zřetelnou rýhu. Je tedy tvrdost vrbaitu dle stupnice Mohsovy asi 3·5.

Hustota stanovena byla s dvojím množstvím, dvěma methodami a výsledky dobře souhlasí.

Methoda:	Temper:	Váha vrb:	Hustota:
1. Pyknometrická	25° C	0·272 *g*	5·271
2. Hydrostatická v platinové spirálce	25°	0·272	5·333
3. Pyknometrická	22°	0·458	5·302

Střed obou stanovení s 0·272 *g* materiálu je též 5·302. Hustota vrbaitu jest 5·3.

Lesk lesklých ploch je polokovový až kovový, některé mají lesk mastný. Barva většiny krystalů je velmi tmavá, šedočerná, někdy s nádechem červeným. Mnohé podobají se barvou pyrargyritu. Jiné, zejména velmi drobné krystalky nebo všechny čerstvé malé úlomky jsou červené, barvou podobné proustitu. Tyto drobné krystalky a úlomky jsou na hranách červeně průsvitné, větší a tmavé krystaly jsou neprůhledné. Vryp je dosti světle červený s odstínem oranžovým, nejvíce podobá se vrypu proustitu, jest však vždy o poznání světlejší a charakterisován zmíněným žlutavým odstínem.

Vlastnosti optické nemohly býti zatím zjištěny pro nedostatečnou velikost a obtíže při zhotovení praeparátů. Bylo jen možno konstatovati rovnoběžné shášení na nejrozsáhlejší ploše pinakoidální, která pak byla vzata za *b* (010).

Vlastnosti chemické.

Analysa i studium chemických vlastností vrbaitu provedena byla přítelem Dr. F. Křehlíkem a výsledky uveřejněny současně s tímto pojednáním v těchto Rozpravách.[15]) Zde uvádím jen výsledky analysy a odkazuji pokud jde o podrobnosti, o chování před dmuchavkou, rozpustnost a pod. na citovanou práci Křehlíkovu.

Vrbaitu přísluší chemický vzorec:

$$Tl\,As_2\,Sb\,S_5$$

a je tedy thallnatou solí kyseliny metatrisulfarsenové $H\,As_3\,S_5$, v níž jest jeden atom As nahrazen Sb.

Výsledek analysy Křehlíkovy dobře souhlasí s theoretickými hodnotami vypočtenými ze vzorce:

---

[15]) F. Křehlík, Analysa vrbaitu. Rozpravy České Akad., Třída II., 1912, Roč. XXI., čís. 27.

	Vypočteno:	Nalezeno:
Tl	32·16%	29·52%
As	23·65	24·06
Sb	18·92	18·34
S	25·27	25·20
Fe	—	1·85
	100·00%	98·97%

Pokud jde o zařazení vrbaitu v nejuznávanější mineralogickou krystalograficko-chemickou soustavu Grothovu, náleží do 1. skupiny síroarsenanů[16]), v níž je poměr $As_2S_3 : RS$ větší než 1. U vrbaitu je tento poměr 3 : 1 a náš nový minerál je první chemicky i krystalograficky přesně definovaný člen této skupiny.

Minerálů thallium obsahujících je nemnoho a ještě před 20 léty byl crookesit jediným minerálem thallia. Vrbait jest v nedlouhé řadě té zejména nálezy v posledních letech rozhojněné čtvrtým členem. Samostatné minerály thallia dnes známé jsou: crookesit, $(Cu, Tl, Ag)_2Se$ ze Skrikerumu ve Švédsku (Nordenskiöld 1866), lorandit, jednoklonný $TlAsS_2$ z Allcharu (Krenner 1894), hutchinsonit, kosočtverečný $(Tl, Ag, Cu)_2S . As_2S_3 + PbS . As_2S_3$ z údolí Binnského (Smith a Prior 1907) a vrbait, kosočtverečný $TlAs_2SbS_5$ z Allcharu (Ježek 1912).

Ku konci připojuji tabulku udávající hodnoty Goldschmidtových „Winkeltabellen" a přehled zjištěných vlastností vrbaitu.

Vrbait.

Rhombicky bipyramidální minerál, chemicky thallnatá sůl kyseliny metatrisulfarsenové HAs_3S_5, v níž jest jeden atom As zastoupen Sb. Má chemický vzorec $TlAs_2SbS_5$. Poměr poloos = 0·5659 : 1 : 0·4836. Krystaly zarostlé, vždy kol do kola krásně vyvinuté, jsou buď tabulkovité dle brachypinakoidu nebo pyramidální, a zjištěny byly na nich tvary: *c* (001), *b* (010), *a* (100), *d* (041), *e* (021), *f* (025), *o* (331), *p* (111), *q* (112). Štípatelnost dosti dobrá dle *b* (010), lom nerovný, poněkud lasturnatý, tvrdost 3·5, hustota 5·3, barva větších krystalů šedočerná, menších i úlomků červená, vryp červený s odstínem oranžovým. Lesk polokovový až kovový. Drobné krystalky i úlomky jsou na hranách červeně průsvitné, větší tmavé krystaly docela neprůhledné. Je zarostlý ve směsi zrnitého realgáru a lupenitého a zemitého auripigmentu z Allcharu v Macedonii a byl pojmenován jménem vynikajícího mineraloga Dr. K. Vrby, professora české university v Praze.

Mineralogický ústav české university v Praze.

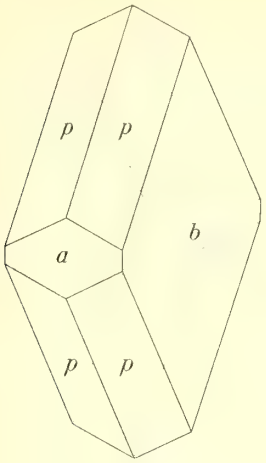
[16]) P. Groth, Tabellarische Übersicht der Mineralien etc., 4. Aufl., 1898, p. 32, franc. vydání Tableaux systématique des minéraux, 1904, p. 30.

Vrbait.

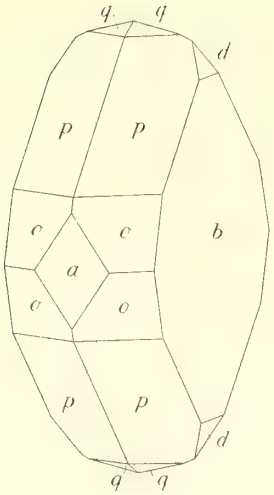
Rhombický.

$a = 0.5659$	$\log a = 9.7527397$	$\log a_0 = 0.0682534$	$\log p_0 = 9.9318645$	$a\text{-} = 1.1702$	$p_0 = 0.8548$
$c = 0.4836$	$\log c = 9.6844863$	$\log b_0 = 0.3155137$	$\log q_0 = 9.6844863$	$b = 2.0668$	$q_0\text{'} = 0.4836$

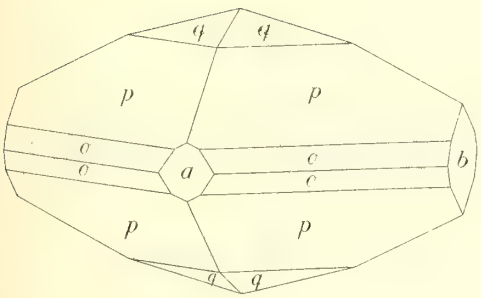
Čís.	Sign.	Gdt.	Miller	Naum.	φ	ϱ	ξ_0	η_0	ξ	η	x	y	d
1	*c*	0	001	oP	—	0° 00′	0° 00′	0° 00′	0° 00′	0° 00′	0	0	0
2	*b*	0_∞	010	$\infty\breve{P}\infty$	0° 00′	90 00	,,	90 00	,,	90 00	,,	∞	∞
3	*a*	$\infty 0$	100	$\infty\bar{P}\infty$	90 00	,,	90 00	0 00	90 00	0 00	∞	0	,,
4	*f*	$0^3/_5$	035	$^3/_5\breve{P}\infty$	0 00	16 11	0 00	16 11	0 00	16 11	0	0·2902	0·2902
5	*e*	02	021	$2\breve{P}\infty$	,,	44 03	,,	44 03	,,	44 03	,,	0·9674	0·9674
6	*d*	04	041	$4\breve{P}\infty$	,,	62 40	,,	62 40	,,	62 40	,,	1·9347	1·9347
7	*q*	½	112	$^1/_2P$	60 30	26 09	23 08	13 35½	22 33½	12 32	0·4274	0·2418	0·4910
8	*p*	1	111	P	,,	44 29	40 31½	25 48½	37 35	20 11	0·8548	0·4836	0·9821
9	*o*	3	331	$3P$	,,	71 15	68 41½	55 25	55 30	27 47½	2·5644	1·4508	2·9459



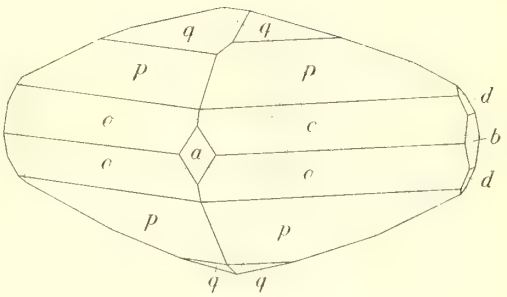
1.



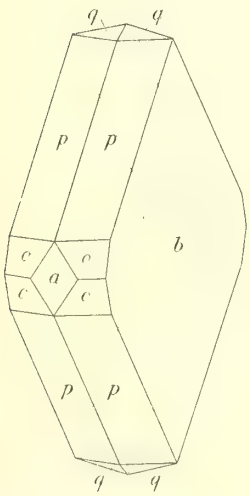
2.



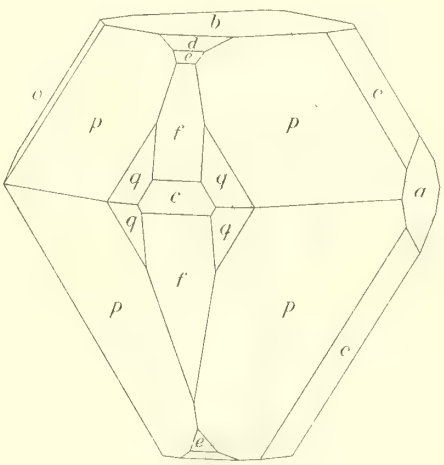
3.



4.



5.



6.

Autor del.

Analysa vrbaitu.

Podává

František Křehlík

v Praze.

S 1 obrázkem v textu.

Předloženo dne 7. června 1912.

Krystalky vrbaitu pocházející z naleziště antimonových a arsenových rud v Allcharu v Macedonii, jsou zarostlé ve směsi realgaru a auripigmentu. Materiál zpracovaný morfologicky B. Ježkem*) byl mi svěřen panem dv. radou prof. Vrbou k chemické analyse již vybraný a čistý.

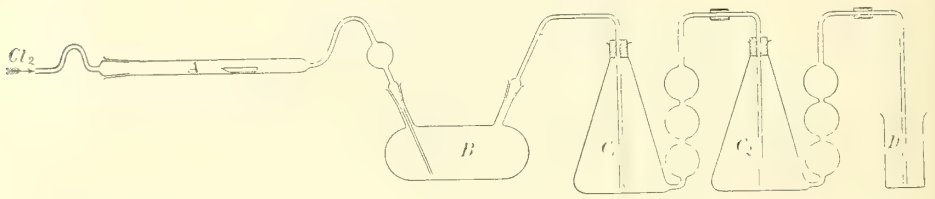
Co se týče chemických vlastností vrbaitu, nutno podotknouti toto: Krystalky plamenem dmuchavky se snadno roztaví a hoří plamenem smaragdově zeleným vydávajíce zápach česnekový. Na uhlí žíhány zůstavují bílý, těkavý nálet, taveny se směsí kyanidu draselnatého a sody dávají zrnko kovu křehkého, bílého s modrým nádechem. Krystalky zahřáty v baničce poskytují sublimát v podobě bílých a červených kruhů. Sublimát delším zahřátím zčervená, zčerná a po vychladnutí opět zčervená. Jestliže se vrbait zahřeje v širší otevřené trubičce, stěny její pokryjí se bílým krystalickým sublimátem a cítiti zápach kysličníku siřičitého. V baničce neb v trubičce zůstává černá stavená hmota. Krystalky taveny v baničce se směsí sody a kyanidu draselnatého dávají černé zrcádko.

Vrbait se rozpouští snadno v královské lučavce a v kyselině dusičné. Též se rozpouští v teplé koncentrované kyselině sírové, při čemž se vyloučí síra. Kyselina chlorovodíková nepůsobí na krystalky. V louzích alkalických rozpouští se minerál pouze částečně, zanechávaje šedočerný zbytek. Z roztoku v louzích sráží kyselina chlorovodíková temně žlutou klkovitou sraženinu.

*) Rozpravy České Akademie číslo 26. roč. XXI.

Kvalitativní analysou dokázána přítomnost arsenu, antimonu, thallia, železa a síry.

Při analyse kvantitativní postupováno tímto způsobem. Jemně práškovaný minerál při 105° vysušený odvážen na porcelánové lodičce a rozkládán dle methody Jannatschovy proudem chloru v přístroji znázorněném připojeným obrázkem. Chlor připravován byl přikapováním koncentrované kyseliny solné na manganistan draselnatý, náležitě čistěn a sušen vedením promývačkou a U trubicemi naplněnými účelnými ab-



sorbčními činidly. Reakce, jež probíhala ve spalovací trubici *A* z počátku za studena, ukončena byla pozvolným zahřátím na 130° nasunutou elektrickou pícnou. Spalné produkty dle své těkavosti oddělily se tak, že v lodičce a částečně trubici spalovací zůstal chlorid thallnatý a železitý, kdežto chloridy arsenu, antimonu, síry a částečně železa předestillovaly do jímadla *B* naplněného ze $^2/_3$ vodou destillovanou okyselenou kyselinou chlorovodíkovou, případně se zachytily ve Volhardových promývačkách C_1, C_2 naplněných toutéž tekutinou. Nadbytečný chlor pohlcován v kádince *D* naplněné roztokem hydroxydu draselnatého. Když reakce byla ukončena asi po 2½ hod., naříznuta spalovací trubice ve spodním ohbí a odtržena žhavou perličkou.

Těžce těkavý zbytek na lodičce a ve spalovací trubici rozpuštěn v teplé kyselině dusičné (1 : 1). Jelikož roztok obsahoval sůl thallitou, bylo třeba ji dříve redukovati v thallnatou. Za tím účelem odpařováním roztoku na vodní lázni vypuzena kyselina dusičná, odparek rozpuštěn v teplé vodě a přidáno vodného roztoku kyseliny siřičité. Asi po dvou hodinném působení za studena vypuzen byl nadbytečný kysličník siřičitý mírným zahřátím, tekutina neutralisována ammoniakem a thallium vážkově stanoveno dle methody Baubigny-ho.

Z promývací tekutiny odstraněn odpařením alkohol a sráženo železo po předchozí oxydaci kyselinou dusičnou ve způsobě hydroxydu železitého.

Z tekutiny v jímadle *B* a promývačkách C_1, C_2 vysrážen sirovodíkem arsen a antimon. Sirníky odfiltrovány a ve filtrátu sražena druhá část železa ve způsobě hydroxydu; tento přidán k hydroxydu dříve sraženému.

Sirníky arsenu a antimonu zahřívány v misce na vodní lázni s kyselinou solnou za přidání několika zrnek chlorečnanu draselnatého až do vypuzení veškerého chloru. Získaný roztok spláchnut do frakční baňky a arsen oddělen od antimonu destillací chlorovodíkového roztoku v proudu

plynného chlorovodíku methodou Fischer-Hufschmidtovou. V roztoku ve frakční baňce zbylém stanoven a vážen antimon ve způsobě sirníku antimonového.

Z destillátu sražen sirovodíkem sirník arsenový, sraženina odfiltrována na platinové destičce, rozpuštěna v nejmenším množství zředěného hydroxydu draselnatého a roztok okyselen slabě kyselinou chlorovodíkovou. Arsenan oxydován bromovou vodou v arseničnan, z něhož srážen sirník arseničný za šetření příslušných podmínek.

Síra stanovena v nové části minerálu při 105° sušeného, jenž zbýval z pokusů kvalitativních (tedy méně čistého). Na práškovaný material přikapována dýmavá kyselina dusičná, takže se veškerá síra oxydovala v kyselinu sírovou. Vyloučená kyselina antimoničná odfiltrována, filtrát odpařen, odparek opětně odpařen s kyselinou chlorovodíkovou a přidáno takové množství teplé vody, aby se chlorid thallnatý rozpustil. Roztok okyselen kyselinou chlorovodíkovou a kyselina sírová sražena a vážena v podobě síranu barnatého. Ve filtrátu určeno opětně železo.

Síra stanovena ještě jednou oxydací za sucha sodou a ledkem nové části vrbaitu ke kvantitě znovu vybrané a vyčištěné. Postupováno dle methody Freseniovy.

Data analys:

I. 0·3038 *g* vrbaitu poskytlo 0·1455 *g* jodidu thallnatého, jemuž odpovídá 0·0897 *g* thallia.
0·3038 *g* vrbaitu dalo 0·0080 *g* kysličníku železitého, jemuž odpovídá 0·0056 *g* železa.
0·3038 *g* vrbaitu poskytlo 0·0780 *g* sirníku antimonového, jemuž odpovídá 0·0557 *g* antimonu.
0·3038 *g* vrbaitu poskytlo 0·1513 *g* sirníku arseničného, jemuž odpovídá 0·0731 *g* arsenu.

II. 0·2417 *g* vrbaitu dalo 0·4181 *g* síranu barnatého, jemuž odpovídá 0·0574 *g* síry.
0·2417 *g* vrbaitu poskytlo 0·0070 *g* kysličníku železitého, jemuž odpovídá 0·0049 *g* železa.

III. 0·1640 *g* vrbaitu poskytlo 0·3010 *g* síranu barnatého, jemuž odpovídá 0·0413 *g* síry.

Výsledky analys v procentech:

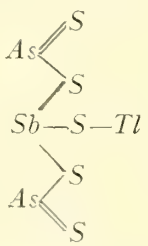
	I.	II.	III.
Tl =	29·52	—	—
Sb =	18·34	—	—
As =	24·06	—	—
S =	—	23·75	25·20
Fe =	1·85	2·03	—

Ježto při analyse II. stanovena byla síra z materialu určeného pro kvalitu, tedy méně čistého, nepřihlíží se k výsledku tomuto ve výpočtu procentového složení. Rovněž nebéře se zřetele na stanovené množství železa v obou analysách, poněvadž toto možno pokládati dle různých výsledků za znečištění materialu. Jakou sloučeninou železa byly krystalky znečištěny, těžko rozhodnouti.

Procentové složení vrbaitu a poměr molek:

Tl = 29·52	0·1447	nebo 1·00
Sb = 18·34	0·1528	„ 1·05
As = 24·06	0·3209	„ 2·21
S = 25·20	0·7857	„ 5·43
Fe = 1·85	(0·0331)	—
98·97		

Tento poměr odpovídá vzorci $Tl\,As_2\,Sb\,S_5$, jest tedy vrbait thallnatou solí kyseliny $H\,As_3\,S_5$ $(3\,H_3\,As\,S_3 - 4\,H_2\,S)$, v níž jeden atom arsenu jest zastoupen jedním atomem antimonu a přísluší mu strukturný vzorec:



Složení theoretické:	Nalezeno:
Tl = 32·15	29·52
Sb = 18·94	18·34
As = 23·64	24·06
S = 25·27	25·20
100·00.	

Analysou nalezeno bylo méně thallia a antimonu, více pak arsenu, než vyžaduje složení theoretické. Vysvětliti se to dá pravděpodobně okklusí materialu.

Uctivé díky vzdávám panu dvornímu radovi Dr. K. Vrbovi za laskavé svěření výzkumného materiálu, panu řediteli universitního chemického ústavu panu prof. Dru B. Braunerovi za laskavé propůjčení pomůcek ústavních k analyse potřebných, jakož i p. Dru J. Švédovi, jenž mi často radou byl nápomocen.

Tarasy středního Labe v Čechách.

I.

Napsal **Rudolf Sokol.**

(Se 6 obrázky v textu.)

(Předloženo dne 7. června 1912.)

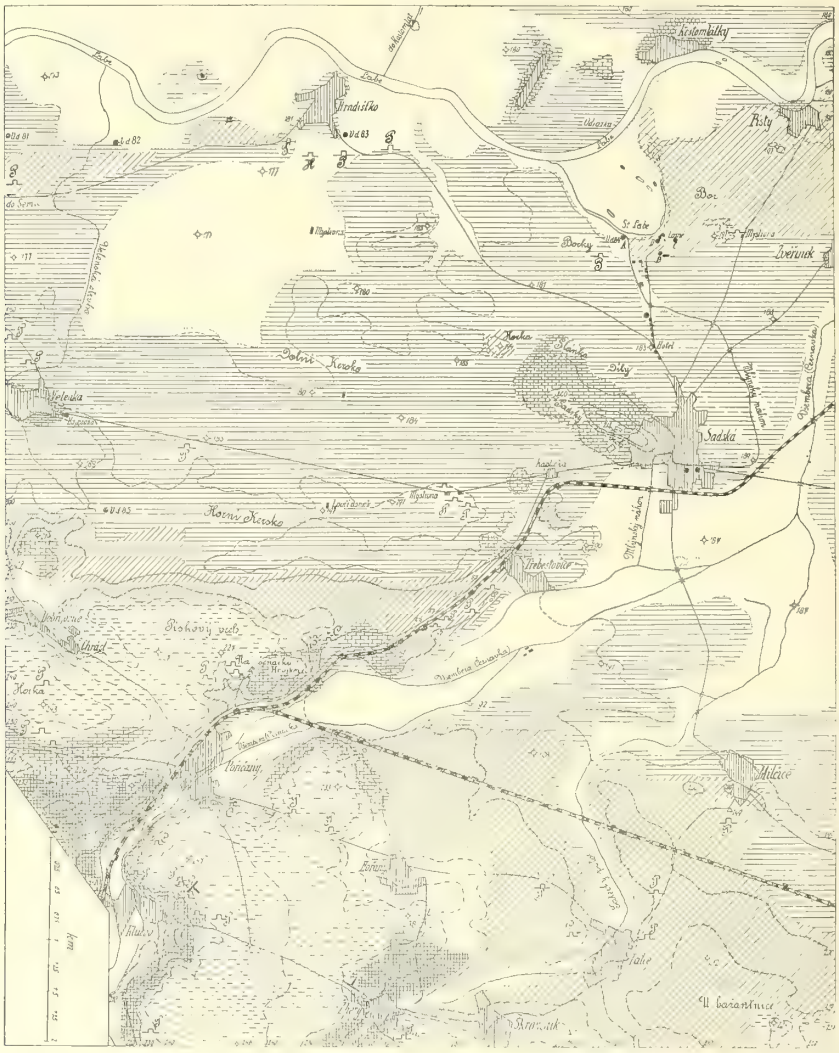
Studie popisuje tarasy labské a přítoků, jakož i ostatní soudobé mladé usazeniny hlavně v oblasti mezi obcemi Písty, Semicemi, Lstiboří a Tatcemi v rozloze asi 100 km^2 (obr. 1.). Jest pokračováním autorovy studie: „*Příspěvek ku geologickému výzkumu okolí Sadské*“.[1]) V rozloze poměrně malé lze pozorovati řadu různodobých usazenin, jimž přidala českobrodská kra permská tolik význačných součástí, že lze velmi dobře rozlišovati je podle původu. Také podařilo se autorovi objeviti u Poříčan a u Odrážky (sev. Sadské) značný palaeontologický materiál, kterým byla bezpečně zodpověděna otázka o stáří.

A) Usazeniny nejmladší.

Způsob, jak nyní Labe usazuje písek a štěrk, a povahu těchto nánosů lze nejlépe pozorovati v „Starém Labi“ na severu Sadské. Před 50 lety řeka byla regulována a vedena tětivou velikého oblouku, jímž dříve tekla. Do bývalého dna vykopáno v posledních dvou letech několik jam ½ *m* až 1 *m* hlubokých a 2 až 5 *m* rozsáhlých, z nichž těží se písek a štěrk. Na stěnách jich (ve výši 1·6 *m* nad normálem) lze pozorovati zvrstvení křížové (antiklinálně diagonální). Písek je načervenalý a má zrna většinou zakulacená nebo aspoň zaoblená, velikost zrn okolo 1 *mm*. Hojný štěrk měří 1 až 5 *cm*, je hranatý a málo zaoblený. Mnohé živce jeví ostré obrysy. Oblásky náležejí rule, žule s červeným živcem, zvětralé opuce, křemenci, drobnozrnnému pískovci, fyllitu, permské břidlici a permskému

[1]) Rozpravy Čes. Akademie roč. XVIII, tř. II, čís. 15 r. 1909. Literaturu viz tamtéž.

slepenci, jehož tmel nahrazen byl limonitem. Přítomny jsou i ploché destičky a kuličky s korou z rudy manganové a měkkým jádrem limonitovým.

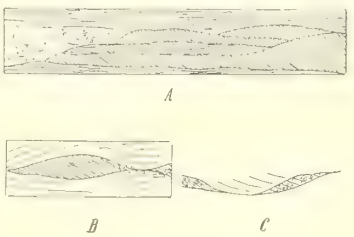


Obr. 1. Okolí Sadské a Poříčan. *P* písečník, *C* cihelna, taras nejmladší (prázdná místa), zvěřínský (vodorovné čáry, na jz. Kostomlátek až k Labi však značí vyšší stupeň tarasu nejmladšího), třebestovický (šikmé čáry), hořanský (vodorovné krátké čárky), větší výskyty svahových štěrků (řídce tečkovány), lože hlíny (hustě tečkována), opuka a slín (označení podobné zdivu, na z. Kostomlátek kol Doubravy však značí písky a hlíny tarasu zvěřínského), perm (hustě křížkován). *V. d.* vrtné díry.

V písku převládá křemen a skrovně se leskne muskovit. Jest velmi čistý a shoduje se s pískem, který Labe v zátokách usazuje. Převahu má křemen bezbarvý, kdežto zrnek žlutavých a červenavých jest méně. Tím vzniká

celkové slabě žlutočervené zbarvení. Poměrně hojná jsou zrnka tmavě hnědá, tmavě šedá až černá. Náležejí hlavně amfibolu a turmalinu. Červená zrnka jsou orthoklas. Také bílá zrnka patří živci a jest jich méně, než jinde shledáme.

Celý levý břeh labský odtud až k Pístům bývá téměř každoročně podemílán za vyšší vody. V Pístech je tvořen opukou a má výšky až 4 *m*. Na západě Píst zapadá hranice opuky pod červenavou hlínu, aby naproti Kostomlátkům přestala zcela. Tu je břeh složen z písku rezavého, pod nímž však jest vrstva písku dosti čistého, zrna as $^1/_4$ *mm*. V hloubce 3 *m* je písek jemně pruhován vrstvičkami písku rezavého a pod ním na začátku čtvrtého metru začínají oblásky a destičky opukové sotva 1 *cm* dlouhé. Odtud dále na západ jeví povrch značné nerovnosti a k Odrážce přibývá těchto povrchových vln až 0·8 *m* hlubokých. Na průřezu jedné takové vlny (naproti písečným ostrovům) spatřujeme nejvýše načervenalý písek nečistý as 1 *m* mocný, pod ním hlínu červenou stejně mocnou, kryjící písek bílý a rezavě pruhovaný. Hlína jeví nepravidelný kolmý rozpad, obsahuje rourky po kořínčích a na trhlinách bílé výkvěty vápenité. Dolní písek bílý má sloh křížový (obr. 2. *A*). Na obrazci znázorněn pruh as 200 *cm* dlouhý a 30 *cm* široký, obsahující jednak pruhy písku vodorovně zvrstvené, jednak štěrkové „ostrůvky" proudem nasypané o vrstvičkách velmi hustých, narezavělých, hojné oblásky uzavírajících. Ploché oblásky jsou ve směru vrstviček položeny a nejlépe prozrazují vrstevnatost. Mnohé z „ostrůvků" jsou proti proudu nižší a po proudu vyšší. O 20 kroků na z. leží ve výši těchto pruhovaných písků šedý písek s oblásky, jež jsou uloženy v útvarech čočkovitých a ve výběžcích těchto čoček na straně po proudu (obr. 2. *B*). Tamtéž se hlína nahoře vytráceti začíná, majíc jen mocnost 20 *cm*. Proužek její as 6 *cm* mocný objevuje se o 30 *cm* níže v písku. Tato dvojice hlinitých pruhů pokračuje po proudu s nepravidelnou mocností, ale brzo objeví se pět slabých rovnoběžných vrstviček přepásajících prostor as 2 *m* široký. Je to na místě, kde se břeh labský náhle o 1·6 *m* snižuje a lemuje končinu v nedávných dobách za povodní jistě zaplavovanou. Tu přestávají v řečišti ostrovy písečné. Také u Odrážky lze v břehu povodněmi strhaném spatřiti „ostrůvky" štěrkové o rozměrech průřezových as 100 × 25 *cm* ve výši 2 *m* nad vodou. Vrstvičky mají sklon 8° po proudu a obsahují hojnost štěrku. Mnohé z nich se prodlužují v niťovité výběžky (obr. 2. *C*) a jsou posunuty i vzhůru na šikmé plochy. Horem tísní písek vrstva hlíny as 1 *m* mocná se skořápkami recentních plžů a mlžů. Na hlíně, jejíž povrch je erosí zvlněn, leží na $^1/_2$ *m* písku a nejvýše ornice (30 *cm*). Hlína má rozpad kolmý, je dosti písčitá, načervenale tmavošedá, za sucha tvrdne



A *B* *C*

Obr. 2. Příklady zvrstvení v labském břehu.

a nesnadno se drobí. Chová dosti slídy. Kyselinou nešumí, při analysi nalezl jsem toliko 0·43% $CaCO_3$.[2])

Roku 1909 nalezl jsem tamtéž ulity plžů a skořápky mlžů:

Fruticicola (Eulota Htm) *fruticum* Müller (Clessin). Hlemýžď plavý.

Helix (Vallonia Risso) *pulchella* Müller. Hlemýžď drobný.

Succinea (Lucena Oken) *oblonga* Drap. Jantarka podlouhlá (typ., mladý exempl.).

Unio (Limnium Oken) *batavus* Lam. var. *amnicus* Ziegl. Velevrub tupý.

Plži a mlži tito podle zprávy dra. J. B a b o r a, který je určil, neliší se ničím od nyní žijících. Roku 1911 nalezeny za pomoci adj. V i l é m a S o k o l a nové druhy, jež určil nebo určené revidoval opět dr. J. B a b o r. Jsou to:

Helix (Tachea Leach.) *hortensis* Müller. Hlemýžď keřový.

Helix (Fruticicola Held.) *incarnata* Müller. Hlemýžď narudlý.

Helix (Arionta Leach.) *arbustorum* L. Hlemýžď horský.

Buliminus (Napaeus Albers.) *montanus* Drap. Hladovka skalní.

Cionella (Zua Leach) *lubrica* Müller. Oblovka lesklá.

Cionella (Caecilianella Bgt.) *acicula* Müller. Oblovka šídlovitá.

Hyalinia (Polita Held.) *radiatula* aut. boh., *Hammonis* Ström. Skelnatka rýhovaná.

Clausilia (Clausiliastra Möllend) *laminata* Montg. Vřetenatka hladká.

Bythinia tentaculata L. Bahnivka rmutná.

Carychium minimum Müller. Síměnka trojzubá.

Pisidium pulchellum Jen. Hrachovka lepá (mlž.)

Také tyto druhy neliší se od recentních, někteří dosud žijí na témž místě. Platí to o hlemýždi plavém, hlemýždi drobném, oblovce lesklé a šídlovité, síměnce trojzubé a hrachovce lepé, jež tam sbíral adj. V i l é m S o k o l. Hlemýžď narudlý objevuje se nejblíže u Poříčan (leg. týž), kdežto ostatní žijí teprve ve vzdálenějším Polabí. Ve spise J. U l i č n é h o[3]) uvádí se hlemýžď horský od Poděbrad a St. Boleslavě,[4]) jantarka podlouhlá z týchž nalezišť, hladovka skalní od Poděbrad, skelnatka rýhovaná od Staré Boleslavě a Pardubic, vřetenatka hladká od St. Boleslavě, bahnivka rmutná[5]) od Nymburka a Kolína. Jmenovaný velevrub žije podle dr. J. B a b o r a[6]) dosud u Nymburka ač velevzácně.

Z plžů jen jeden obývá stojaté a mírně tekoucí vody (bahnivka rmutná), jen dva milují břehy vod (skelnatka rýhovaná a síměnka trojzubá), pět vlhká místa, kdežto ostatní (hlemýžď plavý, keřový,

---

[2]) Toto určení jakož i všecka následující vykonáno zjištěním rozdílu na váze, který vzniká, když veškera kyselina uhličitá prchne. (Srov. K e i l h a c k : *Lehrbuch der praktischen Geologie*, 2. vyd. 1908, str. 530 a n.)

[3]) J. U l i č n ý : *Měkkýši čeští*. 1892.

[4]) Od Polep u Kolína jej uvádí dr. J. B a b o r (*Měkkýši českého plistocaenu a holocaenu*, 1901, str. 27).

[5]) Dr. J. B a b o r uvádí jej od V. Zboží u Kostomlat (l. c. str. 49).

[6]) l. c. str. 55.

narudlý, horský a hladovka skalní) jsou obyvateli křovin. Odtud plyne, že lože hlíny hlavně bylo naneseno za občasných záplav, čemuž i skrovný obsah vápenitý nasvědčuje, a že náleží alluviu. Okolnost, že se zde písky s hlinou alluviální střídají, zdá se potvrzovati, že celý taras akkumulační $3\frac{1}{2}$ *m* nad hladinu labskou vyčnívající náleží alluviu.

K nejmladším usazeninám sluší dále připočísti skoro celou oblasť inundační a krajinu mezi hraničními čarami (wagramy, rideaux) labských maeandrů i přítoků. Voda se v ranných dobách alluviálních za povodně ovšem rozlévala dále než nyní (mívaloť řečiště labské u Sadské výšku 178 *m* n. m.)[7]) a vody stouply při rozvodnění k vrstevnici 181 *m* n. m. u Sadské, 179 *m* n. m. u Hradišťka, 177 *m* n. m. u Semic. Výška nejvyšší vody jest nyní + 3·25 *m*. Číslo to za ranného alluvia nebylo větší, ale spíše menší, neboť řečiště bylo širší a volnější. Účinek záplav byl celkem nepatrný, neboť na odkryvech ho nelze takřka pozorovati. Horní vrstva ornice je tak slabá jako kdekoli výše, pročež nebyla ani celá inundační oblast ranného alluvia na mapce jako alluvium zakreslena. Lépe a bezpečně se prozrazuje činnost alluvia zřetelnými erosemi mladými podél potoků a při ústí jejich. Rozsáhlý okres jest od Zvěřínka na východ při soutoku Černavky či Všembery a Výrovky a pod soutokem tím. Erosivní taras potoční je 1·2—1·6 *m* pod okolím, o kus dále k severu až 2 *m*, hlavně na břehu pravém. Hraniční čáry jsou až 150 *m* od potoků vzdáleny. Podobná erose je i při dolním toku potůčka Kačeny, jenž se u mlýna Kopaníka („Lada“ spec. m.) vlévá do Výrovky. Má 50 *m* šířky a hloubky až 3·2 *m*. Erose Všembery není tak hluboká a prozrazuje se hlavně neklidným terénem na jihu Sadské. To platí též o erosní oblasti labské, takže nikterak nejsme v pochybnosti při rozhodování, co patří k ní a co nikoli. Jdeme-li od Kostomlat do Hradišťka, scházíme skoro uprostřed cesty po příkrém prahu „Beránky“ do vlhkého úvalu, jímž začíná nejvyšší alluviální taras labský, dolinou as $1\frac{1}{2}$ *m* hlubokou oživený. Dále u lesa neklid povrchu vzrůstá. Scházíme na nižší a mladší taras alluviální, oddělený od severního zřetelným prahem. Také zde je terén u prahu nejvíce snížen (3·6 *m*) a tůní ozdoben. Přes taras ten dojdeme konečně k Labi, jež zde zapustilo břehy 3 *m* hluboko do písečného složiva jeho a samo běží po opuce. Podobné dva alluviální tarasy nalezneme i na levém břehu Labe na jih a jihozápad od Kostomlátek a j. Slaté vrstvy hlíny jsou mezi Doubravou a Odrážkou, na z. Kostomlátek a mezi touto obcí a Písty na pr. břehu labském a j.

B) Taras zvěřínský.

Výše než oba tarasy labské prostírá se nejrozsáhlejší taras, jejž zovu *zvěřínský* podle obce Zvěřínka (sv. Sadské), kteráž celá na něm leží (183 *m*

[7]) Je to nejvyšší bod mezi hraničními čarami tamtéž. Viz též studii autorovu l. c. str. 6.

n. m.) a v jejímž okolí je povrch jeho úplně rovný. K západu zvolna klesá až na 177 *m*, k východu a jihu stoupá, tedy ve shodě s tokem řeky Labe. Povrch jeho nikdy nejeví té pohyblivosti jako povrch tarasů labských, čímž nejlépe prozrazuje své větší stáří. Okolo Sadské zvláště na jihu města dosahuje výšky 190 *m* (Kaplička, Horní Kersko), dále k jihu ještě poněkud stoupne a u vrstevnice 200 *m* skoro všude přestává pod zřetelným prahem tarasu vyššího. Na pravém břehu labském leží na něm Doubrava, Kostomlátky i Kostomlaty (185 *m*), kdežto návrší Beránka (190 *m*) a Zadní Čtvrt (192 *m*) jsou zbytky tarasu vyššího.

Usazeniny tarasu zvěřínského jsou rozmanité i scházejí. Poslední dvě na pravém břehu Labe jmenované obce jsou na opuce a slínu, což platí i o západní části Třebestovic a o obci Pístech. Na východě Kostomlat tam, kde odbočuje od silnice nymburské silnice do Kamenného Zboží, je založen v tarasu tom v malé vlně as 1 *m* nad okolím se zdvihající písečník o hloubce 2 *m*. Pod 40 *cm* písčité ornice leží písek jemný (zrno ½ *mm* až 1 *mm*), barvy jasně žluté, zrn dokonale omletých, povrchu mdlého s povlakem vápenitým. V hlubších polohách střídavě s pískem jemným leží písek hrubý. Obsahuje nejvíc omletých zrn (2 *mm*), zrna větší (3 *mm*) jsou hranatá, částic práškovitých je velmi mnoho a kyselinou silně šumí. Některá zrna jsou vápencem slepena. Místy se objevují i pruhy písčitě slínovité, jichž písek se za sucha v hrudky slepuje a potahuje se vápenitými povlaky skvěle bílými ve tvaru přejemné plsti. Pokud se slínu a vápence týče, jsou vrstvy ty původu místního, byvše sneseny vodami s okolních vyšších návrší. Není zde totiž celé okolí přikryto pískem. Hned na jižní straně Kostomlat za cihelnou, kteráž ze slínu cihly pálí, je podobná vlna v půdě, avšak záleží zcela ze slínu. Také pod obcí není písku. Pod ornicí až 90 *cm* mocnou je řada oblásků často přetrhaná. Kdežto písek v písečníku má vzhled poměrně mladý, podobají se oblásky štěrku, který najdeme na opuce na kopci Sadském (213 *m*).

O složení zvěřínského tarasu na levém břehu labském zprávu dávají písečníky v Hradišťku, v „Borcích“ sadských, písečníky u Velenky, u myslivny třebestovické, u Třebestovic, studně v těchto obcích, jakož i Kersku, Sadské a Semicích. V Doubravě jsou studně i 7 *m* v písku.

Hradišťko. Podle „*Poděbradska*“ [8]) je v obci ornice 1 *m*, jemného písku pod ní 2 *m*, hrubozrnného 2 *m*, pak následuje štěrková vrstva 1 *m* mocná ležící na slínu (½ *m*) a opuce. Tyto poměry vládnou ve střední části vsi. Na jihu proráží se při kopání studnic písku ještě více. Při pokusném vrtání České Spořitelny [9]) u Hradišťka (vrtná díra č. 83 na jv. obce) nalezeno 45 *cm* humusu s červeným pískem, 40 *cm* červenavě šedé, měkké

[8]) Kožíšek-Čečetka-Brzák: *Poděbradsko*, I., 1906. Část geologická od J. Hellicha.

[9]) Geologické poznámky mi učiněny přístupnými Správní radou společné vodárny v Praze.

hlíny, 20 *cm* podobně zbarveného jemného písku, 70 *cm* temně červené jílovité hlíny, 3·25 *m* šedého písku s oblásky a valouny velikosti ořechu. Pod ním v hloubce 5 *m* teprve začíná tvrdý slín.

Malý písečník na v. od sadské silnice prořízl kraj zvěřínského tarasu, který tvoří prah nad tarasy labskými. Nejvýše spatřujeme písek létavý (30 *cm*), pak černou hlínu (bývalou prst) s malým množstvím štěrku (mocnost 10 *cm*), níže žlutý písek s drobným štěrkem (mocnost 50 *cm*), jaký jest i v sousedním písečníku as 400 *m* odtud na západ, a nejspodněji štěrk až 6 *cm* veliký vodorovně zvrstvený s malým množstvím písku. Celkem odkryty 3·2 *m*.

Výskyt hlíny zde objevený jest celkem nepatrný a zdá se náležeti spolu s pískem jemným, jímž hlína jest přikryta a s nímž se střídá (v průřezu Českou spořitelnou získaném), k mladším vrstvám tarasu zvěřínského. Byl nanesen vodou asi jako vrstvy hlíny u Odrážky a jest též vápencem chud. Pro značnou výši (8 *m*) nad Labem nelze ho považovati za alluviální. Vrstvy štěrkové v podloží činí dojem ještě starší než vrstvy hlíny a jemného písku.

Od písečníku východního počínaje šíří se k jihu a jihovýchodu rovina členěná jen nepatrnými alluviálními erosemi, v jichž nejhlubších místech vedou odvodňovací příkopy. Ústí těchto erosí 1·6 *m* až 3 *m* hluboké a na 80 kroků široké najdeme od popsaného písečníku 250 *m* na východ. Zcela se podobá erosi podél sadského potoka či náhonu mlýnského (umělého), kdež vytvořen mezi Sadskou a lesem na severu Sadské velmi plochý (hloubka sotva $^3/_4$ *m*) a dosti široký (50 kroků) žlab, při ústí jeho pak vznikla strž přes 5 *m* hluboká, uměle v hořejší části pod mlýnem Celnou prohloubená.

S a d s k á. V lese „Borky“ od ústí náhonu na západ založen v posledních letech písečník rozsáhlý. Pod světlešedým pokrovem dílem nezvrstveným, dílem humusové pruhy jevícím a as 60 *cm* mocným, z části původu aeolického, z části však i vodního (obsahuje štěrk místy až 4 *cm* veliký) následuje písek žlutý střídavě jemnější a hrubší vodorovně zvrstvený. Písek je pruhován zelenavými vrstvami vodu vedoucími, v nichž jen se kořeny rozvětvují. Zde onde vyvinuty jsou bílé slínovité, za sucha tvrdnoucí lavice tenké i tlustší až 8 *cm* mocné. Na stěnách jdoucích od ssv. k jjz. (s 19° v.) jsou prořízuuty pěkně „štěrkové ostrůvky“, svědčící o proudu, který je pošinoval. Toliko humosní vrstvy z valné části přesypové leží nad niveau okolní krajiny (60—120 *cm*), zvlňujíce ji tak nepatrně, že unikají zběžnému pozorování. Teprve o kus dále směrem k náhonu mlýnskému mění se obraz, neboť alluviální erosí osamoceny tam značně svědecké kopečky.[10]) Písek přesypové části naší má zrna dosti zakulacená, o průměru as 1 *mm*, zrn 2 *mm* velikých je pořídku. Povrch zrn je jako poprášený. Živcových zrnek je pramálo. Zde onde vyvalují se zbytky kulturní (střepy). Naplavený, světle červenavý písek v podloží přesypu

[10]) Viz studii autora l. c. str. 22.

je značně rozdílný jednak čistotou povrchu a leskem, jednak není tak zakulacený a má velmi mnoho zrnek živcových. Kyselinou nešumí. Zrna je dvojího, velmi stejnoměrného. Vrstvičky jemného písku mají zrnka 0·2—0·8 *mm*. Vrstvy hrubého písku jsou světlejší a mají zrnka dokonaleji zaoblená až 1·5 *mm* veliká, některá jílem jsou bíle poprášená. Vrstvy zelenavé vodu vedoucí jeví se po vyschnutí šedě bílé a záležejí z písku nejjemnějšího. Bezbarvá zrnka křemenná v nich měří 0·2 *mm*, ač zrnka 1—2 *mm* měřící nescházejí. Slepují se za sucha v drobivé hrudky přejemným jílem. Místy se třpytí šupinka slídy. Vrstvy bílé za sucha značně tvrdé jsou stejně složeny jako zelenavé, ale obsahují více jílu práškovitého, až prsty bíle barví. Kyselinou také nešumí. Štěrk má velikost až 1½ *cm* a záleží z křemene, křemence, buližníku, žuly s červeným živcem, bělavých, silně zvětralých a zaoblených destiček permské břidlice a zbytků jiných zcela zvětralých hornin. Poněvadž slínových vrstev nenalezneme uvnitř vyššího a staršího tarasu, který zde na východ náhonu mlýnského jest mohutně vyvinut, musíme prohlásiti taras zvěřínský v „Borcích“ aspoň ve svrchní části za taras akkumulační, přikrytý nepatrnou a tarasu toho mladší vrstvou přesypovou.

Při stavbě domků mezi Sadskou a „Borem“ (na jih od hotelu) získáván r. 1912 písek z jámy pískové tamtéž založené. Pod ornicí (50 *cm*) ležel slín silně vápnitý (50 *cm*) a pak písek vodorovně zvrstvený s proplástmi štěrku drobného. V štěrku spatřiti bylo lze veliké množství zvětralých oblásků a valounků pískovce, červené žuly s turmalinem, ruly a břidlice permské. Písek tento při hlubokém vrtání na severu hotelu na pozemku Frant. Honzáka zjištěn až do hloubky 5·30 *m*. Nalezeno tam 70 *cm* ornice, 30 *cm* žluté hlíny, 2·10 *m* jemného žlutého písku a 2·20 *m* hrubého písku žlutého s vrstvami štěrku (údaje z vrtacího protokolu firmy Thiele). Při kopání nové studnice v zahradě měšťanské školy (188 *m*) v Sadské nalezeno[11]) 50 *cm* ornice, 50 *cm* slínu, 60 *cm* písku s hrubým štěrkem hranatým i zaobleným, 50 *cm* písku s droboučkým štěrkem a 55 *cm* písku bez oblásků, v kteréž vrstvě práce zastavena, neboť se přišlo na vodu (hloubka celková 2·65 *m*). Písek s hrubým štěrkem a písek se štěrkem drobným odděleny jsou vrstvou písečnou rezavě zbarvenou, sotva 1 *cm* mocnou. Podobné vrstvy prokopány též v studni u jatek (188 *m*). Při hlubokém vrtání na „Husinku“ (188·5 *m*) proniknuto na 1 *m* ornice, 7 *m* písku, 3 *m* hlíny trouchem zbarvené a zbahnělé (při novém vrtání o 200 *m* na západ zmohutněla vrstva ta až na 6·9 *m*), 10 *m* písku se štěrkem, jenž dole v posledních 2 metrech nabyl převahy nad pískem. Teprve v hloubce 21 *m* přišlo se k opuce.[12]) Tyto poměry vládnou toliko na jihovýchodě, kdežto v ostatní části města náhle písku ubývá. V čísle p. 244 (190 *m*) vykopán v hloubce 1·25 *m* štěrk z oblásků a valounů velikosti pěstě záležející, pod nímž na-

[11]) Podle záznamu ředitele měšť. školy v Sadské V. Smutného.

[12]) Podle vrtacího protokolu firmy J. Zima v Chlumci nad Cidlinou.

razilo se v ssuti opukové na sloj písku nepatrnou (celková mocnost as 30 *cm*). Nové údaje tyto docelují obraz již r. 1909 podaný autorem.[13]) Vrstvy horní se slínem i vrstva humusové hlíny s jemným pískem v nadloží činí dojem vrstev menšího stáří než písek se štěrkem a štěrk pod nimi. Má tedy zde taras zvěřínský charakter akkumulační, spočívaje na tarasu starším. Hrubé oblásky na vrstevnici 190 *m* jsou podle všeho splaveny s temene vrchu Sadského. K usazeninám zvěřínským patří i slabá vrstva (50 *cm*) se slínem v okolí hotelu i žlutá hlína tamtéž (30 *cm*), z nichž první lze sledovati na jz. až do „Dílů", kdež se střídá pod ornicí slín s jemným pískem. Podobné lze zjistiti místy i na j. vrchu Sadského. Mezi Kapličkou a slínovým vrškem na z. uložena jest pod ornicí hlína.

Ta se ukazuje též u Třebestovic, kde v čís. 59 při kopání studně proražena pod vrstvou štěrku as ½ *m* mocnou (štěrk zvící husího vejce) hlína načervenalá velice písčitá, kyselinou nešumící, štěrkem pomíšená. Lože pokračuje odtud na jv. Na vodu přišlo se v ní v hloubi 7 *m*, kdy kopání zastaveno. V témže čísle v středu zahrady (20 *m* na s.) objevili pod ornicí na 5 *m* písku, pod ním 50 *cm* slínu a opět písek. Odtud 250 *m* na z. v studni sušárny na čekanku (199·5 *m* n. m.) odkryty až do hloubky 9 *m* jen vrstvy hrubého písku, s nímž střídají se v horní polovině pruhy oblásků velikosti lískového ořechu a vrstvičky slínu. V hloubi 4 *m* prokopali vrstvu železitého slepence o mocnosti 20 *cm*. Nejhlouběji leží písek povrchu méně čistého s hojnou slídou a štěrkem. Celkem jsou vrstvy vodorovné, slabě zvlněné. S písky žlutavými střídají se rezavé o mocnosti 2 *cm*. Hlubší vrstvy bez slínu a hlíny nalezneme dále k jz. ve vyšším tarasu i nelze jich počítati k usazeninám zvěřínským. Vrstvy vyšší pak činí dojem nánosů svahových.

Na sz. a s. Třebestovic vystupuje opuka na den, jsouc přikryta jen hlinitou ornicí se štěrkem (studna v domě Němečkově na západ od strážného domku); balvan opukový při cestě od Kapličky prozrazuje podzemní opukové návrší, jež postupuje odtud na západ do Kerska, kde v lovčím domku (197 *m* n. m.) pod vrstvou písku 1 *m* mocnou objeven slín a opuka.[14])

K e r s k o. Na východním kraji u myslivny třebestovické jsou založeny tři písečníky 2·5 až 3*m* hluboké. V obou východních je nejvýše písčitá prsť (20 *cm*) se zrny křemennými černě zbarvenými, jež v pruzích a lalocích vniká do písku ve spodině, který je žlutý a jemný s hojnými bílými zrny živcovými a štěrkem 1—3 *cm* velikým. Pod vrstvou touto as 30 *cm* mocnou leží podobný písek bez štěrku se zrny dokonale zaoblenými (90 *cm*) a ještě níže rezavý písek se zrny hydrátem železitým povlečenými a s hnízdy písku bílého. Bílý písek obsahuje práškovité součásti, ale také kaménky až 5 *mm* měřící, většina zrn však jest 0·5 *mm* v průměru. Povrch

[13]) l. c. str. 2.

[14]) Údaje o studnách v Kersku a celkové povaze půdy pocházejí většinou od lesního úřadu J. J. knížete Hohenlohe-Schillingsfürstu.

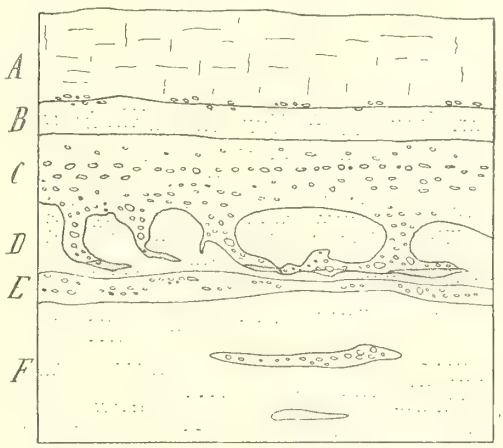
jejich je čistý, velká jsou dosti hranatá, červené živce mají ostré obrysy. Také nalézáme slídu a hrudky pískovce s tmelem hlinitým. K jihovýchodu stávají se vrstvy rezavého písku pevnějšími, jsou zvlněné jako okruží, obsahujíce úlomky živce až 1 *cm* veliké a štěrk z pískovce permského. Zrna křemenná mají zaoblená i hranatá. V písečníku na sever od silnice přímo proti myslivně je pod prstí (20 *cm*) vrstva písku s oblásky (20 *cm*), rezavě žlutý písek (20 *cm*), rezavá tvrdá „slejvavka“ (4—7 *cm*) obklopená žlutobílým jemným pískem (10—20 *cm*). Nejdoleji je hrubší písek (30 *cm*) proložený as 5 pruhy slepence střídavě s pruhy drobného štěrku majícího sotva 1 *cm* průměru. Veškeré písky ty nechovají vápence. Obsahujíce veliké množství slepence železitého zdají se mi starší tarasu zvěřínského. — Malý opuštěný odkliz písku je u bodu výškového 183 *m*. Je as 1 *m* hluboký a obsahuje jemný písek. Na sever od silnice povrch zvolna klesá k vrstevnici 180 *m*, za níž je taras zvěřínský pokryt slabou vrstvou alluvia, zvláště v místech, kde se druhdy rozkládal veliký rybník kerský, jehož hráze až 4 *m* vysoké jsou dosud na západě a severu zachovány. Na jz. a j. Hradišťka jsou v nich založeny dva nepatrné odklizy písku a hlíny (obr. 1. *P*, *H*). Písčito hlinitá půda je za počasí mokrého mazlavá a úplně nepropustná, v létě přespříliš horká. Za trvalého sucha vzniká z ní spraš, kterou vítr daleko odnáší. V studni myslivny hradišťské je nahoře 30 *cm* písčitého humusu, pod ním 1 *m* mocná vrstva čistého písku, pak slín.

Laločnaté záhyby vrstevnic v Kersku, zvláště vrstevnice 180 *m* a 190 *m* svědčí, že erose i akkumulace, jež zde vybudovala taras zvěřínský, postupovala hlavně od jihu k severu a východu. Teprve poblíž Labe v směru Sadského vrchu je směr erose namířen od jv. k sz. Vrstevnice 180 *m* vysílá k s. tři laloky, vrstevnice 190 *m* rovněž tři menší k s. a jeden mohutný 3 *km* dlouhý k východu. V studni hájovny u Velenky je při povrchu na 1 *m* písku bílého, pod nímž leží slín bílý, pak modrý a v hloubce 5 *m* opuka. As 500 *m* na jih od výškového bodu 189 *m* vrtala Česká spořitelna (č. 184.) a zjistila 25 *cm* humusu, 95 *cm* žlutého písku se štěrkem velikosti ořechu, pod nímž následoval šedý slín do hloubky 5·1 *m* a modrý slín, jenž v hloubi 8·5 *m* přešel v opuku. (V. d. 85. na obr. 1.) Podobná mocnost diluvia jest i v celém severozápadním cípu horního Kerska, všude písek s drobným štěrkem malého stáří, příslušný k akkumulačním členům tarasu zvěřínského.

Mohutnější usazeniny zjištěny vrtáním České spořitelny u Semic. Vrtná díra č. 82 (viz obr. 1.) proráží postupně 25 *cm* jemného rezavého písku hlinitého, 1·25 *m* žlutého jemného písku, 65 *cm* černého bahna, 35 *cm* černošedé hlíny se štěrkem zvící ořechu, pak v hloubce 2·50 *m* opukový slín. Vrtáním č. 81 zjištěno 20 *cm* hlinitého písku s trouchem, 1·70 *m* podobného písku bez trouchu a 2·50 *m* šedého štěrku zvící ořechu s pískem. Pod ním v hloubce 4·40 *m* nalezen slín namodralý.

Velenka. V obci (195 *m* n. m.) vystupuje opuka na den. V zářezu nové silnice k Dobřejovicům těsně u Velenky je přikryt slín vrstvou oblásků

velikosti až holubího vejce 20 *cm* mocnou, nad níž leží černá hlína 78 *cm* mohutná. Podobné zjevy jsou i na západě obce, kde ve vzdálenosti 650 *m* (při cestě do Semic těsně u silnice erární) zjištěny vrtáním České spořitelny (vrtná díra čís. 183) tyto poměry: 70 *cm* prsti, 105 *cm* štěrku s hlinou a pod ním žlutavý slín, v němž v hloubce 4 *m* kopání zastaveno. Na jih odtud as 1 *km* (u lesa Mračenic) však ukázaly se ve vrtné díře čís. 185 tyto vrstvy: 25 *cm* písčitého humusu, 55 *cm* hnědého písku se štěrkem jako hrách, 20 *cm* světle šedého jemného písku, 3 *m* šedě žlutavého vápenitého písku, 4·8 *m* žluté tvrdé hlíny, 60 *cm* žlutého jemného hlinitého písku, 1·75 *m* nažloutle červenavého písku se štěrkem jako ořech velikým, 1·1 *m* šedého štěrku s pěst velikého s pískem a teprve pod ním, tedy v hloubce 12·7 *m* dosaženo namodrale šedého slínu, v němž práce zastavena. Jakost těchto vrstev, jež střídáním s vrstvami hlinitými připomínají vrstvy v studních třebestovicích, lze studovati ve dvou písečnících na severu Velenky. Bližší Králův je přes 2 *m* hluboký. Do 60 *cm* hloubky je písek téměř v slepenec utvrdlý maje nejvíc štěrku pod hlinitou prstí. Na spodině vrstvy spatřujeme černé pruhy zbarvené kysličníky manganu. Hlouběji je písek sypký, v něm v 150 *cm* tkví vrstvička slínu as 120 *cm* dlouhá, ostatní čočkovité výskyty slínu jsou mnohem menší. Štěrk měří 1 až 4 *cm*, výjimkou 8 *cm* a záleží z křemene, červené žuly, ruly, tmavě šedého buližníku, křemence, destiček zvětralé břidlice permské a j. Hranice mezi vrstvou štěrkem bohatou a podložím je zvlněná, místy proud štěrku do podloží zatéká. Zvrstvení je křížové. Ve východní stěně následují shora dolů čtyři vrstvy: štěrk, jemný písek, hrubý písek s pruhy černými a písek s drobným štěrkem as 1 *cm* měřícím. V tomto nejspodnějším písku jsou pruhy slínu laločnaté i rozvětvené, dolů vybíhající a na konci zduřující. S povrchu až do této vrstvy vniká lalok bílého písku se štěrkem. V písečníku obecním (od popsaného 400 kroků na sz.) leží pod šedou písčitou ornicí na 150 *cm* štěrku (až velikosti pěsti) s malým množstvím písku. Teprve níže je písek jemný. Na stěně západní (obr. 3.) spatřujeme na 60 *cm* písčité prsti, pod ní 20 *cm* hlinitého písku, kterýž je od prsti oddělen vrstvičkou štěrku. Pod hlinitým pískem je 60 *cm* obláskového štěrku s pískem, kterýž laločnatě vniká do vrstvy



Obr. 3. Západní stěna obecního písečníku na severu Velenky. *A* písečná prst, *B* hlinitý písek, *C* štěrk s pískem laločnatě vnikající do červenožlutého písku *D*, *E* štěrk s pískem, *F* písek žlutý bez štěrku s proplástvemi štěrku a jílu.

červenožlutého místy ztvrdlého písku, při čemž konce laloků se k severu ohýbají a vnikají pod písek ten, ano i zcela jej čočkovitě uzavírají. Na nejnižších místech těchto laloků se objevuje slín. Po té sleduje 20 *cm* štěrku s pískem, 90 *cm* žlutého písku bez oblásků avšak s vložkami štěrku a jílu, jež jsou ostře omezené a nepatrně mocné (as 15 *cm*). Sem tam na stěnách též pozorujeme pásky slínu slabě zvlněné až i jako okruží zkroucené.

Zjevy pronikání vrstev nejsnáze lze vysvětliti mohutným vodním proudem, jenž usazené vrstvy písečné (obr. 3. *D*, *E*, *F*) načechral, je posunovati počal a shora štěrk do nich vháněl. Poněvadž jsou laloky k severu ohnuty, mířil patrně proud k jihu; pohybuje rychleji vrstvami horními, roztrhal je v kry, mezi nimiž padal štěrk dolů a octl se částečně i pod krami těmi. Před tím, než proud se objevil, byl povrch dosti urovnaný a na něj vodami dešťovými naneseno trochu slínu z blízkého kopce velenského. Potom teprve přihnal se proud štěrk přinášeje. Je známo, že řeka teprve při proudové rychlosti 2 *m* za vteřinu dovede pohybovati všemi usazeninami na dně svém. Takové rychlosti snad nabyl předvěký proud na jistou dobu. Profily tyto jsou spolu důkazem, že taras zvěřínský je v podstatě tarasem vyhloubeným (erosivním). Zde měří usazeniny jeho toliko 140 *cm*.

Jiným památným dokladem erosního původu tarasu toho jsou opukové podzemní hřbety a kopce, jež nikde nevystupují nad úroveň okolí, majícího jednak směrem k Labi jednak směrem toku jeho spád asi 1 až $3\frac{1}{2}‰$. Takovými sbroušenými body jsou výskyty opuky v „Nohavičkách“ na sv. Zvěřínka, v Pístech a Kostomlátkách (výška vesměs 180 až 184 *m* n. m.), k nimž řadilo se snad počátkem alluvia i nynější opukové řečištní dno labské na jihu Doubravy a u Hradišťka. Podobné a podobného směru je pásmo opukových a slínových výskytů mezi Třebestovicemi (197 *m* n. m.) a Velenkou (195 *m* n. m.) Táhne se přes lovčí domek, kde je kryto jen nepatrnou vrstvou písku (skut. výška slínu zde 196 *m* n. m.). Pásmo toto náleží nejvyšším částem tarasu zvěřínského. Mezi oběma směrem skoro stejným napříat jest hřeben vrchu Sadského, jenž jako nejstarší svědek erosí krajinu ovládá. O erosích v době geologicky nedávné vypravují stupně více méně dobře zachované na místech, kde proudová vlákna vodních proudů ponenáhlu klesajících dotýkala se úbočí vrchu toho. O nejpamátnějším stupni nad cestou z ulice Jesemanské (zahrada Gethsemany) vybíhající a na úbočí jihozápadním nad vozovou cestou k cihelně vedoucí (ve výši as 192 až 195 *m* n. m.) stala se již zmínka.[15]) Tři nepatrné stupně lze pozorovati na severozápadě na „Slánce“. Nejníže běží stupeň stromy osázený. Stupně ty jsou rovnoběžné s hřebenem kopce, s nímž také rovnoběžně postupují dva menší stupně na konci vrchu proti Kersku, ale sklánějí se pod úhlem 6° k sz. a jsou tedy původu místního (bystřinami vyryté). Stupně ostatní jsou téměř vodorovné. Podobné zjevy spatříme též i na jiných „svědcích“ v Polabí, na př.

[15]) l. c. str. 6.

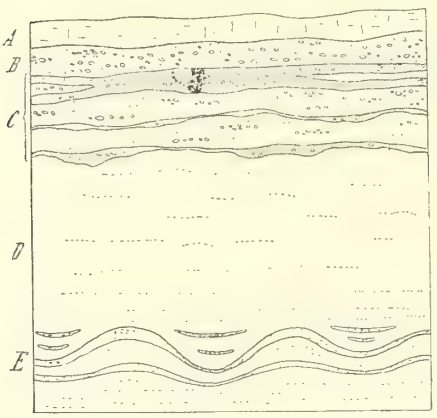
na hůře Přerovské na úbočí severním, kde lze pozorovati mohutné vrstvy písku (193—222 *m* n. m.) vyššímu tarasu náležející a pod nimi stupně. Všude dobraly se vody až k opukovému nebo slínovitému jádru vrchu.

C) Taras třebestovický.

Taras tento jest dílem zřetelným stupněm, dílem — na místě bývalých jesepů a svahových nánosů — povlovným svahem oddělen od nižšího tarasu zvěřínského. Památné jest, že nejeví tak značného spádu jako tento, ale že v rozsáhlé oblasti začíná přibližně na vrstevnici 200 *m*, kde téměř všude jeví se náhlé stoupání hustším šraffováním vyznačené. Velmi hojné jsou zbytky jeho jako kopce okrouhlého i laločného obrysu, též jako tabule přiléhající k stupňům vyšším se jeví a tu ovšem spíše zachoval svoji výšku než ve „svědcích", kde kolísá výška až i o 10 *m*. Spatřujeme jej za Labem v návrší Beránce (190 *m*), u Velelib (199 *m*) a Kovanska (191 *m*), odkudž pokračuje k Budiměřicům, Koutu (197 *m*), Pátku (191 *m*) a dále k Odřepsům, kde splývá s výběžky Oškobrhu. Přestoupí Cidlinu u Kanína (196 *m*) a zatáčí se k Oseku (196 *m*), aby za Labem vytvořil rozsáhlý terén s obcemi Klukem (194 *m*), Osečkem (191 *m*), Sokolčí (193 *m*) a Klipcem (195 *m*). Na severovýchod tohoto pásma je povrch půdy o 11 *m* snížen v taras zvěřínský právě tak jako na druhou stranu k Labi. Teprve potom opět půda stoupá a to pravidlem náhle na vrstevnici 200 *m*.

Nazval jsem taras podle obce *Třebestovic*, od níž na jihozápad v četných písečnících jest dosti dobře odkryt. V písečníku Kvízově poblíž sušárny na čekanku (za profilem trati dráhy 3·6 *km*) jest uložen štěrk zaoblený až 3 *cm* veliký ve vrstvách mírně zvlněných, množstvím štěrku se lišících. K členění přispívají proužky rezavé. Nahoře diskordantně pod úhlem 15° prostupuje vrstvička slínová, svědčíc ještě poslednímu zbytku svahového nánosu zvěřínského. V písečníku poblíž profilu 3 *km* leží pod písčitou prstí sotva 30 *cm* mocnou na 60 *cm* bělavého písku. Největší oblásky jsou v něm nahoře, měří až 6 *cm*. Pod ním je 120 *cm* písku rezavého, železitým slepencem tmaveji pruhovaného a čočkovité vložky oblásků chovajícího. Vrstvy jsou celkem vodorovné, ač nescházejí počátky zvrstvení křížového. Oblásky jsou dílem omleté (rula, žula, křemenec, pískovec křídový, buližník), dílem málo omleté (slepenec s železitým tmelem), dílem i ostrohranné (fyllity, břidlice a červené pískovce permské). Rula je dvojslídná s narůžovělým živcem, žula má živec červený a zcela se rovná žule u Hrstkova, křemenec je šedý i červenavý, také amfibolit zvětralý se vzácně objeví. V písečníku u profilu 2·8 *km* (800 *m* na jih od Třebestovic), jenž je nejrozsáhlejší a měří asi 100 *m* ve čtverci, pozorujeme na stěnách až 4½ *m* do hloubky vedených zase nejvíc štěrku nahoře. Štěrk ten je patrně zbytkem odplavených vrstev vyšších. Vrstvy jsou značně zprohybané, celkem však vodorovné. Písek žlutý a rezavý střídají

se ve vrstvách as 10 *cm* mocných. Písek z hloubky 2 *m* je štěrkem drobným pomíšený, zrna jsou zcela omleta a velmi čistého povrchu. Obsahuje dosti slídy. V hloubce 4 *m* objevují se vrstvy silně vlnovitě zprohýbané (obr. 4.), šířka vln 60 *cm*, hloubka 30 *cm*. Ukazují se hlavně na stěně severní a jižní, ač i na západní na jednom místě se zřetelně rýsovaly. Kdežto vrstvy horní



Obr. 4. Severní stěna písečníku u profilu 2·8 *km* v Třebestovicích. *A* šedá písčitá prsť, *B* štěrk, *C* písek s hrubým štěrkem (3—6 *cm*) proložený pásy rezavými, *D* žlutý písek, *E* vrstvy písečné a obláskové vlnovitě zprohýbané.

záležejí z písku hrubšího, proloženého pruhy oblásků 3—6 *cm* velikých, tak že v nejhořejších nelze již ani vrstev rozeznati (obr. 4. *B*), objevují se v hloubce 4 *m* (obr. 4. *E*) pruhy nejjemnějšího žlutavého písku (zrno okolo 0·3 *mm*) z čistých bezbarvých zrn křemenných, bílých zrnek živcových dosti hojných, černých a hnědých zrnek turmalinových a j. Slída schází. Zrnka jsou vesměs omleta. S nimi pak střídají se pruhy „slejvavky", jejíž zrna jsou slepena hydrátem železitým (jiného rozdílu není), a jako třetí vrstva pruhy s oblásky mnohem drobnějšími než nahoře. Toto trojí souvrství tvoří vlny, při čemž jest na vrcholku antiklinal tolik oblásků, kolik na spodině synklinal. Vrstvy, jež přecházejí přes vlny, jsou v celém písečníku nejrovnější. V cípu jihovýchodním a na stěně jižní jsou vrstvy železité (*C*) zvlášť mocně vyvinuty. Jinde sotva několik *cm* mocné zduřují zde v několik *dm* a probíhají jako zkadeřené. Vznikly dodatečně, neboť místy tvoří i miniaturní překocená sedla, ač vrstvy v nadloží i podloží jsou zcela vodorovné. V střední části stěny jižní lze napočísti nad vlnami spodními na 17 pruhů (as 1 *dm* mocných) s oblásky menšími než 2 *cm*, střídajících se s pruhy bezoblásковými. Nad nimi jest vrstva přes 1 *m* mocná bez zřetelného zvrstvení a s oblásky i valouny 3 až 4 *cm* velikými skoro bez písku. Vrstva ta, jak již řečeno, vznikla vyplavením písku, když koncem akkumulace se zas probudily síly erosní. Má nestejnou mocnost, tvoří i sedla, pod nimiž jsou pruhy štěrkové přetrženy a vzhůru a k východu vlečeny. Zvlnění vrstev v hloubce 4 *m* sotva lze vysvětliti jinak než tlakem. Štěrk je týž jako v písečníku předešlém. Písečník u profilu 2·6 *km* je opuštěný a nic nového nepodává. Celková mocnost vrstev třebestovických pozorování přístupných obnáší 12·2 *m* (nejvyšší bod písečníku u profilu 2·8 *km* je totiž 203·2 *m*, dno studně sušárny na čekanku 191 *m*). Taras ten pokračuje na z. k Dobřejovicům.

Milčice. U triangulačního bodu 199 *m* jeví se v písečníku Vozábově tento profil vrstev. Pod černou písčitou ornicí (40—80 *cm*) vápencem

bohatou leží slepenec železitý (20 *cm*) složený z oblého štěrku až 4 *cm* velikého, pak žlutočervená jílovitá hlína (10 *cm*) s povlaky vápenatými a zárodky cicvárů, také však s partiemi písčitými a kaménky až 7 *mm* měřícími. Potom následuje as 90 *cm* tužších písků proložených vrstvami drobného štěrku a konečně opět 90 *cm* písku podobného, ale zcela sypkého. Vrstvy jsou nepatrně skloněny k jv., dolní mez ornice však jest zcela vodorovná. Písky mají barvu žlutou a rezavou, jsou velmi čisté, zrna jemného (0·2—0·5 *mm*). Jen nejjemnější písek z hloubi 2·7 *m* šumí poněkud kyselinou (zrno 0·1 *mm*). Štěrk je výjimkou ostrohranný (rula), obyčejně omletý i zakulacený (červený pískovec permský, buližník, břidlice amfibolitová, šedý křemenec a j.). Jako v Třebestovicích i zde jsou v horních vrstvách patrny malé poruchy. V stěně východní je vrstva hlinitá přetržena a pokračuje o kus dále 3 *dm* níže. Tu také zabíhá shora proud štěrku téměř kolmo dolů. V jižní části písečníku je mnohem více štěrku a jest drobnější. Zvrstvení křížové je v písku horním zřetelně vyznačeno. Pro značny sklon, písčité vložky a štěrk, jež obsahuje, nutno považovati zdejší hlínu za přemístěnou a silně zvětralou spraš.

Odtud na j. a jz. vystupuje taras třebestovický v největší rozsáhlosti, maje tvar plošiny skoro úplně rovné. Větší odkryty jsou u *Tatec*. Poblíž výškového bodu 207 *m* na sz. Tatec je písečník jdoucí do hloubky 1·3 *m*, poblíž stejně vysokého bodu na sv. téže obce i těsně u obce jsou dva písečníky, jež oba mají 4 až 5 *m* hloubky. Písek je rezavý, nečistý, se zrny se slepujícími, výjimkou ve spodině bílý. Štěrk je hranatý, málo omletý a záleží ze žuly s červeným živcem, ruly tence páskované, zelené břidlice permské mnohem lépe zachované než severněji bylo lze pozorovati, permského slepence s tmelem železitým i jílovitým velmi hojným, křemence šedého a světle páskovaného a j. Štěrkové polohy střídají se s pískovými ve zvrstvení křížovém. V prvním písečníku převládá červený štěrk žulový a v hloubce 1 *m* táhne se proužek černý povlaky vadu zbarvený. Štěrk tu dosahuje velikosti až 15 *cm*. V ostatních jsou černé proužky nejspodněji. V obci samé proniká se při kopání studní vrstvou 5 *m* písku do slínu a opuky. Podobně jest na s. *Hořan* (v studni mezi strážnými domky 6 *m* písku, pak slín a opuka). Okolnost, že zde nabývají převahy v štěrku určité horniny permské a že je štěrk většinou hranatý až ostrohranný, svědčí, že se blížíme místům, odkud hmota na taras třebestovický vzata byla.

Uprostřed tarasu zvěřínského zachovaly se *erodované zbytky* vyššího tarasu třebestovického mezi Semicemi a Hradišťkem, v lese „Boru“ u Zvěřínka, na čtyřech místech na západě Sadské a u bodu 197 *m* v horním Kersku. U *Semic* je to oblast velmi jemného písku. Jest zde jediný táhlý a velmi nízký kopec, který poněkud připomíná scenerii sadského „Boru“; v něm otevřen jest písečník s načervenale žlutým, čistým pískem bez štěrku do hloubky 1·6 *m*. Od zrn práškovitých (sotva 0·01 *mm*) jsou zastoupeny všecky velikosti po 3 *mm*. Práškovitá zrnka jsou stejně hojná jako hrubší, mezi nimiž zrna 1 *mm* veliká mají převahu. Zrnka křemene

a živce jsou zakulacená, zrnka šedého buližníku jsou více méně hranatá a dosti hojná. Pro veliké množství práškových součástí nemohu ho považovati za písek původu aeolického. Spíše to již lze říci o malém písečném návrší pod bodem 183 *m* jv. Hradištka. Končina „U kamene" jest zvlněná, vršky jsou as 1·6 *m* vysoké. Písek jejich obsahuje hojný štěrk až 10 *cm* veliký. Vrcholky jsou přikryty navátým pískem (mocnost 60 *cm*), pod nímž spatřujeme vrstvu slínu (10 *cm*) a červený písek se štěrkem ve vodorovných pruzích. Štěrk záleží z křemene bílého i masového, ruly, křemence a j. Též se vyvalují hranaté kusy opuky až 1 *dm* veliké. Nejspodněji leží žlutý písek bez štěrku. Dále k východu vlní se povrch malými přesypy sotva 1 *m* vysokými a 4 *m* dlouhými.

Sadský *Bor* u Zvěřínka. K popisu aeolických útvarů, který jsem již podal,[16]) dlužno připojiti výzkum spodiny vodou usazené. Odkryty získané novou cihelnou zvěřínskou, jež pálí cihly z písku a vápna, mají jen vrstvy jemného žlutého písku zcela vodorovné (výška 183 *m* n. m.). V jámě při ústí mlýnského náhonu do St. Labe (179 *m* n. m.) ukázal se písek bílý s drobným štěrkem ve zvrstvení křížovém. Čtverým hlubokým vrtáním na vodu (obr. 1. *A*, *B*, *C*, *D*—*A* Českou spořitelnou r. 1897, *B* a *C* firmou Zimovou r. 1910, *D* firmou Thielovou r. 1912) získán jasný obraz. V místě *A* (5·6 *m* pod terénem Boru v ústí mlýnského náhonu do St. Labe) objevilo se 70 *cm* načervenale černého bahna (alluvium), 3·65 *m* šedého písku a štěrku velikosti ořechu, 4·50 *m* černošedého štěrku zvící vejce s pískem a teprve v hloubi 8·85 *m* (14·45 *m* pod povrchem Boru) došlo se k slínu opukovému. V místě *B* prokopali postupně 20 *cm* písku s trouchem, 50 *cm* žlutého písku, 2·80 *m* bílého, 20 *cm* žlutého, 3·30 *m* bílého, 5 *m* šedého, pod ním 3 *m* podobně zbarveného písku hrubšího a na konec 50 *cm* štěrku s pískem. Došlo se tedy k slínu v hloubce 15·50 *m*. V místě *C* byly poměry velmi podobné: 50 *cm* písku s trouchem, 2·40 *m* bílého písku jemného, 4·10 *m* žlutého, 2 *m* šedého písku stejně jemného, 3 *m* písku hrubšího a 1·50 *m* štěrku s pískem. K slínu se došlo v hloubce 13·50 *m*. V místě *D* našli 8·40 *m* žlutého písku, pod ním 4·90 *m* písku šedého a 2·90 *m* štěrku s pískem. Štěrk měl až velikost pěsti. Slínu dosaženo v hloubce 16·20 *m*. Vrtná díra *B* jest v terénu o výšce 183 *m* n. m., spodní hranice tarasu má zde tudíž výšku 167·50 *m*, tedy 7·50 *m* pod nejbližší částí řečiště labského.[17]) Tak nízko také leží spodní mez diluvia v Sadské (vrtání na „Husinku"), totiž 21 *m* pod povrchem, který má výšku 188 *m* n. m. Ostatní

[16]) l. c. str. 6 a n. K návrhu vysvětlovati tento zbytek tarasu třebestovického jako hrást tektonicky zvednutou vyslovenému tamtéž (v pozn. 54) nenalezl jsem dalších dokladů.

[17]) Podobný případ je u Peček na dr., o němž autor již učinil zmínku (l. c. str. 3, poznámka 11. sled vrstev v Pečkách). Také Všembera u Klučova nejde po skalném podkladě permském, ale po mladších nánosech. V studni v čís. 65. tamtéž je sled vrstev: ornice a bělka 250 *cm*, červený sypký písek s vodou v 6 *m* (v studni v čís. 60. 9 *m* mocný na červeném jílu permském uložený).

vrtné díry v „Boru“ založeny v terénu nemnoho rozdílném. Vrtáními těmi zdá se býti dokázáno, že před uložením tarasu třebestovického braly se vodní proudy kolem vrchu Sadského a že mohutným nánosem písku a štěrku z rozrušeného permu českobrodského pošinuto bylo řečiště k severu, kde se ponenáhlu epigeneticky zařízlo do tvrdé opuky. Je zde vzorný příklad, kterak řeka upravuje tok svůj na prospěch přítokové oblasti štěrkem bohatší, třebas byla vodou chudší.

Kopec „*Horka*“ (194 *m* n. m.) as 1 *km* od Sadské na sz. vypíná se do výše 11 *m* nad okolí. Neúrodná písčitá půda byla do nedávna na svahu severním osázena borovým lesíkem. V písku je plno oblásků s plochami hrancovými. Jsou 2 až 8 *cm* veliké, také se však objevují kusy až 15 *cm*. Jsou sic omleté, ale málo zakulacené, značná část je plochých a objevují se i ostrohranné. Zase pozorujeme rulu, permský slepenec a pískovec, břidlici permskou, silurský křemenec, černý buližník a j. Od Horky na zsz. je nižší „Malá horka“ 185 *m* (3 *m* nad okolím) obsahujíc podobný písek a štěrk. Ráz svědecký mají též dva kopečky u Kapličky, první slínový na západě, druhý štěrkový na jihu. Na tomto leží oblásky a valouny i drť velikosti až 15 *cm* (buližníku, žuly s červeným živcem, železitého slepence permského a j.). Veškeré tyto osamocené zbytky tarasu třebestovického dosahují výšky nejvýše 197 *m* (Bor), což shoduje se s výškou erosního stupně v úbočí vrchu Sadského.

D) **Hlíny tarasu třebestovického.**

Na tarasu tom uložena jsou na dvou místech v mělkých kotlinách lože hlíny sprašové, menší západně Tatec tam, kde stávala kdysi cihelna, druhé značnější 1½ *km* na sv. Poříčan, kde dosud dvě kruhovky cihly pálí. Sledujeme-li kaňon potoka Všembery čili Černavky za Poříčany, spatříme, kterak stoupá horní hranice tarasu třebestovického. Svahové hlíny na stráních na jihu (cihelna Urbánkova a Tobiášova) i severozápadě Poříčan, jakož i deltové štěrkoviny na „Šeňarku“ (na severu Poříčan) kraje tarasu přikrývají a tudíž jsou mladší. Skoro ve všech těch hlinách podařily se palaeontologické objevy.

Kruhovky poříčanské (203 *m*). Leží v malé kotlině, kteráž je dobře vyznačena záhybem vrstevnice 210 *m*. Na východě spatřujeme srázný stupeň opuky v slín rozpadlé, 6·4 *m* nad alluviální terén vyčnívající, a nahoře nepatrnou vrstvou třebestovického štěrku přikrytý. Stupeň ten pokračuje obloukovitě jako nízký (204·5 *m*) předěl, aby dosáhl opukového výběžku „Šeňarku“, zvaného Hnojkovec (216·8 *m*). Obě kruhovky (západní Hrabětova, východní Černého) ležíce těsně při sobě mají spolu obrys nepravidelně čtvercový skoro podle světových stran orientovaný. Nejvýše ležící „červenice“ pod slabou vrstvou prsti místy zduřuje (až 200 *cm*) a zase se ztrácí, zvláště k severovýchodu, jevíc dolní mez nejrozmanitěji

zvlněnou. Mezi prstí a červenicí bývá slabá vrstva oblásků. Buď přímo pod červenicí nebo od ní vrstvou písku oddělena leží „bělka“ (bělizna) barvy světle žlutošedé s rourkami po kořínčích, také s povlaky limonitu a s šupinkami slídy světlé (as 0·1 *mm*). Zvláště na západě v kruhovce Hrabětově chová hojné skořápky plžů. Zvětšena jeví střepinky ostrohranné i zrna hranatá, málo jest omletých. Na omak zdá se velmi jemná, práškovitá, vzácně chovajíc větší zrnka křemenná. Za sucha slepuje se v hrudky. Obsahuje hlinovky (pod 0·01 *mm*) 27·3%, prachu (0·01—0·05 *mm*) 41·5%, zbytek jsou zrnka většinou 0·05 *mm*, nejvýš 0·1 *mm* v průměru.[18]) Uhličitanu vápenatého jest v ní 12·3%—14·3%. V stěně se skořápkami plžů bělí se dvojí vrstva cicvárů ve 3 *m* a 4 *m* hloubky, kdežto plži jsou nejvíce v hloubce od 3 do 5 *m* zastoupeni. Hlína jeví zvrstvení celkem skoro vodorovné při současném rozpadu svislém. Cicváry válcovité prozrazují, že vznikly na kořínčích, ale hojné jsou i zárodky jich na ulitkách. Písek, který se vkládá v kruhovce Hrabětově mezi červenici a bělku na severu, je velmi hlinitý a záleží vlastně z písečných pásků as 1 *cm* mocných, které se střídají s pásky bělky 4 *cm* mocnými. Vrstva tato k sz. zmohutní a pod nepatrným úhlem zapadá. Místy i nad tímto pískem jest ještě čistá bělka. Nejrozmanitější zvrstvení ukazuje jv. cíp kruhovky Černého, kde na výstupku k s. jeví se tento sled: 30 *cm* ornice, 60 *cm* červenice, 30 *cm* rezavého písku s cicváry křídově bílými, v moučku rozpadlými a s čočkami bělky v nadloží, 80 *cm* písku hlinitého, tři vrstvy bělky (prostřední tmavě hnědošedá), jež jsou asi stejně mocné (50 *cm*). Dole přechází bělka v pruhy červenožlutého písku, jež objímají čočky bělky i samy jí jsou obňaty. To je nejlépe patrno na stěně jižní, kde mimo to nad třemi vrstvami bělky leží čtvrtá trouchem tmavě zbarvená. V hnědošedé bělce je vrstva oblásků. Také stěna na s. z tohoto cípu vybíhající jeví podobný sled, avšak horní vrstva bělky k severu zmohutní tak, že brzo se vrstva hnědošedá (zachovávajíc stejnou mocnost) octne o 1·6 *m* níže. Je zde sklon víc než 3° k s., ale červenice zůstává vodorovná. Chovajíc hojnost oblásků 2—6 *cm* velikých, zasahuje prorvami až o ½ *m* níže a při povrchu skrývá zbytky kulturní (střepy z popelnic). Teprve v cípu severozápadním dosahuje červenice mocnosti 2 *m*. Všude pod bělkou se na konec objeví čistý písek, v cihelně Hrabětově poněkud namodralý (po vyschnutí), v cihelně Černého na východě člení se v jemné až nejjemnější proužky různé barvou i velikostí zrna. Lze jich v hlubokých jamách napočísti až 80. Týž sled je i ve vlně před kruhovkami, kde vrstvy mají profilový sklon 6° k s. (ornice, červenka s oblásky, písek, bělka, písek), v hlubokém zářezu vozové cesty do kruhovky Hrabětovy jeví se na vrstvách s cicváry spád 4° k s.

V jv. cípu kruhovky Černého nalezeny r. 1909 ve hloubce 4½ *m* pod povrchem v hlinitém písku pod bělkou zuby koňů diluviálních a uloženy

[18]) Tento mechanický rozbor jakož i následující vykonán methodou Kühnovou (Keilhack l. c. str. 514). Určeny přesně toliko podíly význačné pro spraš ($c = 0{\cdot}2$ *mm*, $c = 2$ *mm*).

v městském museu v Sadské.[19]) Náležejí exemplářům *Equus caballus fossilis minor* Woldřich a určil je Josef Kavka. Z prvního exempláře zachovány první levá praemolara (lP_1), pravá i levá praemolara druhá (pP_2, lP_2), pravá i levá praemolara třetí (pP_3, lP_3), levá molara první (lM_1). Druhý exemplář měl ještě zuby neotřelé. Zachována jedna praemolara celá (lP_3), druhá praemolara do polovice, z ostatních molar a praemolar jen úlomky (5 kusů). Poměry konservační ve vrstvě byly velice nepříznivé, vše ostatní se rozpadlo. Zuby nejeví stop vodní dopravy i lze je považovati za nález prvotní.[20])

V severní stěně cihelny Hrabětovy vykopány r. 1910 v hloubce 5 *m* v bělce, kteráž zde chová hojnost drobného muskovitu a s níž střídají se vrstvy jemného písku, tedy ve vrstvě shodné s vrstvou se zuby, polorozpadlé kosti a úlomky kostí ve velikém množství.[21]) Část zachována, pokud bylo lze a K. J. Maška určil rovněž *Equus caballus fossilis minor* Woldřich a *Bos* bezpochyby *primigenius* (?) Z koně nalezeny humerus, metacarpus, phalanx I, ze skotu humerus, scaphoideum, lunare, vesměs velmi špatně zachované, zvlášť zbytky skotu. Nalezený radius (hořejší polovina) náležel buď skotu neb nosorožci. Mnoho úlomků parohů nebylo lze určiti.

V bělce v západní stěně cihelny Hrabětovy v hloubce 3 až 4 *m* pod povrchem nalezl jsem r. 1909 veliké množství skořápek plžů, jež určil dr. J. Babor.

Succinea (Lucena Oken) *oblonga* Drp. var. *elongata* Br. (non Clessin nec Westerl.). Velice hojně v exemplářích dospělých i mladších. Patří k typům spražovým diluv. i alluv. (srov. Babor l. c. str. 38).

Succinea (Lucena Oken) *Schumacheri* Andr. Zřídka. Je nyní zcela vymřelá.

Succinea (Amphibina Mörch) *Pfeifferi* Rossm. Jantarka Pfeifferova. Zřídka. Zvíře žije dosud v blízkém okolí u Sadské (leg. V. Sokol), též u Kolína, Poděbrad a j. (Babor l. c. str. 36) poblíž vod, na splaveném rákosí, bahně a bahenních rostlinách.

Pupa (Sphyradium Charp.) *columella* Benz. Velice vzácně. Pro Čechy nová, vůbec vymřelá.[22])

Pupa (Pupilla Leach.) *muscorum* L. (typus). Nalezena velmi hojně. Z alluvia neznáma (Babor l. c. str. 33).

---

[19]) Lokalita již uvedena ve spise J. Kavka: *Kopytníci země české žijící i vyhynulí.* I. Archiv pro přírodov. prozk. Čech, XIV, 5, str. 62.

[20]) V stejné výši nadmořské nalezl u Ronova poblíž Bobnic (200—204 *m*) r. 1890 učitel *R.* Havrda z Jeseníku zbytky nosorožce (nohy, několik žeber s jinými kostmi, nyní v museu nymburském), u Radimi poblíž Plaňan (204 *m*) nalezen celý nosorožec, jehož část má v sbírkách J. Hellich v Poděbradech.

[21]) R. 1905 přišli cihláři tamtéž na parohy úplně zvětralé.

[22]) Nález bez udání lokality uveřejněn: J. Babor a J. Novák, *Addenda et Corrigenda zu unserem Verzeichnis der posttertiären Weichtiere der böhmischen Masse* (Nachrichts-Blatt der deutschen Malakozoologischen Ges., 1910, seš. 3. str. 122).

Helix (Trichia Hartmann) *terrena* Clessin. Hojně. Druh zcela vymřelý.

Helix (Vallonia Risso) *tenuilabris* Braun. Hojně. V Čechách vyhynulý. Žije dosud na nejzazším severu Ruska, ulitky se hojně nalézají též v diluv. usazeninách německých.

Podle soukromé zprávy dra. J. B a b o r a jeví všecky tyto druhy ráz plistocenní, chovajíce druhy jednak v Čechách (Pupa columella, Helix tenuilabris), jednak i vůbec (Succinea oblonga var. elongata Br., Helix terrena, Succinea Schumacheri) vymřelé. Poukazují na interglaciál, vyjma druh poslední, jenž víc svědčí době ledové.

Roku 1911 s přispěním V. S o k o l a nalezeny ještě a opětně dr. J. B a b o r e m určeny:

Helix (Trichia Hartm.) *hispida* L. Hlemýžď ježatý. Mnoho exemplářů. Žije dosud v křovinách.[23])

Helix (Vallonia Risso) *tenuilabris* Br. var. *costulata* Cless. Vzácně. Nová odrůda pro Čechy, vůbec vymřelý.

Limnaeus (Limnophysa Fitz) *palustris* Müll. var. *septentrionalis* Cless. Nalezen hojně, v Čechách je vymřelý. Dosud žije v sev. Německu v stojatých, travných vodách.

Limnaeus (Gulnaria Leach.) *pereger* Müll. Vzácně. Dosud žije u Sadské (leg. V. S o k o l).

Planorbis (Gyraulus Agassiz) *Gredleri* Bielz. Vzácně. Žije dosud v Tyrolích (údolí Pusterském u Lienzu) ve stojatých i mírně tekoucích vodách, v Čechách vymřelý.

Také tyto nálezy mají podle mínění dra. J. B a b o r a ráz interglaciálu, Helix tenuilabris var. costulata svědčí mladému diluviu.

Podle mechanického rozboru a velikého množství uhličitanu vápenatého jeví se bělka plže chovající pravou spraší, ovšem z většího dílu odjinud přinesenou, jak střídání s vrstvami písečnými a sklon vrstevný dokazují. Do opukové mělké kotliny přitékaly vody od jv. a ztrácejíce na rychlosti usadily na kraji východním písky (s lebkou koně) a ztrativše rychlost zcela vypustily nejjemnější kal před opukovým návrším na západě. Brzo však spojení s veletokem přerušeno a jen při záplavách občasných i přívalech dešťových usazovala se splavená bělka střídavě s vrstvami písku. Vlhké místo mělo nepatrné mokřiny, jež vždy vyschly záhy, tak že se vyvíjeti mohli plži suchozemští a vrstva spraši se zvětšovala navátím. Největším počtem jedinců je totiž zastoupena Succinea oblonga var. elongata, Pupa muscorum i Helixové. Jeden druh je křovištní (Helix hispida), šest druhů žije často daleko od vody (Helix tenuilabris, Pupa muscorum, Helix terrena a pravděpodobně též vymřelé druhy Succinea oblonga var. elongata, Succinea Schumacheri, Pupa columella), jen jeden druh blízko vod a lučních kalužin (Limnaeus palustris var. septentrionalis a Limnaeus

[23]) U Nymburka a Kolína (B a b o r l. c. str. 21.) i Poříčan (leg. V. S o k o l).

pereger), jediný Planorbis Gredleri žije i ve vodách mírně tekoucích.[24]) Skrovná vegetace nezanechala v bělce jiných stop než rourky po kořínčích, jen ve východní části tmavě zbarvila pruh její. Když bělka usazena, zase se zveličily srážky. Přinášely bělku střídavě s pískem. Ale netrvalo dlouho a vše se změnilo, neboť usazená červenice nad bělkou jest jiného původu. Prorvy na spodu a neurovnaný štěrk v ní svědčí, že jest z blízka a že hlavním dopravcem byly proudy dešťových vod stružky ryjící.

Vyšetřujíce stáří těchto hlin, musíme důraz položiti na prvotní nálezy koní a okolnost, že po usazení hlin těch vyhynuly četné typy měkkýší. Odtud zdá se vyplývati, že jsou starší než poslední zalednění (ledová doba polská) v Německu (Würmian v Alpách). Považíme-li, že naplaveny byly do erosní kotliny tarasu třebestovického a že v Polabí není mladších tarasů než jeden totiž zvěřínský, musíme za dobu vzniku jich přijmouti poslední mezidobu ledovou a taras zvěřínský položiti do posledního zalednění. Taras třebestovický uložen byl asi vodami za největšího hlavního zalednění v Německu (saská doba ledová, Rissian v Alpách), což jest s mohutností jeho v plné shodě. Vody ledovci byly vzedmuty, štěrk a písek zůstaly v zemi. Většina srážek padala v době sněhu, jehož táním byly z jara spousty eluvia i části vyššího tarasu sneseny do údolí, odkudž klidné vody jen kal dovedly odnésti. Když ledy ustoupily, stoupla teplota, umenšily se jarní záplavy a vytvořená spraš mohla býti na místech příhodných uchována. Erose odtud nabyla převahy nad akkumulací, vymodelovala nový povrch v tarasu třebestovickém, nejsilněji pracujíc za posledního zalednění v Německu, tak že došlo k akkumulaci zvěřínské jen místy a celkem nepatrně.

Neváhám do mezidoby té položiti i svrchní vrstvy milčické a svahové hlíny, kteréž spouštějí se se strání údolí potoka Všembery (Černavky). Těsně u Poříčan zařízuta jest vozová cesta do Žher, (začátek 208 *m* n. m.) hlubokým zářezem a teprve ve výši 16 *m* nad obcí přestává prudce stoupati. Nad tímto místem jest západní stěna zářezu ještě 9·6 *m* vysoká záležejíc z vrstev bělky as 10 *cm* mocných, místy bíle vápnem vykvétajících, s nimiž střídají se vrstvy řezavého písku jemného o mocnosti as 2 *cm*. Vzácně objevují se zvláště zcela dole ve stěně pruhy oblásků as 1½ *cm* velikých. Na jednom místě měřil jsem spád 7°—8° k sv. Dole těží z hlin těchto *cihelna Urbánkova* („na rybníčku"). V cípu jihozápadním v ní, kde jsou stěny obnažené nejvyšší (6 *m*), lze na proužcích písku v bělce (as ½ *cm* mocných) měřiti spád, odkudž výpočtem a konstrukcí plyne pravý sklon 9° sv. při směru s. 29° z., což se zcela shoduje se sklonem a směrem úbočí. Po dislokacích zde není stopy i jest nepopíratelné, že jsou hlíny ty svahové. Jinak však velice se podobají bělce z kruhovek, obsahují 12·8% uhličitanu

[24]) Také v okolí Brna ve vodních usazeninách sprašových převládají zemní plži nad vodními. Viz A. Rzehak, *Eine konchylienführende Süßwasserschichte im Brünner Diluvium.* (Verh. d. k. k. geol. R.-A. 1910, 14, 317 a n.) Po ukončení celého výzkumu budou naše nálezy přirovnány k Šnajdrovým (Pravěk 1909).

vápenatého v proužcích bez písku, proužky s pískem toliko 8·43%. Také zde se objevuje cicvár a příkrov as ½ *m* mocný z červenice. V nejspodnějších vrstvách bez proužků písečných podařilo se J. Petrbokovi nalézti tři druhy plžů z kruhovky (Helix hispida, Helix tenuilabris, Succinea oblonga var. elongata) a kromě toho ještě *Caecilianella acicula* Müll. (oblovka šídlovitá), *Helix* (Xerophila Held.: Striatella West.) *striata* Müll. (hlemýžď rýhovaný, dosud žijící u St. Boleslavě i j.), *Pupa columella* var. *nova*, *Vertigo* sp. a *Pupilla muscorum* Müll.

Také v *cihelně Tobiášově* mezi Poříčany a Klučovem („v obci") setkáme se s hlinami přemístěnými, ale také s hlinami na původním místě. Na stěně severovýchodní as 3½ *m* vysoké (228 *m* n. m.) je pod ornicí vrstva červenavé hlíny s oblásky až 3 *cm* velikými odpovídající červenici předešlých cihelen, pod ní bělka bez oblásků s pruhem cicvárů, obsahující uhličitanu vápenatého 20·35%. Je načervenale žlutošedá, za sucha se rozpadá v moučku, která je mezi prsty drsná a jeví hojné stopy slídy. V hlíně té jsem zjistil drobnohledem ze všech hlin popisovaných nejvíc zrn ostře hranatých, jež místy v ní zcela převládají. Zkouška vzatá z hloubi 1 *m* pod povrchem obsahovala jemné hlinovky (pod 0·01 *mm*) 13·1%, prachu (mezi 0·05—0·01) 45·1%, ostatek byl písek se zrny většinou 0·06 *mm*, zrnka slídová měřila 0·2 *mm*. Hlínu tu lze prohlásiti za spraš na původním místě. Hlína červená nad ní sbaluje se za sucha v drobné hranaté hrudky. V ní převládá písek práškovitý o zrnech sic hranatých ale omletých. Uhličitanu vápenatého má jen 1·19%. Naplavena byla podle všeho na lože sprašové. Pod spraší spatřujeme zelenavý velice nerovný, asi 18 *cm* mocný pruh zeleného jílu permského s kusy lupků permských, který na severozápadním konci stěny r. 1909 jako antiklinála s malým vržením (as 2 *dm*) ozdobně vystupoval a nyní odklizem poněkud rozrušen jest a také vysoko se octl, přikrývaje permské slepencové sedlo.[25]) Na stěně jihozápadní (232 *m* n. m.) je pod ornicí písčitá hlína, pod ní rezavý písek, pak hlinitý písek šedý a docela vespod na konci severozápadním této stěny písek žlutý, velmi čistý. Tento písek má zrna zakulacená hlavně křemenná a živcová, živcových 30%. Velikost zrn jest asi ½ *mm*, zrn 2 *mm* je velmi málo. Veškery vrstvy tyto mají obrysy laločnaté a sklánějí se, vrstvy písčité hlíny vyjímaje (jejíž povrch je přibližně vodorovný), do údolí. V červené hlíně nalezl J. Petrbok plže *Helix strigella* Dr., *Helix obvia Hartm.*, *Helix fruticum Müll.*, *Helix hortensis Müll.*, *Helix hispida* L., *Vallonia* sp.

Původním zdá se býti lože bělky na západě *Tatec*, jež obsahuje 14·02% uhličitanu vápenatého. Stejné množství (13·26% až 14·18%) obsahují i splavené vrstvy na jz. obce *Chrasti* a v obci samé. Lze je sledovati pod vrstevnicí 230 *m* v zářezech cest, jež s Horky (na j. Chrasti) vedou dolů do obce. Hlína má mocnost 2 *m*, pod hlinou je na 3 *m* písku se

[25]) Zde jsem viděl zaoblený žokovitý balvánek buližníku 40 *cm* dl.

štěrkem na opuce. Také mezi obcí tou, *Dobřejovicemi* a bodem 217 (na sz. položeným) je pod ornicí 30 *cm* mocnou na 40 *cm* červené hlíny a 10—20 *cm* štěrku s pískem na slínu. Podobné výskyty červenice, jež asi zvětráním bělky povstala, jsou i pod „*Vinicí*" na západě hřbitova klučovského a mezi *Chrasti* a *Poříčany* v hlubších zářezech na den vystupující, na tomto místě na slínu, na onom na slepenci permském. V cementárně Hroudově v Poříčanech (210 *m*) je sled: ornice 60 *cm*, červenice 20 *cm*, bělka více méně písčitá 30 *cm*, pak slín a opuka. Mohutné lože hlíny proniklé vrtnou děrou č. 185 u lesa Mračenic na jz. Velenky o celkové mocnosti 8·4 *m* (i s hlinitým pískem v podloží a vápenitým pískem v nadloží) je snad stejného stáří.

Kromě hlin splavovány byly na taras třebestovický i písky a štěrky, čehož nejlepší doklad poskytuje písečník Hroudův na „Šeňarku" severně Poříčan, jehož písky spouštějí se asi na bývalou úroveň tarasu třebestovického. V severní části písečníku jeví vrstvy sklon 3° k jv., obě stěny jižní při hlubokém vjezdu ukazují spád vrstevných průřezů dole 5° a nahoře až 15° k jihu, t. j. do kotlinky, do níž se návrší „Na šeňarku" snižuje. Písky a štěrky jeho náležejí vyššímu tarasu (hořanskému) i budou tam popsány.

E) Taras hořanský.

Nejdokonaleji je vyvinut na veliké plošině (233—246 *m*) mezi Hořany, Poříčany, Žhery, Klučovem a Lstiboří, také na Horce u Dobřejovic, nejlépe odkryt ve velikých písečnících na západě Hořan při silnici poříčanské. Jiné veliké odkryty jsou jižně Žher (230 *m*), severně Lstiboře, jihovýchodně a východně Klučova, jižně Chrasti (243 *m*) a na jmenovaném již „Šeňarku" (227 *m*) na Pískovém vrchu u Poříčan. Jak již výšková čísla ukazují, je nezřetelně rozčleněn ve 2 stupně, nižší severní a vyšší jižní.

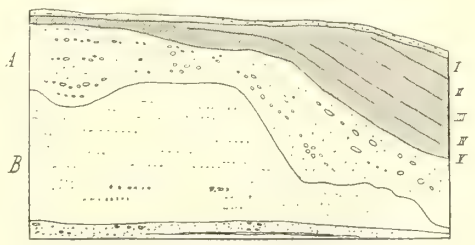
Plošina je na západě omezena kaňonem Všembery a na východě povlovným 20 *m* vysokým stupněm se snižuje na taras třebestovický u Tatec. Podobná avšak daleko více snesená plošina jest i od Tatec na východ „U bažantnice". Plošina hořanská přikryta jest pískem a štěrkem ležícím na slínu a opuce a jen v jižní polovině na permském slepenci. Místy objevují se pruhy a také zaoblené okrsky hlíny bělky na př. mezi Žhery a Klučovem, na severozápadě Hořan a na dvou místech východně Klučova. Oba poslední výskyty asi souvisí se spoustami svahových hlin poříčanských na hoře popsaných, podobně jako se zdá i o pruhu hlíny na sz. Hořan, v jehož prodloužení jsou kruhovky. Měli bychom tak zachovány zbytky drah, kudy se braly kalné nánosy hlinité. Stáří hlin jest ovšem menší než stáří tarasu pod nimi. V samotných Hořanech není odkrytů. Podle starosty Jouzy je sled vrstev: 30—150 *cm* ornice, 2—4 *m* hlíny, pak slín opukový na hnědém jílu permském.

Z dvou písečníků mezi *Hořany* a *Poříčany* má západní hloubku až 8 *m*. As uprostřed stěn je písek proložen největším množstvím oblásků (až 15 *cm* velikých), výše je písek více šedý, níže více žlutý. Uložení je téměř vodorovné, zdá se však, že vrstvy mají nepatrný sklon k jihu, ale pro poměrně malou rozlohu odkrytu nelze to bezpečně stanoviti. Vrstvy dolní jeví zřetelné zvrstvení křížové. „Ostrůvky štěrkové" jsou až na 2 *m* dlouhé a ½ *m* široké, svědčíce o proudu mohutnějším než je Labe. S pískem čistým slabě nažloutlým zrna velmi nestejného (až 1 *mm*, nejvíc z křemene a živce bílého, zrn dokonale omletých) střídají se pruhy železitého slepence. Štěrk hranatý i zaoblený záleží ze šedého i růžového křemene, buližníku, žuly s turmalinem, červeného pískovce permského velice drobivého i tvrdšího jemnozrnného, ruly páskované v různém zvětrání též s biotitem sezelenalým, břidlice a lupků permských zelených i zvětralých čistě bílých s černými skvrnami rud manganových, úplně zvětralé mezi prsty se drobící břidlice amfibolitové, podobné břidlice avšak tvrdé (bez slídy, s hojným křemenem a bílým zvětralým živcem se stopami zelenavých pruhů), destiček bílých na omak kluzkých zcela zvětralých a j. Malé pruhy písku šedého jsou zrna velmi stejného (asi 0·5 *mm*) s dosti hojnou slídou a neobsahují částí jemnějších. Vedle omletých zrnek chovají i tříškovitá. Je to as písek létavý. Pruhy černé mají zrnka zbarvená rudami manganovými. Křížová skladba a silně zvětralý štěrk nejvíc tento písečník vyznačuje. Podobné zjevy spatřujeme i v písečníku k Hořanům bližším (na druhé straně plošiny). Štěrku tam napočítáme 5 vrstev na stěnách až 6 *m* vysokých a 200 kroků dlouhých. Na stěně pod silnicí jeví se na rezavých pruzích písečných malá vržení i vleky směrem k Hořanům. V části východní počíná pruh hlíny průřezem přes 2 *m* širokým a 20 *m* dlouhým. K východu průřez ten zvolna vykliňuje, ale na západě náhle přestává a představuje tak hlína výplň erosivního stupně nebo spíše žlabu. Přikryta slabou vrstvou ornice a červenky jeví svislý rozpad s vápenitými povlaky na trhlinách a přehojnými rourkami po kořínčích taktéž vápencem vyloženými. Obsahuje 26·47% uhličitanu vápenatého, ze všech zkoumaných nejvíce.

Veliký písečník 10 *m* hluboký a 200 kroků dlouhý otevřen jest na jihu *Žher* na vrstevnici 230 *m*. V horní polovině stěn je písek více rezavý, dole však čistý, bílý a také štěrku ubývá. Celkem lze napočísti tři hlavní vrstvy štěrkové. Sloh křížový je velmi zřetelně vyznačen zvláště nahoře. Vrstvy zdají se skoro úplně vodorovné v severní části, ač pro nestálost vrstev nelze to zaručiti. Na dně leží veliký (1 *m* dlouhý) zaoblený balvan porfyrické žuly svědčící podkladu permskému, jenž zde také vskutku na den vystupuje (těsně u Žher). Se štěrkem slepence jeho možno identifikovati valnou část štěrku tarasů dosud popsaných.

U *Klučova* v mělkém písečníku poblíž silnice žherské vinou se vrstvy železité „slejvavky" jako zkadeřené sotva 1—2 *cm* mocné pásky na 1 *dm* vzdálené, ozdobujíce písek rezavě žlutý. Daleko mohutnější odkryt jest na sz. odtud v písečníku *Martinově* a *Zourkově*, jdoucích do hloubky 8

až 10 *m* a na j. v písečníku Svačinově. Jižní stěna písečníku Martinova má nad pískem křížově zvrstveným a celkem vodorovně uloženým pruh hlíny bělky 130 *cm* mocný, směrem do údolí (na západ) vykliňující, rozhraní obou má nepatrný sklon do údolí sotva 2°. Sklon tento, postoupíme-li k severu, se stává příkřejším, tak že v písečníku Zourkově již obnáší 16° do údolí. Povrchový sklon je menší i vzrůstá zde mocnost bělky do údolí.[26]) Tato diskordance nejlépe svědčí druhotnému uložení hlíny té, jež obsahuje 10·89% uhličitanu vápenatého. Červená hlína nad ní obsahuje jen 0·71% téhož uhličitanu. Jako u Žher i zde je rezavý písek v horní části stěn. V písečníku *Tumově* (234 *m* n. m.) odtud na západ téměř na samém příkrém svahu údolním založeném, 80 kroků dlouhém a 5·5 *m* hlubokém je rovněž písek uložen vodorovně a jest štěrkem nejbohatší v dolní polovině stěn. Při dně spatřujeme na 1 *m* jemného písku nejdoleji i rezavého a rudého, ležícího na jílu permském. Zde vykopány balvany omleté i ostře hranaté až 70 *cm* veliké, náležející rule, žule, buližníku, fyllitu, břidlici permské, křemenci a j. Severní roh písečníku profal nahoře pruh bělky as 1 *m* mocný, jižní konec však, kde vchod jest, pronikl vrstvou hlíny přes 3 *m* mocnou, záležející vlastně z 5 vrstev různících se barvou. Jsou to shora dolů: 1. žlutavě šedá, 2. žlutavě tmavošedá, 3. žlutavě šedá, 4. červenavá, 5. nahoře tmavá, dole žlutavě šedá (obr. 5.). Hlíny ty mají značný sklon do údolí, ač o kus dále se umenšuje a jsou, vyjma nejspodnější bělku, zbytkem hradištního valu.[27]) Také štěrk pod nimi není na místě původním, ale byl sem s vyšších míst splaven. Hranice mezi ním a vodorovně zvrstveným pískem v podloží je nepravidelná, místy jsou sklony stupňových sestupů až 35°. Dole je písek rudý s proužky černými zbarvenými vadem. Písečníky tyto mají v podloží slepence, jíly a lupky břidličné zelené a červené o směru vrstevném s. 26°—35° v. a sklonu 15°—17° v. Nad nimi však neleží diluvium bezprostředně, ale vkládají se červené a namodralé zelené vrstvy diskordantně, majíce uložení téměř vodorovné. Záležejí z jílu a ostrohranných úlomků permských hornin. Patrně byly uloženy po zvednutí vrstev permských, anebo vznikly dodatečným rozdrobením povrchu permského



Obr. 5. Písečník Tumův u Klučova. Hlíny bývalého valu se svahovou hlinou v podloží (I—V) a štěrk (*A*) nad pískem tarasu hořanského (*B*). Dole písek rudý a pruhy zbarvené rudou manganovou.

[26]) V hlíně této není ani stopy po plžích, také po devět let nenalezeno kostí.

[27]) Majitel nalezl tam rohy beraní, kosti tuří i j. a zbytky kulturní (provrtané kosti, přesleny z doby po XII. stol. a střep hrnce). Nálezy určil J. Kafka.

podkladu, když po příkré stráni sjížděly mocné vrstvy hořanského tarasu do údolí. Posunem po úbočí byly rozmanitě zvrásněny, jak o kus dále k jihu lze pozorovati.

Přemísťování hlin po úbočí trvalo pravděpodobně do alluvia,[28]) neboť J. Petrbok objevil a určil faunu postglaciální v hlinité stěně pod písečníkem Tumovým (224 *m*) na místě, kde shledal profil: 15 *cm* ornice, 5—20 *cm* štěrku, 30 *cm* žlutavé a 30 *cm* narezavělé hlíny, v nichž na rozhraní obou uložena jest lavice lastur as 20 *cm* mocná a $^3/_4$ *m* dlouhá, potom 1 *m* hlíny bělky se skořápkami plžů a třemi zbytky mammalií, nejspodněji písek s oblásky na přechodu k slepenci permskému. Hlína s lasturami je lésovitá, chovajíc 12·4% uhličitanu vápenatého. Lastury byly sem podle mínění mého splaveny, neboť hlína chová i štěrk. Náležejí podle dra J. Babora a J. Petrboka[29]) k okruhu *Unio batavus* Lam. a zdají se úplně shodné s *Unio materniacus* Loc. Žili podle autorů těch v periodě postglaciální. Plži náležejí druhům: *Helix strigella* Dr., *Helix fruticum* Müll., *Helix pulchella* Müll. a jiné 2 druhy *Helix* dosud neurčené, *Buliminus tridens* Müll., *Hyalinia nitens* Kob., *Pupilla muscorum* Müll.[30])

Téměř celý *Pískový vrch* (227 *m*) na severu Poříčan je pokryt pískem a štěrkem až 7 *m* mocným, k východu vykliňujícím, tak že východní část „Šeňarku" zvaná Hnojkovec jeví zřetelně obnažené podloží opukové. O mohutném odnášení pokryvky diluviální svědčí deltové úkazy v písečníku Hroudově a okolnost, že čím výše vystupujeme na plošinu návrší, tím hrubší štěrk spatřujeme. Písečník Hroudův jest založen 2 *m* pod vrcholem a má hloubku 5 *m*. Ostatní dva na sz. od něho a menší na západním výběžku

---

[28]) Na příkrém svahu permském málo se z nich zachovalo i nelze otázku dosud tektonicky řešiti přesně. Za silnicí žherskou naproti čís. 52. sestupuje bělka bez oblásků ještě níže než u písečníku Tumova, v čís. 65. (pozn. 17.) až pod vrstevnici 2 0 *m*, tedy pod alluvium, které však samo leží v okolí na starších pískách. Nad prostřední „skalou" Jonákovou klesá s výše as 225 *m* vrstva dil. štěrku s pískem a dvojí vrstva bělky o spádu 11°, vlekouc spolu i zelené a červené lupky permské. Nad písečníkem Svačinovým ve dvou mísovitých prohlubinách uložena bělka fialově červená s valouny zvětralé ruly, kdežto v písku pod nimi jsou balvany čerstvé (232 *m* n. m.). V Poříčanech na kontaktě permu a křídy v čís. 4. (208 *m* n. m.) je ve sklepě permský slepenec přikryt pískem s vrstvičkami bělky, v stráni na dvorku je 4 *m* bělky, pod ní v studni na 2 *m* písku červeného, pak slín a opuka. Vůbec lze říci, že v úžlabích laločnatých krajů hořanského tarasu s vrcholu splývají všude lože hlíny, vrchol sám však je namnoze hlíny zbaven.

[29]) Dr. J. Babor a J. Petrbok: *Předběžné výsledky z podrobného výzkumu českých škeblí.* Příroda 1912, roč. X, č. 5, str. 168 a n.

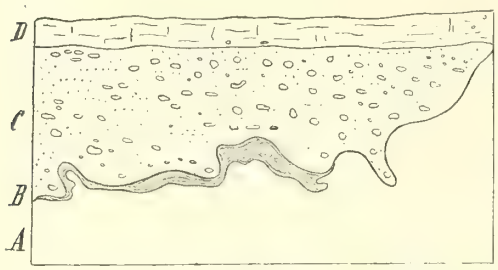
[30]) Výchoz je na příkrém, nesnadno přístupném a zalesněném srázu vedle žlabu, jímž se dolů k silnici sype písek z písečníku. Červenice s lasturami má kaménky až 3 *cm* veliké a obsahuje kromě jmenované lavice i porůznu lastury v poloze téměř o 1 *m* nižší zvláště tam, kde je bělky nejvíce. Délka výskytu je sotva 8 *m*. Rozhraní červenice a bělky sklání se úhlem 20° do údolí.

vrstevnice 220 *m* jsou mělčí. V hloubce 4 *m* spatřujeme v písečníku Hroudově pruhy štěrku černě zbarvené manganem, celkem jsou pruhy štěrku různě mocné (1—3 *dm*), souvislé i zpřetrhané, zduřují a vykliňují se. Štěrk je týž jako na vrcholu: křemen, buližník, žula turmalinová a obojslídná s červeným orthoklasem, pocházející jistě z údolí kšelského, kde je nyní obnažena pod permem potokem Bylanským, fyllit (od Škvorce neb Ouval), břidlice amfibolitová, buněčnatý zvětralý křemenec s povlaky manganovými, šedý křemenec s žilami bílého křemene, rula ve valounech značně omletých podobná rule chotutické, amfibolit rovněž omletý, který snad sem byl přinesen od Krychnova a Lošan nebo Nové Vsi (15 *km* na vjv.). Omleté valouny žulové měří až 22 *cm*. Písek je žlutavý, rezavými pruhy prostoupený (nejvíce v hloubce $1\frac{1}{2}$ *m* a $3\frac{1}{2}$ *m*), na sz. písečníku objevují se i dva slínové ozdobně zvlněné pásky až 5 *cm* mocné v hloubce 3 *m* a $3\frac{1}{2}$ *m* s rourkami po kořínčích. Zvrstvení je křížové, jaké v deltech je pravidlem. O sklonu vrstev byla již učiněna zmínka. Ostatní písečníky jeví zvrstvení vodorovné zvláště písečník na výběžku vrstevnice 220 *m* od popsaných 250 *m* na jz. položený. Je vlastně příčným průřezem návrší polokulatě zakončeného a na tři strany příkře (svah 19°) se sklánějícího. Vrstvy písečné jsou povrchovou čarou ostře přeťaté a jen sotva znatelně k sv. nakloněné. Zde není nejmenšího souhlasu mezi profilací povrchu a vrstev. Jest tedy profilace povrchu dílem mohutné erose a denudace po uložení tarasu hořanského.

Na jz. a z. od Pískového vrchu zůstalo na návrších velmi málo diluvia, na j. silnice kounické skoro nic, na j. bodu 226 *m* do nedávna vystupovala prý skalka, nyní ssutí zakrytá a úplně zvětralá, že nelze bezpečně rozhodnouti, zda je z břidlice permské velmi tvrdé nebo spíše z fyllitu. Od vozové cesty na v. krtci z děr vyhrabují slín i nesahá zde perm těsně k silnici kounické, jak mapa geologická udává. Kde cesta vozová silnici přetíná, je zapadlý lom na opuku, krytý slabou vrstvou štěrku a teprve na sz. ve výši 235 *m* je rozsáhlý (150 kroků), ale nehluboký ($2\frac{1}{2}$ *m*) písečník s velmi hojným štěrkem jako na „Šeňarku" velikosti 3—12 *cm*, vzácně až 2 *dm*. Zvrstvení je křížové a celkem vodorovné. Střídají se rezavé pruhy méně mocné s mocnějšími světle žlutými. Podobné zjevy jsou i v písečníku Králově na vrcholu.

Na opukovém návrší severně *Dobřejovic* (Mandršajd podle místní tabulky, vulgo Mantršajn, Dobřejovice podle mapy 1 : 25.000) prořízntuty silnicí nově zřízenou až do hloubky 2·2 *m* vrstvy písku, štěrku a slínu, prozrazující způsob, jak byly splavovány mohutnými přívaly s blízké Horky usazeniny tarasu hořanského. As uprostřed mezi Dobřejovicemi a nejvyšším bodem silnice (217 *m*) je pod ornicí (30 *cm*) jen červená hlína (40 *cm*) a štěrk (10—20 *cm*) na slínu, kterýž se stýká se štěrkem nerovnou, vroubkovanou hranicí. O kus výše je již slín promíšen štěrkem diluviálním a obsahuje hojné vápencové chodbičky po kořínčích, poblíž nejvyššího bodu silnice však je slín ten (mocný as 30 *cm*) také nad štěrkem uložen. Štěrk,

jenž trochu písku chová, jeví se jako vložka 100 *cm* mocná i mocnější mezi vrstvami slínu. Dolní kraj štěrku vniká do slínu v podloží až 40 *cm* hluboko (v odstavcích na 150 *cm*), čímž vzniká ozdobná linie laločnatá. Místy jsou do slínu vmáčknuty pruhy štěrku, jejichž útlé konce jsou ve směru úbočí několik *dm* vlečeny. Někde chovají tyto vlečené pruhy i jemný písek. K vrcholu cesty se horní slín vytratí a štěrk s pískem vzroste na 1·5 *m*, aby náhle přestal zcela nahoře (obr. 6.). Tu právě na spodu jeho na se upozorňuje pás hlíny bělky přimíšeným trouchem tmavé a obrysů hadovitě zprohýbaných. Jinde kryje usazeniny diluviální, ale zde se octla pod nimi. Byvši odkudsi shora uchopena proudem, byla do kotlinky v úbočí splavena a pak přikryta štěrkem, jenž dříve spočíval pod ní.



Obr. 6. Hlína v podloží tarasu hořanského severně Dobřejovic. *A* slín, *B* hlína „bělka", *C* štěrk s pískem, *D* ornice. Výška stěny 2·9 *m*.

Činností denudační vysvětluje se, že na kopci Sadském, Horce u Dobřejovic, hůře Semické, Přerovské a jiných osamocených kopcích opukových nalézáme jen zbytky štěrku a písku po bývalých jistě mohutných tarasech. Ne jiného původu jsou i stupně, jež na vrcholu některých pozorujeme. Na kopci Sadském se povaluje křemenec, buližník i rula. Oblásky jsou velikosti 5—10 *cm*, vzácně až 25 *cm*. Bývají též do slínu (až 70 *cm* hluboko) zabořeny a povlečeny povlakem vápenatým velmi houževnatě utkvělým, také zde onde v „úpadech" i bohatě nahromaděny. Na jižním úbočí pod kostelem sadským jsem nalezl oblásek 8 *cm* veliký 170 *cm* hluboko pod naplaveným slínem uložený. Na Semické hůře je štěrk vzácný. Cestou z obce Semic až na vrchol jsem napočítal jen 8 oblásků (4—6 *cm* velikých). Hojnější jsou na hůře Přerovské (hoře Bílé), kde spatříme zvlášť na s. vrstvu oblásků nesouvislou pod písčitou ornicí. Jest pozoruhodno, že opukové kopce v Polabí středním přes 230 *m* čnějící (Břístevský se zříceninou 232 *m*, Horka z. Dobřejovic 232—235 *m*, Přerovská hůra 234 *m* a j.) jsou zakončeny plošinou s krajem až ostrým, kdežto kopce nižší (hůra Semická 224 *m* a kopec Sadský 213—214 *m*) jsou zaobleny. Poněvadž ve výši okolo 237 *m* se rozkládá taras hořanský, jsou patrně oblásky na kopcích těch zbytkem jeho a vrcholy jejich představují zbytky či svědky erosního stupně, na nějž se taras hořanský ukládal. Vyšších tarasů zde není, najdeme je mimo terén popisovaný.

Oba zaoblené kopce o výšce 214—224 *m* nepatří ovšem přímo stupni hořanskému, ale byly z něho vypreparovány mladší erosí. Plody její jsou ještě východní cíp Šeňarku zvaný Hnojkovec (216 *m*) a východní cíp Horky Dobřejovické (219 *m*). Není na nich osobitých usazenin, jež by opravňovaly (v popisované oblasti) uznati je za zvláštní taras *sadský* rovnocenný

s ostatními, které vesměs obsahují usazeniny více méně mocné a poněkud různé a jsou zřetelně odděleny podložím, jež na den vychází ve stupňových sestupech jejich.

Po usazení tarasu hořanského snížen byl povrch o 35 *m* i více téměř všude, kam erose zasáhla. Spolu s maeandry překládaly vody i celé řečiště svoje k jihu právě tak, jako za alluvia lze pozorovati a odstraňovaly svědky povrchu bývalého. Kopec Sadský má na vrcholu vlastně 2 stupně, vyšší s kostelem 213·8 *m* a bodem triangulačním 213 *m*, nižší nad Slánkou 200 *m*, jež jsou nejlepšími doklady ponenáhlého snižování. Stupně obdobné stupňům těmto jsou i na hořanských stráních nad rybníčkem, naproti hřbitovu klučovskému i na hůře Přerovské zvlášť na z. Stupně tyto náležejí jako ranná erosní stadia do doby mezi uložením tarasu hořanského a třebestovického.

Výsledky.

V otevřené krajině, jakou je střední české Polabí, ustavičně měnily vodní proudy svoje koryta a přemísťovaly staré nánosy znova a znova. Tím vznikla směs, která velice znesnadňuje studium, o jehož zdárném výsledku i pochybnosti předem byly vysloveny.[31]) V popisované části Polabí však lze orograficky i tektonicky rozlišiti čtyři tarasy různé stáří: taras nejmladší, zvěřínský, třebestovický a hořanský. Povrch tarasu nejmladšího je nejvíc zvlněn, kdežto povrch starších, pokud není erosí rozbrázděn, je klidnější, až i úplně rovný (zralý až i starobný). Taras *nejmladší* uložen jest hlavně mezi hraničními čarami Labe a jeho přítoků. Všude tam, kde naposledy byl výsep (Prallhang), oddělen jest taras ten zřetelným stupněm od tarasu vyššího a na místě protějším, bývalém jesepu (Gleithang) spatřujeme taras uložený, jehož písek má menší počet živcových zrnek než písek vyšších tarasů. Je to ve shodě s okolností, že vyšší tarasy nebyly přineseny z rozsáhlého poříčí, ale že jsou původu hlavně místního pocházejíce z permu, jehož pískovce obsahují mnoho živce. Také obsahuje písek tarasu nejmladšího více tmavě zbarvených zrnek. Štěrk jeho je ze všech nejčerstvější. Zvrstvení je hlavně křížové, s pískem se střídají lože naplavené hlíny, vápencem chudé a povrch je členěn ve dva stupně.

Taras *zvěřínský* má povrch rovný, stupně maeandrů dávno zmizely a jen rozsáhlejší a nepatrně vysoké vypnuliny povrchnímu pozorování skoro unikající jej člení. Lépe jest ovšem rozčleněn mladšími erosemi přítoků labských. Vrstvy písku a štěrku jeho jsou proloženy slínem splaveným s blízkých návrší křídových, místy i černou hlinou (Semice, Sadská)

[31]) Srov. Laube: *Wasserversorgung von Prag und seinen Vororten.* Sitzungsb. d. V. Lotos, 1899, str. 256.

a červenou hlinou jílovitou (Hradišťko, hotel sev. Sadské).[32]) Naneseny byly zajisté v době velikých záplav dešťových. Poblíž Labe je mocnost tarasu toho poměrně malá (1 až 2 *m*), kdežto k jihu mohutní (Sadská 11—18 *m*, Třebestovice 7 *m*). Taras ten skoro všude, horní tok přítoků vyjímaje, leží na starším tarasu třebestovickém[33]) nikoli následkem konvergence obou, nýbrž následkem nedostatečné erose tarasu tohoto. Na místech, kde před uložením písku a štěrku se slínem vody erodovaly, spatřujeme pamětihodné poruchy vrstev v podloží (Velenka).

Taras *třebestovický* má povrch velmi rovný. Podlehnuv dvěma erosím mladším rozdroben byl poblíž Labe v četné svědecké zbytky, jichž nejvyšší body kolísají kol 194 *m* ve shodě s velikým erosivním stupněm na vrchu Sadském. Ve vrstvách jeho není slínu, převahu má štěrk permský ze vzdálenějších míst pocházející než štěrk tarasu zvěřínského, je hrubší stejně jako písek jeho obsahující víc hydroxydu železitého. Směrem k Labi a vzhůru se zrno umenšuje, tak že ohromné spousty písku jeho jsou vůbec bez štěrku a tak staly se až po doby nejmladší jevištěm aeolické činnosti. Křídové dno pod ním jeví značné nerovnosti, sklánějíc se až 7·5 *m* pod nynější dno labské v místech, kde mají vrstvy jeho mocnost 15·5 *m* i větší (až 27 *m*). Taras ten je nejmohutnější i mám za to, že také erose před jeho uložením byla nejmohutnější a že jí bylo dno křídové definitivně prohloubeno, jinými slovy, že taras třebestovický nespočívá zde na žádném tarasu starším.

Taras *hořanský* jest povrchu úplně rovného. Četné zbytky jeho mají dosud mocnou vrstvu usazenin, některé jen nepatrným štěrkem jsou přikryty. Štěrk je nejvíc zvětralý, zvrstvení pravidlem křížové. S mnohých kopců opukových byl v dobách pozdějších snesen a kde snesené vrstvy neodplaveny, nalézáme v nich i proplásti slínu jako v tarasu zvěřínském. Od tarasu třebestovického oddělen bývá zřetelným stupněm, v němž i podloží opukové nebo permské na den vychází, anebo zvolna se sklání svahovými nánosy na taras ten. V okolí Klučova leží pod ním perm snad v době nejmladší sjížděním přemístěný. Dále k jihu zvolna přechází v mohutné vrstvy eluvia permského. Nejvyšší body tarasu toho jsou průměrně 237 *m* n. m. (64 *m* nad Labem), nejvyšší body tarasu třebestovického 204 *m* n. m. (31 *m* nad Labem), nejvyšší body tarasu zvěřínského 184 *m* n. m. (11 *m* nad Labem), nejvyšší body tarasu nejmladšího 176 *m* n. m. (3 *m* nad Labem). Stupně, jež se na povrchu tarasů těch ukazují (1 na nejmladším, 3 na zvěřínském, 3 na třebestovickém a 1 na hořanském),

[32]) Kromě těchto důvodů pohnul mne k oddělení vrstev těchto od nejmladších alluviálních i počin Berendtův, jenž oddělil od alluvia v Němcích jemné písky údolní až po něho k alluviu počítané. (*Die Sande im norddeutschen Tieflande und die große diluviale Abschmelzperiode.* Jahrb. d. k. preuß. geol. Landesanst. etc. f.1881. Str. 482 a n.).

[33]) Podobný zjev zpozoroval na dolním Labi také Hibsch (*Versuch einer Gliederung der Diluvialgebilde im nordböhmischen Elbtale.* (Jahrb. d. k. k. geol. R.-A., XLIX, 1899, str. 645).

značí jen vývojná stadia jejich, neboť štěrk, pokud nejsou stupně ty čistě eiosní, nejeví rozdílů.

Lože hlíny objevují se v skrovných rozměrech, nikoli v souvislém pokryvu na jihu, jak mapy geologické udávají. Ovšem možná jest, že celou tuto oblast hlína přikrývala, neboť jeví se jako bělka vzniklá ze splavené spraši anebo jest (v cihelně Tobiášově u Klučova a j.) pravou spraší na místě původním.

Je šedě světležlutá, neplastická, jemně písečná, za sucha pevná, porosní a odbarvuje mezi prsty. Produkt plavení ($c = 2$ *mm*, zrno 0·05—0·01) obnáší průměrně 58·2%.[34]) Spraš přemístěná (dejektivní) přikrývá místy čela tarasů (Poříčany, Klučov), byvši povodněmi a přívaly za jarního tání snesena. Spatřujeme v ní vrstvy i hnízda písku s oblásky a plže i mlže sladkovodní, kdežto v spraši pravé jen ulitky suchozemských plžů nalézáme. Často však i tam, kde spraš větrem ukládána byla, objeví se nad ní i mezi ní vrstvy spraši přemístěné (kruhovky poříčanské). Spraš povstala as za suchého klimatu kontinentálního, kdežto červená hlína nad ní železem bohatá a vápencem velice chudá vznikla podle všeho za klimatu vlhkého za spoluúčasti bujné vegetace luční.[35]) Jeví mnohem více rourek po kořínci ch a je značně štěrkem pomíšena. Vápencem bohaté tmavěžluté až červenohnědé vrstvy bělky povstaly as ze světležluté okysličením železa a vrstvy tmavé humifikací.[36])

Hlíny sprašové nalezeny byly ve všech tarasech, na původním místě zdají se býti aspoň některou částí na tarasu třebestovickém a hořanském. Na těchto dvou jsou také nejvíce rozšířeny, nejmohutněji uloženy, obsahu jíce plže nyní zcela nebo aspoň v Čechách vymřelé. Na povrchu tarasu zvěřínského a nejmladšího scházejí, objevují se toliko uvnitř jich kryty pískem. Proto soudím, že starší jsou tarasu zvěřínského. Zda-li jsou všecky mladší tarasu třebestovického anebo některé z nich starší jeho a mladší tarasu hořanského, na němž spočívají, nelze dosud bezpečně rozhodnouti. Podobají se sobě velice jak faunou tak i vlastnostmi a činí spíše dojem jediné spraši, tak jak to hájí Siegert, Naumann a Picard[37]) v Durynsku proti Wüstovi.[38]) Není však spraš naše mladá (podiluviální), jak chtějí první tři autorové, ale rozhodně starší podle našich nálezů palaeontologických. Nejvíce se poměry u nás podobají poměrům na

[34]) Spraš německá obsahuje téhož 55% až 72% (Wahnschaffe: *Die Oberflächengestaltung des norddeutschen Flachlandes.* 3. vyd. 1909 str. 233).

[35]) Srov. Buckhardt (Mémoires de la Société „Alzate", 1911, sv. 31, str. 107 a n.).

[36]) Srov. Keilhack l. c. str. 37.

[37]) Siegert, Naumann, Picard: *Über das Alter des Thüringischen Lösses.* (C. f. Min., Geol. u. Pal. 1910, str. 98 a n.).

[38]) E. Wüst: *Die Bedeutung der Profile des Travertingebietes von Weimar etc.* (S. B. d. Niederrh. Ges. in Bonn, 1909).

Veseře a Leině, jak je vylíčil G r u b e.[39]) Střední taras (15—20 *m* nad vodou) je tam též pokryt na mnohých místech spraší, kdežto taras nižší má jen hlíny přemístěné. Taras zvěřínský zdá se náležeti poslední době ledové, taras třebestovický době předposlední.

Určiti přesněji stáří tarasů našich a jmenovitě přirovnati je k tarasům v Alpách od P e n c k a a B r ü c k n e r a popsaným a k tarasům německých řek zvláště dolního Labe, také k tarasům, jež H i b s c h, I r g a n g, P u r k y n ě, K. S c h n e i d e r a E n g e l m a n n na Labi, Mži a Vltavě v Čechách rozpoznali, musí býti zůstaveno výzkumu příštímu celého rozsáhlého poříčí od Pardubic až k Mělníku. Otázka po stáří nemá dosud u nás značného zájmu, když sám W a h n s c h a f f e[40]) odmítá jako předčasné všecky pokusy parallelisovati usazeniny diluvia německého s ledovými a meziledovými dobami v Alpách.

---

[39]) G r u b e : *Zur Frage der Terrassenbildung im mittleren Flußgebiete der Weser und Leine und ihrer Altersbeziehungen zu den Eiszeiten.* (Monatsb. d. d. geol. Ges., sv. 61, 1909, str. 470 a n.).

[40]) l. c. str. 330.

Morfologická studie o kalíšku a číšce Rosaceí na základě sezelenalých květů u Potentilla aurea L.

Podává

Prof. Dr. **Karel Domin.**

(Se 3 tabulkami.)

Předloženo ve schůzi dne 21. června 1912.

Zákony přírodní (a tudíž i v říši rostlinné) nepřipouštějí vyjímek, neboť pak by právě přestaly býti zákony a nebyla by možná harmonie, jako panuje v přírodě, ani spolehlivý povšechný základ, na kterém botanika buduje své vůdčí ideje, jež se projevují za všech okolností v organisaci celého rostlinstva. Druhy rostlinné jsou ovšem jednotkami nadmíru *nestálými*: nalézají se v stálém přerodu, ve vývoji, v němž se podivně kombinuje postup progressivní s vytvářením znaků regressivních. Jak se nám druhy rostlinné právě jeví, jsou již pouhým promítnutím dlouhé vývojové řady, ale ani tak nezůstávají ještě stálými, nýbrž podléhají stálým proměnám, které se však namnoze vymykají našemu přímému pozorování.[1])

Přes tuto nestálost základních jednotek systematických pozorujeme však, že rostliny jsou budovány dle jednotného plánu, nepřipouštějícího vyjímek, že orgány na rostlině jsou sestaveny dle určitých zákonů a že můžeme rozeznávati základní orgány, které se ovšem často dalekosáhle přeměnily biologickým přizpůsobením.

Srovnávací morfologie rostlinná vyšetřuje všechny tyto zákony a podává nám tak jednotný, ucelený názor o rostlině jako jedinci i jako článku v nadmíru složitém vývojovém řetězi. Zdánlivě nalézáme sice mnoho vyjímek od základních zákonů, leč pouze *zdánlivě*. Morfologie snaží se právě vysvětliti všechny tyto výjimky, převésti je na platné zákony a zároveň i objasniti, z jakých asi důvodů se orgány tak podivně přetvořují.

[1]) Srovn. na př. Velenovský, Moderní směry systematiky rostlinné, Věstn. Česk. Akad. cís. Frant. Jos. roč. XI. — Domin, Úvod k novějším theoriím vývojovým, str. 115 a n., Praha 1909.

Starší francouzská a německá morfologie snesla sama ohromné množství fakt a vybudovala spolehlivý základ této vědě, která ač v novější době často zanedbávána a podceňována, byla právě u nás prof. Velenovským poprvé systematicky a způsobem odpovídajícím moderním názorům zpracována.[1]) Tak dostalo se nám obsáhlé vědecké rukověti této důležité vědy a zbývá pouze propracování některých specialních otázek v daném již a fakty zabezpečeném rámci.

Ovšem i tyto drobné problémy jsou namnoze velice obtížné, neboť dávno již pozměněné orgány tak se odchýlily od svého původního tvaru, že jest bez obsáhlého srovnávacího studia a zvláštních abnormit často nemožno rozhodnouti, z čeho pozměněný orgán vznikl a jak se dá převésti na základní orgány, v poslední řadě na anaphyt. Organograph nehloubá v takových případech dlouho o pravé povaze orgánu na první pohled odlišného. Nevidí-li zřejmé spojitosti s listem, osou nebo kořenem, uzná prostě orgán ten za „nový", za orgán „sui generis". Srovnávací morfolog se ovšem nikdy nespokojí tímto rozřešením, které ve skutečnosti není vůbec žádným vysvětlením, jak správně vykládá Velenovský (na uv. m.), Worsdell a jiní autoři ve svých morfologických úvahách.

Zvláště ve květech, které představují souhrn pozměněných phyllomů na zkrácené ose, bývá základní element, listy, často tak podivně přetvořen, že není to snadným úkolem převésti jejich součástky na původní tvar.

Velice případně praví pak Velenovský, že právě *hypanthia* neboli *číšky* (v nejširším slova smyslu, tudíž i číšky osní (kupuly) i receptakula jako číšky phyllomové) jsou problémem tak komplikovaným jako málo jiných v morfologii květu.

Již po dobu dvou let zabýval jsem se studiem o morfologickém významu kalíšku (calyculu) u Rosaceí, leč teprve v květnu t. r. podařilo se mi nalézti veliký počet sezelenalých květů u *Potentilla aurea L.*, které nejen nade vší pochybnost objasňují morfologický význam kalíšku Potentill, nýbrž jsou zároveň novým dokladem o správnosti Velenovského theorie o receptakulu vůbec.

V literatuře (i v nejnovější) bývají číšky takřka důsledně prohlašovány za útvary osní, za rozšířenou anebo dutou osu. Velenovský (na uv. m. str. 820—849) první podrobně vykládá, že osní číšky, kupuly, jaké známe na př. v čeledi Cupulifer, jsou *velikou vzácností, že většina číšek jest původu phyllomového* (tudíž pravá receptakula) anebo konečně v docela ojedinělých případech jest číška jednak osní, jednak phyllomová.

Na základě anatomickém dospěl v nejnovější době celkem k stejnému výsledku Aug. Hillmann[2]), který usuzuje z průběhu svazků cevních,

[1]) J. Velenovský, Srovnávací morfologie rostlin, díl I.—III. Praha 1905—1910.

[2]) Aug. Hillmann, Vergleichend-anatomische Untersuchungen über das Rosaceenhypanth, Beih. z. Bot. Centralbl. XXVI. 1. Abt. 377 a n. (1910).

že číška Rosaceí (s vyjímkou r. *Rosa* a Pomaceí) představuje kongenitálně srostlý útvar phyllomový.

Zajímavé receptakulum rodu *Rosa*, které jest baňkovité neb lahvicovité, na povrchu úplně hladké, massivní, bylo ode dávna téměř všemi botaniky považováno za útvar osní, ač Velenovský (na uv. m. str. 832) zcela případně poukazuje k tomu, že ne právě vzácné a opětovně popsané (jím zvláště hojně na *Rosa pimpinellifolia* pozorované) abnormity stkvělým způsobem potvrzují, že číška rodu Rosa jest beze vší pochyby původu listového, neboť se rozkládá v 5 volných, peřených kališních lístků, které přisedají volně k basi lůžka. Tento zjev u růže popsal a krásně zobrazil již v roce 1827 Aug. Pyr. De Candolle, leč přes to důležitá tato abnormita nedoznala patřičného povšimnutí od většiny těch, kteří se zabývali morfologií číšky rodu *Rosa*. Také Čelakovský, který ve zvláštním pojednání z r. 1874,[1]) kde jedná o číšce a spodním semeníku vůbec, považuje číšku růže za osní kupulu, docela prý totožnou s osní kupulou rodu *Ficus*. Domněnka o její phyllomové povaze zdá se mu dokonce absurdní a nepřirozená.

Také Hillmann nerespektuje abnormity, jichž byl popsán tak veliký počet a z nichž některé jsou tím zajímavější, že se u nich vyskytá rozložená číška při jinak nezměněných květech.

Aug. Pyr. De Candolle[2]) zobrazuje na zvláštní tabulce proliferující růži se sezelenalým kalichem, při čemž číška s kališními cípy jest rozložena v 5 jen na basi spojených peřených listů. Receptakulum růže pokládá pak De Candolle (na uv. m. I. str. 419) za srostlý kalich srůstající ještě s lůžkem květním („torus"), na které přisedají semeníky. Torus (anebo „réceptacle propre de fleurs") jest dle něho (na uv. m. I. str. 125) rozšířený konec stopky květní, z něhož vynikají plátky korunní a tyčinky. Na str. 43 druhého dílu popisuje pak poměry ty u růže takto: „Der Kelch braucht, streng genommen, nicht mit den Ovarien verwachsen zu sein, um wirklich oder scheinbar einen Bestandteil der Frucht auszumachen; so z. B. sind die Carpelle bei den Rosen *in der durch die Kelchröhre gebildeten Art von Becher*[3]) zerstreut; sie hängen nur mittelst ihrer Basis mit ihm zusammen; nach dem Blühen werden die mit einander verwachsenen Torus und Kelch grösser und vorzüglich an ihrer innern Oberfläche sehr fleischig."

D. F. L. von Schlechtendal[4]) popisuje velice zajímavou abnormitu u *Rosa fraxinifolia* („*calyce foliaceo flore potentilloide*"), u které se

[1]) L. Čelakovský, Ueber die Cupula und den Cupularfruchtknoten, Öster. Bot. Zeitschrift 1874 Nr. 12, Sep. str. 4.

[2]) Aug. Pyr. De Condolle, Organographie végétale (něm. překlad Meisnerův z r. 1828) t. 33.

[3]) Mnou proloženo!

[4]) D. F. L. von Schlechtendal, Pflanzen-Missbildungen, Linnaea VIII. (1833) str. 624.

receptakulum ztratilo, t. j. rozložilo v sezelenalé veliké lístky kališní, které byly inserovány na málo stluštělém lůžku květním (či stopce květní, jak praví Schlechtendal); plátků korunních bylo málo a nedokonale vyvinutých, tyčinek mnoho, uprostřed pak hustě směstnané semeníčky s plátky korunními stejně dlouhé a postavené do mělké centrální jen slabě vyduté části lůžka. Zcela případně končí Schlechtendal popis této zajímavé abnormity: „Beweiss genug, *wie innig die eigentlichen Rosen mit den Potentillen verbunden sind.*"

V. Borbás [1]) zmiňuje se o obdobné abnormitě u *Rosa dumetorum* Thuill. a praví, že u ní byly „die vergrösserten Kelchblätter von einander bis zur Basis gänzlich abgesondert, und an dem unteren Teile unterscheidet man die Oehrchen der Nebenblätter so, dass man annehmen könnte, dass die Steinfrucht der Rose auch aus dem unteren Teile des Kelches, welcher den Nebenblättern entsprechen möchte, gebildet wird."

U *Rosa centifolia* L. (a vůbec různých pěstovaných růží) jsou podobné případy velice hojné, jak lze se přesvědčiti nahlédnutím do kterékoliv příručky teratologie. Tak praví na př. Penzig[2]): „der Kelch der Primärblüte ist in den durchwachsenen Rosen sehr häufig verlaubt; die einzelnen sind als mehr oder minder vollständige, gefiederte Laubblätter ausgebildet. Dabei verschwindet meist die Axenröhre, welche in der Frucht die „Hagebutte" bildet und alle Blütenblätter sind auf einer cylindrischen Achse inseriert. Dieselbe verlängert sich dabei gewöhnlich in der Blütenregion, oft schon oberhalb des Kelchwirtels hebt also die Petala, die petaloiden Stamina und die Carpelle in spiraliger Anordnung mit sich in die Höhe."

Četné abnormity růží popsány též v novější době O. Meyranem.[3])

Také M. T. Masters [4]) uvádí rozložení číšky ve volné lístky kališní, spojené často s prorůstáváním květu jako zjev u Rosaceí velice obyčejný, ačkoliv podává pro tyto abnormity nesprávný výklad stejně jako Penzig, který jest přesvědčen o osní povaze číšky. Ovšem Masters připouští aspoň částečnou účast kalichu na číšce, neboť praví: „so zeigt das Aussehen gewöhnlich, dass der Fruchtknotten (die Hagebutte) der Rose eine Verbreiterung des Blütenstieles ist, der oben mit den zusammenhängenden Basen der Kelchblätter im Zusammenhange steht."

Vysoce zajímavý případ sezelenalého květu růže (*Rosa hybrida* hort.) uvádějí J. C. Costerus a J. J. Smith[5]); číška úplně se rozložila a jednotlivé

---

[1]) V. Borbás, Correspondenz, v Oesterr. Bot. Zeitschr. XXX. 136—137 (1880).

[2]) Penzig, Pflanzen-Teratologie, I. str. 438 (1890).

[3]) O. Meyran, Quelques observations de Tératologie végétale. A propos du genre Rosa. Journ. Soc. Nat. Hortic. Fr. sér. IV. vol. 6 (1905) str. 359—368.

[4]) M. T. Masters, Pflanzen-Teratologie, překl. Dammerův, 1886, str. 98, obr. 36.

[5]) J. C. Costerus and J. J. Smith, Studies in Tropical Teratology, Annal. Jard. Bot. Buitenzorg XIX. 154 (1904).

součástky květní byly inserovány na prodloužené ose se zřetelnými články. Poučný tento případ citujeme doslovně: „The thalamus is not urceolate but lengthened out and consisting of distinct internodes. The five sepals have the shape of ordinary leaves. The lowest is solitary, then follow 2½ *mm* higher up the other four sepals at distances hardly perceptible. The highest sepal consist of nothing but two well developed stipules and with its midrib the only petal coalesces at right angles. As these two (sepal and petal) are pressed against one side of the thalamus, there is no room here for stamens and pistils. These organs are consequently to be found only on the other side above sepals 2—4."

Zajímavé jsou dále Mastersem uvedené a zobrazené (na uv. m. obr. 37., 38) ostatně častěji pozorované abnormity u Pomaceí, tak u jablka (*Pirus malus*), kde objeví se místo číšky úplně volný až k basi rozdělený kalich a svrchní více méně oddělené semeníky. Případy tyto přesvědčivě a jasně dokazují, že i u Pomaceí jest číška původu fyllomového, ovšem že zde v normálním případě srůstá se semeníky.

Penzig uvádí (na uv. m. str. 445—446, 451) více obdobných případů u jablka i hrušky a usuzuje z toho, že aspoň z části účastní se na dužnatém plodu kalichy. Praví totiž: „Im Allgemeinen führen die Beobachtungen an den sprossenden Pomaceen zu dem Schluss, dass an der Bildung des fleischigen Pericarpes hauptsächlich die Axe, und zwar vorzüglich deren Rindenparenchym beteiligt ist. Doch zeigen mehrere unten angeführte Anomalien, dass auch die Basis der Blütenphyllome, und besonders der Kelchblätter fleischig werden und so an der Fruchtbildung Teil nehmen kann."

Dle našeho názoru jest číška Pomaceí úplně homologická s číškou Drupaceí, jak to abnormity stkvěle potvrzují, s tím rozdílem, že u těchto sedí na dně číšky pravidelně jeden volný semeník, u oněch však číška se semeníky srůstá. Ale jako u Pomaceí se abnormně vyskytá volný kalich a svrchní semeník, tak opět obráceně u některých druhů rodu *Prunus* někdy kalich (číška) srůstá se semeníkem, takže vzniká semeník dokonale spodní. Carrière[1]) popsal na př. takovou třešni (*Prunus avium*) se svrchním kalichem vytrvávajícím na zralém plodu.

Později seznáme, že i u r. *Potentilla* může se číška rozložiti v sezelenalé lístky kališní a podobně i u mnohých jiných rodů Rosaceí, jak ještě uvedeme. Překvapuje proto nemálo, že přes všechna tato fakta, abnormity obecně známé a dosti hojné, dodnes vykládají přemnozí teratologové, systematikové, anatomové i ontogenetikové číšky Rosaceí jako osní kupuly!

Vytvoření receptacula u samotného rodu *Rosa* jest ovšem dosti podivné jednak tvarem, jednak tím, že jest hladké a masivní. Po

[1]) Carrière, Rev. Horticole 1870—1871; Koch's Wochenschr. f. Gärtn. 1872 str. 119 (dle Penziga).

této stránce jest však velmi pozoruhodná abnormita, kterou Touchy[1]) popsal. Nalezl totiž u *Rosa leucantha* Lois. cípy kališní vytrvávající na zralém plodu hypertrofické, masité, barvou a konsistencí s červenou číškou naprosto shodně vytvořené. Případ ten dokazuje, že masité vytvoření číšky není důvodem proti jejímu phyllomovému původu.

Ostatně lokální hypertrofie mimokvětních částí jest u *Pomaceí* ode dávna dobře známa. Tak na př. vznikají někdy u hrušky dužnaté útvary zvané Carrièrem „fruits sans fleurs" zduřením base listové, řapíku listového anebo osy i s listy. Tyto nepravé „plody" bývají hrušce někdy nápadně podobné, jsou stejně jedlé a mívají dokonce i pro dužninu hrušky význačné kamenné buňky! Někdy stávají se i kališní cípy anebo petaly podobně hypertrofické. Obdobné případy jsou známy i u jablk, kde se mimo to někdy stává, že zdužnatí stopka plodu, takže pak sedí zdánlivě dva plody nad sebou. Případy ty, o kterých existuje nesmírně obsáhlá literatura, připomínáme jen proto, že nesmíme se klamati vytvořením číšky u r. Rosy a usuzovati snad z něho na její osní povahu.

Letos na jaře pozoroval jsem opět více méně prorostlé květy u *Rosa pimpinellifolia*, jichž číška byla zhusta až úplně k basi (k stopce květní) rozložena ve volné, sezelenalé, více méně peřené a palisty opatřené lístky kališní, jak to popisuje Velenovský ve své morfologii. Petaly bývají v těchto květech buď normalní, anebo z části sezelenalé; obyčejně bývá jich vyvinuto méně než 5 (někdy jen jediný). Obr. 1. znázorňuje květ tohoto šípku s 5 drobnými plátky korunními a s rozloženou číškou.

Případy tyto svědčí již samy o sobě o fyllomové povaze číšky rodu *Rosa* a lze se proto právem diviti, že nejenom Baillon[2]), nýbrž i W. O. Focke[3]) a valná většina ostatních autorů, tak Hofmeister[4]), Eichler[5]), Henslow[6]), Wiesner[7]), Pax[8]), P. A. Rydberg[9]), Wettstein[10]) a č. j. přijímají osní povahu číšky r. *Rosa* a Rosaceí vůbec jako fakt samozřejmý. Baillon

---

[1]) Touchy, Sur quelques modes d'hypertrophie chez les végétaux, Bull. Soc. Bot. France IV. (1857) str. 649.

[2]) Baillon, Histoire des Plantes I. (1867—1869) str. 345.

[3]) W. O. Focke, Engler-Prantl, Nat. Pflanzen-Famil. III. 3. str. 1, 4 (1888).

[4]) Hofmeister, Allgem. Morphol. str. 475 (1868) mluví o osní číšce.

[5]) Eichler, Blüthen-Diagramme II. str. 496 (1878) praví o Rosaceích: Perianth- und Staubblätter sind allgemein dem Rande eines cupularen, in der Gestalt dabei vom kurz-becher-förmigen bis zum lang-röhrigen wechselnden Receptakulums eingefügt.

[6]) Henslow, The Origin of Floral Structures, str. 96.

[7]) Wiesner, Elem. Wiss. Bot. II. 307.

[8]) Pax v Allgem. Morphol. d. Pflanzen str. 206 (1890) praví: In der Familie der Rosaceae finden sich alle Stufen perigyner Insertion, von der nur tellerförmigen Erweiterung der Blütenachse, wie sie bei *Potentilla* vorkommt, bis zur flaschenförmigen Aushöhlung, wie sie bei *Rosa* begegnet.

[9]) P. A. Rydberg, A Monograph of the North American Potentilleae (Mem. Deptm. Bot. Columb. Univ. vol. II.) str. 7 (1898).

[10]) Wettstein, Handb. d. system. Botan. II. str. 356 (1907).

píše na př. o „Série des Rosiers“: „Le pedoncule florale se dilate à son sommet, comme dans la plupart des Monimiacées, en un réceptacule creux, en forme de bourse ou de gourde, ventrue, globuleuse, ou plus ou moins allongée.“ Focke vyjadřuje se pak o číšce v celé čeledi Rosaceí takto: „Achse in der Blüte zu einem kelchartigen, entweder flachschüsselförmigen oder mehr oder minder hohlen, am Rande die Kelch-, Blumen- und Staubblätter tragenden Organe erweitert“ a dále pak (str. 4): „besonders bedeutungsvoll für die Familie ist die Mannigfaltigkeit im Bau der becherförmigen Blütenachse, welche früher als verwachsenblättriger Kelch aufgefasst wurde und noch in manchen neueren Werken als solcher beschrieben worden ist.“

Hillmann popisuje ve své uvedené práci průběh svazků cévních ve květech některých druhů z rodů *Geum, Potentilla, Waldsteinia, Sibbaldia, Fragaria, Rubus, Dryas, Alchemilla, Prunus, Amygdalus, Ulmaria, Spiraea* a *Rosa*. Dospívá pak k výsledkům, které stručně shrnujeme takto:

Často se vyskytají vedle srostlých tyčinkových (k tyčinkám vedoucích) svazků cevních (t. j. takových, které se připojují k svazkům číšky) nesrostlé tyčinkové svazky cevní, t. j. takové, které se nepřipojují k některým svazkům číšky, nýbrž probíhají volně až k stopce květní a tam anebo k lůžku květnímu se připojují. S vyjímkou rodu *Rosa* nalezáme obě kategorie „tyčinkových“ svazků cevních u všech jmenovaných rodů (často v stejném květu) anebo někdy též volné svazky cevní scházejí.

U rodu *Rosa* probíhají však v číšce tyčinkové svazky cevní *vesměs* samostatně a volně vedle hlavních nervů číšky a nejsou s četnými větvemi těchto v žádném spojení (ani ne anastomosami). Na průřezu stopkou číšky vidíme, že svazky tyčinkové postupují až sem odděleny jsouce od svazků masité číšky.

Z toho dedukuje pak Hillmann, že číšky všech uvedených Rosaceí jsou původu fyllomového, ježto shodují se v průběhu svazků cevních s kalichem rodu *Lythrum*, jehož listová povaha jest nesporná. U rodu *Rosa*, kde průběh svazků cevních jest jiný, jest prý číška určitě původu osního. Proč však, Hillmann nijak nevykládá, neboť popsaný jím průběh svazků cevních u rodu *Rosa* otázku tu v smyslu naznačeném neřeší. Když u většiny rodů Rosaceí mohou se objevovati vedle spojených svazků cevních taktéž svazky *volné*, jak Hillmann sám ukazuje, u některých pak pouze srostlé a v obou případech jest dle Hillmanna tento průběh svazků cevních dokladem fyllomové povahy číšky, nenahlížím, jakým právem můžeme souditi u rodu *Rosa* na osní povahu receptakula z té okolnosti, že zde probíhají svazky tyčinkové a číškové vesměs volně. Logický důsledek se to aspoň nezdá býti, stejně jako není přísně vědecké vyjadřování, když Hillmann na str. 416 proloženě píše: *„Das Hypanth von Rosa wird schwerlich anders denn als Achsengebilde gedeutet werden dürfen“* a o půl stránky dále (na str. 417) opět proloženě: *„Bei der Gattung Rosa ist es unstreitig Achse.“*

Van Tieghem[1]) ukázal sice, že z průběhu svazků cevních lze do jisté míry souditi na povahu číšky, avšak jeho názory o číšce Rosaceí jsou naprosto nepřijatelné. Dle něho není číška ani kongenitálně srostlými fyllomy ani rozšířenou osou, nýbrž komplexem orgánů („c'est *un organe complexe*, auquel le nom de „coupe réceptaculaire" convient bien, . . . dont l'expression réelle, la signification véritable, est d'être la somme de dix appendices composées").

Sám Hillmann (na uv. m. str. 381) obrací se proti názorům Van Tieghemovým poukazuje k tomu, že *jsou jednostrannými, ježto se opírají pouze o anatomii.*

Hillmann jest však sám neméně jednostranný; činí sice správně, že si nevšímá ontogenese, avšak úplně zanedbává i srovnávací morfologie, v celé práci nezmiňuje se o nesčetných popsaných abnormitách ani slůvkem, opíraje se jen o průběh svazků cevních. Proto nelze se diviti, že dospívá k výsledkům částečně nesprávným. Anatomie sama nemůže býti pro otázky morfologické směrodatnou, jak na četných příkladech dokázal Velenovský. V případě Hillmannově nelze však vůbec jasně vyrozuměti, proč by nespojené svazky tyčinkové a nervy číškové svědčily o osní povaze receptakula.

Poukazuji ještě na rozpor anatomických údajů Van Tieghemových a Hillmannových. Van Tieghem píše, že číška rodu *Rosa* se odlišuje anatomicky od číšky Spiraeaceí „par ses vingt faisceaux périphériques, dont le fréquentes bipartitions radiales donnent naissance à de nombreux verticilles de dix étamines chacun", kdežto Hillmann popisuje u r. *Rosa* tyčinkové svazky cevní až do stopky květní úplně volné. Rozpor ten mimoděk připomíná odporující si názory ontogenetiků o číšce. Většina z nich, tak Payer[2]), líčí číšku Rosaceí jako rozšířenou osu, na kterou přisedá kalich, koruna a tyčinky; stejného názoru jest též Naegeli, Schwendener, Hofmeister, Sachs, Goebel, Schumann a j. Proti tomu dospívá však Koehne[3]) právě na základě ontogenetickém k názoru, že veškeré číšky jsou splynulinou fyllomů květních bez účasti osy.

Sezelenalé květy u Potentilla aurea L.

Přistoupíme nyní k vylíčení zmíněných abnormit na jednom velikém trsu *Potentilla aurea* L., který jest pěstován v alpinách pražské universitní botanické zahrady, a který tvořil dle svědectví zahradního inspektora již minulého roku (1911) sezelenalé květy. Trs ten jest úplně zdravý a nesl z části normální květonosné lodyhy s obvyklými květy anebo květy nedo-

[1]) Van Tieghem, Recherches sur la structure du pistil et sur l'anatomie comparée de la fleur, Paris 1871.

[2]) Payer, Organogénie comparée de la fleur, Paris 1851.

[3]) Köhne, Ueber Blüthenentwicklung bei den Compositen, 1869.

konale sezelenalé (v malém počtu) a konečně veliký počet květů, jichž kališní lístky byly přeměněny v dlouhé, řapíkaté, assimilující listy, kdežto ostatní části květní byly více méně normalní anebo taktéž přetvořené. Těchto květů ohledal jsem na 50; tvořily se vesměs jednotlivě a terminálně na zkrácených lodyhách, takže se v trsu úplně ztrácely, i když měly normalní žluté plátky korunní a to proto, poněvadž přeměněné řapíkaté kalichy nebyly na první pohled od listů assimilačních vlastních k rozeznání.

Některé květy měly kališní lístky přeměněné v zelené, řapíkaté listy, všechny ostatní části květní zůstaly však docela normální, jen někdy bylo pozorovati zmenšení počtu tyčinek. Tyto zelené, řapíkaté lístky stály v kruhu a byly na spodu (poševní části) srostlé, značně však výše než kam až sahala číška. Žlaznatý discus se někdy nevyvinul, část mezi lůžkem a jím byla značně zkrácena. Kalíšek v těchto květech byl obyčejně maličký, v podobě nerozdělených, čárkovitě-kopinatých cípů. Takový květ s listy trojenými až 2 *cm* dlouhými zobrazuje obr. 2.

Při méně dokonalém sezelenání, které bylo však zjevem nepoměrně vzácnějším, přeměnily se lístky kališní v jednoduché, na spodu sůžené (avšak nestopkaté) zelené a assimilující lístky, odpovídající velikostí lístku dospělého listu. Kalíšky nabyly sice na velikosti, zůstaly však obyčejně všechny nedělené, jak znázorňuje obr. 10., ve kterém však prorůstá osa či lůžko květní.

Také jsem pozoroval jeden květ odpovídající stopkatými kalichy prvému, avšak čistě samčí. Měl 13 tyčinek a nízké lůžko květní bez semeníků.

Zmenšení počtu tyčinek bylo vůbec význačným zjevem v mnohých sezelenalých květech, za to však nikde jsem nepozoroval ani částečné jich sezelenání. V některých květech nalezl jsem jen několik málo tyčinek s krátkými nitkami, ve vzácných případech byly květy ty čistě samičí, úplně bez tyčinek.

Nezřídka rovnají se listy vzniklé sezelenáním kalichu délkou listům přízemním, bývají až přes 6 *cm* dlouhé, zcela normální. Lístky kalíšku buď všechny anebo některé se při tom dělí ve dva lístky (obr. 3). Číška jest sice zachována, avšak konsistence více blánité a jeví se zřejmě jako srostlá stipularní část kališních lístků.

Při dalším postupu sezelenání pozorujeme pak tendenci řapíkatých lístků kališních oddělovati se, při čemž jejich inserce a velikost naznačuje již více méně genetickou spirálu. Někdy bývají dva listy kališní srostlé a pak následují ostatní 3, které jsou o něco výše postaveny. Při tom se ovšem číška úplně ztrácí a kalíšek rozdělený presentuje se zcela zřejmě jako volné cípy „přirostlých palistů" či správněji řečeno volná poševní ouška.

Obr. 4. znázorňuje případ, kdy nejdolejší kališní lístek jest oddálený a rovná se trojčetnému spodnímu listu lodyžnímu. Následující kališní list jest taktéž volný, ale ostatní tři (vzadu na obrázku) jsou srostlé a jejich calyculus (vyjímaje na kraji) dokonce nerozdělený. Osa sama krátce pro-

růstá. Korunní plátky a tyčinky jsou zcela normální, někdy některý schází; jsou inserovány v kruzích pod prodlouženým lůžkem.

Někdy se však stává, že i korunní plátky více méně sezelenají, takže mívá takový květ vnější kruh z 5 prodloužených zelených lístků odpovídající kalichu a vnitřní kruh s řapíky o něco kratšími, odpovídající koruně. Nezřídka nalézají se přechody, při čemž část plátku jest žlutá, petaloidní, část virescentní. Někdy má třeba i řapíkatý trojčetný lístek vzniklý z petalu část čepele, anebo aspoň část porozšířeného řapíku žlutý, ostatek pak konsistencí a barvou s listy přízemními úplně shodný. Dle tvarů přechodních se zdá, že petaly odpovídají pouze čepeli listové. Teprve druhotně, při dalším sezelenání, počíná se vyvinovati též část stipulární. Nezřídka mívá řapík jen jediný palist. Případ toho druhu vidíme na obr. 11., kde pozorujeme dva pochvou (= číška) srostlé sezelenalé lístky kališní s prostředním kališkem dvouzubým, avšak ještě nerozděleným a jeden přeměněný petal, který jest vetknut pod lůžko (vlastně prorůstající osu) těsně nad insercí přeměněného kalichu.

Obr. 5. znázorňuje zajímavý případ, který nám dává sám o sobě výklad o pravé povaze i kališku i číšky. Číška jest úplně rozložena, jeden sezelenalý (nejdolejší) kališní lístek jest zcela volný a zřetelně oddálený, pak následují dva a dva stipularní části srostlé kališní lístky. Tyčinek jest málo, krátkých, na obrázku petaly zakrytých. Korunní plátky 4 jsou více méně sezelenalé (tmavší stínování značí část virescentní). Rozšířené lůžko květní (i žlaznatý terč) schází, za to jest tu dosti slabá, válcovitá na spodu nahá osa, která nese jeden zelený lístek (dle všeho asi vyzdvižený pátý plátek korunní) četné normální semeníčky a na konci roste dále jako listonosná osa. Obr. 6. znázorňuje obdobnou osu z jiného květu, taktéž s drobným listem, který se zdá býti pátým petalem a na konci dále rostoucí.

V jiném, celkem analogickém květu prorůstala stejně válcovitá osa jako listonosný prýt, nenesla však ve spodní části žádných semeníčků. Jindy byl opět sezelenalý květ takto vyvinut: 5 zelených, velikých, dlouze řapíkatých 5—3dílných lístků kališních, z nichž jeden byl poněkud oddálen, ostatní celkem v kruhu, po té 5 dokonale zelených, stopkatých, o málo kratších lístků v kruhu jako koruna; tyčinky a semeníky celkem normální, ony lůžku květnímu přiblížené.

Vzácně kdy se objevují v úžlabí některých sezelenalých květů dosti veliké a dále se vyvíjející pupeny, jak jsem to pozoroval u dvou květů, které byly již z posledních.

Při velikém počtu ohledávaných květů vedlo by příliš daleko, podrobně popisovati všechny modifikace. Při normální koruně, tyčinkách (nehledě k jejich někdy menšímu počtu) a semenících jeví kalich s kališkem jakož i číška celou stupnici proměn, které lze as takto shrnouti:

1. číška zůstává zachována, kališek se jeví jako malé, čárkovité, jednoduché lístky, vlastní kalich jako přisedlé, krátce až velmi dlouze řapíkaté, jednoduché, trojené aneb někdy též pětičetné zelené listy;

2. jak před., ale buď některé kalíšky anebo všechny dvouzubé, dvouklané anebo rozdělené ve dva samostatné lístky;

3. všechny lístky kalíšku jsou až na spod rozděleny a při tom objevují se zřejmě jako konce pochvy kalichové (= číšky), která jest hlouběji rozeklána, takže z číšky zbývá jen malá část;

4. číška se úplně ztrácí; zelené listy kališní jsou až k basi odděleny nebo v skupinách srostlé, v kruhu postavené;

5. sezelenalé listy kališní počínají se stavěti do spirály což se jeví nejen velikostí, nýbrž hlavně oddálením jednoho lístku, ostatní jsou pak více méně oddálené (někdy v srostlých skupinách po 2 až 3); i při této nejzazší přeměně zůstávají někdy kalíšky uprostřed mezi srostlými kalichy jednoduché. Obyčejně jsou však rozdělené.

Lodyhy květní byly až na málo výjimek přísně dimorfické, to jest buď velice zkrácené lodyhy zakončené jednotlivými sezelenalými květy s dlouze řapíkatými listy kališními, anebo prodloužené vícekvěté s normálními květy. Někdy se však i na těchto lodyhách zjevovaly v menší míře sezelenalé květy, při čemž poměr jednotlivých částí kalichu a kalíšku byl velice komplikovaný a nejasný, neboť často se u těchto květů stává, že přisedlý více méně sezelenalý cíp vlastního kalichu tvoří dva druhé lístky (z trojčetného listu) zatlačené na zad a brzo větší nebo menší, jednodušší nebo více zubaté a ježto se současně též kalíšek více méně přeměňuje a dělí, bývá zhusta orientace přečetných lístků nemožná. Takto sezelenalé květy u *Potentilla recta* ohledával jsem již minulého roku, leč nedospěl jsem na základě nich k žádnému určitému výsledku.

Zajímavé byly pouze takové případy málo sezelenalých květů u *Potentilla aurea*, na nichž bylo možno na postupných metamorfosách dobře pozorovati, že jsou to kalichy (a nikoliv snad kalíšky), které se mění v zelenou čepel.

Sezelenání semeníčků (ani částečné) jsem právě jako u tyčinek nikdy nepozoroval.

Při všech zmíněných přeměnách jest velice důležitá ta okolnost, že po rozložení číšky a zániku terče ani petaly ani tyčinky nedoznávají změny, což svědčí o tom, že nejsou súčastněny na tvorbě receptakula.

Kalíšek (calyculus) Rosaceí.

Kalíšek Rosaceí byl různě vykládán a to buďto jako palisty náležející ke kalichu, jako listeny anebo konečně za „segmenta calycina accessoria".

První, kdo se vyjádřil o stipularní povaze calyculu, byl (pokud jsem mohl v literatuře zjistiti) J. Roeper v roce 1826[1]). Roeper praví již dosti výstižně: „Foliola quinque minora exteriora et cum foliis calycinis veris alternantia, quae in Potentillis generibusque aliquot affinibus videmus

[1]) J. Roeper, Varia, Linnaea II. str. 82 (1827).

mihi ex foliorum calycinorum stipulis per paria connatis efformata esse videntur, neque ad proprium verticillum ea pertinere credo.“ O rok později pak[1]) praví, že tento jeho názor o kalíšku jest správný, neboť píše „contigit mihi paulo post flores *Fragariae* invenire, quibus, quod antea suspicatus tantum eram, optime probatur, dum scilicet e foliolis externis alia apice *bifida* erant, alia *ad basin usque separata*.“ Proto navrhuje, aby kalich byl označován jako „calyx stipulatus“, případně „exstipulatus.“

Aug. Pyr. De Candolle ve své „Organographie végétale“ z r. 1827 tento názor ještě nepřijímá, za to však připojuje ho Meisner ve svém překladu díla De Candolleova z r. 1828 (I. str. 390 v poznámce).

Později většina autorů přijímá názor Roeperův, tak praví na př. Baillon (na uv. m. str. 366) o calyculu: „Ces languettes sont de nature stipulaire, et chacune d'elles résulte de la fusion de deux stipules voisines. Il arrive même assez fréquemment que cette fussion n'a pas lieu; le calicule peut alors être formé de dix folioles libres, ou unies deux à deux, alternant par paires avec le sépales.“

Stejně vyjadřuje se o stipulární povaze kalíšku celá řada autorů, tak na př. Eichler, Hofmeister, Warming, Pax, Rydberg, Focke, Velenovský, Ascherson a Graebner, Wettstein, Hillmann atd.

Známe-li a srovnáváme-li jen některé zástupce Rosaceí, které jsou opatřeny calyculem, zdá se nám často na první pohled jasným, že kalíšek nemůže býti než palistového původu. Rozhlédneme-li se však po celé čeledi a sledujeme-li přeměny kalíšku v různých rodech Rosaceí, jest otázka ta daleko komplikovanější a ty momenty, které se obyčejně udávají na důkaz jeho stipulární povahy, objeví se nám brzo nedostatečnými. Jeť vytvoření kalíšku v čeledi Rosaceí tak mnohotvárné a často i u téhož druhu tak variabilní, že nestačí obvyklý poukaz na časté dělení kalíšku ve 2 cípy jako důkaz o jeho stipulární povaze.

Nejběžnější názor jest, že receptakulum jest ploše neb miskovitě rozšířená osa, na kterou jsou inserovány petaly i lístky kališní, které sestávají z částí odpovídající čepeli listové (vlastního kalichu) a ze stipularních přívěsků (volných palistů), které po dvou srůstají.

Ovšem *přijímáme-li názor o phyllomové povaze číšky za správný, pak nemůžeme kalíšek označiti jako srostlé palisty, vždyť číška jest právě tvořená vlastní stipularní (poševní) částí kališních lístků, jak dokazují sezelenalé květy, kdežto calyculus jest jen volným cípem části palistové kongenitálně v číšku srostlé.*

Popsané abnormity dokazují nade vší pochybnost, že názor o stipulární povaze kalíšku, který často nápadně se podobá listencovému zákrovu, jest naprosto správný. Ovšem třeba kalíšek označiti jako volná, po 2 srostlá poševní ouška (vlastní pochva tvoří receptakulum), čili ve smyslu

[1]) J. Roeper, Observationes aliquot in florum inflorescentiarumque naturam, Linnaea I. (1826), Appendix sub. G. str. 461.

dosud obvyklé, ač ne úplně správné terminologie jako volné, po 2 srostlé cípy přirostlých (a vzájemně srostlých) palistů, které tvoří číšku.

Jak jsem již dříve vyložil[1]), představují listy Rosaceí ve smyslu theorie Velenovského obyčejně listy dvoučlánkové. První článek, pochva, objevuje se zhusta v listech primerních (po dělohách), jakož i v šupinách kryjících pupeny a v prvních listech nových prýtů. Postupně se však vlastní pochevní část silně redukuje, za to se vyvinují veliká poševní ouška, až konečně vznikají t. zv. přirostlé palisty anebo konečně samostatná ouška jako palisty volné. Sledujeme-li pak metamorfosu listu v postupných formacích až ke květům, vidíme, že nejvyšší listeny představují nezřídka opět jen jediný článek a to obyčejně pochvu (s rudimentární čepelí), řídčeji splynulinu obou článků. Obr. 15—18 znázorňuje u *Fragarie* vývoj listenů, které se rovnají pochvě listové. Bylo by tudíž přirozeno, že i lístky kališní budou představovati pouze jediný článek (jak to jinak jest pravidlem) a nikoliv dva. Zjev tento jest velice pozoruhodný a dojista vyjímečný.[2])

Při posuzování morfologické hodnoty kalíšku třeba si zvláště pamatovati :

1. *Zcela obyčejné a hojné dělení kalíšku ve 2 cípy (často však i více) neznamená ještě rozložení v původní palisty. Jest to prosté štěpění a dělení v květních phyllomech velmi rozšířené.*

2. *Velikost, tvar, barva a konsistence kalíšku jsou vesměs znaky druhotné, z kterých taktéž nelze s bezpečností usuzovati na jeho morfologickou hodnotu.*

3. *Kalíšek představuje nám na každý způsob část listu a jako takový může se nejrozmanitějším způsobem přetvořovati a třeba i celý list napodobiti.*

4. *Kdo přijímá phyllomovou hodnotu číšky, nemůže v důsledku toho vykládati kalíšek jako celý palist.*

* *
*

Uvádíme napřed rozšíření kalíšku v celé čeledi Rosaceí, přidržujíce se rozdělení Fockeho v Nat. Pflanzen-Fam. (III. 3.).[3])

I. *Spiraeoideae.* — Kalíšek schází.

II. *Pomoideae.* — Kalíšek schází.

III. *Rosoideae.* — Kalíšek obyčejně vyvinut.

V oddělení *Kerrieae* jest vyvinut u r. *Rhodotypus*, schází však u rodů *Kerria* a *Neviusia*. Poslední rod jest tím zajímavý, že scházejí u něho

[1]) K. Domin, Příspěvek k morfologii listu rostlin dvouděložných, Rozpr. Česk. Akad. cís. Frant. Jos. XX. č. 26 (1911); Morphologische und phylogenetische Studien über die Stipularbildungen, Ann. Jard. Bot. Buitenzorg, 2e Sér. v. IX. (1911).

[2]) Obdobný kalíšek vyskytá se zvláště v čeledi *Malvaceí*. O jeho hodnotě jsou názory velice sporné; *Velenovský* vykládá jej jako kalichový útvar stipulární.

[3]) Pro středoevropské rody a druhy srovn. zvláště Aschersona Graebner, Syn. Mitteleurop. Flora VI. str. 5 a násl. (1900).

taktéž petaly, kalich jest však listovitě vyvinut a pilovitý.

Bohatý rod *Rubus* postrádá calyculu.

V oddělení *Potentillineae* jest kalíšek vyvinut takřka vždy; tak jest přítomen u všech druhů rodů *Fragaria, Potentilla, Horkelia, Ivesia, Drymocallis, Stellariopsis, Sibbaldia, Potaninia.* Schází však u rodu *Chamaerhodos (Ch. erecta* (L.) Bunge).

V oddělení *Dryadineae* bývá kalíšek často vyvinut, tak vždy u rodů *Waldsteinia, Coluria, Fallugia* a pravidelně u velikého rodu *Geum*; schází však u sekce *Stylipus* tohoto rodu, kam náleží severoamerické *Geum vernum* Torr. Není nikdy vyvinut u rodů *Dryas* a *Cowania.*

V oddělení *Sanguisorbeae* jest vyvinut u rodů *Alchemilla, Agrimonia, Aremonia, Spenceria, Leucosidea* a *Hagenia*, schází však u rodů *Sanguisorba, Poterium, Margyricarpus, Tetraglochin, Polylepis, Acaena, Bencomia* a *Cliffortia.*

U velikého rodu *Rosa* calyculus vždy schází, pozoroval jsem však abnormně u *Rosa cinnamomea* L. pěstované v botanické zahradě jakýsi *pseudocalyculus* v podobě čárkovitě-niťovitých dlouhých úkrojků postavených přesně uprostřed mezi celokrajnými cípy kališními na místě, kde u jiných rodů bývá vyvinut kalíšek. Dle přechodů, které jsem na některých květech pozoroval, nebyl to však pravý kalíšek, nýbrž peřené cípy kališní u rodu *Rosa* často se objevující, pravidelně na způsob kalíšku rozestavené a tím nápadnější, ježto kalich jest u tohoto druhu obyčejně celokrajný.

IV. *Neuradoideae.* — Kalíšek jest vyvinut u r. *Neurada*, schází však u rodu *Grielum.*

V. *Prunoideae.* — Kalíšek vesměs schází.

VI. *Chrysobalanoideae.* — Také u této, od vlastních Rosacei valně odlišné podčeledi, kalíšek nikdy není vyvinut.

* * *

Variace kalíšku jsou nesmírně hojné, vyskytujíce se jednak jako více méně stálý znak jednotlivých druhů, jednak abnormálně. Jak monograf obtížného a přes 300 druhů čítajícího rodu *Potentilla*, Th. Wolf, uvádí lze vytvoření calyculu dobře upotřebiti jako znaku diagnostického a stejně tomu jest i u četných jiných rodů, kde tvarem a velikostí kalíšku jsou charakterisovány buď celé skupiny druhů (na př. u rodu *Horkelia*) anebo jednotlivé druhy. Jako příklad uvádím z malého rodu *Waldsteinia* dva v našich botanických zahradách obyčejně pěstované druhy, a sice *W. geoides* Willd. a *W. trifolia* Koch, které mají naprosto různé vytváření kalichu a kalíšku. U *W. geoides* má kalíšek podobu niťovitých, dosti dlouhých lístků, lístky vlastního kalichu jsou široké, delší, normálně 3zubé. *W. trifolia* má však kalíšky čárkovité asi o $^2/_5$ kratší než kalich, kališní lístky krátce vejčité, kopinaté neb trojhranné.

U některých druhů jest vytváření kalíšků dosti stálé, u jiných nalezáme však vždy určitý počet odchylek, jak snadno zjistíme při ohledávání většího materiálu. U některých druhů jest pak tato měnlivost, nestálost kalíšku do jisté míry stálým znakem.

U druhu rodu *Fragaria* jsou odchylky zvláště četné, hlavně u rostlin pěstovaných v zahradě. Velice často bývají některé (aneb i všechny kalíšky) více méně dvouzubé, hluboce dělené anebo docela ve dva samostatné lístky dělené. Lístky ty bývají brzy stejně veliké, brzy opět jest jeden mnohonásobně menší; někdy se rovnají velikostí lístku původnímu, někdy jej i značně předčí. Nemáme však práva tyto obyčejné abnormity považovati v každém případě za původní tvar, za abnormitu atavistickou, t. j. štěpění lístku, který vznikl kongenitalním srůstem dvou „palistů". To dokazují zvláště tyto okolnosti:

1. *někdy nalezneme i lístky kališní více méně dvoucípé až úplně rozdělené ve dva lístky.* Stává se pak, že třeba 3 i 4 kališní cípy jsou rozděleny, *kalíšek však celý*, takže bychom pak stejným právem mohli tvrditi, že kalich představuje palisty náležející ke kalíšku. Z této okolnosti poznáváme, že jedná se tu pouze o obvyklé dělení phyllomů květních.

2. *Někdy se kalíšek vyvine jako 3zubý lístek anebo se zveličí a nabude úplně rázu listenového,* ač představuje jen volný poševní cíp. Zvláště zajímavý případ znázorňuje obr. 14. Vidíme tu 5 kališních lístků, z nichž 3 jsou normální (1, 2, 5), jeden (3) jest nesouměrně krátce dvoucípý, poslední pak (4) hluboce rozeklán ve dva lístky. Také 3 lístky kalíšku jsou celkem normální (b, d, e), ač velikostí nestejné. Jeden z nich (c) nápadný svou velikostí jest krátce na konci rozeklán, poslední (a) jest pak podivným způsobem přetvořen, rozdělen totiž ve dva samostatné, s kalichem stejně dlouhé lístky, z nichž jest jeden úzce čárkovitě kopinatý celý, druhý o málo menší než vlastní kalich a na konci trojklaný, jakoby představoval listen, jehož střední lalok odpovídá redukované čepeli a postranní volným cípům palistů.

Různých jiných případů, kde kalíšek, případně i kalich se dělil a rozlišně přetvořoval, pozoroval jsem veliké množství, leč uvedené dostačí jako doklad našeho tvrzení.

3. *Někdy bývá kalíšek Fragarií rozdělen ve 3 neb* jak jsem jednou pozoroval *dokonce ve 4 celkem stejně veliké lístky.*

4. Metamorfosy kalíšku a kalichu často na první pohled klamou. Tak nalezl jsem několik květů u *Fragaria elatior*, u nichž na jinak zcela normálních květech počínal se kalich rozlišovati v širší část basalní, napodobující jaksi pochvu a užší část hořejší, jakoby čepel (obr. 8.), ač ovšem celý lístek kališní odpovídá čepeli, kdežto jeho pravá část stipularní tvoří jednak číšku, jednak kalíšek. Všechny tyto přeměny mají ráz význačně progressivní a dotvrzují znovu známý fakt, že list i jeho část může se často podivuhodným způsobem přetvořiti.

Ještě daleko více variací nalézáme u velikého rodu *Potentilla*, kde sice kalíšek obyčejně sestává z celokrajných menších lístků, někdy jest však normálně daleko větší než kalich a případně i listovitě vytvořen. U našich druhů rodu *Potentilla* bývá kalíšek pravidelně jednoduchý a menší než kalich, ač na př. již *Potentilla recta* mívá zhusta kalíšek nápadně větší kalichu. Uvedeme nyní některé zajímavé normální i abnormní případy různě vytvářeného kalíšku:

1. Kalíšek veliký, více méně zubatý, laločnatý aneb i listovitě vytvořený nalezá se jako druhový znak u následujících zástupců rodu *Potentilla*.

Potentilla heterosepala Fritsch, která jest domovem na vysokých horách Mexika, Guatemaly a Nové Granady, má kalíšek a kalich as stejně dlouhý, lístky kalíšku eliptičné, tupé, obyčejně 3zubé, neb 3klané s prodlouženým středním lalokem. K. Fritsch[1]) popisuje je takto: „Die Blätter des Außenkelches sind in der Mehrzahl der Fälle dreispaltig und den obersten Vorblättern einigermaßen ähnlich; manchmal sind aber die beiden Seitenzipfel nur schwach angedeutet oder sie fehlen ganz ... Bei jeder Blüte ist aber mindestens ein Teil der Kelchblätter dreispaltig."

Blízce příbuzná *Potentilla Dombeyi* Nestl. z vysokých Kordiller jižní Ameriky má dle Th. Wolfa[2]) aspoň v odrůdě *andicola* Lehm. taktéž někdy 2 až 3klané kalíšky.

Vysoce zajímavé jsou kalíšky u asijské *Potentilla indica* Th. Wolf (= *Fragaria indica* Andrews, *Duchesnea fragarioides* Sm., *Duchesnea indica* Focke), kde jak obr. 13. ukazuje, bývají (u normalních květů!) nezřídka větší než kalich, 3laločnaté a často ještě s 1—2 postranními zuby, zelené, assimilující, takže by nikdo v nich netušil po dvou srostlé cípy palistů! Na první pohled tento druh jest závažným dokladem *proti* stipularní povaze kalíšku, srovnáme-li však všechny modifikace, vidíme, že jest to pouze extrem, který souvisí pozvolnými přechody s původním tvarem. Penzig[3]) praví, že u tohoto druhu jsou lístky kalíšku často rozpoltěny ve dvě stejné polovice a isolovány.

Th. Wolf (na uv. m. str. 665) popisuje kalíšek tohoto druhu, který právem zařadil do rodu *Potentilla*, takto: „sepala externa foliacea cuneato-obovata antice tridentata vel trilobata (rarius 5 vel pluridentata) sub anthesi internis subaequilonga vel longiora post anthesin reflexa." Popisuje pak zajímavou odrůdu (var. *serrulata* Th. Wolf na uv. m. str. 666), která má „sepala externa oblongo-ovata acute 5—7 serrata".

Potentilla Seidlitziana Bien., domácí v Armenii, má sice kalíšek značně kratší než kalich, lístky kalíšku však vpředu 3laločné s velice tupými laloky.

---

[1]) K. Fritsch, Ueber eine neue Potentilla aus Mittelamerika, Englers Botan. Jahrb. XI. str. 316 (1890).

[2]) Th. Wolf, Monographie der G. Potentilla, Bibl. Bot. Heft 71 (1908) str. 397.

[3]) Penzig, Pflanzen-Teratologie I. str. 429 (1890).

Potentilla doubjouneana Camb., rostoucí hlavně na horách himalayských, má kalíšek s kalichem skoro stejně dlouhý, lístky kalíšku široce klínovitě obvejčité hluboce trojklané; kališní lístky jsou jako u všech předchozích druhů nedělené a celokrajné.

2. Zvláštní abnormitu u *Potentilla verna* L. pozoroval Th. Wolf, jehož laskavostí jsem obdržel věrné její zobrazení. Kalíšek byl vyvinut listovitě, jako veliké, zelené, zubaté lístky, kališní lístky byly malé, normální, z části rozdělené ve dva lístky, takže dle této podivuhodné abnormity by se zdálo, že kalíšek odpovídá čepeli a kalich spíše palistům. Jest to nový doklad, jak zvláštním způsobem může se část listu přetvořiti. Th. Wolf (na uv. m. str. 23) zmiňuje se o tomto případu takto: „Von *P. verna* sah ich eine Blüte, an der die 5 äußern Kelchzipfel 2mal so lang als die innern, breit und tief gezähnt, kurz den ausgebildeten Hochblättern der Pflanzen vollkommen ähnlich waren und einen Hüllkelch bildeten, welcher auffallend an die Hülle von *Eranthis hyemalis* erinnerte." K tomu pak Wolf ještě dodává: „Ueberhaupt erlauben sich die äußern Kelchzipfel viel mehr Unregelmäßigkeiten als die innern, sie erinnern dadurch oft viel eher als diese an ihre ursprüngliche Blattnatur, und dies spricht nicht gerade zu Gunsten der Deutung derselben als ursprüngliche Nebenblättchen der innern Kelchzipfel. Bei den innern Zipfeln kommt eine ausnahmsweise Spaltung nur sehr selten, und eine regelmäßige Zähnelung derselben, soviel ich weiß, nur bei *P. geoides* und *P. calycina* vor."

3. U *Potentilla canescens* a *balcanica* pozoroval jsem *narůstání 1 neb dvou listenů na číšku*, tudíž phyllomů na útvar phyllomový. Jest to abnormita sice zvláštní, avšak mohli bychom uvésti více analogií z jiných čeledí rostlinných. V jednom případě bylo pošinutí dosti zřetelné, v jiném (u *P. canescens*) vyrůstal malý listen z číšky bez jakékoliv známky sbíhání. Proti phyllomovému původu číšky tyto abnormity však nesvědčí.

4. U některých druhů z rodu *Potentilla* jest velmi význačný brzký a rychlý vývoj kalíšku, který svým rychlým vzrůstem předbíhá značně kalich, jak to často bývá u útvarů stipularních, které se vyvinují před čepelí. Jako doklad jmenujeme obyčejnou *Potentilla reptans L.* (obr. 9.).

5. U obyčejné *Potentilla argentea* L. nalezl jsem u Richmondu v jižní Anglii dva květy, jinak zcela normální, jednomu však úplně scházely dva, druhému 3 kalíšky, ostatní byly nerozdělené. Tento zjev, pokud mi známo, jest poměrně vzácný, morfologicky však snadno vysvětlitelný. Jest známo i u listů zelených, že se občas volné cípy poševní nevyvinují. Ostatně u četných rodů Rosaceí, tak na př. *Rubus*, mají listy taktéž palisty a přece v květech mají kalichy stipularní část (číšku) bez volných poševních oušek (= kalíšku). Poměrně nejčastěji abortuje některý kalíšek u r. *Geum*, kde ostatně u druhu *Geum vernum* normálně kalíšek vůbec schází. Jeden neb dva nevyvinuté lístky kalíšku pozoroval jsem u více druhů pěstovaných v naší zahradě, ač jen na jednotlivých květech a při ohledávání velikého

materiálu. J. Roeper[1]) pozoroval úplný abort některých kalíšků u *Geum urbanum*.

6. Zajímavou abnormitu nalezl jsem na jednom květu u *Potentilla recta*. Kalíšek byl tvořen 5 vesměs celými lístky značně většími než lístky kališní, které byly vesměs až k basi rozděleny.

7. Dělení kalíšku ve 2 lístky jest velice obyčejný zjev. Nalezneme přechody od kratičce dvouzubých lístků až k úplně rozděleným, někdy bývají též vícezubé, třebas i listenům podobné, tak na př. nezřídka u *P. rupestris*. Nejvyšší počet lístků kalíškových nalezl jsem u jednoho sedmičetného květu u *P. recta*, kde byly všechny rozděleny, takže celkový jich počet obnášel 14. Obyčejně bývají však na vícečetných (6—9četných) květech, které jsou často terminálními, kalíšky nerozdělené. Také čtyřčetné květy jen se 4 kalíšky se vzácně vyskytují.

Z jiných abnormit Rosaceí uvádím jeden zajímavý případ u *Waldsteinia geoides* (obr. 7.); o normálním vytvoření kalíšku i kalichu jsme se již svrchu zmínili. V jednom květu byly však jen 4 kališní lístky normální, široké a třízubé, pátý byl vyvinut v podobě úzce čárkovitého úkrojku na způsob kalíšku; cípy kalíšku byly pak z části krátké, z části prodloužené. Zajímavá tato abnormita jest novým dokladem, že pátrajíce po morfologické hodnotě těchto částí, nesmíme se dáti svésti jejích tvarem a velikostí.

Rhodotypus kerroides má kalíšek celkem shodně vytvářený s palisty lodyžních listů. Dospělé listy jsou tu súženy na spodu v kratičký řapík, po jehož stranách nacházejí se malé, úplně volné, čárkovitě kopinaté až čárkovité, zašpičatěné 2—3 *mm* dlouhé a více méně chlupaté palisty. V mládí jsou zelené, později jejich špičky shnědnou a konečně úplně usychají. Poslední pár listů pod květem mívá palisty někdy delší a s basí listovou sblížené.

Jako kalíšek zůstávají palisty ty celkem nezměněny; zubaté a veliké lístky kališní, které jsou zřejmě jen málo modifikované listy, srůstají jen *docela krátce na basi, takže číška jest zde vyvinuta jen nepatrně*. Ovšem tato srostlá base kališních lístků přisedá na *značně stluštělou stopku květní*, kterou třeba však od splynulé base kalichové přesně rozeznávati.

Kalíšky jsou buď jednotlivé mezi cípy kališními, anebo po 2 nebo i 3, pak ale někdy jest těžko rozeznávati je od basalních prodloužených zubů kališních. Nezřídka jsou kalichy dle velikosti rozlišeny, dva veliké ve vnějším kruhu po každé straně kalíškem opatřené a dva značně menší ve vnitřním kruhu nezřídka bez kalíšků.

Hojně jsem pozoroval abnormní případy, že z nejhořejšího páru listového se vyvinul pouze jediný list, kdežto druhý vstřícný byl zastoupen

[1]) J. Roeper, Ber. über die Verh. d. Schweiz. Naturf. Ges. in Basel 1834—35; Die Stellung der Frucht ist von der Stellung des vorhergehenden Organen-Kreises der Blume abhängig, Bot. Zeit. IV. str. 212 (1846).

listovitě vyvinutým, jemu protistojným kališním lístkem. Při tom obyčejně byla stopka květní silně obráceně kuželovitě stluštělá. Ostatně i jinak jsou kališní lístky málo změněné vzhledem k lodyžním a bývají někdy na spodu až k masitému lůžku květnímu (rozšířené stopce květní) volné. Vidíme tudíž u Rhodotypu zajímavou korrelaci mezi listy lodyžními bezpoševnými, leč volnými palisty opatřenými a kalichy, které taktéž postrádají pochev, jež se obyčejně u Rosaceí spojují v číšku, jsou jen na spodu nepatrně spojené (nevytvořujíce zřejmé číšky)[1]) a mají stejné palisty.

Při ohledávání velkého počtu květů Rhodotypu nalezl jsem též jeden zajímavý zygomorfický květ na postranní, plagiotropicky rostoucí větévce, kde listy se dvouřadě stáčely do jedné roviny, Těsně pod květem byl vyvinut pouze jediný list, proti němu pak stojící kališní lístek byl listovitě vyvinut a prodloužený. Rovina větévky stanovila osu souměrnosti. Hořejší lístek kališní byl nejkratší spíše přitisklý, postranní dva delší poněkud odstálé, nejdolejší pak víc než dvakráte delší hořejšího. Hořejší dva plátky byly o mnoho menší (více jak dvakráte), dolejší dva veliké představovaly jaksi dolejší pysk. Kalíšky 4 jednoduché. V tyčinkách zygomorfie byla jen slabě načnačena.

U *Hagenia abyssinica* Willd. jest kalíšek na samičích květech značně větší než kalich.

U rodu *Stellariopsis (St. santolinoides* (Gray) Rydb.) jsou lístky kalíšku celé o mnoho menší a kratší než kalich; měří tu jen asi $^1/_4$ délky cípů kališních (bez číšky).

U rodu *Drymocallis* jest poměr velikosti kalíšků a kalichu dosti ustálen; calyculus jest zde jednoduchý, o mnoho menší než kalich. U *D. fissa* (Nutt). Rydb. jsou však lístky kalíšku někdy zubaté, ač při tom značně kratší cípů kališních.

U rodu *Horkelia* má převážná většina druhů kalíšky celé a o mnoho menší a kratší než kalichy. *H. capitata* Lindl. a *pseudocapitata* Rydb. má sice kalíšky s kalichy skoro stejně dlouhé avšak úzce čárkovité. Velice odchylná jest však jejich forma u *H. californica* Cham. & Schlecht. Zde jsou kalíšky jako u několika málo Potentill listovitě vytvořeny, veliké, hrubě zubaté, delší než kalich a za plodu vytrvávající. Rydberg[1]) je popisuje takto: „bractlets 5—10 *mm* long ribbed ovate and generally 3toothed at the apex, the middle tooth the longest somewhat exceeding the ovate acute sepals; bractlets and sepals generally erect in fruit".

Také příbuzná *H. frondosa* (Greene) Rydb. má kalíšek vejčitý, obyčejně na konci 3zubý, o něco delší než trojhranně kopinaté cípy kališní.

---

[1]) Srovn. Velenovský, na m. m. str. 832, který také upozorňuje na tuto okolnost.

[1]) P. A. Rydberg, na m. m. tab. 57 f. 2, 3, str. 126.

Poznámky o číšce Rosaceí.

Phyllomový původ číšky Rosaceí dokazují jasně různé abnormity, leč přes to od *Schleidena* až do doby nejnovější převážná většina autorů kloní se k názoru, že číška ta jest původu osního, tudíž pravá kupula. Velice obtížnou jest však otázka, až kam jde phyllomové receptakulum, kam lůžko květní anebo karpophor, v některých případech i stopka květní. Hranice mezi touto a karpophorem jest méně důležitá, neboť obojí útvar jest původu osního, daleko důležitější jest zjistiti přesnou hranici mezi číškou a lůžkem květním. Na normálních květech nelze zhusta otázku tu přesně rozřešiti, ježto ani průběh svazků cevních ani ostatní struktura anatomická neskýtá nám bezpečního vodítka.

V případech mnou ohledávaných domnívám se, že na číšce účastní se pouze kalich a to pravidelně svou stipularní částí a nikoliv tyčinky a petaly. To potvrzují popsané abnormity zcela jasně, neboť i když se číška rozloží, tyčinky a petaly zůstanou zhusta docela nezměněny, což by jistě nebylo, kdyby svou spodní částí účastnily se na tvorbě číšky. Ostatně podobné čistě kalichové číšky („Kelchbecher") uvádí Velenovský v čeledi *Lythraceae*, *Saxifragaceae* a jinde.

Tyčinky u Potentill (a i jiných Rosaceí) přisedají k více méně vyniklému a stluštělému, žlaznatému terči („Honigscheibe", „Discus"), který se zdá býti effigurací číšky. Když číška se rozloží (viz obr. 12), pak část mezi karpophorem a terčem se velice zkrátí, takže nezměněné tyčinky a petaly přisedají pak těsně pod lůžkem květním. V některých sezelenalých květech Potentill se při rozložení číšky zdá, jakoby svrchní část od karpophoru až k terči příslušela celá k lůžku květnímu, takže by žlaznatý discus představoval zakončení téhož (ovšem taktéž hodnosti emergence). Pak bychom musili ovšem přijímati, že k horní střední části phyllomového receptakula přirůstá poněkud do plochy rozšířené lůžko květní. V sezelenalých květech se pak často lůžko vyvine jako válcovitá osa, terč i rozšířenina lůžka se ztrácí a tyčinky a petaly přisedají na více méně prodlouženou osu. Anatomicky se mi nepodařilo rozřešiti tuto těžkou otázku a také si netroufám bez dalšího, podrobného studia pronésti nějaký definitivní úsudek. Tolik však podotýkám již teď, že by se na theorii o phyllomovém původu receptakula podstatně ničeho nezměnilo, i kdybychom přijímali toto přirůstání porozšířeného lůžka květního k číšce. Naopak v tom případě mohli bychom snadno vyvrátiti často opětovanou námitku, že není možno, aby číška byla původu listového, neboť pak by prý vynikaly listy (tyčinky a petaly) z listů! Námitka ta není však příliš závažná ani v tom případě, přijímáme-li číšku výhradně phyllomovou. Pak jedná se tu sice o vyšinutí na phyllomový útvar, které však nezanechalo žádných stop, jak bychom pro to i jinde v rostlinstvu nalezli doklady. Bylo by to tudíž jakési ideální a kongenitální vyšinutí, které ovšem dnes neukazuje, jakým způsobem bylo uskutečněno.

Čelakovský (v citovaném pojednání) přijímá volné receptakulum (*Rosa*) jako útvar vyhradně osní, v jiných případech se domnívá, že osa srůstá s karpelly. Tak praví (str. 6): „. . . folgt nun die richtige Deutung, nach welcher die Cupula des Cupularfruchtknotens zwar ein axiles, aber innen mit den vollständig bis zur Fruchtknotenbasis ausgebildeten Carpellen verwachsenes Gebilde ist, welches die übrigen Blütenkreise, wenigstens die Corolle und Staubblätter frei entwickelt auf seinem Gipfel trägt."

Bentham a Hooker[1]) označují číšku jako „tubus calycis", kalíšek však jako listence (bracteolae). Dle nich discus přirůstá k číšce; celkový poměr pak vyjadřují takto: Calyx liber vel ovario adnatus; tubus brevis vel elongatus, augustus vel explanatus, lobi saepissime 5, . . . nunc 5bracteolati. Discus tubum calycis vestiens, margine saepissime integerrimo rarissime tumido vel lobato."

Jest tudíž názor těchto autorů i s našeho stanoviska celkem správný.

Důležitá jest i ta okolnost, že někdy osa prorůstá a číška jest zachována i není tudíž myslitelno, že by osa normálně pokračující se současně po stranách rozšiřovala. Případně se o tom vyjadřuje Velenovský (na uv. m. str. 833) takto: „Často bývají květy rodů *Potentilla* a *Geum* tak přeměněny, že receptaculum i s tyčinkami zůstávají normální, ale osa květní roste dále v téže podobě jako stopka pod receptaculem a nese na konci buď znovu květ nebo jen karpelly. V tomto tvaru není zajisté myslitelno, že by osa naprosto stejná pod číškou i nad číškou interkalárně se v receptaculum rozšířila."

U rodu *Geum* často se objevují sezelenalé květy, které svědčí o phyllomové povaze číšky i o správném pojímání calyculu. Kirschleger uvádí již v r. 1844[2]) „*Geum nutans*, calycis phyllis magnis foliaceis, stipulis incisis interjectis quinque, petalis oppositis."

Chr. Luerssen[3]) podrobně popisuje sezelenalé a více méně prorostlé květy u *Geum rivale* L., které zřejmě svědčí o stipularní povaze calyculu a phyllomové hodnotě číšky. V případech Luerssenem popsaných byly obyčejně sepaly pomnoženy. Tak měl jeden květ na př. „statt des Kelches einen Kranz von Blättern, die den oberen Stengelblättern normaler Pflanzen ähnlich waren und eine große, rosettenförmig ausgebreitete Hülle bildeten, durch welche die Pflanzen vom weiten ein anemonenartiges Ansehen erhielten. Diese Hülle bestand aus 7 größeren, am Grunde blattstielartig verschmälerten (číška byla tudíž úplně rozložena), lappig-gekerbten, weich behaarten Blättern, zwischen denen je 1 oder 2 kleinere, an der Spitze meist dreilappig gekerbte standen, so daß von letzteren 9 vorhanden waren. Die größeren Hüllblätter vertreten hier

[1]) Bentham a Hooker, Genera Plantarum I. 600.

[2]) Kirschleger, Teratologische Notizen, Flora XXVII. str. 130 (1844).

[3]) Chr. Luerssen, Beiträge zur Pflanzen-Teratologie, Oester. Bot. Zeitschr. XV. 343 a n. (1865).

gleichsam die großen Kelchabschnitte der normal entwickelten Blüte, während die kleinen an Stelle der zwischen den Kelchlappen eingefügten Nebenblättchen stehen."

Od té doby byly sezelenalé květy u r. *Geum* opětovně popsány a všechny tyto abnormity svědčí o phyllomové povaze číšky.[1])

U *Fragaria vesca* pozoroval Velenovský v letě 1911 (dle ústn. sdělení) částečně sezelenalé květy, které mu dosvědčovaly správnost jeho názorů i o číšce i o calyculu.

Ostatně sezelenalé květy byly u Fragarií opětovně popsány,[2]) leč často bez patřičného zřetele na morfologický výklad číšky. Zajímavý případ sezelenalých květů u *Fragaria vesca* popisuje Wydler[3]), který nalezl dokonale sezelenalé tyčinky, petaly i karpelly, bohužel nepopisuje dosti podrobně inserci jednotlivých částek květních, která jest zvláště důležitá.

P. A. Rydberg vykládá ve své monografii severoamerických *Potentilleae* (str. 7—9), že číška Rosaceí jest beze vší pochyby původu osního a odvolává se hlavně na to, že tyčinky a petaly nemohou býti inserovány na útvaru phyllomovém, dále na tu okolnost, že číška u Rosy a jiných rodů nese někdy listence a že místo pravé inserce sepalů jest na konci číšky, jak prý dokazují některé abnormity růží i kalíšek Potentilleí. Hlavní však své důvody o osní povaze číšky, které jako velice originelní nerozpakujeme se celé citovati, formuluje takto: „If the cup is regarded as the result of the adnation of the lower portions of the sepals, petals and stamens," praví Rydberg navazuje na nemožnost, aby listy vznikaly na listech, „the difficulty is not removed. The petals fall off by a joint at their insertion at the margin of the cup. This point should either be the lower end of the petiole or else the petal should represent only the leaflet of a unifoliolate leaf. In the first case it would be borne on the calyx as above. In the second case, the difficulty would be that the leaflets in *Potentilla* and most genera are not deciduous, nor even jointed to the rachis. We should also find a continuation of the leaf downward representing the rachis. There is a kind of continuation in the form of a fibro-vascular bundle, but this unites with those from the antipetalous stamens before it reaches the bottom of the cup. So also the fibro-vascular bundles of the sepals unite with those of the antisepalous stamens. If the three sets of organs were completely united and all inserted on the end of the pedicel at the bottom of the calyx, we would have the rather absurd condition either that fibrovascular bundles of two sets of leaves (petals and stamens, or sepals and stamens) of different ages would be united in the organs themselves, or else that the stamens were borne on the other organs, just as in the first case, only that the inser-

[1]) Srvn. na př. J. Györffy, Növény teratologiai adatok, Jahrb. d. Ungar. Karpathenver. XXXII. 1905, 1.

[2]) Srovn. na př. Penzig, Pflanzen-Teratologie I. str. 430.

[3]) H. Wydler, Kleinere Beiträge zur Kenntniss einheimischer Gewächse, Flora XVIII. 124—125 (1860).

tion would be a little farther down. If the attachment of the stamens, petals and sepals is supposed to be at the place where the fibro-vascular bundles separate, the axial portion would end at different heights and still a portion of the axis would be cup-shaped. It is therefore best to regard the whole of the cup axial. In this case the union of the fibro-vascular bundles below the margin causes no difficulty as fibro-vascular bundles from leaves often unite with other bundles in the stem."

Odpověď na tyto názory dali jsme již v předchozím. Jednostranné přeceňování anatomických znaků nemůže vésti k správnému rozřešení morfologických problemů, zvláště když odporuje morfologickým abnormitám jako v tomto případě.

VÝKLAD TABULEK.

Tabulka I.

Obr. 1. Květ šípku *Rosa pimpinellifolia*, jehož číška jest rozložena v dolejší část sezelenalých lístků kališních.

Obr. 2. *Potentilla aurea* L.: Květ se sezelenalým kalichem, jinak normalní.

Obr. 3. Jiný květ se sezelenalým kalichem (zakresleny jen řapíky přeměněných lístků kališních). Číška jest zachována, ale zřetelně se jeví jako srostlá stipularní část kališních listů. Kalíšek z části jednoduchý, z části ve 2 lístky rozložený.

Obr. 4. Jiný sezelenalý květ téhož druhu, přetvořené listy kališní se rozestupují, nejdolejší jest oddálený a kalíšek jest zřetelně přeměněn ve volná poševní ouška. Osa prorůstá.

Tabulka II.

Obr. 5. Sezelenalý květ u *Potentilla aurea*; kalich přeměněn v dlouze řapíkaté listy, z nichž nejdolejší jest zřetelně oddálený, pak následují dva a dva srostlé. 4 petaly jsou více méně sezelenalé (stínované partie značí část virescentní), pátý petal jest v podobě zeleného listu vyšinut na válcovitou, dole nahou, semeníky nesoucí a na konci prorůstající osu.

Obr. 6. Osa se semeníky a s basí listu, podobně sezelenalého květu, silněji zvětšena.

Obr. 7. Část rozložené číšky a kalichu u *Waldsteinia geoides*. Dva kališní lístky jsou 3zubé, normální, třetí, jako uzoučký, čárkovitý lístek. Kalíšky délkou nápadně nestejné. Na číšce pro tento druh význačný, blánitý límeček.

Obr. 8. Abnormalní květ u *Fragaria elatior*; lístky kališní rozlišují se v širší část basalní a sůženou hořejší, jakoby v pochvu a čepel.

Obr. 9. Poupě květní u *Potentilla reptans*; kalíšek předbíhá svým vývojem nápadně vlastní kalich.

Tabulka III.

Obr. 10. Částečně sezelenalý, prorůstající květ u *Potentilla aurea*: kalíšek nedělený, lístky kališní v podobě zelených, zubatých lístků.

Obr. 11. Část jiného sezelenalého květu téže rostliny: dva přeměněné lístky kališní, na spodu stipularní částí srostlé a jeden petal, těsně nad jejich insercí vetknutý; jeho řapík jest částečně petaloidní (žlutý) a vytvořil již po jedné straně cíp palistový.

Fig. 12. Průřez sezelenalým květem jiným, který ukazuje zánik žlaznatého terče a úplné rozložení číšky. Tyčinky a petaly jsou inserovány na ose, t. j. na silně zkrácené části mezi lůžkem květním a terčem.

Obr. 13. Normální květ u *Potentilla indica* Th. Wolf. Kališek jest listovitý, zubatý, větší než kalich.

Obr. 14. Abnormální květ u *Fragaria elatior*: 1, 2, 5, normální lístky kališní; 3 kališní lístek dvoucípý; 4 poslední kališní lístek skoro až k basi rozdělený. Z kalíšku jsou 3 lístky (*b*, *d*, *e*) celkem normální, jeden (*c*) krátce dvouzubý, a jeden (*a*) rozdělen ve 2 s kalichem skoro stejně dlouhé lístky, z nichž jeden jest nápadně široký a opět 3-zubý.

Obr. 15—18. Postupná redukce listů s listeny u *Fragaria*.

SEZNAM LITERATURY.

Ascherson a Graebner, Syn. mitteleurop. Flora VI. (1900).

Baillon, Histoire des Plantes, I. (1867—1869).

Bentham a Hooker, Genera Plant. I. 600. a n.

V. Borbás, Correspondenz, Oester. Bot. Zeitschr. XXX. 136—137 (1880).

Aug. Pyr. De Candolle, Organographie végétale, něm. překlad Meisnerův z r. 1828, I., II. díl.

Carriere v Rev. Horticole 1870—1871; Koch's Wochenschr. f. Gärtn. 1872 str. 119.

Lad. Čelakovský, Ueber die Cupula und den Cupularfruchtknoten, Oester. Bot. Zeitschr. 1874, Nr. 12.

J. C. Costerus and J. J. Smith, Studies in Tropical Teratology, Annal. Jard. Bot. Buitenzorg XIX. 154 (1904).

K. Domin, Příspěvek k morfologii listu rostlin dvouděložných, Rozpr. České akad. cís. Frant. Jos. XX. č. 26 (1911).

K. Domin, Morphologische und phylogenetische Studien über die Stipularbildungen, Ann. Jard. Bot. Buiterzorg, 2e Sér. IX (1911).

Eichler, Blüthen-Diagramme, II. díl (1878).

W. O. Focke, Rosaceae v Engler-Prantl, Nat. Pflanzenfam. III. 3 str. 1 a n. (1888).

K. Fritsch, Ueber eine neue Potentilla aus Mittelamerika, Engler's Botan. Jahrb. XI. str. 316 (1890).

J. Györffy, Nővé y teratologiai adatok, Jahrb. d. Ungar. Karpathenver. XXXII. (1905).

Henslow, The Origin of Floral Structures, str. 96.

Aug. Hillmann, Vergleichend-anatomische Untersuchungen über das Rosaceen-hypanth, Beih. 2. Bot. Centralbl. XXVI. 1. Abt. 377 a n. (1910).

Hofmeister, Allgem. Morphologie, 1868.

Kirschleger, Teratologische Notizen, Flora XXVII. str. 130 (1844).

G. Köhne, Ueber Blüthenentwickelung bei den Compositen, 1869.

Chr. Luerssen, Beiträge zur Pflanzen-Teratologie, Oester. Bot. Zeitschr. XV. 343 a n. (1865).

M. T. Masters, Pflanzen-Teratologie, něm. překlad Dammerův, 1886.

O. Meyran, Quelques Observations de Tératologie végétale. A propos du genre Rosa. Journ. Soc. Nat. Hortic. Fr. sér. IV. vol. 6 (1905), 359—368.

Pax, Allgem. Morphologie der Pflanzen, 1890.

Payer, Organogénie comparée de la fleur, Paris 1851.

O. Penzig, Pflanzen-Teratologie, I. díl (1890).

J. Roeper, Varia, Linnaea II. str. 82 (1827).

J. Roeper, Observationes aliquot in florum inflorescentiarumque naturam, Linnaea I. (1826) str. 461.

J. Roeper, Die Stellung der Frucht ist von der Stellung des vorhergehenden Organen-Kreises der Blume abhängig, Bot. Zeit. IV. str. 212 (1846).

P. A. Rydberg, A Monograph of the North American Potentilleae, Mem. Deptrm. Bot. Columb. Univers. vol. II. (1898).

D. F. L. von Schlechtendal, Pflanzen-Missbildungen, Linnaea VIII. (1833) str. 624.

Van Tieghem, Recherches sur la structure du pistil et sur l'anatomie comparée de la fleur, Paris 1871.

Touchy, Sur quelques modes d'hypertrophie chez les végétaux, Bull. Soc. Bot. France IV. (1857), str. 649.

Jos. Velenovský, Srovnávací morfologie rostlin, Díl I.—III. Praha 1905—1910.

von Wettstein, Handb. d. system. Botan. II. (1907).

Th. Wolf, Monographie der G. Potentilla, Bibl. Bot. Heft 71 (1908).

J. Wiesner, Elem. Wiss. Bot. II. str. 307.

E. et K. Domin del. UNIE PRAHA

E. et K. Domin del. .UNIE' PRAHA.

E. et K. Domin del.

O některých vyvřelinách z povltavského algonkia.

Podává **Radim Kettner** v Praze.

(S tabulkou a 5 vyobrazeními v textu.)

Předloženo dne 7. června 1912.

ÚVOD.

V práci této věnuji hlavní pozornost *spilitovým vyvřelinám* z komplexu „azoických vrstev" povltavských, jichž výskyty sice byly již ve starší literatuře většinou uváděny, ale po stránce geologické a petrografické soustavně dosud studovány nebyly. Shledav v území mnou zkoumaném tytéž strukturní odrůdy spilitových vyvřelin, jaké známy jsou v algonkiu západočeském, *dokazuji naprostou totožnost „azoických vrstev" povltavských*, prostírajících se na jih i na sever od usazenin středočeského siluru a devonu, *s algonkiem západočeským*. Vedle toho zmiňuji se zde o některých vyvřelinách intrusivních, které jsem v téže krajině na exkursích nasbíral a z nichž mnohé spilitům makroskopicky velmi se podobají.

Než přikročím k vlastnímu thematu, budiž mi dovoleno vzdáti vřelé díky *slavné II. třídě České Akademie cís. Františka Josefa* za udělení subvence, panu prof. Dru Fr. Slavíkovi za mnohé pokyny a sdělení práce mé se týkající a panu prof. Cyr. ryt. Purkyni za laskavé povolení užívati literatury i všech pomůcek ústavních. Zdařilé mikrofotografie zhotovil pan Dr. Boh. Ježek, assistent mineralog. ústavu čes. university, začež mu zde srdečně děkuji.

* * *

O spilitu ze Závisti u Zbraslavě.

Azoické břidlice tvořící jižní křídlo synklinaly středočeského staršího palaeozoika odděleny jsou na severu od vrstev silurských mohutným zlomem směru SV, jenž jest pokračováním příbramské rozsedliny jílové,[1])

[1]) J. Krejčí a K. Feistmantel: Orografický a geotektonický přehled území silurského ve stř. Čechách. Archiv pro přírod. prozk. Čech. Něm. vyd. 1885, české 1890.

na jihu pak lemovány jsou massivem středočeské žuly. Území toto nebylo dosud určitě stratigraficky definováno. Třeba že se velmi podobá svým petrografickým složením algonkickým vrstvám, které se prostírají na sever od uloženin silurských od Kralup pořícím Mže ke Klatovům, přece na základě jisté faciální odlišnosti vrstev v *Modřanské rokli*, upomínajících spíše na břidlice jinecko-skrejské, bylo stavěno aspoň z části na roveň vrstvám kambrickým etáže C. Názor tento, poprvé R. Helmhackerem vyslovený a ve výkladu ke geologické mapě okolí pražského [2]) podrobně odůvodňovaný jest zastáván ještě dnes některými geology. Tak na př. A. Liebus [3]) ve svých geologických výletech po okolí pražském mluví v Modřanské rokli o drobách a břidlicích etáže C. B. Mácha [4]) dokonce pokládá droby vystupující na levém břehu vltavském jižně od Záběhlic za příslušné spodním vrstvám etáže D. Exkursemi v Povltaví mezi Svatojanskými proudy a Zbraslaví přesvědčil jsem se, že máme zde *komplex vrstev jednotného stáří*; jílovité břidlice, které jsou zde převládající horninou, přecházejí někde zcela neznatelně v polymiktní droby, střídají se s nimi v mnohonásobném opakování, takže nelze tu naprosto nalézti nějakého určitého horizontu, podle něhož by pak mohl býti komplex vrstev přesněji stratigraficky dělen.

Sporná otázka o stáří tohoto mohutného souvrství jest definitivně rozřešena *profilem na Závisti*, na nějž mne upozornil pan prof. Cyr. ryt. Purkyně. Jižně od nádraží *Zbraslav-Závist* na pravém břehu vltavském vystupuje v železničním zářezu u *km* 36·0 *brekciovitý spilit* s celistvou hmotou mezerní a koulemi zrnité horniny; vzhled jeho jest úplně totožný se spility, které popsal Fr. Slavík [5]) od Zbečna a Častonic a *z direktního podloží kambrického slepence na Kamenné hůrce u Tejřovic*. Pro naprostou konkordanci s okolními vrstvami a pro přítomnost oné hmoty mezerní nutno pohlížeti na horninu jako na vyvřelinu *effusivní* s okolními drobami a břidlicemi stejně starou. A jelikož dosud spilitové vyvřeliny *toho rázu* [6]) v Čechách nikde jinde nalezeny nebyly, leč výhradně ve vrstvách *určitě* algonkických, nutno i v našem případě přisouditi *azoickým vrstvám povltavským stáří* **algonkické**.

---

[2]) J. Krejčí u. R. Helmhacker: Erläuterungen zur geol. Karte der Umgebungen von Prag. Archiv pro přírod. prozk. Čech 1879; str. 14, 15. Budu se odvolávati vždy na německý výklad mapy, jenž jest proti českému značně podrobnější.

[3]) Geologische Wanderungen in der Umgebung von Prag. Lotos 57. Nro. 10. 1909.

[4]) O žilných horninách od Záběhlic a diabasu od Hodkoviček. Věstník král. čes. společ. nauk 1900. Str. 3, 28, 39.

[5]) Fr. Slavík: Spilitické vyvřeliny v praekambriu mezi Kladnem a Klatovy. Archiv pro přír. prozk. Čech 1909.

[6]) Kladu důraz na slova „*toho rázu*", neboť některé diabasy v $Dd_1\beta$ jsou též hodně celistvé a tedy se blíží petrograficky spilitům.

Vrstvy tyto mají v nejbližším okolí Závisti od Modřanské rokle až po Skochovice celkem směr od SV k JZ a zapadají konstantně na *JV.* Petrograficky poněkud odlišné břidlice a droby v *Modřanské rokli,* tedy SZ od pokračování spilitu a břidlic závistských a s nimi naprosto *konkordantní,* jsou proto *starší,* než-li vrstvy mezi Závistí a Skochovicemi. Okolnost tato jest závažným důvodem, proč nemůžeme pokládati vrstvy Modřanské rokle za kambrické. Nějaká dislokace nebo snad dokonce překocení vrstev, které by snad přece ve prospěch názoru Helmhackerova svědčiti mohlo, pokud mi jest známo a jak jsem se i na mnoha exkursích přesvědčil, v krajině mezi Modřanskou roklí a Závistí vyvinuto není. Nazelenalé neb bělavé břidlice a zelenavé neb červenavé polymiktní droby, které pokračují od Modřanské rokle podél hranice s vrstvami silurskými k Botiči a Úhřiněvsi, *jsou pouze lokálním faciálním vyvinutím českého algonkia a náhodná podobnost jejich s vrstvami jinecko-skrejskými neopravňuje ještě k parallelisaci s jineckým kambriem.*

Diabasy na rozhraní algonkia a spodního siluru, jež kreslí Krejčí a Helmhacker na mapě okolí pražského v pruhu od Litochleb k Petrovicům, nejsou spility algonkické, nýbrž náležejí vrstvám $Dd_1\beta$ jako jejich pokračování u Šibřína a Ouval.

O výskytu spilitu (nebo podle staršího obvyklého označení „afanitu") na Závisti se starší literatura vůbec nezmiňuje. Ve vysvětlení ke geologické mapě Krejčího a Helmhackera uvádí se pouze,[7]) že drobnozrnné diority a afanity, doprovázející, jak se zdá, v ložích křemité porfyry, přestupují jižně od Záběhlic a Zbraslavi Vltavu. Geologická mapa jejich kreslí zde 4 pruhy diabasové, které odtud postupují přes Březanskou rokli na sev. úbočí vrchu Čihadlo (cóta 383), kdež se vykliňují. Rovněž na levém břehu vltavském zaznamenává se celá řada diabasových pruhů. Jak jsem se přesvědčil a též již jednou na to poukázal,[8]) většina těchto výskytů jsou pouhé nevrstevnaté droby, které svým povrchovým vzhledem a balvanitým rozpadem upomínají na diabasy. Totéž platí i o Helmhackerových „dioritových ložích" a „dioritových tufech" jižního okolí *Zvol.*[9]) Profily Helmhackerem ke geologické mapě okolí pražského zhotovené znázorňují partii ze Závisti zcela nesprávně a i v nesouhlase s geol. mapou a textem; zaznamenána jsou zde mohutná lože felsitového porfyru a minetty.

V nástinu geologické mapy přidané ke spisu J. Krejčího a K. Feistmantela: Orografický a geotektonický přehled území silurského ve středních Čechách" kreslí se mezi *Vírem* proti Vranému a *Čihadlem* u Točné porfyr ohraničený po obou stranách pruhem afanitu. Z toho ve skutečnosti připadá na afanit pouze *SZ. úbočí vrchu Hradiště*

[7]) Erläuterungen etc. str. 72.

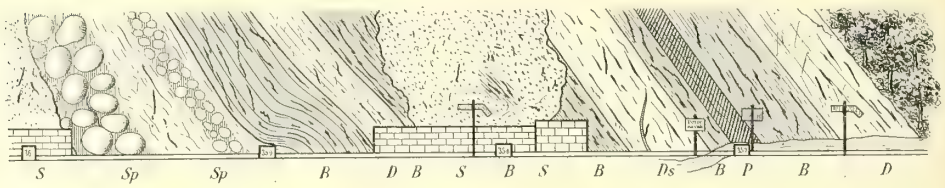
[8]) R. Kettner: Vrstevní zlom mezi Závistí a Modřanskou roklí. Sborník české společnosti zeměvědné XVII, 1911, str. 258.

[9]) Erläuterungen etc. str. 72.

u Závisti, ostatní „afanit" Krejčího jsou dílem polymiktní droby, dílem jílovité břidlice.

V Bořického „Porfyrech" [10]) kreslí J. Klvaňa v mapce na str. 113. na levém břehu jižně od Záběhlic *křemitý diabas* (žíla č. 7). Tentýž diabas popsán byl Helmhackerem [11]) jako *diorit* a nověji B. Máchou,[12]) který jej staví do příbuzenství *spessartitů*. Zmiňuji se o něm ještě níže. —

Jak již uvedeno, skládá spilit na Závisti severní a severozápadní úbočí vrchu *Hradiště*. Jdeme-li od nádraží závistského k jihu, mijíme zprvu břidlice a křemence pásma Dd_4, brzy však na konci lesa vstupujeme v území algonkických břidlic. Styk mezi silurem a algonkiem jest zde bohužel zakryt ssutí. U *km* 36·0 přicházíme k severnímu konci spilitové skály, která zde výborně ukazuje svou povahu brekciovitou. Výchozí hornina skládá se ze dvou odrůd: hmoty mezerní a uzavřenin zrnitého spilitu. Větráním stávají se obě dvě odrůdy již na první pohled dobře patrnými: hmota mezerní, zde téměř černá, matně lesklá, zvětrává daleko rychleji, nežli světlejší hornina uzavřená, takže tato vyčnívá pak v podobě útvarů kulovitých, ellipsoidových nebo nepravidelných nádorů v průměru



Obr. 1. **Profil podél trati jižně od nádraží Zbraslav-Závist.** *Sp* = spilit, *Ds* = diabas (s křemennou žilou), *P* = křemitý porfyr, *B* = algonkické břidlice jílovité, *D* = algonkické droby, *S* = svahová ssuť.

až přes půl metru i více měřících. Směrem k jihu pozbývá spilit mezerní hmoty, stává se celistvým a jeví při pokročilém již rozkladu rovnoběžný rozpad. U *km* 35·9, kde již vystupují v nadloží spilitu drobové břidlice, jest spilit opětně brekciovitý, uzavřeniny jeho jsou však značně menší než u konce severního. Hornina jest zde velmi zvětralá. Vzorky níže popisované vzaty byly ze severního konce. (Obr. 1.)

Za *km* 35·9 následují břidlice a droby s úklonem k *JV*, až asi uprostřed mezi *km* 35·8 a 35·7 přijdeme k hornině naprosto totožné se zelenokamem od protějších Záběhlic. U přechodu cesty přes dráhu následuje ještě asi 3 *m* mocná ložní žíla křemitého porfyru, za nímž vyvinuty jsou již horniny sedimentární, nejprve břidlice, dále pak u lesa droby.

---

[10]) Bořický-Klvaňa: Petrologická studia porfyrových hornin v Čechách. Archiv pro přír. prozk. Čech IV d. 1880.

[11]) „Erläuterungen" etc. str. 215.

[12]) l. c. str. 18.

Mikroskopická povaha spilitu.

Hlavní horninou jest *zrnitý spilit v kulovitých* neb *nádorovitých uzavřeninách*, makroskopicky celistvý, barvy uprostřed světle zelenošedé, při krajích temněji zelené od přítomnosti hojného druhotně vyvinutého chloritu.

Výbrus vzatý *ze středu* kulovité uzavřeniny ukazoval pod mikroskopem typické součástky spilitů: lištnovité plagioklasy a drobné zrníčkovité, po příp. tyčinkovité augity hnědé barvy. *Živce* tvoří hlavní součást horniny a vyvinuly se, jak se zdá, ve dvou generacích. *Plagioklasy první* generace, v hornině pouze řídce roztroušené, měří 0·8 *mm* délky a 0·2 *mm* šířky a jeví se co idiomorfně omezené krystaly podle (010) tlustě tabulkovité, zpravidla podle zákona albitového zdvojčatěné. Podle souměrné úchylky zhášení na ploše kolmé k brachypinakoidu obnášející průměrně asi 15° lze souditi, že náležejí hmotě andesinové.

Plagioklasy převládající, mladší generace, jsou dlouze lištnovité, obyčejně zdvojčatěné podle (010), dílem ukazují i průřezy jednoduché. Jsou nanejvýše 0·25—0·5 *mm* dlouhé a 0·03 *mm* široké. V mnohých případech bývají na koncích vidličnatě děleny neb roztřepeny. Uspořádání jejich v hornině jest většinou nepravidelné, často však pozorovati možno seskupování paprskovité. V jednom případě mohl jsem pozorovati prorůstání tří zdvojčatěných lamell plagioklasových v šestibokou hvězdici. Souměrná úchylka zhášení na ploše kolmé k (010) okolo 10° ukazuje na střední až basičtější oligoklas. Velmi často bývají lamelly plagioklasové ohnuty neb zprohýbány, takže zhášejí undulosně. Zjev tento není podmíněn pozdější kataklasou, neboť příčné trhlinky nebyly pozorovány, spíše poukazuje na rychlou krystalisaci z tuhnoucího magmatu.

Augit vyvinut jest v drobných zrníčkách neb tyčinkách světlehnědých a vytvořil se většinou později než lištny plagioklasové vyplňuje mezery mezi nimi. Pořídku zahlédneme i zrnka *ilmenitu* měnícího se v kalný *leukoxen*, který často k nerozeznání podobá se zrníčkům augitovým a pouze vyšším lomem světelným a někdy i pravidelným šestibokým omezením od těchto se liší.

Z druhotných produktů vedle uvedeného leukoxenu sluší zvláště jmenovati *novotvořený živec*, který vyvinul se zde v zajímavých malých sférolitech složených z radiálně se kupících vlákének negativní délky; lom světelný jest vyšší než u prvotních živců lištnovitých, náleží tudíž tento živec asi ke středně basickým členům řady plagioklasové. Mnohdy možno pozorovati, že sférolity ovroubeny jsou na okraji úzkým proužkem živcovým silněji světelně lomným nežli vnitřek.

Chlorit, hojně přítomný, obklopuje zrníčka augitová, vyplňuje mezery mezi lištnami živcovými a mnohdy vniká i do nich po trhlinkách. Jest buď celistvý neb drobně šupinkatý a paprskovitý, světle zelený, slabounce pleochroický; mezi zkříženými nicoly jeví anomalní interferenční

barvy. Dutinky chloritem vyplněné bývají někdy tlakem deformovány, takže upomínají na pseudomorfosy po olivinu. Na trhlinkách vytvářejí se nepravidelné aggregáty *vápence*, dále allotriomorfní *křemen* a čirý *basičtější plagioklas*. Z rud přítomny jsou ponejvíce *pyrrhotin*, ojediněle i *pyrit*.

Vzorek vzatý *z okraje* spilitové kulovité uzavřeniny poskytuje poměry zcela podobné, jest však více prostoupen hmotou chloritovou. Plagioklasy první generace jsou zde hojnější, vyvinuty jsou ve velikých porfyricky vyloučených krystalech a jeví na sobě známky magmatické korrose. Velmi často pozorujeme, kterak chlorit vniká do lišten plagioklasových, zatlačuje hmotu jejich, ba mnohdy dokonalé pseudomorfosy tvoří.

Hmota mezerní jest makroskopicky úplně celistvá, černá, matně lesklá, podobná buližníku; jest prostoupena četnými žilkami bílého vápence. Pod mikroskopem v obyčejném světle ukazuje barvu šedavou; skládá se z allotriomorfních zrn *křemenných*, k nimž druží se i něco *chloritu* vyplňujícího buď trhlinky mezi zrny křemennými, nebo nakupujícího se ve větší shluky, od nichž pak bývají partie takové ve výbruse zelenavě zbarveny. Velmi hojně přítomna jsou v mezerní hmotě drobná černá zrníčka sekundárních rud, které místy šmouhovitě seskupené zbarvují základní hmotu černě. Mezi zrny křemennými roztroušeny jsou po celém výbruse drobné tyčinky, jichž průřezy nejspíše na lištny plagioklasové upomínají, nyní však jest původní hmota jejich úplně zatlačena vápencem. Proto také hornina ovlhčena kyselinou solnou bouřlivě šumí. Tu a tam spatříme v základní hmotě malé dutinky, jichž výplní jest kožově hnědavý vláknitý minerál o vyšším lomu světelném než křemen, opticky negativní, náležející nejspíše do skupiny chloritové.

Stop původního *skla* již pozorovati nelze, nutno však souditi, že tu bylo, jednak z nedostatku strukturních reliktů, jaké bývají patrny v krystalických diabasech sebe více proměněných, jednak i z analogie s četnými jinými výskyty v českém algonkiu.

Diabas mezi *km* 35·8 a 35·7. (Srv. obr. 1. na tabulce).

Hornina bledě šedozelená, zřetelně zrnitá, takže již pouhým okem živce dobře jsou patrny.

Sloh horniny, jenž jest zvláště četnými lištnami neb vícekráte lamellovanými krystaly plagioklasovými ovládán, jest zřetelně *intersertální*. Mesostase mezi křížícími se krystaly živcovými skládala se původně převážnou většinou z *augitů* a částečně snad i z *ilmenitu*, nyní však jsou již součástky tyto druhotně proměněny v *chlorit* a *leukoxen*.

Plagioklasy jsou vyvinuty buď v úzkých lištnách ze dvou lamell složených, nebo též ve srostlicích vícekrát lamellovaných. Dvojčatění děje se vesměs podle zákona albitového. Velikost krystalů jest různá. Krystaly

větší bývají omezeny čarami rovnými, menší jsou z pravidla na koncích vidličnatě děleny. Úchylka zhášení na ploše kolmé na (010) v největším počtu případů rovná se 10—12°, náležejí proto živce střednímu neb basičtějšímu *oligoklasu*. I zde, leč ne tak hojně, bývají lištny plagioklasové mírně ohnuty. Živce ty jsou obyčejně zakaleny od vznikajících produktů rozkladných, mnohdy bývají proniknuty úzkým proužkem chloritu.

Apatit vyskytuje se v ojedinělých, idiomorfně omezených čirých sloupečcích. *Augity* téměř úplně jsou již proměněny v *chlorit*; též *ilmenit* proměněn jest v nečetná zrnka *leukoxenu*.

Chlorit jest barvy zelené, mírně pleochroický:

$\parallel$ γ temněji zelený se slabou absorpcí,
$\perp$ γ je světle zelenožlutý.

Jest jemně vláknitý, délka individuí jest opticky negativní. Tvoří obyčejně sférokrystaly zhášející rovnoběžně se směry nitkového kříže. Vlastnosti tyto poukazují nejspíše na *delessit*. Chlorit vyplňuje většinou mezery mezi krystaly živcovými nebo větráním vzniklé mezery v nich samých a činí tak počínající pseudomorfosy zatlačovací.

Mladší živce poskytují velmi mnoho zajímavého. Tvoří překrásné aggregáty *vějířkovité* složené z tenkých vlákének ve směru hlavního prodloužení opticky *positivních*, které nakupují se buď na lištny starších živců nebo uzavírají v sobě drobné zrnko sekundárního křemene. Při zkoušení lomu světelného Beckeho methodou ukázalo se, že vějířkovité plagioklasy jsou basičtější, než starší lištnovité.

Třetí druh *živců* mladších než vějířkovité jsou allotriomorfní čirá zrna živce ještě basičtějšího než živce vějířkovité a jsou původu zřetelně druhotného.

Sekundární *křemen* bývá vyvinut podobně jako novotvořený živec zrnitý tvoře nepravidelně omezená čirá zrna, liší se od něho pouze osními obrazci v konvergentním světle.

Vápenec tvoří ve výbruse nepravidelné shluky zrnité nebo vyplňuje trhlinky. Z rud zastoupen jest pouze *pyrit* v málo zrnkách roztroušený.

Popisovaná hornina jest naprosto totožná se zelenokamem z protějších *Záběhlic*, který jeví touž diabasovou (ofitickou až intersertální) strukturu, tytéž živce vějířkovité i allotriomorfní novotvořené, liší se pouze větší čerstvostí maje zachovány ještě veliké augity ve výbruse čiré neb slabounce růžové. Oba výskyty původně souvisely, byly však později odděleny horizontálním posunem směru *S—J* mezi Jarovem a Zbraslaví, jehož použila i Vltava při hloubení svého údolí. Zelenokam ze *Záběhlic* byl nověji studován B. Máchou[13]) a zařazen do příbuzenstva *spes-*

[13]) O žilných vyvřelinách etc. str. 23.

sartitů. Ale pro nedostatek původního amfibolu a sloh diabasovitý nelze horninu záběhlickou označiti s M á c h o u jako spessartit, nýbrž prostě jako *diabas*. Rovněž analysa N e v o l o v a [14]) poskytla čísel značně rozdílných od pravého spessartitu.[15]) Mimo to křemen i živce zrnité, jež Mácha popisuje jakožto poslední vyloučeniny tuhnoucího magmatu, pokládám za hmoty sekundární jednak pro nápadnou čerstvost, jednak pro nahodilé nepravidelné omezení, podmíněné pozdějším vyluhováním původních součástek při větrání, a sdružení jich s chloritem, vápencem a j. hmotami druhotnými.

Pokud se týče *geologického výskytu*, popisuje M á c h a zelenokam od Záběhlic jako horninu *žilnou*. Nápadnou při tom jest konkordance s okolními sedimenty, která u diabasu na pravém břehu vltavském jest naprosto zřetelná, a již i M á c h a při popisu diabasu záběhlického na str. 3. vystihl. Z této konkordance a z blízkého výskytu spilitu, tedy horniny beze sporu příkrovní, dalo by se souditi, že i diabasy naše jsou horninami ložními téhož stáří s okolními břidlicemi. Je-li tomu tak, pak tvořily by novou strukturní odrůdu algonkického komplexu spilitového. Naproti tomu máme však v blízkém okolí diabasů porfyry, které sice též ukazují velmi dokonalou souhlasnost v uložení s okolními sedimenty, o nichž však závažné důvody (hojné uzavřeniny břidlic při nadložním kontaktu) svědčí pro povahu žilnou. Definitivní rozhodnutí ponechávám dalším výzkumům geologickým.

* * *

Spilitové vyvřeliny v povltavském algonkiu na sever od Prahy.

Algonkium prostírající se na sever od Prahy srovnáno jest na povrchu svém v rozsáhlou planinu pokrytou uloženinami křídovými a diluvialními i staršími štěrky. Pouze tvrdé buližníky vyčnívají v podobě ojedinělých kostrbatých skalek z jednotvárného terrainu a naznačují tak vrstevní směr. Převládající horninou jsou zde břidlice jílovité a drobové, které střídají se velmi často s loži buližníkovými.

Majíce studovati podrobněji geologické poměry tohoto území, jsme odkázáni jedině na hluboká údolí potoků a Vltavy; vrstvy prostoupeny jsou zde přečetnými žilami vyvřelin, jež majíce zpravidla světlejší barvu než okolní břidlice, v hlubokých údolích z temného podkladu nápadně vynikají. Vyvřeliny z Povltaví na sever od Prahy popisovány byly hlavně

[14]) M á c h a : O žilných vyvřelinách etc., str. 24.

[15]) R o s e n b u s c h : Elemente der Gesteinslehre, zweite Aufl. 1901. S. 240, analysa 4. a 5.

Helmhackerem,[16]) Bořickým[17]) a Klvaňou;[18]) zvláště ony vyvřeliny, jež jsou odkryty údolím vltavským mezi Prahou a Kralupy, byly podrobně vylíčeny v důkladné studii Klvaňově[18]) a na četných profilech velmi přesně vyznačeny.

Pokud se týče *vyvřelin spilitových*, jimiž se bude tento oddíl podrobněji zabývati, omezeny jsou v algonkiu na sev. od Prahy pouze na malé území mezi *Letky* a *Kralupy*, kde však vystupují ve velikých spoustách. Vedle toho přichází spilit zcela osamoceně též u *Dolních Chaber*. Většina výskytů mnou tuto popisovaných jest již známa a na geologických mapách okolí pražského vyznačena; mnohé spility byly též již mikroskopicky studovány, zvl. Helmhackerem, Bořickým a Klvaňou, geologický výskyt jejich nebyl však dosud přesně vysvětlen. Krejčí a Helmhacker, kteří čítají spilitové vyvřeliny k *dioritům* a *dioritickým afanitům*, uvádějí jednou,[19]) že dioritické afanity jsou v SZ území azoických břidlic útvary současnými s okolními fyllity a buližníky, na jiném místě však,[20]) při výčtu eruptivních hornin, popisují tytéž afanity dioritické jako žíly a pně vycházející z jednoho společného massivu dioritového u Vodolky.

O mnohých našich spilitech domníval se Helmhacker, že jsou dioritovými tufy přecházejícími do drobových břidlic; tak na př. libšickou skálu, železniční zářez u Dolan a j. místa nevyznačuje na mapě jako afanit, nýbrž jako drobovou břidlici, ač výskyty tyto byly mu dobře známy.

Bořický a po něm Klvaňa označovali spility sev. Povltaví pro značnou přítomnost jehličkového aktinolithu jako „*dioritické*“, po příp. „*syenitické amfibolity*“. Bořický se o geologické povaze jejich nezmiňuje vůbec, Klvaňa uvádí pouze na jednom místě[21]) u „dioritického amfibolitu“ z údolí zlončického, „že má tu tvar mohutné krytby, s níž ve vrstvách spodního siluru jako se stratigraficky důležitou horninou počítati nutno“.

Přímého kontaktu s okolními sedimenty jsem v území zkoumaném nenalezl nikde, ložní povaha spilitů jest však zřetelná jednak ze směru táhlých, nad ostatní terrain vystupujících pahorků, jichž delší osa vždy souhlasí se směrem vrstev (na př. spility v údolí mezi Chejnovem a Libšicemi, pahorky mezi Zlončicemi a Postřižínem, proti libšické skále a j.), jednak z přítomností sklovitých brekcií a variolitových odrůd zjištěných u Zlončic, Vodochod a na skalním srázu proti Letkům.

---

[16]) Erläuterungen etc., str. 72—78 a 182—230.

[17]) Petrologická studia porfyr. hornin v Čechách. Archiv pro přír. prozk. Čech, 1880.

[18]) Údolí vltavské mezi Prahou a Kralupy. Petrografická studie. Archiv pro přírodov. prozk. Čech, 1893.

[19]) Erläuterungen etc., str. 19 dole.

[20]) Ibidem, str. 73 dole.

[21]) Údolí vltavské etc., str. 93 nahoře.

Podáme nyní přehledně výčet nalezišť spilitů a týž postup zachováme později při popisování mikroskopické povahy jejich.

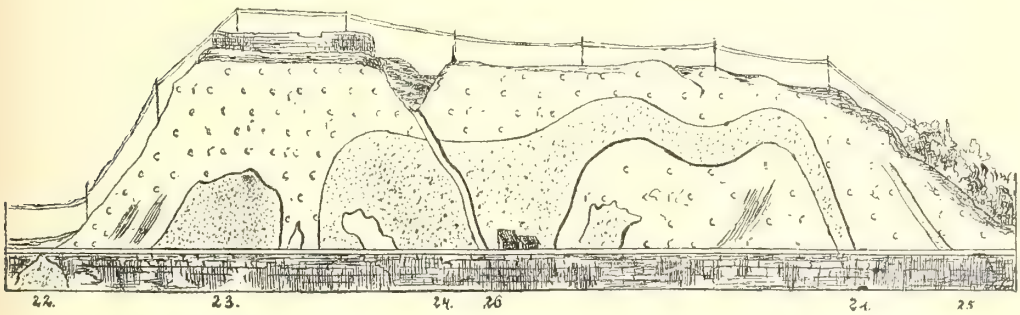
Obr. 2. **Mapa rozšíření spilitů v Povltaví mezi Letky a Kralupy.**

A. Levý břeh vltavský.

V údolí mezi *Chejnovem* a *Libšicemi* vystupují za západním koncem Libšic dva pahrbky spilitové. Jihozápadní, za hřbitovem se zvedající, jest větší, ve směru osy údolní podlouhlý, druhý jest menší a dotýká se již samého západního konce Libšic. Hornina jest tu silně zvětralá a rozpadá se v rovnoběžné desky, takže upomíná spíše na nějakou horninu břidličnatou, než-li na spilit. Helmhacker označuje ji jako diorit, Bořický a Klvaňa svým názvem „dioritický amfibolit".

Severně od Libšic zvedá se nad Vltavou příkrý sráz spilitový, jenž zde výborně jest obnažen železničním zářezem. Tato *libšická skála* byla

již mnohokráte předmětem studií geologických a petrografických. Hlavní horninou její jest temně zelený, místy zbřidličnatěný spilit (v odrůdě variolitového afanitu), popisovaný Helmhackerem jako drobová břidlice, Bořickým a Klvaňou jako „dioritický amfibolit". Spilit byl pozdějšími erupcemi žilných vyvřelin dvakráte proražen (srv. obr. 3.). Jest to předně mohutná žíla felsitického porfyru směru severojižního s úklonem velmi příkrým k východu. Okraje žíly proti spilitu jsou nepravidelně zprohýbány a proto tedy při zakládání dráhy vznikl prořízнutím železničního zářezu takový nezvyklý pohled, jak jej vidíme na přiloženém profilu.[22])



Obr. 3. **Libšická skála.** Skála, v níž žíly vystupují, sestává ze spilitu, jenž jest místy zbřidličnatěn. Partie 22., 23., 24., 21. náležejí jediné žíle křemitého porfyru, žíla 26. = augiticko-olivinická minetta. (Podle J. Klvani).

Bořický[23]) pokládal jednotlivé od sebe oddělené kusy porfyru za samostatné shluky; Helmhacker[24]) naopak správně vystihl, že tyto shluky náležejí téže žíle a že petrografická odlišnost vzorků podmíněna jest nestejnou vzdáleností od kraje žíly. Kromě porfyru pozorujeme uprostřed skály libšické ještě mladší vyvřelinu prorážející napříč porfyrem a spilitem. Jest to žíla Bořického *„pikrofyru slídnatého"*, čili podle novějšího označení *augiticko-olivinické minetty*, asi 1 *m* mocná směru téměř *V—Z* s úklonem asi 60—70° k severu. Spilit libšické skály sahá na západ až ke hřbitovu, za nímž v zářezu silnice odkryty jsou břidlice.

Severně od libšické skály tvoří stráně na levém břehu mírný oblouk k západu vydutý. Skládají se poblíže libšické skály ještě ze spilitu prostoupeného zde od vých. k záp. žilami křemitého porfyru, od polovice oblouku

---

[22]) Profil libšické skály (obr. 3.) jest kreslen J. Klvaňou a uveřejněn v Bořického „Porfýrech" a Klvaňově „Údolí vltavském" etc. Za laskavé propůjčení štočku děkuji zde panu prof. Dru Ant. Fričovi.

[23]) E. Bořický: Der Glimmerpikrophyr, eine neue Gesteinsart und die Libšicer Felswand. Tschermak's Min. u. petr. Mittheil. I Bd, 1878. S. 493.

[24]) R. Helmhacker: Bemerkungen zu dem Aufsatze des Herrn E. Bořický: Der Glimmerpikrophyr und die Libšicer Felswand; ibid. II. Bd 1879. S. 86.

převládají však již jílovité břidlice. Z těch vyniká ostrý hřeben buližníkový, na němž měřen směr vrstev od S 30° k V, úklon 50° na JV.

U třetího strážního domku (č. 360) na sever od Libšic naproti *Dolánkům* odkrývá dráha opětně spilit, který podobá se svým povrchovým vzhledem spilitu z libšické skály maje vyvinuty rovněž partie zbřidličnatělé, jest ale značně temnější od četných zrn ilmenitových, která již lupou jsou patrna. Spilitem prorážejí zde tři žíly *monzonitu* (srv. Klvaňův profil na str. 32). Helmhacker označuje tento spilit opětně jako drobovou břidlici, Klvaňa popisuje odtud *syenitický amfibolit.*

Na sever od obce *Dolan* jest otevřen lom ve spilitu značně zvětralém, jenž pravděpodobně pokračuje odtud ve stráni dále až k mlýnu *Kocandě*, výchoz jeho není však na zkultivovaných úbočích patrný. Po malém přerušení úzkým pruhem břidlic, po nichž vytvořilo se údolíčko u *Kocandy*, pokračují spousty spilitové nepřetržitě až k počátku nádraží *kralupského* v příkré lesem porostlé stráni.

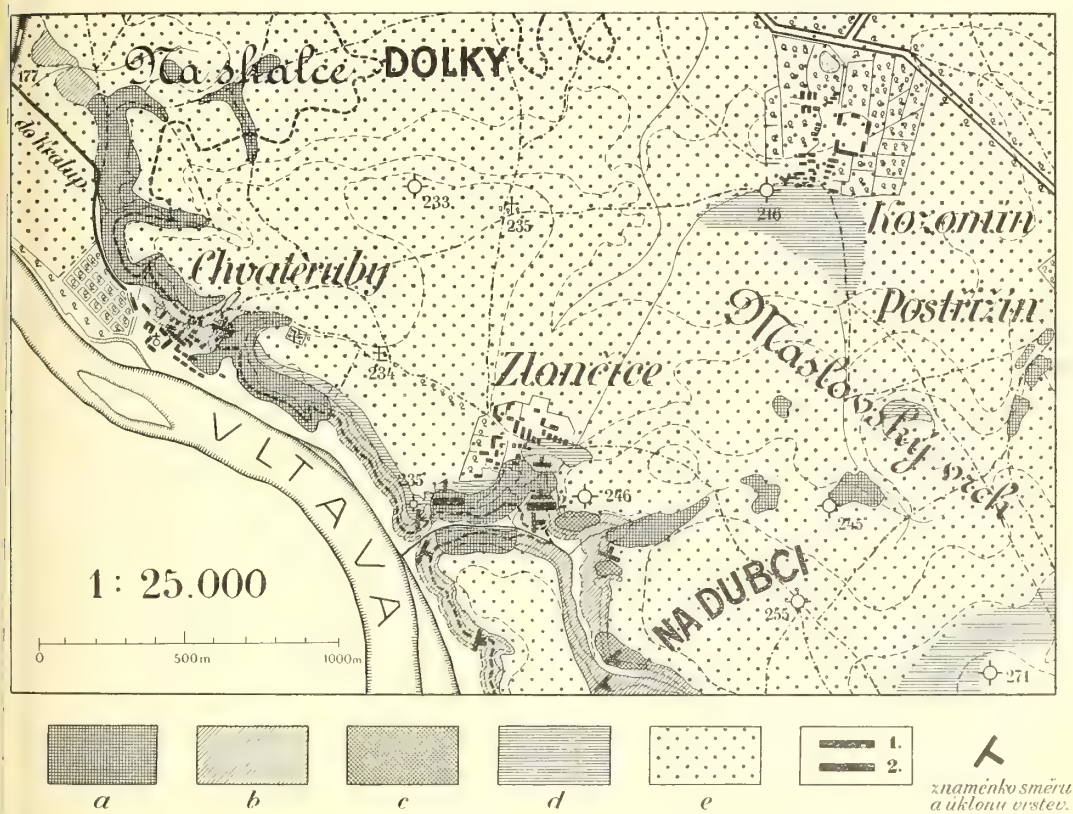
B. Pravý břeh vltavský.

Přejdeme-li v Kralupech přes železniční most na pravý břeh, nalezneme spility hned na prvních kopečcích, které sev. od *Chvatěrub* ze širokého rovného dna údolního vystupují. Hornina jest zde velmi zvětralá a zhusta jeví deskovitý rozpad. Spility vycházejí pak na den na stráních nad Vltavou na sever od *Chvatěrub* a tvoří zde, jak se zdá, mohutné spousty pokračující na východ až ke *Kozomínu*. Úbočí vltavská přecházejí však nahoře v planinu řekou abradovanou, na níž uložily se mohutné nánosy štěrkové; spilitový podklad vychází jen v zářezech silnic, tak na př. na rozcestí do *Zlončic* a do *Oužic*.

V Chvatěrubech ve vesnici přicházíme na břidlice směru SZ s úklonem na *SV*; břidlice odkryty jsou rovněž u zříceniny chvatěrubské. Údolíčko vedoucí Chvatěruby vzniklo nejspíše na břidlicích. Stráně vltavské jižné od Chvatěrub zbudovány jsou nejprve z celistvého spilitu, v němž jest zde otevřen veliký lom, dále k jihu až k ústí potoka od *Zlončic* přitékajícího následují pouze břidlice a droby. Dolní část údolí zlončického jest ještě na břidlicích, které mají zde směr SSV, úklon 35° k VJV, brzy však přicházíme opětně do spilitů, které skládají obě úbočí údolní. Právě asi uprostřed mezi ústím údolí zlončického a *Zlončicemi* otevřen jest ve spilitu v severní stráni lom, který odkrývá zároveň zajímavou žílu *porfyritovou* prorážející spilitem téměř vodorovně, pouze s mírným úklonem k jihu; v protější stráni však pokračování její shledáno nebylo. (Obr. 4.)

Mezi lomem a *Zlončicemi* skládá severní úbočí údolní spilit poněkud zrnitější než ostatní spility; jest silně rozložen podobaje se při tom massivní drobě a prostoupen četnými žilami vyloučeného vápence a křemene.

Pod samými Zlončicemi, kde údolí tvoří ohyb v pravém úhlu k jihu, sbíhají se tři rokle, z nichž severní, od *Zlončic* vycházející má v obou úbočích spility. Zde nalezl jsem pěkné *variolity* se zelenou snáze větrající základní hmotou a pevnějšími šedými variolami měřícími v průměru až půl *cm*. Ostatní dvě rokle i zbytek údolí potoka pod Zlončicemi až k jeho pramenům vyerodovány jsou v břidlicích a drobách, s nimiž střídají se místy též lože buližníková. Výstupek mezi prostřední a jižní roklí pod Zlončicemi pro-



Obr. 4. **Geologická mapa okolí Chvatěrub a Zlončic.** *a* = spilit; *b* = algonk. jílovité břidlice a droby; *c* = buližník; *d* = cenoman, korycanské vrstvy; *e* = štěrky; 1. = porfyrit; 2. = monzonitový porfyr.

stoupen jest od *V* k *Z* svismo prorážející žilou *monzonitového porfyru*, který jak svým makroskopickým vzhledem, tak i mikroskopickým složením velmi se podobá porfyritu z blízkého lomu ve zlončickém údolí a patrně i s ním ve spojitosti stojí. Žíla monzonitového porfyru jest kolmo na svůj směr schodovitě rozpukána.

Východně od *Zlončic* až k *Postřižínu* jsou spility rovněž vyvinuty, jak již K r e j č í h o a H e l m h a c k e r o v a mapa správně ukazuje, jsou však většinou zakryty uloženinami křídovými a diluvialními.

XXX.

Stráně vltavské od ústí potoka zlončického až k *Dolánkům* jsou břidličné. Nejbližší spilit vystupuje v prvním záhybu silnice z *Dolánek* do *Máslovic*. Při téže silnici nad zdýmadlem otevřen jest lom v eruptivní hornině, která sice při makroskopickém chledání dosti na některé spility upomíná, jest ale *intrusivním diabasem* podobným mnohým žilným diabasům z Plzeňska. Zmíním se o jeho mikroskopické povaze zvláště.

Naproti libšické skále při ústí máslovické rokle vyčnívá příkrý sráz spilitový v odrůdě variolitového afanitu, jenž byl též popisován Bořickým a Klvaňou. Bořický se domníval, že tento „dioritický amfibolit" a jím prostupující žíly *felsofyru* a *dioritického křemitého syenitu* (= křemitého monzonitu) jsou pokračováním libšické skály na pravém břehu. Sráz spilitový pokryt jest korou vápenitého tufu, vznikajícího ze zvětrávající horniny, který setmeluje i hranaté úlomky po stráni dolů splavené tvoře tak recentní brekcie. Tmelem jest vápenec, jak reakcí Meigenovou bylo dokázáno.

Zajímavé strukturní odrůdy spilitové vyvinuty jsou v rokli máslovické. U ústí rokle složeny jsou stráně její z břidlic, drob a buližníku (směr S 20° V, úklon 40° k VJV). Spility počínají zde přímo pod *Máslovicemi* a pokračují na obou stráních rokle až k *Vodochodům*. Pod *Máslovicemi* nalezl jsem spilit vzhledu poněkud variolitického, jenž pod mikroskopem ukázal se býti krásným *augitickým afanitem*. V lomu ve *Vodochodech* jest spilit povahy *brekciovité* skládaje se z kulovitých uzavřenin celistvého *augitického afanitu* a z *mezerní hmoty sklovité*, která ukazuje při mikroskopickém studiu velmi zajímavé zjevy proudové.

Srázy vltavské na pravém břehu proti *Libšicům* a *Letkům* skládají se mezi Grégrovou villou a místem naproti nádraží libšickému z břidlic, potom však až k rokli pod *Větrušicemi* z mohutných spoust spilitových proražených zde četnými mladšími vyvřelinami. Krejčí a Helmhacker vyznačují jen severnější část srázu jako afanit, ostatní jako břidlici. Klvaňa pokládal celé tyto massy za drobu a popisoval odtud podrobněji pouze žíly mladších vyvřelin. Hornina ze severnějších partií srázu jest makroskopicky celistvým, mikroskopicky diabasově zrnitým spilitem, jižnější partie ukazují spíše povahu brekciovitou. Úbočí pokryta jsou zde všude recentními tufy a brekciemi vápnitými jako na spilitu proti libšické skále. Spilitové spousty končí západně pod Větrušicemi, dále k jihu vyvinuty jsou již jen břidlice a buližníky. Styk břidlic se spilitem není zde primární. V rokli pod *Větrušicemi* konstatovati můžeme zcela zřetelně dvě křížící se dislokace: Jedna jest směru celkem severojižního s úklonem k východu (tedy do stráně), podle níž svezla se kra břidličná směrem od západu k východu po spilitu; druhá dislokace jest k první kolmá nejspíše svismo probíhající, po níž vytvořila se větrušická rokle. Dislokace tato jest patrna nejen z třecí brekcie, nýbrž i z nestejného složení hořeních partií obou úbočí: severní úbočí jest spilitové, jižní břidlicové.

Vůbec celý tento sráz proti Libšicům a Letkům náleží k partiím velmi dislokovaným. Zvláště s protějšího břehu pozorujeme často, jak žíly vyvřelin prostupující spilitem ve srázu rovnoběžně s řekou jsou dislokací náhle přetrženy a pokračují dále buď níže nebo výše. Rovněž veškeré malé strmé rokle, jež ve srázu proti Libšicům jsou vymlety, vznikly zřetelně na místních dislokacích.

Příčina, proč K l v a ň a pokládal stráně proti Letkům a Libšicím za drobové, spočívá asi v tom, že spilit na ovětralých plochách zbarven jest rezavě hnědou barvou od četných produktů zvětrání pyritu a nad to místy i druhotné zbřidličnatění ukazuje. Sleduje zároveň i všecky žíly K l v a ň o u popisované, zjistil jsem, že žíly 81.—85. v profilech I. a II. na str. 82. kreslené[25]) jsou ještě v břidlicích, kdežto všecky žíly ostatní (86.—91.) prorážejí spilitem. Pokud se týče žíly 87. „proti středu zahrady mezi Letky a první továrnou k Libšicím", kterou K l v a ň a popisuje jako *celistvý syenit* a v tak nepřirozené podobě na profilu III. znázorňuje, jest to pouze partie ze spilitu, který v těchto místech nejeví náhodou tak nápadného břidličnatění jako jinde. Mladší vyvřeliny ve spilitu, jež K l v a ň a popisuje buď jako dioritické syenity nebo syenitické diority, možno označiti spíše dnes obvyklejším názvem *monzonitových* žilných vyvřelin.

* * *

K r e j č í a H e l m h a c k e r udávají dioritické afanity v azoických břidlicích na sever od Prahy ještě z několika jiných míst. Z těchto náleží pravému spilitu (variolitickému afanitu) pouze kopeček vystupující za erární silnicí východně od *Dolních Chaber*, ostatní údaje týkají se vyvřelin žilných. Zvláště však s důrazem nutno zde připomenouti, že veliký ostrov „afanitový" označený na K r e j č í h o a H e l m h a c k e r o v ě geologické mapě okolí pražského mezi *Kojeticemi, Předbojí* a *Čenkovem jsou zcela obyčejné břidlice, droby a buližníky.*

Mikroskopická povaha jednotlivých výskytů spilitových.

1. *Kopečky záp. od Libšic na cestě k Chejnovu.*

Hornina světle šedozelená, značně zvětralá, v rovnoběžné desky se rozpadající. Pod mikroskopem zjistíme jen málo lišten *plagioklasových*, zpravidla druhotnými produkty zakalených; zdá se, že náležejí *oligoklasu*. Převládající součástkou horniny jsou stebélka a svazečky *aktinolithu* v hustou splstěnou základní hmotu spletené. Tu a tam lze spatřiti stopy po individuích *augitových*, jež se nám jeví jako drobounká zrnéčka vysokého dvojlomu, při silnějším zvětšení průhledná; jsou se všech stran ob-

[25]) Údolí vltavské etc.

klopena aktinolithem, jenž z nich druhotně vznikl. Kromě aktinolithu důležitou součástkou druhotnou jsou veliká zrna *zoisitu* a *epidotu*, vyplňující buď dutinky horniny neb usazující se společně se zrny *magnetovce* na puklinkách. *Epidot* dává mezi zkříženými nicoly průřezy barvy citronově žluté, *zoisit*, jenž jest ve výbruse v obyč. světle narůžovělý nebo nažloutlý, jeví barvy buď temně modré nebo citronově zelené a v mnohých případech poněkud šikmo zháší. Z magnetovce vznikající *limonit* zbarvuje trhliny temně hnědě.

2. *Libšická skála.* Vzorek vzatý z *nejjižnějšího konce.*

Hornina makroskopicky zdánlivě čerstvá, zelenavá, v rovnoběžné desky se rozpadající, jest úplně rozložená. Z prvotních součástek zachovala se pouze drobná zrníčka *augitová*, původně kolem lišten plagioklasů paprsčitě neb do keříčků se seskupující. *Živce*, jichž obrysy uprostřed mezi shluky augitovými jsou ještě patrny, jsou úplně zatlačeny druhotnou směsí *aktinolithu, chloritu, vápence a křemene.* Větší díl výbrusu byl již úplně proniknut produkty atmosferického větrání, takže ani původní struktura horniny nebývá zachována. Jsou to veliká zrna allotriomorfního *křemene, novotvořených živců* a *vápence.* Vápenec, jenž proniká celou horninou, setmeluje dohromady součástky nerostné a proto zdá se nám býti hornina tato, již úplně zvětralá, makroskopicky dosti čerstvou. Trhliny bývají vyplněny vedle uvedených sekundárních produktů zvláště světlezeleným, pod skříženými nicoly téměř úplně isotropním *chloritem.* Zrnka *pyrrhotinu* roztroušena jsou po celé hornině.

3. *Libšická skála. Mezi km 431·5 a 431·6.*

Hornina makroskopicky celistvá, místy v partie zbřidličnatělé přecházející, jest temně zelená, místy světleji pruhovaná. Pod mikroskopem jeví zajímavé uspořádání drobounkých zrníček *augitových*, seskupujících se buď v samostatné útvary keříčkovité o radiální struktuře, nebo obklopujících lištny *plagioklasové*, jichž průřezy ještě v jinak zvětralé hornině dobře jsou patrny. Hornina tato, podle uvedeného vyskytování se augitů činí přechod k variolitům, takže ji možno označiti podle Loewinson-Lessinga jako *variolitový afanit.* Z prvotních *živců* jen málokterý zachoval ještě svou původní hmotu, jinak bývají již úplně zatlačeny minerály druhotnými, zvláště *aktinolithem.* Čerstvé dosud lištny bývají dvojčatěny podle obvyklého zákona albitového, i mohl jsem v jednom případě konstatovati na ploše kolmé ku (010) úchylku poukazující na *oligoklas.* Živce, podle vyskytování se ve středu keříčkovitě seskupených augitů, zdají se býti první vyloučeninou v hornině. *Aktinolith* vzniklý z augitu a s ním vždy pospolu se vyskytující a mezery mezi radiálně sestavenými zrnky augitovými vyplňující jest dnes převládající součástkou horniny. Vyskytuje se v aggregátech složených z rovnoběžně na sebe se přikládajících jehliček, nebo tvoří drobné svazečky. *Zoisit* roztroušen jest dílem ve hmotě

základní, dílem usadil se na trhlinách v allotriomorfních zrnech pospolu s *vápencem, pyritem* a *pyrrhotinem* a z nich vznikajícím *limonitem*.

4. *Levý břeh vltavský nad jezem mezi libšickou skálou a Dolany.*

Hornina úplně rozložená ve směs jehliček *aktinolithu*, v níž tu a tam vynikají ještě poslední zbytky po *augitu*. Jest prostoupena četnými žilkami vyplněnými buď *zoisitem* a *epidotem* nebo allotriomorfním *křemenem* a drobnými černými zrníčky rudními.

5. *Při dráze jižně od Dolan u strážního domku č. 360.*

Hornina Klvaňou jako *syenitický amfibolit*[26]) popisovaná jest temně šedá až černá od četných zrníček rudních, která již dobrou lupou lze viděti. Místy jeví podobné břidličnatění jako spilit z libšické skály. Jest téměř úplně přeměněná: *augit* v jehličkovitý *aktinolith*, většinou paralelně orientovaný a v *chlorit*; *živce* bývají úplně zatlačeny směsí druhotných nerostů, obrysy jejich jsou však dosud patrny zvláště při spuštěném kondensoru. Byly vyvinuty v obvyklých lištnách a jeví svým uspořádáním poněkud *proudovitý sloh*. Úkazu toho povšiml si již Klvaňa. Ze součástek prvotních zachoval se pouze *ilmenit*, jenž roztroušen jest v četných zrníčkách mezi živci a tím fluidální spořádání součástek horninných zvláště nápadným činí. Přeměna jeho v *leukoxen* jest teprve v začátcích, pouze při silnějším zvětšení spatřujeme kolem čerstvých černých zrnek ilmenitových nahromaděná drobnější průhledná zrnéčka leukoxenu. *Aktinolith* uzavírá v sobě hojnost *novotvořených živců* a *zoisit*, kteréžto minerály ještě ve společnosti se sekundárním křemenem vyplňují také dutinky a žilky v hornině. Novotvořené živce, jež mají vyšší lom světelný než-li křemen a kanadský balsam, jeví dvojí vývoj: většinou jsou to zrna allotriomorfní, někdy však vytvořily se v idiomorfních lištnovitých dvojčatech náležejících nejspíše *andesinu*. *Vápenec* tvoří nepravidelné shluky.

6. *Lom sev. od Dolan.*

Světlezelený spilit prostoupený četnými trhlinkami černé barvy. Sestává z drobounkých jehliček *aktinolithových*, uzavírajících mezi sebou neproměněná ještě zrnka hnědého *augitu*. Obrysy lišten *plagioklasových* tu a tam ještě v obyč. světle možno pozorovati, hmota živcová jest však již úplně zatlačena. Na trhlinách spatříme hojnost velikých, narůžovělých krystalů *zoisitových* a shluky černých drobných zrnek *magnetovcových*. Kolem zoisitu hromadí se drobná zrna *vápence*.

7. *Proti velkému lomu u Chvatěrub.*

Hornina přeměněná ve směs jehličkovitých a třtinových aggregátů *aktinolithu* prostoupenou přečetnými trhlinami a dutinkami s *zoisitem*, *epidotem*, *křemenem*, *chloritem* a *vápencem*.

---

[26]) Údolí vltavské etc., str. 33.

8. *Rokle v lese jižně od Kralup proti severnímu konci Chvatěrub.*

Hornina světle zelená, celistvá, jevící poněkud rovnoběžný rozpad. Při sníženém kondensoru velmi dobře odlišují se od temnějších hnědých hustě nakupených zrníček *augitových* lištny *plagioklasové*, které bývají na svých koncích vidlicovitě rozvětveny a zhusta radiálně uspořádány. Mnohdy zahlédneme lištny ještě zcela čerstvé, zdvojčatěné, většinou bývají však již zakaleny neb dokonce směsí aktinolithu a novotvořeného živce úplně zatlačeny. *Augit* jest místy přeměněn v aggregáty jemných jehliček *aktinolithu*. Vedle aktinolithu jest nejhojnější součástkou druhotnou *novotvořený živec*, roztroušený po celé základní hmotě mezi aktinolithem, dále *zoisit* a nazelenalý, pod zkříž. nicoly ve mnohých průřezech skoro úplně isotropní *chlorit*. Hornina prostoupena jest četným žilkami vyplněnými *křemenem* a *chloritem*.

9. *Kopečky sev. od Chvatěrub.*

Hornina planparallelního rozpadu jeví se pod mikroskopem značně rozloženou. V základní hmotě složené již většinou z *aktinolithu* a *chloritu* spatřují se jen pořídku obrysy prvotních lišten *plagioklasových*, které nyní směsí druhotných nerostů téměř úplně jsou zatlačeny. *Augity* zachovány jsou pouze ve stopách jako drobounká hnědá zrníčka při silnějším zvětšení průhledná. Vedle aktinolithu objevují se též *novotvořené živce* a *zoisit*, které však zvláště pospolu vyskytují se na trhlinkách. Živce mají silnější lom světelný nežli kanadský balsam. Drobná zrnka *magnetitu* vtroušena jsou v trhlinách.

10. *Rozcestí sev. od Chvatěrub do Zlončic a do Oužic.*

Převládá opětně splstěná hmota *aktinolithová*, z níž vynikají tu a tam pseudomorfosy *zoisitu* po lištnách *plagioklasových*. Hojně přítomno jest drobných zrníček průsvitného nahnědlého *augitu*, se všech stran aktinolithem obklopených. Augity vylučovaly se původně v prostorách mezi lištnami plagioklasovými, jejichž obrysy všude v obyč. světle dobře vynikají. Na trhlinách horniny vyloučily se *zoisity* buď samotny, anebo *zoisit*, *novotvořené živce*, *chlorit* a *světlá slída* pohromadě. Zoisity bývají buď v allotriomorfních zrnech nebo v individuích krystalovaných, jsou v obyč. světle narůžovělé a zhášejí nejhojněji rovnoběžně s nitkovým křížem, v některých případech však též poněkud šikmo.

11. *Z polí sev. od Chvatěrub.*

Hornina úplně rozložená. Tu a tam spatřují se ještě zakalené, porfyricky vyloučené *plagioklasy* lamellované, nejspíše k *oligoklasu* příslušející. Jinak jest celá hornina složena z jehliček, svazečků a snopečků *aktinolithových* a z *chloritu*. Na trhlinách usadily se krystaly *zoisitu* a někdy i zrnéčka *epidotu* o intensivně žlutých polarisačních barvách. Jiné trhliny bývají vyplněny allotriomorfním *křemenem* a nepravidelnými aggregáty *chloritu*. Výbrus poskytuje zajímavé úkazy tlakové. Plsť aktinolithová

na mnoha místech jest složena v záhyby přes sebe položené a prostoupena četnými trhlinkami, jež se staví pravidelně kolmo na směr působení tlaku. (Srv. obr. 2. na tab.)

12. *Lom u řeky jižně od Chvatěrub.*

Hornina makroskopicky celistvá, zdánlivě úplně čerstvá jeví pod mikroskopem většinou již součástky druhotné. Prvotní *živce* zde již vůbec scházejí, z *augitů* zachována jsou jen drobounká zrníčka průhledná, mezi zkříženými nicoly vyšší barvy polarisační ukazující.

Převládající drobné jehličky *aktinolithové*, tvoří hustě nepravidelně splstěnou hmotu základní, v níž na trhlinách neb v dutinách roztroušena jsou zrna *zoisitová*. *Zoisit* tvoří někdy pseudomorfosy po *plagioklasech*. Atmosferickým zvětráváním vzniká *chlorit*, dutiny v aktinolithové plsti vyplňující, na trhlinách spatřujeme směs zrn allotriomorfního *křemene* a *vápence* s přimíšenou hmotou chloritovou. Vápenec vyplňuje někdy úplně dutinky. Z rud pořídku zastoupen jest *pyrit* v drobných zrnkách.

13. *Spilit z podloží porfyritu v údolí záp. od Zlončic.*

Hornina jemnozrnná ukazuje pod mikroskopem jen velmi zřídka obrysy tenkých, dlouze lištnovitých *plagioklasů*, nyní druhotnou směsí *křemene, novotvořeného živce* a *zoisitu* zatlačených. Základní hmota přeměněna jest ve směs drobných jehliček a třtinovitých aggregátů, na konci roztřepených, *aktinolithu* a allotriomorfních zrn *živcových*, k nimž druží se tu a tam též něco *zoisitu*. Velmi hojnou součástkou jsou veliká zrna *ilmenitu* měnící se v *leukoxen*. *Chloritu a vápence* přítomno hojně. Trhliny bývají vyplněny směsí *pyritu, vápence, zoisitu* a *křemene*.

14. *Nadloží porfyritové žíly v údolí záp. od Zlončic.*

Hornina slohu *ofitického*; živce vyvinuly se v dlouhých lištnách, daleko větších, než jak bývá pravidlem u ostatních spilitů. Lištny *plagioklasové* složeny jsou nejčastěji ze dvou lamell, někdy však i z mnoha velmi úzkých lamellek, které se na jednom konci vykliňují a v nelamellovanou hmotu přecházejí. Seskupení krystalů bývá zpravidla hvězdovité, někdy však též prorůstají se dvě lištny křížem pod úhlem ne sice konstantně stejným, ale vždy úhlu 60° blízkým. Podobné prorůstání lišten plagioklasových udává Fr. Heineck[27]) z diabasu od Herbornu; domnívá se, že srůst se tu děje podle (130). Úchylka zhášení na ploše kolmé na (010) nebývá konstantní, celkem však možno říci, že živce náležejí oligoklasu až andesinu. *Amfibol*, jenž jest převládající součástkou horniny, vyvinut jest jednak v aggregátech třtinového slohu, dílem tvoří kompaktnější allotriomorfní zrna značnějších rozměrů, než jak u ostatních spilitů bývá

[27]) Die Diabase an der Bahnstrecke Hartenrod-Uebernthal bei Herborn. Neues Jahrb. f. Min., Geol. u. Pal. 1903. Beil. Bd. XVII. S. 92.

obvyklým. Jest barvy světle zelené a zřetelně pleochroický. Na ploše klinopinakoidu byl

$\parallel \gamma$ modrozelený s patrnou absorpcí,
$\perp \gamma$ slabě světležlutý až čirý.

Na některých zrnech kompaktnějšího amfibolu pozorovati lze zdvojčatění podle orthopinakoidu. Úchylka zhášení na ploše kolmé k rovině dvojčatné ukazovala průměrně 14° na obou stranách. Amfibol jest součástkou druhotnou; uzavírá v sobě velmi často ještě zbytky po individuích augitových. V některých případech upomíná omezení amfibolu na obrysy krystalů augitových. Domnívám se, že amfiboly jsou zde pseudomorfosami po velikých krystalech augitu. *Ilmenit* a jej provázející *leukoxen* tvoří veliká zrna často šestibokého obrysu. *Novotvořené živce* pronikají hmotou základní a jsou zřetelně basičtějšími plagioklasy než primární živce lištnovité majíce vyšší lom světelný, nežli tyto.

Chlorit činí skupiny soustředně paprskovité, složené z individuí o opticky negativní délce. Vyplňuje v hornině dutinky a žilky spolu s *vápencem* a novotvořeným živcem.

Hornina tato liší se strukturně poněkud od typických spilitů. Jelikož však na obou stranách zlončického údolí přechází v typické spility (srv. spilit předcház. a tři následující), nutno ji pokládati za příslušnou ke komplexu spilitovému.

15. *Severní stráň údolí zlončického východně od lomu s porfyritovou žilou.*

Hornina naprosto totožná s předchozí, jenže daleko zvětralejší, na drobu upomínající prostoupená žilami sekundárního křemene a vápence. Ve výbruse neshledáváme již skoro žádných součástek prvotních. Pouze tu a tam objevují se ještě zakalené dvojčatně lamellované lištny *plagioklasové*, které podle souměrné úchylky zhášení (7—9°) na ploše kolmé k brachypinakoidu poukazovaly by na *střední* až *basičtější oligoklasy*. Veškeré původní augity proměněny jsou ve veliká zrna třtinovitého i kompaktního *amfibolu*; dvojčatění podle (100) i zde jest častým zjevem. Hojnou součástkou jsou veliká zrna šestibokého obrysu příslušející *ilmenitu* a z něho vznikajícímu *leukoxenu*. Mezi amfiboly vyplňuje prostory *novotvořený živec*, k němuž přidružuje se někdy též zoisit. *Chlorit, vápenec, zoisit* a něco *křemene* vyplňují pospolu dutinky a žilky. Z rud přítomen hlavně *pyrit*.

16. *Spilit v rokli jižně pod Zlončicemi.*

Sloh horniny ovládán jest dlouhými lištnami *plagioklasovými*, jež křížem se prostupují nebo do hvězdovitých a paprskovitých skupin se stavějí. Lištny ze dvou lamell albitově srostlých složené se někdy jedním směrem klínovitě rozšiřují a bývají na svých koncích roztřepeny nebo

vidličnatě děleny. Průřezy zhášející souměrně ku hranici dvojčatné v úhlu 6—8° poukazují na *oligoklas*. Mezi lištnami živcovými vynikají černá zrníčka *ilmenitu* obklopená drobnějšími zrníčky hnědě průsvitného *leukoxenu*. Mesostasi tvoří druhotná směs *novotvořených živců* a šupinek i jehliček *aktinolithu* obklopujících mnohdy krystalová individua *zoisitu*. Rozkladem aktinolithu vzniklý *chlorit* hromadí se v dutinkách.

17. *Variolit v rokli jižně pod Zlončicemi.*

Základní hmota, v níž varioly jsou uloženy, jest již proměněna hlavně v zelený aktinolith a chlorit a proto již při makroskopickém ohledání horniny nápadně se odlišuje od šedých, čerstvějších variol. Následkem nestejné rychlosti ve zvětrávání těchto dvou podstatných odrůd horniny vyčnívají na navětralých plochách varioly ze základní hmoty v podobě malých kuliček měřících v průměru 5 i více *mm*.

Základní hmota variolitu složena jest převážnou většinou z jehliček a třásnitých aggregátů *aktinolithových*, mezi nimiž tu a tam (místy velmi hojně) zvláště při spuštěném kondensoru a při silnějším zvětšení spatříme drobná zrníčka *augitová* barvy hnědavé někdy v husté shluky se kupící. Jinde naopak převládají v zákl. hmotě *novotvořené živce* vyvinuté v allotriomorfních zrnech zubovitě do sebe zapadajících a velmi často dvojčatně lamellovaných o světelném lomu vyšším než u kanadského balsamu. Mezi takovými zrny živcovými jsou jehličky aktinolithové ojediněle roztroušeny netvoříce nikdy aggregátů parallelně srostlých.

Velmi hojně jest v základní hmotě zastoupen *zoisit* a *epidot* a to někdy ve velikých krystalech až 0·33 *mm* dlouhých. *Zoisit* jeví mezi zkříženými nicoly barvu indigově modrou a žlutozelenou a bývá někdy prostoupen dvojčatnou lamellkou rovnoběžnou se směry štěpnosti dokonalé, tedy s průřezem brachypinakoidu podle postavení Tschermakova. Při tom nezhášejí takovéto krystaly zdvojčatěné rovnoběžně ku směru podélnému, nýbrž šikmo, podobně jako udává F. Slavík[28]) u zoisitu z *Borovin u Třebíče*. Průřez mezi (001) a (100) vedený, jenž zvláště pěkně dvojčatnou lamellku ukazoval, jevil štěpnost: dokonalejší podle (010) a méně dokonalou podle (100); ve směru štěpnosti dokonalejší byl opticky positivním. V obyčejném světle poskytují průřezy zoisitů barvu narůžovělou se slabounkým pleochroismem:

pro kmity ‖ se štěpností dokonalejší . . . . . růžový,
„ „ ‖ „ „ méně dokonalou . . . čirý

Veškeré uvedené vlastnosti poukazují na *α-zoisit Termierův*.

Mimo augit, aktinolith a novotvořené živce obsahuje základní hmota ještě *chlorit* a něco allotriomorfních zrn sekundárního *křemene*.

---

[28]) Mineralogické zprávy ze západní Moravy I. Rozpravy České Akademie cís. Fr. Jos. X. 1901., str. 16—19.

Zda-li základní hmota našeho variolitu byla původně *sklem*, jest těžko rozhodnouti, neboť jest již skoro úplně proměněna ve směs nerostů druhotných. Asi dvě místa ve výbruse, v obyč. světle nazelenalá, byla mezi zkříženými nicoly téměř úplně isotropní, z čehož by se snad dalo souditi na poslední zbytek *skelné base*.

Varioly průřezů elliptických liší se od zelené základní hmoty hlavně svou šedivou barvou. Velikost jejich jest celkem konstantní okolo 5 *mm*; bývají roztroušeny v zákl. hmotě dosti pravidelně, mnohdy se dotýkají neb v sebe splývají nabývajíce při tom obrysu lemniskátového. Jsou tedy vzniku centrogenního (B. Popov[29]). Varioly skládají se ze slabounce zelenavých jehliček aktinolithu, které hustě na sebe rovnoběžně se přikládají a mnohdy zrnka temně hnědého augitu mezi sebou uzavírají. Aktinolith jest přeměněným vláskovitým augitem. Jelikož tyto vláskovité augity ve variole byly seřaděny radiálně, jeví se paprskovitý sloh varioly též v uspořádání zrníček augitových na nich narostlých.

18. *Lom záp. od Postřižína.*

Hornina úplně zvětralá, složena jest z aktinolithu, zoisitu, novotvoř. živce a vápence. Původní strukturu spilitu již zachována není.

19. *První záhyb silnice z Dolánek do Máslovic.*

Z prvotních součástek zachovala se zrníčka *augitová* v hornině nepravidelně roztroušená, pak též ojedinělé zdvojčatěné lištny *plagioklasové* nyní již většinou druhotnou směsí zakalené. Náležejí nejspíše *oligoklasu*. Pořídku pozorovati lze též porfyrické vrostlice plagioklasové. Převládající součástkou jsou jehličky a svazečky *aktinolithové* uzavírající mezi sebou mnoho novotvořeného živce. Dále přítomen jest zde šupinkatý *chlorit* a shluky *pyritu*. Žilky v hornině vyplněny bývají allotriomorfním *novotvořeným živcem* o světelném lomu vyšším než u kanadského balsamu.

20. *Mezi Vodochody a Hošticemi.*

Rozložený spilit skládající se většinou z krystalů *klinozoisitu* a jehliček *aktinolithu*. Při sníženém kondensoru rozeznáváme obrysy původních lišten živcových seskupujících se do radiálních shluků. *Živce* jsou většinou zakaleny neb druhotnou směsí zatlačeny. Temná zrnka rudní roztroušená po celé hornině náležejí ilmenitu a mění se na okrajích v *leukoxen*. Na trhlinách vyloučily se hlavně *vápenec*, pak také *zoisit*, *aktinolith* a *novotvořený plagioklas*. Ze sekundárních rud přítomen jest v ojedinělých drobných zrníčkách *pyrit*.

---

[29]) Новый методъ изслѣдованія сферолитовыхъ образованій. Труды СПб. общ. etc. XXXIII. str. 19—44; něm. překl. v Tschermak's Min.-petr. Mitteil. XXIII., str. 153—179. 1904.

21. *Lom ve Vodochodech.*

Spilit tohoto výskytu jest povahy *brekciovité*. Skládá se z velikých kulovitých uzavřenin celistvého augitického afanitu barvy světle zelenošedé a z temnější sklovité hmoty mezerní.

a) Uzavřeniny.

Hornina makroskopicky úplně celistvá jest při okraji nazelenalá, dále od kraje jest spíše nafialovělá.

α) Výbrus *tangenciálně* vedený.

Pod mikroskopem spatříme jakožto převládající součástku horniny hnědý *augit*, který zde vůbec není přeměněn v aktinolith, naopak jeví nápadnou čerstvost. Tvoří většinou aggregáty vláken a tyčinek na koncích roztřepených, buď těsně rovnoběžně k sobě uložených, neb ve sférokrystaly seskupených, které zhášejí v úhlu téměř 45° od nitkového kříže a tím zřetelně se liší od podobných jehliček aktinolithových v ostatních našich spilitech obvyklých. Rovněž vyvinut jest augit v drobounkých zrníčkách roztroušených mezi vlákny a sférokrystaly. Tu a tam vyskytují se v základní augitové hmotě jehlicovité neb lištnovité *plagioklasy*, zdvojčatěné a na *basičtější oligoklas* poukazující. Drobnější jehličky živcové spočívají v základní hmotě ojediněle, větší lištny, mnohdy mírně ohnuté seskupují se do shluků klubíčkovitých. Trhlinky v hornině jsou dvojího stáří. Starší bývají vyplněny drobnými jehličkami *aktinolithu*, mladší výhradně allotriomorfními zrny *novotvořeného živce*, které na rozdíl od ostatních spilitů náležejí *orthoklasu* majíce lom světelný nižší než olej sassafrasový (n = 1·528).

Daleko zajímavější poměry poskytuje

β) výbrus *radiální*. (Srv. obr. 5. na tabulce.)

Zde pozorujeme dvojí vývoj augitů: jehličkovitý a zrníčkovitý. Jehličkovité a vláknité augity seskupují se buď ve sférokrystaly kol dokola zpravidla lištnu plagioklasovou uzavírající, nebo usazují se pouze na obou koncích živcových lišten tvoříce tak překrásné útvary štětkovité nebo vějířovité. Sférokrystaly bývají buď obrysů kulovitých a pak prostor mezi nimi vyplňují augity zrníčkovité, nebo stěsnány jsou tak hustě na sebe, že stávají se polyedrickými. Uzavřené plagioklasy poskytují průřezy buď jednoduché nebo zdvojčatěné, zhusta jeví vývoj kostrovitý jsouce na svých koncích roztřepeny v řadu užších rovnoběžných proužků oddělených od sebe hmotou augitovou. Délka lišten plagioklasových je zpravidla 0·25—0·5 *mm*, šířka 0·02—0·05 *mm*, bývají však příčné průřezy též širší.

Prohlížíme-li výbrus pozorně směrem od okraje kulovité uzavřeniny, pozorujeme velmi krásnou *koncentrickou skladbu*. Na okraji vytvořily se většinou augity dlouze vláknité v aggregátech rovnoběžných neb radiálně paprsčitých s povrchem polokulovitým, při čemž vlákna stavějí se vždy kolmo k povrchu kulovité uzavřeniny. Pozorujeme, že do okraje uzavřeniny vniká ze sklovité hmoty mezerní nazelenalé, isotropní sklo, dobře se odrážející od temně lemovaných skupin augitových, vysílajíc chobotovité neb

laločnatě se dělící výběžky. Dále od kraje převládá rovnoběžný s okrajem pruh augitů zrníčkovitých, pak následuje opět pásmo augitů vláknitých ve sférokrystalech, a tak střídají se koncentricky uložené pásy různě vytvořených shluků augitových lišící se mezi sebou nejen strukturou, ale i různými barevnými odstíny tónů hnědavě zelených neb nafialovělých.

Z minerálů druhotných v předešlém výbruse nepozorovaných přítomen jest ještě *zoisit* v ojedinělých zrnkách obrysem na plagioklas upomínajících.

Hornina tvořící uzavřeniny brekciovitého spilitu z Vodochod jest krásným příkladem *celistvého augitického afanitu*, který v západním algonkiu českém byl pozorován pouze ojediněle na *Krchůvku* u Bělče (rovněž jako uzavřeniny v brekcii) a na *Přešticku* (u Skočic a na Skočické mýtě),[30] leč ne tak dokonale vyvinut jako u Vodochod.

b) Sklovitá hmota mezerní. (Srv. obr. 3. a 4. na tabulce).

Makroskopicky jest celistvá, černozelená, matně lesklá s temnějšími i světlejšími proužky naznačujícími fluidální sloh.

Mikroskopicky převládá čisté isotropní *sklo* barvy nazelenalé neb nahnědlé s rozmanitými produkty odesklení. Vysoká lámavost světelná poukazuje na basickou povahu skla. Index lomu světelného určený methodou Beckeho v Thouletově roztoku poskytl hodnotu

$$n = 1{\cdot}60\ldots$$

Nejhojnějšími produkty odesklení jsou drobné *variolky* a *mikrolithy augitové* zcela podobně jako pozoroval F. Slavík[31] ve sklovitých hmotách mezerních z *Častonic* a *Zbečna*. Větší variolky kulovité neb elliptické v průměru 0·09—0·15 *mm* měřící spočívají ve skle buď osamoceně nebo kupí se v těsnější shluky, při čemž mnohdy dvě variolky splývají v jednu obrysu lemniskátového. Jsou slohu zrnitého a skládají se pravidelně ze dvou vrstev: vnitřní temněji hnědé a ze světlejšího mezikruží. Zhusta spatříme ve středu variolek drobounké jehličky plagioklasové. Mikrolithy augitové jsou značně menší než variolky, nedosahujíce někdy ani desetiny jejich průměru. Seskupují se buď do dlouhých, všelijak zprohýbaných, avšak mezi sebou rovnoběžných řad, poskytujíce tak překrásné proudovité úkazy, anebo nahromaďují se místy v tak hojném počtu, že sklo skoro úplně zatlačují.

Velmi hojně spatřují se ve hmotě sklovité veliká zrna *zoisitu* svým obrysem rozhodně prozrazující pseudomorfosy po plagioklasech. Někdy bývá ještě část hmoty plagioklasové zachována. V jednom výbruse zjistil jsem ještě několik lišten zakaleného živce i mohl jsem měřiti na ploše kolmé k (010) souměrné úchylky zhášení = 10—12°, z čehož lze souditi, že živce náležely *basičtějším oligoklasům*. Délka lišten těchto živců i pseudo-

[30]) Srv. Slavík: Spilitické vyvřeliny etc., str. 48, 49, 103.

[31]) Spilitické vyvřeliny etc., str. 98, 100 a j.

morfos zoisitu po nich měří obyčejně 0·25—0·5 *mm*. Vedle těchto velikých, porfyricky vyloučených zrn pozorujeme mezi zkříženými nicoly někde ve sklovité hmotě prosvítati drobné jehličky modré, někde i průsvitné bílé, patrně tedy rovněž vyloučené plagioklasy a pseudomorfosy zoisitu po nich.

Rozkladem skla vzniká *chlorit* bledě zelený, slabě pleochroický, k němuž druží se též drobné jehličky *aktinolithu*. Některá místa původního skla proměněna jsou ve směs allotriomorfních, zubatě do sebe zapadajících zrn *novotvořených živců* a *křemene*; živce jsou světelně lámavější než kanadský balsam. Trhlinky ve skle ochlazením vzniklé jsou hojné a vystupují nápadně jsouce mnohdy černě zbarveny sekundárními rudami, patrně *magnetovcem*. Magnetovec proniká rovněž v drobounkých, hustě nahromaděných zrníčkách ony partie skla, které následkem nestejné homogenity skla rychleji podléhají větrání, i činí tak nápadnějším fluidální sloh horniny.

Amygdaloidní dutinky jsou ve sklovité mezerní hmotě dosti řídkým úkazem; měří pouze 0·1 *mm* a bývají kol dokola ovrouceny buď jedním neb dvěma kroužky mikrolithů augitových. Výplň činí zpravidla šupinkovitý chlorit, nebo zrnko novotvořeného živce.

22. *V údolí jižně pod Máslovicemi.*

Hornina makroskopicky světle zelená, temnějšími proužky žíhaná, náleží typickému *augitickému afanitu*. *Augit*, jenž tvoří téměř jedinou její podstatnou součástku, jeví dvojí vývoj: jest buď zrníčkovitý (starší generace) anebo tvoří jemná vlákna diagonálně k nitkovému kříži zhášející, která seskupují se ve velmi pěkné sférokrystaly. Obrysy po živcích spatříme v hornině jen velmi zřídka. Trhliny vyplněny jsou většinou *vápencem*, *křemenem*, *novotvoř. živcem*, *zoisitem*, *aktinolithem* a drobným *magnetovcem*.

23. *Pravý břeh vltavský proti libšické skále.*

Hornina mikroskopicky podobná spilitu z protější libšické skály skládá se z lišten *plagioklasových* paprskovitě uspořádaných, náležejících *střednímu oligoklasu* (úchylka na ploše ⊥ (010) = 5—7°). Mesostasi mezi živci tvoří drobné jehličky a zrnka hnědého *augitu* seskupující se do velmi pěkných aggregátů radiálních neb keříčkovitých. Podle toho můžeme zařaditi horninu tuto k *variolitovým afanitům*. *Aktinolithových* jehliček hypoparallelně srostlých v aggregáty třásnité jest v zákl. hmotě přítomno velmi hojně. Větráním vzniká světle zelený *chlorit* a allotriomorfní *křemen*, nerosty vyplňující trhliny.

24. *Proti jižnímu konci železárny libšické.*

Světle šedý, místy temněji zelenavě žíhaný spilit celistvý jeví všecky své původní součástky i typickou spilitovou strukturu velmi pěkně zachovánu. Převládající součástkou jsou dlouhé, tenké lištny neb jehlice *plagioklasové* (délka až 0·3 *mm*), na svých koncích zpravidla vidličnatě dělené neb roztřepené, které sestavují se radialně do ozdobných skupin upomína-

jících mnohdy na ledové květy. Náležejí asi *oligoklasu*. Tu a tam jsou porfyricky vyloučeny lištny plagioklasové, až 1 *mm* dlouhé s velmi pěkným kostrovitým vývojem. Mezi lištnami živcovými vykrystalovaly hnědé *augity* buď v individuích drobně zrnitých neb ve sloupečcích na konci třásnitě roztřepených zhášejících skoro diagonalně ke kříži nitkovému. Augity jsou všude zřetelně mladší než živce. Z druhotných součástek zastoupeny jsou jehličky *aktinolithu* vzniklé z augitu, dále na trhlinách *zoisit* ve velikých krystalech v obyč. světle narůžovělých, pod zkříženými nicoly indigově modrých, šupinkovitý skoro isotropní *chlorit*, hojně vápence a *novotvořené živce*. Z rud přítomen jest *pyrit* i *pyrrhotin* a to někdy v takovém množství, že již při makroskopickém ohledání horniny jest nápadným.

25. *Pravý břeh vltavský proti Fischerově továrně Letky-Libšice.*

Hornina zelenošedá temnějšími pruhy žíhaná. Místy jest poněkud zbřidličnatěna. Z prvotních součástek zjistíme pod mikroskopem ještě dosti čerstvé lištny *plagioklasové* stavící se mnohdy do hvězdových skupin. Na rozdíl od jiných spilitů bývají zde lištny vícekrát než dvakrát lamellovány podle albitového zákona. Nejčastěji pozorují se jedinci krystalové prostoupené uzounkou lamellkou. Podle souměrné úchylky zhášení náležejí živce ke středně basickým plagioklasům t. j. k *andesinu*. Zrníčka hnědého *augitu* zachována jsou pouze ve zbytcích, jinak tvoří mesostasi mezi živci pouze jehličkovité a třtinovité aggregáty *aktinolithu*. Černá zrnka roztroušená mezi augity a aktinolithem náležejí nejspíše pro svůj kostrovitý vývoj *ilmenitu*. Allotriomorfní druhotný *křemen* vyplňuje žilky v hornině pospolu se šmouhovitě uspořádanými zrníčky *magnetovce*, od kterých bývají trhlinky černě zbarveny.

26. *Brekciovitý spilit proti Letkům.*

Brekciovitý sloh jest již při makroskopickém ohledávání zřetelný. V temně šedé až černozelené hmotě matně lesklé uzavřeny jsou malé i větší, ostrohranné i zakulacené úlomky jiné horniny, obyčejně světle zelené. Pod mikroskopem upomíná výbrus z horniny této zhotovený v mnohém na *Rosiwalovu „tufovitou drobu"* z podloží tejřovického slepence, kterouž však Fr. Slavík určil jako sklovitý brekciovitý spilit.[32])

Pod mikroskopem jest brekciovitá povaha horniny ještě nápadnější. *Tmelem* úlomků jest *sklovitá hmota*, která sice jeví velmi krásné proudovité zjevy, jest ale málo průhledná pro přítomnost přečetných produktů odesklení i atmosferického větrání. Zachované ještě místy sklo jest světle zelené a má vyšší index lomu světelného než 1·60. Z nejhojnějších produktů odesklení jsou drobounké *mikrolithy* a zrnité *variolky augitové*. Variolky měřící v průměru nanejvýše 0·05 *mm* skládají se obyčejně ze dvou vrstev,

[32]) Srv. Slavík: Spilitické vyvřeliny etc. str. 89.

vnitřní temnější a vnější světlejší a mívají ve svém středu někdy temné zrnéčko, nejspíše augitové. Kromě toho přítomno jest v tmelu hojně jehliček *aktinolithu* vzniklých přeměnou augitu, a mnoho *chloritu*.

Uzavřené v tmelu úlomky starší horniny jsou buď ostrohranné anebo bývají na okrajích následkem přetavení zaobleny. Seskupují se někdy ve shluky čočkovité neb uzlinaté, čímž vzniká uspořádání upomínající na plástevný sloh rul. Úlomky starší horniny jsou několikerého druhu. Nejčastěji jsou to ostrohranné shluky vláknitých aggregátů *aktinolithových*, jindy rozeznáme v úlomcích tenké, dlouze lištnovité živce uzavřené v temně hnědé, skoro neprůhledné hmotě, patrně přetavené mesostasi.[33]) Mnohé z uzavřenin jevily ještě strukturu původního spilitu. Lištny plagioklasové, jichž obrysy dobře byly patrny, byly však již úplně zatlačeny směsí aktinolithu, křemene a vápence; okolní hmota, ve které tyto živce spočívaly, jevila sice ještě poslední zbytky hnědého augitu, většinou se však skládala z drobounkých jehliček aktinolithu a chloritu a byla při slabším zvětšení mezi zkříženými nicoly skoro dokonale isotropní. V jedné z uzavřenin pozoroval jsem čisté, průhledné, poněkud nahnědlé sklo s drobnými variolkami augitu.

Sklovitý tmel obsahuje hojnost dutinek, jež bývají vyplněny živcem a křemenem. *Živce* jsou dvojčatně lamellovány podle albitového srůstu a bývají v některých případech ve směru hlavního prodloužení opticky positivní, jindy naopak negativní. Rovněž tvoří živec drobné sférolithy. *Křemen* jest v allotriomorfních zrnech.

Trhliny ve sklovité hmotě vzniklé dílem ochlazením, dílem původu pozdějšího, jsou hojné a bývají vyplněny obyčejně allotriomorfním *křemenem*, jindy též *zoisitem* a *vápencem*. Hojně přítomno jest sekundárních rud, jež v podobě drobounkých černých zrníček šmouhovitě uspořádaných pronikají tmelem všude, kde sklovitá hmota jest menší homogenity, i činí tak fluidální sloh tmele tím nápadnější.

Popisovaná hornina poskytuje nám příklad dvou brzy po sobě následujících částí lávových proudů. Starší proud, počínající na svém povrchu již tuhnouti, proražen byl prudce proudem mladším a rozdroben v malé ostrohranné kusy, jež byly v mladším proudu uzavřeny buď celkem neporušeny, nebo dílem jen na okrajích, dílem úplně přetaveny ve sklovitou hmotu. Mladší proud lávový utuhl následkem rychlého chladnutí jako sklo.

27. *Variolitový afanit z Dolních Chaber.* (Srv. obr. 6. na tabulce).

Skládá se z hustě nakupených, až 1½ *mm* velikých sférokrystalů radialně vláknitého *augitu*, jichž středem bývají zpravidla paprskovitě neb snopkovitě uspořádané dlouhé, tenké lištny *oligoklasové*. Sférokrystaly jsou kulovité, v místech, kde jsou hustěji na sebe stěsnány, nabývají obrysů

[33]) Přetavení uzavřenin v brekciovitém spilitu pozorováno bylo též v brekcii ze *Skomelna*; srv. Slavík: Spilitické vyvřeliny etc., str. 75.

polyedrických. Augit proměněn jest někde v jehličky *aktinolithu*. Ve sférokrystalech objevují se zhusta kulovité dutinky, jichž výplní jest nejčastěji *zoisit*, někde též *novotvořený živec*. Horninou prostupují trhliny dvojího stáří: starší, široké, vyplněny jsou velikými polyedrickými zrny *zoisitu*, z něhož místy vzniká *novotvořený živec* a *vápenec*, — v mladších trhlinkách užších, přerušujících trhliny starší, vyloučily se výhradně *novotvořené živce* v čirých allotriomorfních zrnech, zhusta dvojcatně lamellovaných. Souměrná úchylka 18—19° poukazuje na *andesin*.

* * *

Shrneme-li krátce pozorování mikroskopická, vidíme, že **prvotné** *součástky* ve všech zkoumaných spilitech jsou lištnovité *plagioklasy* (nejčastěji oligoklas) a *augit*, u většiny *ilmenit* a u spilitu z Vodochod a ze srázu proti Letkům též *diabasové sklo*. Jako *součástky* **druhotné** zjištěny byly: *aktinolith, chlorit, leukoxen, čirá slída* (10), *zoisit, epidot* a *klinozoisit* (20), *novotvořený živec, vápenec, křemen, pyrit* a *pyrrhotin*. Novotvořené živce jsou vždy plagioklasy basičtější nežli plagioklasy prvotní, v uzavřeninách brekciovitého spilitu ve Vodochodech (21) pozorován byl též *orthoklas* (poprvé v českých spilitech). Nejdůležitějšími z minerálů druhotných jsou aktinolith a zoisit (po příp. epidot a klinozoisit), jež ve všech spilitech algonkia na sever od Prahy se prostírajícího jsou součástkami převládajícími, ve spilitu ze Závisti naopak pozorovány nebyly. Přeměna augitu v aktinolith a živců v zoisit nemá příčinu svoji v obyčejném atmosférickém větrání, nýbrž způsobena byla, jak Fr. Slavík[34]) ze západočeského algonkia podrobně dovozuje, pochody hydrochemickými provázejícími *vulkanické dozvuky*. Tato pozdější sopečná činnost patrna jest též na přečetných žilách vyvřelin rozšířených všude v algonkiu povltavském na sev. od Prahy. Naproti tomu v algonkiu okolí Závisti nebyla pozdější činnost sopečná tak intensivní; rovněž žíly vyvřelin v nejbližším okolí spilitu závistského nejsou tak hojným zjevem, jako v algonkiu dolního Povltaví.

Značná přítomnost aktinolithu ve spilitech, zatlačujícího někdy úplně prvotní augit, sváděla starší badatele k tomu, že označovali horniny takové jako *diority, dioritické afanity, dioritické amfibolity* a pod. Pojmenování tato byla volena zcela správně, uvážíme-li, že v době, kdy Helmhacker a Bořický horniny tyto studovali, nebyla přeměna augitu v aktinolith ještě dostatečně známa. Jest ale zajímavo, že již Helmhackerovi byla nápadnou přítomnost čerstvého nerozloženého amfibolu vedle zakalených proměněných lišten plagioklasových.[35])

Pokud se týče **strukturních odrůd** zkoumaných spilitů, byly seznány *jemnozrnné diabasy* (Závist, Zlončice, Chvatěruby, proti libšické železárně

[34]) Spilitické vyvřeliny etc., str. 121—123.

[35]) Erläuterungen etc., str. 218.

atd.), *augitické* i *variolitové afanity* (libšická skála, proti libšické skále, pod Máslovicemi, uzavřeniny z Vodochod, Dolní Chabry), spility s *rovnoběžnou orientací* (proti Dolánkům), *variolity* (Zlončice) i *brekcie* (Závist, Vodochody, sráz proti Letkům), tedy téměř všecky strukturní odrůdy spilitové, jako v západočeském algonkiu. Z toho jest zároveň patrno, že *algonkium povltavské* jest pokud se spilitů týče *naprosto totožné s algonkiem západočeským.*

Jest zajímavo, že i *diabasová formace oloněcká* [36]) do nedávna za devonskou pokládaná, která z cizích formací diabasových nejblíže stojí našemu komplexu spilitovému vyznačujíc se toutéž faciální rozmanitostí, a jež se stala základem srovnávacích studií při zkoumání českého spilitového komplexu, řadí se dnes z důvodů stratigrafických a tektonických rovněž do praekambria (k svrchnímu Jatulienu či Onégienu).[37]) A jelikož též v algonkiu michiganském (Keweenawien) v okolí *Hořejšího jezera* střídají se sedimenty s mohutnými rozlitými příkrovy basických hornin (melafyrů a pod.), možno z těchto případů všeobecně míti za to, že *současné výlevy basických vyvřelin pocházejících z magmatu čedičového jsou význačnými pro periodu praekambrickou.*

* * *

Některé vyvřeliny intrusivní z algonkia dolního Povltaví.

Porfyrit prorážející spilitem ve zlončickém údolí.

Hornina temně hnědočervená s porfyricky vyloučenými až 1 *cm* velikými živci a krystaly temné slídy. Pod mikroskopem rozeznáme v základní celistvé hmotě živcové z porfyrických vyloučenin též apatit a amfibol (?).

Biotit objevuje se ve velikých krystalech na okrajích zaoblených a nesoucích patrné známky po magmatické korrosi. Průřezy $\parallel$ s (001) jsou temně hnědé, průřezy $\perp$ na (001) jsou silně pleochroické:

$\parallel$ γ temně hnědé se silnou absorpcí,
$\perp$ γ světle žluté.

Živce náležejí *výhradně plagioklasům* a bývají zpravidla lamellovány podle albitového zákona. Tvoří krystaly veliké až skorem 1 *cm* průřezů

[36]) Srv. F. Loewinson-Lessing: Олонецкая діабазовая формація. Труды СПб. общ. естеств. XIX. 1888.

[37]) W. Ramsay: Über die praecambrischen Systeme im östlichen Teile von Fennoskandia. Centralbl. f. Min., Geol. u. Pal. 1907. S. 33—41. — J. J. Sederholm: Les roches préquaternaires de la Fennoscandia. Hommage au XIme Congrès géologique international. Helsingfors 1910; — Beiträge zur Geologie der präcambrischen Bildungen im Gouvernement Olonez. Referát Erdmannsdörferův v Neues Jahrb. f. Min., Geol. u. Pal. 1909, I. S. 218. — É. Haug: Traité de géologie II. Les périodes géologiques p. 581.

čtvercových neb obdélníkových na rozích zaoblených. Podle úchylky zhášení na ploše kolmé k (010) (= 8—10°) a zkouškou světelného lomu methodou Beckeho v oleji hořkomandlovém (n = 1·544 při 20° C) bylo možno dokázati, že živce náležejí *oligoklasu střednímu*. Hmota jejich bývá zpravidla hojně rozložena ve světlou slídu a vápenec, mnohdy pozorují se dokonalé pleromorfosy vápence po živcích.

Zelené neb hnědavé průřezy protáhlé a kosočtverečné, jež kromě uvedených dvou minerálů porfyricky v základní hmotě spočívají, upomínají nápadně na *amfibol*; jsou vyplněny buď jemně šupinkatým zeleným, skoro nepleochroickým chloritem, nebo směsí vápence, křemene a živce od limonitu hnědě zbarvenou.

Apatit vyvinut jest ve sloupečcích čirých, idiomorfně omezených, obyčejně asi 0·15—0·2 *mm* dlouhých. Jest nejstarší vyloučeninou horniny, neboť bývá uzavírán živcem, nebo spatřuje se ve středu pseudomorfos po amfibolu.

Hmota základní složena jest z nepravidelně seskupených allotriomorfních zrn *živcových*, která náležejí plagioklasům basičtějším, nežli jsou živce porfyrické. Lom světelný určovaný silně lomnými oleji jest v mezích:

$$1{\cdot}554 \text{ (skořicový olej)} > n > 1{\cdot}5482 \text{ (badianový olej)},$$

z čehož lze tedy rozhodnouti, že živce hmoty základní jsou *andesinem*.

Vedle živců spatříme v hmotě základní, zvl. při silnějším zvětšení sporé šupinky *haematitu* šestibokých obrysů, barvy temně hnědočervené.

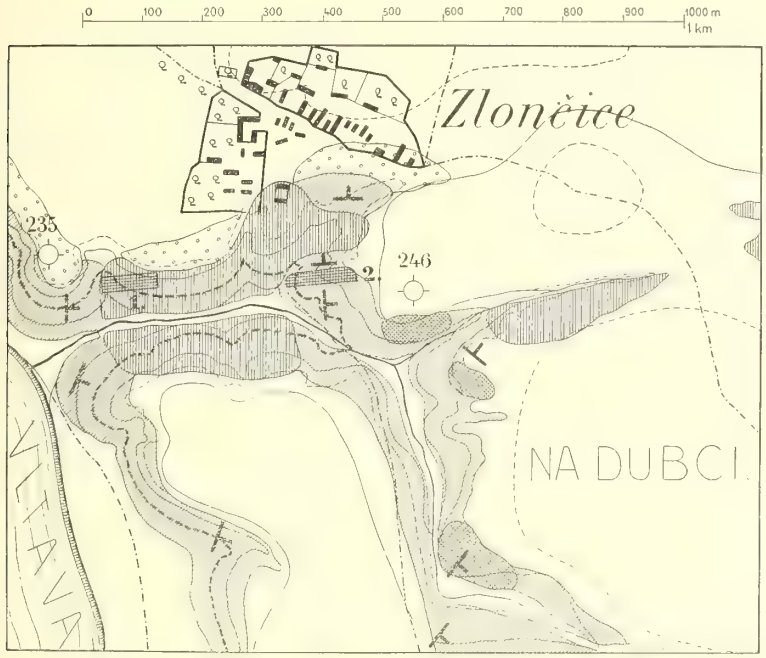
Z nerostů *druhotných* zastoupena jest tu předem *světlá slída* objevující se v nepravidelně omezených šupinkách zvl. na trhlinách živců vznikajíc zřetelně přeměnou jejich. *Vápenec* přítomen je ve značném množství a zhusta úplně vyplňuje prostory po živcích. *Křemen* vyloučil se co zbytek při větrání silikátů (amfibolu a živců) v základní hmotě v podobě nepravidelných allotriomorfních zrn. Totéž platí o slabě pleochroickém *chloritu*, jenž tvoří kromě toho i podstatnou součást pseudomorfos po amfibolu. *Aktinolith* vyskytuje se v tenkých, dlouhých jehličkách neb svazečcích v základní hmotě porůznu roztroušen a jeví zřetelný pleochroismus. Kromě prvotního haematitu hmoty základní spatříme někde též *haematit* pseudomorfující biotit. *Pyrit* zastoupen jest spoře v podobě drobounkých zrníček obyčejně šmouhovitě uspořádaných.

Pokud se týče *postupu vyloučení součástek* vznikl nejprve apatit, pak součástky barevné: amfibol a biotit, pak porfyricky vyloučené živce a konečně haematit a živce hmoty základní. Ostatní minerály vznikly větráním nerostů prvotních.

Vzorek vzatý *blíže u kraje* téže žíly jeví tytéž poměry, má však lépe zachované živce a neobsahuje tolik biotitu, jako vzorek ze středu žíly.

Okraj žíly. Hornina jest zde světle šedá, rohovcovitě celistvá s četnými kulovitými neb podlouhlými dutinkami vyplněnými čirým křemenem.

Skládá se z hustě nakupených allotriomorfních zrn *živcových* prostoupených *chloritem*; porfyrických vyloučenin jest velmi málo a jsou obyčejně zatlačeny vápencem. Mikroskopem rozeznáme v základní hmotě hojnost malých, slzovitých, rovnoběžně orientovaných dutinek vyplněných buď čirým *křemenem*, nebo směsí *křemene* a *vápence*. Křemen uzavírá v sobě někdy světle zelené jehličky *chloritu*. *Vápence* v zákl. hmotě jest hojně.



Obr. 5. **Zlončická rokle.** Svisle čárkováno = spilit; šikmo čárkováno = algonk. břidlice jílovité a droby; šikmo křížem čárkováno = buližník; tečkováno = cenoman, korycanské vrstvy; 1. = porfyrit; 2. = monzonitový porfyr.

Monzonitový porfyr jižně pod Zlončicemi.

Jest velmi podobný předešlému. Základní hmota jeho jest makroskopicky celistvá, temně šedá; obsahuje až ½ *cm* veliké zaoblené krystaly živcové barvy pleťově žlutavé.

Porfyricky vyloučený *živec* jest lamellován a dává souměrnou úchylku *oligoklasu* (= 10°). Na okrajích jeví skoro obyčejně mezi zkříženými nicoly zonální sloh, při čemž jádro zháší šikměji nežli kraj a jest světelně lámavější.

Biotit tvoří veliké lupénky, jež na příčných průřezích jsou silně pleochroické. V mnohých případech bývají lupénky biotitové proměněny druhotně v *haematit*, jenž prosvítá svou charakteristickou červenou barvou.

Někdy vidíme ještě jádro biotitové zachováno, kraj jest však již přeměněn v haematit. Jako živce, tak i biotit jeví znatelné známky magmatické korrose.

I tato hornina obsahuje přečetné porfyricky vyloučené pseudomorfosy hmoty chloritové, vápencové a haematitové po *amfibolu*. Dávají průřezy buď kosočtverečné o úhlech přibližně 120°, nebo podélné a bývají na okrajích lemovány hustě nakupenými zrníčky černých rud.

Apatit tvoří sloupce idiomorfně omezené, mnohdy značně veliké a jest nejstarší součástkou horniny.

Základní hmota sestává z nepravidelně seskupených nezřetelných zrn *živcových*, jež jeví zvláště okolo porfyrických vyloučenin poněkud fluidální uspořádání. Náležejí většinou *plagioklasům*, byla však shledána dosti hojně též zrnka živcová, která měla nižší lom světelný, nežli olej sassafrasový (n = 1·528 při 20° C), z čehož plyne, že i hmota *orthoklasová* jest zde přítomna. Z toho důvodu nutno horninu označiti jako *monzonitový porfyr*. Základní hmota živcová chová v sobě přečetná temná zrníčka rudní, která při silnějším zvětšení jeví se býti dokonale šestibokými a svou červeně prosvítající barvou prozrazují *haematit*.

Z druhotných součástek přítomny jsou: *vápenec*, *chlorit* a *krevel*. Krevel jest rozptýlen v porfyrických živcích a podmiňuje jeho růžové zabarvení.

Porfyrit ze zlončického údolí i monzonitový porfyr posléze popisovaný upomínají velmi na *syenitový porfyr* z Lohoviček u Vejvanova studovaný J. Klvaňou.[38]) I tato hornina obsahuje z porfyrických vyloučenin vedle živců biotit a apatit i pseudomorfosy chloritu a vápence po amfibolech.

Diabas nad zdymadlem u silnice z Dolánek do Máslovic.

Makroskopicky jest jemnozrnný, zelenošedý, takže se velmi podobá spilitům. Strukturou však upomíná poněkud na některé žilné diabasy okolí plzeňského. *Živce* jeví dvojí vývoj: *první*, dlouze lištnovité stavějí se do paprskových skupin. Bývají několikráte lamellovány podle zákona albitového a dávají souměrnou úchylku zhášení odpovídající *andesinu*. *Druhé* živce jsou větší, až 1 *mm* dlouhé a ½ *mm* široké, dvojčatně lamellované a často při okrajích zonárně stavěné. Náležejí plagioklasům basičtějším dávajíce souměrné úchylky zhášení na ploše kolmé k brachypinakoidu až 29°, jsou tedy *labradoritem*. Jsou mladšími živců prvních.

Augity jsou dlouze sloupcovité, narůžovělé, někdy idiomorfní, jindy vyplňují prostory mezi křížícími se krystaly živcovými. Pleochroismus slabý:

$\parallel \gamma$ fialově růžový s větší absorpcí,
$\perp \gamma$ světleji růžový.

[38]) Petrographische Notizen über einige Gesteinsarten Böhmens. Věstník král. čes. společnosti nauk 1881. Str. 401—402.

Augit jest částečně současnou vyloučeninou s basičtějšími živci, dílem vytvořil se i potom. Živce i augity nesou stopy kataklasy jsouce napříč rozpukány.

Prostory mezi živci a augity jsou vyplněny světle zeleným šupinkatým *chloritem*, pod zkříženými nicoly skoro úplně isotropním. Ze živců vzniká mnoho *vápence*, jenž jest roztroušen po celé hornině v malých shlucích, nebo vyplňuje dutinky spolu s *chloritem* a *pyritem*.

Diabasy a porfyrity mezi Vodolkou, Čenkovem a Velkou Vsí.

Horniny tyto, jež pocházejí z jediného společného magmatického krbu nacházejícího se pod *Vodolkou*, vyvinuty jsou ve dvou odrůdách: Jsou buď *úplně celistvé*, makroskopicky i mikroskopicky spilitům velmi podobné a lišící se od nich pouze větší tvrdostí a poněkud modravější zelenou barvou. Jinde přecházejí do *porfyritů* o velikých krystalech plagioklasových. Přes značnou podobnost jejich se spility dlužno je pokládati za horniny mladší spilitů, jednak z diskordantního uložení jejich, jednak z kontaktních účinků na okolní břidlice. S hlediska morfologického nutno pohlížeti na ně jako na odkryté malé lakkolithy, které seřaděny jsou za sebou do dvou řad, jedné, východnější téměř čistě severního směru, druhé poněkud na západ odchýlené; obě řady těchto nápadně z terrainu vystupujících kopečků sbíhají se mezi *Dolínkem* a *Čenkovem*. Břidlice mezi pásmy kopecků na den téměř nevycházejí, jeť okolí pokryto jednak uloženinami cenomanu, jednak štěrky, nutno však na existenci jejich pod mladšími nánosy usuzovati již z morfologie krajiny jakož i z nálezů úlomků buližníků a břidlic v uzavřeninách *augititu* z *Kopče*. Výchozí břidlice nalezl jsem pouze v lomu jižně od kříže na rozcestí silnic do Kopče a Velké Vsi *SV* od Vodolky; mají zde směr od V k Z, úklon na S. Dále vystupují též břidlice, jak již Krejčího a Helmhackerava mapa dobře označuje, záp. od Čenkova u prvního rybníčku nad vsí; i zde mají V-Z směr a úklon 40° na S. Ve vsi Čenkově jsou vrstvy zohýbány a jeví charakteristické znaky plodových a skvrnitých břidlic.

Diabas sev.-vých. od Vodolky (u côty 230).

Makroskopicky celistvý až jemnozrnný, barvy temně šedé až šedozelené, velmi tvrdý. Mikroskopicky velmi se podobá spilitům. Struktura jeho je význačně *ofitická*. *Živce*, dlouze lištnovité až jehlicovité zhusta lamellované podle zákona albitového, náležejí *basičtějším oligoklasům*. Jeví vývoj kostrovitý, na koncích bývají roztřepeny neb vidlicovitě děleny. Na podélných i příčných průřezech velmi často pozorujeme, jak okolní mesostase vyplňuje v úzkých proužcích mezery mezi nepravidelně, kostrovitě omezenými plochami živcovými. Živce stavějí se do ozdobných hvězdových skupin, nebo tvoří obrazce snopečkovité i štětkovité. Porfyrické

vyloučeniny živců velmi hojné. Mesostase sestává výhradně ze zrnitého drobného *augitu* hnědé barvy, který velmi často bývá již přeměněn v *aktinolith*. Na trhlinách hojně *zoisitu, vápence* a allotriom. *křemene*.

Porfyrit mezi Vodolkou a Kopčí (cóta 251).

Porfyrické *plagioklasy* měřící as 3—5 *mm* jsou obrysů čtvercových až obdélníkových, na okrajích jsou zaobleny. Přesné určení jejich jest nemožným, jsouť již úplně přeměněny ve směs *křemene, vápence* a *zoisitu*. Základní hmota mezi porfyrickými živci sestává většinou z třtinovitých aggregátů *aktinolithových* uzavírajících mnohdy ještě zbytky zrníček *augitových*. Živce jsou v základní hmotě dost vzácnou součástkou; bývají dlouze lištnovité, zdvojčatěné a kostrovitě vyvinuté. *Ilmenit* jest hojný v kostrovitých krystalech; mění se v *leukoxen*. Zákl. hmota proniknuta jest všude drobnými zrníčky *křemene, zoisitu* a *vápence*, které tvoří též výplň žilek. Ve sporých zrnkách konstatován byl i *pyrrhotin*.

Porfyrit mezi Velkou Vsí a Kopčí (cóta 269).

Hornina makroskopicky celistvá, světle šedá s porfyricky vyloučenými velikými živci. Tyto jsou tlustě tabulkovité podle (010) a lamellovány; náležejí *střednímu oligoklasu*. Bývají zakaleny jsouce přeměněny z větší části buď v *zoisit* nebo ve *vápenec* a *světlou slídu*. Na okrajích bývají někdy zaobleny a magmaticky korrodovány. Základní hmota celistvá složena jest z velmi jemných jehliček *aktinolithových* uzavírajících někdy drobná zrnka původního *augitu*. Hojně roztroušeny jsou v zákl. hmotě kostrovité krystaly *ilmenitu* měnící se v *leukoxen, zoisit* a *novotvořený* allotriomorfní *živec* vyplňují žilky.

Porfyrit z uzavřenin augititu z Kopče.

Hornina velmi rozložená. Porfyrické živce přeměněny jsou téměř úplně ve směs *vápence, světlé slídy, zoisitu* a *křemene*. Kromě nich pozorujeme i veliké, třtinovité i kompaktní *amfiboly*, světle zelené, pleochroické, upomínající obrysem svým na původní augit. Základní hmota skládá se ze směsi drobných jehliček *aktinolithových* a zrn *křemenných, zoisitových, živcových* a *vápencových*.

Jak z uvedených příkladů jest patrno, jsou diabasy a porfyrity okolí *Vodolky, Čenkova* a *Velké Vsi* spilitům mikroskopicky velmi podobny. Mají tytéž součástky prvotní a i přeměna jejich v aktinolith a zoisit jest podobná spilitům. Odrůdy *celistvé*, bez porfyrických vyloučenin (tedy diabasy) jsou s mnohými spility dolního Povltaví mikroskopicky takřka úplně totožny. Jeví tentýž vývoj i seskupování se živců a i chemické složení plagioklasů (střední až basický oligoklas) jest stejné jako u většiny povltavských spilitů. Jako jediný, poněkud patrnější rozlišovací znak bych vytkl ten, že *základní hmota diabasů okolí Vodolky* atd. jeví poněkud *zřetelněji zrni-*

těžší sloh než základní hmota spilitů. Odrůdy *porfyrické* toho rázu, jako jsou porfyrity mezi *Vodolkou, Čenkovem* a *Velkou Vsí*, v komplexu spilitovém přicházejí řídčeji a jsou-li vyvinuty, pak liší se od těchto hojnější přítomností lištnovitých a jehlicovitých plagioklasů v základní hmotě. Třebas by však mikroskopická povaha těchto hornin byla spilitům velmi blízká, tolik jest jisto, že *diabasy a porfyrity mezi Vodolkou a Velkou Vsí jsou horninami mladšími spilitových příkrovů*, jsouce povahy intrusivní, jak to ostatně jest patrno z jejich diskordantního směru a kontaktní metamorfosy, kterou působily na okolní sedimenty.

* * *

Vyvřeliny v dolnopovltavském algonkiu vedle spilitů vystupující jsou vesměs vyvřelinami pozdějšími než okolní sedimenty. O stáří jejich jest těžko rozhodovati pro nepřítomnost uloženin mladších algonkia. Pokud se týče *relativního stáří* těchto vyvřelin, možno všeobecně míti za to, že horniny rázu *monzonitického* (dioritické syenity a syenitické diority u Klvaně) jsou *mladší než porfyry* křemenné, hlavně z toho důvodu, že na některých místech prorážejí monzonitové žíly porfyrem, jednak i z odlišného směru jejich od směru vyvřelin porfyrových. Nejpěknější příklad sukcesse poskytuje *skála libšická*. Zde pozorujeme zřetelně, jak křemitý porfyr postupuje spilitem a jest napříč proražen žilou minetty. Případ ten poznovu dokazuje, což již bylo na mnoha místech v algonkiu západočeském i v okolí jílovském konstatováno, že *minetty náležejí k mladším vyvřelinám než porfyry*.

Porovnáváme-li *komplex žilných vyvřelin algonkia západočeského* s vyvřelinami *dolního Povltaví*,[39]) shledáme v obou oblastech *diabasy* a *porfyry*; v *Povltaví* kromě toho vystupují hojně vyvřeliny rázu *monzonitického* a horniny *kyselé*, zvl. křemité diority. Naproti tomu v algonkiu *západočeském* převládají vedle normálních diabasů a porfyrů vyvřeliny *basické*, barevnými součástkami a olivinem bohaté, zvl. bezkřemenné diority, olivinické diabasy, horniny blízké spessartitům (neb odinitům) a melafyry. Z toho jest patrno, že *komplex pozdějších vyvřelin algonkia povltavského pochází z jiného magmatického ohniska, kyselejšího* než vyvřeliny západočeské. Domněnka tato podporována jest nad to i tím faktem, že obě oblasti odděleny jsou územím algonkických břidlic v okolí *Unhoště*, v němž mladší vyvřeliny intrusivní téměř vůbec scházejí. Zde byla zjištěna pouze jediná žíla *bezkřemenného porfyru* u *Okoře* nedaleko *Noutonic* a podle laskavého ústního sdělení p. prof. Dra J. Kratochvíla žíla *syenitické horniny* v podloží karbonu v *dole Janském u Libušína*.

[39]) Srv. Klvaňa: Údolí Vltavské a F. Slavík: Příspěvek k poznání vyvřelin středočeského praekambria. (Rozpravy Akad. cís. Fr. J., tř. II., XI. č. 4.)

Pokud se konečně týče žilných vyvřelin *algonkia povltavského na jih od Prahy*, bylo již podrobnými pracemi Barvířovými a jeho žáků o nich dokázáno, že vázány jsou na magmový krb středočeského massivu žvlového

* * *

Hlavní výsledky práce.

1. Nálezem brekciovitého spilitu na Závisti u Zbraslavě dokázáno algonkické stáří „azoických" vrstev jižního křídla synklinaly českého staršího palaeozoika.

2. Tím zároveň jest definitivně rozhodnuto, že petrograficky poněkud odlišné břidlice a droby Modřanské rokle nejsou kambrickými, nýbrž že tvoří místní facii českého algonkia, neboť jsou *starší* než *sv* pokračování vrstev, břidlic sdružených se spilitem závistským.

3. Mezi spility v algonkiu dolnopovltavském, jež zvl. mezi Letky a Kralupy po obou březích vltavských jsou rozšířeny, shledány byly tytéž strukturní odrůdy, jaké již dříve byly známy na spilitech západočeských.

4. Z toho plyne, že algonkium dolního Povltaví jest pokud se spilitů týče úplně totožné s algonkiem západočeským.

5. Horniny označované Bořickým a Klvaňou jako *„dioritické"* a *„syenitické amfibolity"* jsou spility, v nichž augit přeměněn byl v jehličkovitý aktinolith a plagioklasy v nerost skupiny zoisitové.

6. Hojná přítomnost aktinolithu a zoisitu ve spilitech dolního Povltaví nasvědčuje velmi silným pozdějším sopečným dozvukům spojeným s výlevy horkých pramenů, které přeměnily augit v aktinolith a živce v nerosty skupiny zoisitové.

7. Diabasy a porfyrity okolí Vodolky, Čenkova a Velké Vsi, které spilitům makroskopicky i mikroskopicky velmi se podobají, jsou vyvřeliny mladší než spility, pravděpodobně jsou to denudací odkryté malé lakkolithy.

8. Komplex žilných vyvřelin v algonkiu dolního Povltaví pochází ze samostatného krbu magmatového, kyselejšího, než-li jest krb magmatový, na nějž jsou vázány žilné vyvřeliny algonkia západočeského.

Mineralogicko-geologický ústav c. k. české vysoké školy technické v Praze.

Vysvětlení tabulky.

1. *Diabas ze Závisti*, mezi *km* 35·8 a 35·7 (str. 6.); uprostřed vějířkovitý živec. Nic. × Zvětš. 33.

2. *Spilit z polí sev. od Chvatěrub*: Tlakové úkazy v aktinolithové plsti, Zvětš. 33.

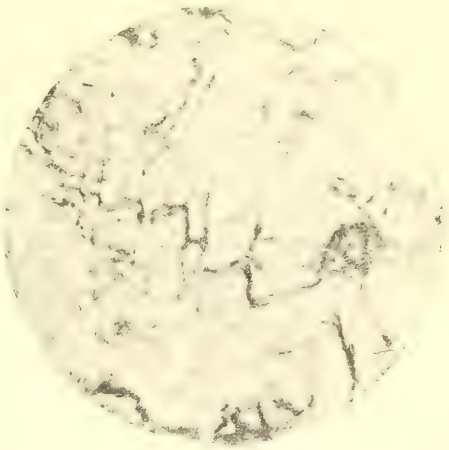
3. *Sklovitá mezerní hmota brekciovitého spilitu z Vodochod.* Čisté sklo s velikými krystaly zoisitovými a fluidálně uspořádanými variolkami augitovými. Zvětš. 22.

4. *Sklovitá mezerní hmota brekciovitého spilitu z Vodochod.* Fluidálně seskupené mikrolithy a variolky augitové v zelenavém skle. Zvětš. 22.

5. *Uzavřeniny augitického afanitu z brekciovitého spilitu z Vodochod.* Kolem kostrovitých krystalů plagioklasových nakupují se vláknité a jehličkovité augity do sférokrystalů a útvarů štětkovitých neb vějířkovitých. Zvětš. 22.

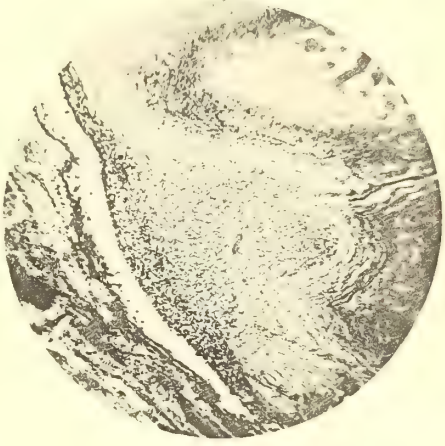
6. *Variolitový afanit z Dolních Chaber.* Sférokrystaly vláknitého augitu uzavírající radiálně paprsčité jehlicovité plagioklasy. Žilky a amygdaloidní dutinky vyplněny jsou zoisitem. Zvětš. 33.

1



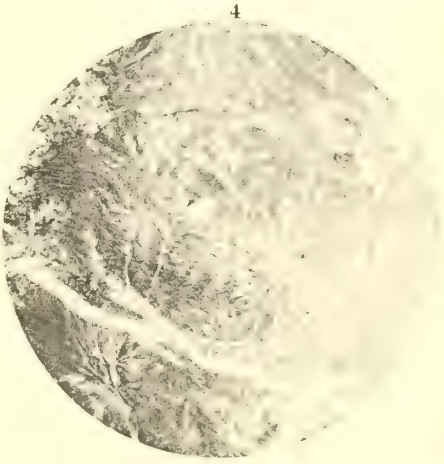
2

3



4

5



6

Některé druhy kuželoseček imaginárných.

Sepsal

prof. Vinc. Jarolímek.

(S 21 obrazci v textu.)

Předloženo dne 10. července 1912.

Dosud byly předmětem bádání cestou ryze geometrickou hlavně ony kuzelosečky imaginárné, které majíce osy reálné (co do polohy) i reálnou involuci sdružených průměrů (vždy elliptickou), neprocházejí žádným reálným bodem a nedotýkají se žádné reálné přímky. Je to vlastně jediná pomyslná křivka stupně druhého. Geometrie sythetická ji definuje jakožto direkční křivku rovinné soustavy polárné, v níž žádný reálný bod nezapadá do své poláry, a to nastane tehdy, když žádná polára neodděluje pól od středu soustavy; nebo jakožto pronik reálné nepřímkové plochy stupně druhého s reálnou rovinou, která s plochou nemá reálného bodu společného. V geometrii analytické pak je křivka ta vyjádřena rovnicí o reálných koefficientech $b^2 x^2 + a^2 y^2 + a^2 b^2 = 0$, tak že poloosy $= i\,a, i\,b$ mají hodnoty prostě imaginárné, nikoli komplexní.

Kdykoli však v geometrii polohy jedná se o konstrukci kuželosečky z daných reálných μ bodův a ν tečen ($\mu + \nu = 5$) v případech $\mu > 0$, $\nu > 0$, poukazuje se sic k okolnosti, že za jistých podmínek jsou výsledky (užíváme plurálu, ježto úloha je vždy dvoj- nebo čtyřznačná) imaginárné; avšak přestává se na konstatování tohoto fakta, aniž se dočítáme čeho o vlastnostech těchto pomyslných kuželoseček, ačkoli se velice podstatně liší od dosud uvažovaných tím, že procházejí reálnými body a dotýkají se reálných přímek. Tyto imaginárné křivky druhého stupně nemají obecně ani reálného středu, ani reálných (polohou) os a průměrů, za to však mohou míti až i *čtyři body reálné a zároveň čtyři tečny reálné*, tedy celkem *osm reálných prvků*, z nichž ovšem tři jsou určitě závisly na ostatních pěti. V geometrii analytické vyjadřují se veškeré křivky tyto rovnicemi sice

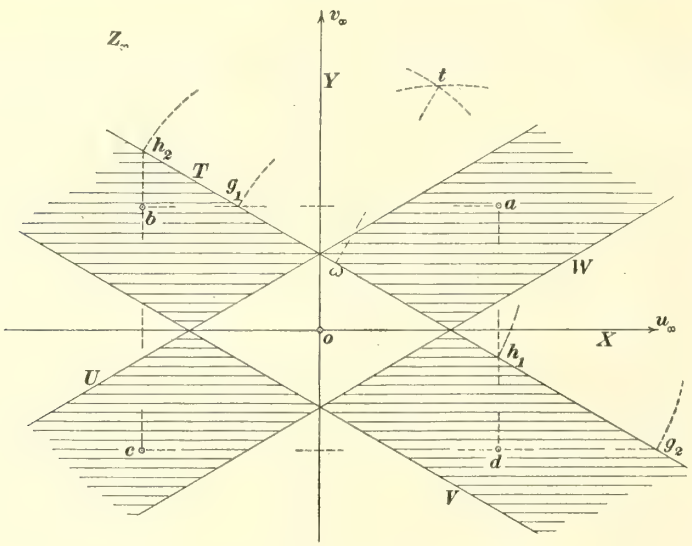
kvadratickými, ale o koefficientech komplexních.[1]) Však ani na tom není dosti. Seznáme i kuželosečky pomyslné, jež mají osy reálné (polohou, kdežto délky poloos $= a + i\,\alpha,\ b + i\,\beta$), a vedle toho čtyři body reálné i čtyři tečny reálné, a naproti tomu jiné, jež nemají žádného ze všech těchto útvarů reálných.

Imaginárné tyto kuželosečky dělíme jako reálné na ellipsy, hyperboly a paraboly. Imaginárnou *ellipsou* nazývejme pomyslnou kuželosečku, která nemá žádného reálnéhob odu v nekonečnu. Imaginárná *hyperbola* má buď jeden nebo dva reálné body úběžné, asymptoty reálné nebo pomyslné. Imaginárná *parabola* dotýká se úběžné přímky reálné, ať v bodě reálném nebo pomyslném. Předpokládejme nejprve, že všecky tyto křivky leží *v rovině reálné.*

I. Imaginárné ellipsy.

a) O reálných osách.

Ellipsa K buď dána reálnými osami $X \perp Y$ (obr. 1.), reálným bodem a, reálnou tečnou T. Ellipsa pak nutně prochází dalšími reálnými body b, c, d, dle os a středu o ku a souměrnými, a dotýká se reálných přímek U, V,



Obr. 1.

W ku T souměrných. Tyto čtyři tečny dělí rovinu na 9 dílů a určují osnovu kuželoseček, jež leží, pokud jsou reálné, v plochách, jež na obr. 1. nejsou vyčárkovány. Je-li bod a obsažen v některé z těchto pěti ploch, lze z bodů

[1]) Oddělíme-li v takové rovnici $K = 0$ (v souřadnicích bodových) členy reálné od prostě imaginárných, nabudeme tvaru $K \equiv \varphi + i\,\psi = 0$, kdež φ a ψ jsou funkce souřadnic a reálných parametrů. Aby také souřadnice nabyly hodnot reálných, musí býti $\varphi = 0$, $\psi = 0$, kteréžto reálné rovnice jsouce vzhledem k souřadnicím kvadratické, dávají čtyři kořeny za každou souřadnici, podvojně reálné nebo po-

a, b, c, d a tečny T sestrojiti způsobem známým dvě reálné kuželosečky, úloze hovící. Vytkneme-li však bod a v některé z ostatních čtyř ploch (v obraze čárkovaných), jsou výsledkem *dvě ellipsy imaginárné*, spolu sdružené K, K'. Neboť svazek kuželoseček ,určený základními body a, b, c, d, seče tečnu T v involuci, jejíž dvě družiny $g_1\ g_2$, $h_1\ h_2$ dostaneme v průsečících T s křivkami degenerovanými $(\overline{a\,b}, \overline{c\,d})$, $(\overline{a\,d}, \overline{b\,c})$.[1]) Tyto dvě družiny se rozdělují, involuce jest elliptická a samodružné body její x, y jsou imaginárné; kuželosečky $(a\,b\,c\,d\,x) \equiv K$, $(a\,b\,c\,d\,y) \equiv K'$ jsou tedy pomyslné. Jsouť to ellipsy; neboť kdyby měly reálný bod úběžný u_∞, byla by body $a\,b\,c\,d\,u_\infty$ stanovena kuželosečka jen reálná. Tyto imaginárné ellipsy mají společné reálné osy (co do polohy), reálný střed, 4 reálné body, 4 reálné tečny a jediný reálný trojúhelník polárný $o\ u_\infty\ v_\infty$, kdež u_∞, v_∞ jsou úběžné body os. Každému jinému reálnému pólu p přísluší polára imaginárná P a naopak. Neboť jinak by spojnice $\overline{ap}$ proťala P v reálném bodě p_1, a bod a_1, sestrojený dle $(p\,p_1\,a\,a_1) = -1$, příslušel by křivce, která majíc pět reálných bodův $a\,a_1\,b\,c\,d$, byla by reálná celá. Proto také veškeré průměry křivky (mimo X, Y) jsou imaginárné; reálná pak přímka jdoucí středem o není průměrem křivky.[2])

Má-li imag. ellipsa K vůbec dva reálné body a, b, indukuje na přímce $\overline{a\,b}$ výjimkou reálnou involuci harmonických pólů; jsouť to zajisté každé dva reálné body na reálné přímce $\overline{ab}$, které jsou body a, b odděleny harmonicky. Z toho soudíme, že každému reálnému pólu p, který leží na $\overline{a\,b}$, odpovídá sice imag. polára P, že však její reálný bod p_1 [3]) připadá na přímku

---

myslné. Z toho jde, že imaginárná kuželosečka tohoto druhu může míti buď dva nebo i čtyři body reálné. A duálně z kvadratické rovnice v souřadnicích přímkových plyne, že táž křivka může míti také dvě nebo i čtyři tečny reálné. — Reálná přímka $P = 0$ seče křivku $K = \varphi + i\,\psi = 0$ obecně ve dvou imaginárných bodech m_1, m_2, ale *nesdružených* (t. j. souhlasné souřadnice obou bodů nemají komplexní hodnoty navzájem *konjugované*), protože kořenům rovnic $P = 0$, $\varphi + i\,\psi = 0$ nepříslušejí vlastnosti kořenův algebraické rovnice o koefficientech reálných. Proto také střed úsečky $\overline{m_1\,m_2}$ není reálný a průměry křivky jsou obecně pomyslné. Výjimkou může býti jeden z průsečíků m_1, m_2 reálný a druhý pomyslný, anebo mohou býti i oba reálné. — Rovněž snadno lze se přesvědčiti, že reálnému pólu přísluší sice zase přímá polára jakožto geom. místo čtvrtých bodů harmonických na sečnách vedených pólem, ale obecně imaginárná. Další pak důsledek je, že na libovolné přímce neindukuje obecně křivka K reálnou involuci harmonických pólů, ježto reálnému pólu jednomu odpovídá obecně na téže přímce sdružený pól pomyslný — zcela nový to druh řad projektivných. O jednotlivých výjimkách těchto pravidel promluveno bude blíže při jednotlivých druzích kuželoseček pomyslných.

[1]) Střed involuce jest ω, potence $= -\overline{\omega t}^2$.

[2]) To vše potvrzuje i šetření analytické. Délky poloos ellipsy mají hodnoty komplexní $a + i\,\alpha$, $b + i\,\beta$, křivce přísluší rovnice o imaginárných koefficientech; středy tětiv rovnoběžných jsou pomyslné atd. (viz poznámky pod čarou na stı. 2. a 3.).

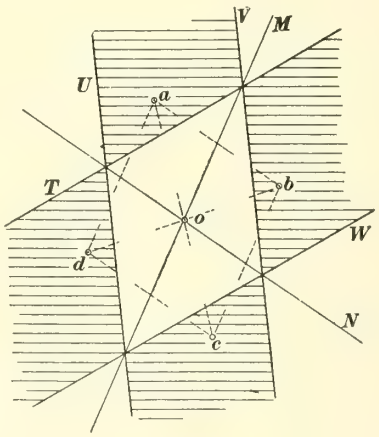
[3]) Každá imag. přímka P, ležící v rovině reálné, obsahuje, jak známo, jeden bod reálný p_1, který má společný se svou imaginárně sdruženou přímkou P. Analyticky lze ukázati, že pohybuje-li se reálný pól p po libovolné přímce reálné R, která nespojuje dva reálné body hořejší imaginárné ellipsy, vytvořuje reálný bod p_1

$\overline{a\,b}$. Duálně indukuje imag. ellipsa K v bodě $(T\,U)$, ve kterém se protínají dvě reálné tečny její, reálnou involuci harmonických polár; jsouť to takžďé dvě reálné přímky, které tečnami T, U odděleny jsou harmonicky. —

Mimo to lze stanoviti imaginárnou ellipsu K o reálných osách, která má čtyři body reálné, ale žádnou tečnu reálnou, určíme-li ji na př. reálným bodem a, místo tečny T pak jinou podmínkou nesplnitelnou, na př. aby K dotýkala se reálné kružnice a to tak, aby bod a byl v středu kružnice nebo vůbec vnitř. Nebo může K míti čtyři reálné tečny, ale žádného bodu reálného, na př. dotýká-li se dané reálné přímky T a mimo to kružnice, která leží celá vnitř některé plochy, v obr. 1. vyčárkované atd.

b) O dvou reálných průměrech sdružených.

Imaginárná ellipsa K může býti dána také dvěma reálnými sdruženými průměry M, N (obr. 2.), reálným bodem a a reálnou tečnou T. K bodu a sestrojíme body b, c, d klinogonálně souměrné dle M, N, o, a zvolíme pak, aby K byla pomyslná, tečnu T tak, aby oddělovala bod a od bodů b, c, d, a stanovíme další souměrné tečny U, V, W. Ostatní vlastnosti shodují se s případem předchozím; avšak osy křivky K, jakož i veškeré průměry mimo M, N jsou pomyslné.



Obr. 2.

Tato imaginárná ellipsa K může býti dána také reálným středem o (obr. 2.), dvěma reálnými body a, b a reálnou tečnou T. Ku a, b sestrojíme body c, d centrálně symmetrické dle o, a zvolíme pak T jako prve. Reálné průměry sdružené vedeme pak $o\,M \parallel \overline{a\,d}$, $o\,N \parallel \overline{a\,b}$, a zobrazíme ostatní tečny souměrné U, V, W.

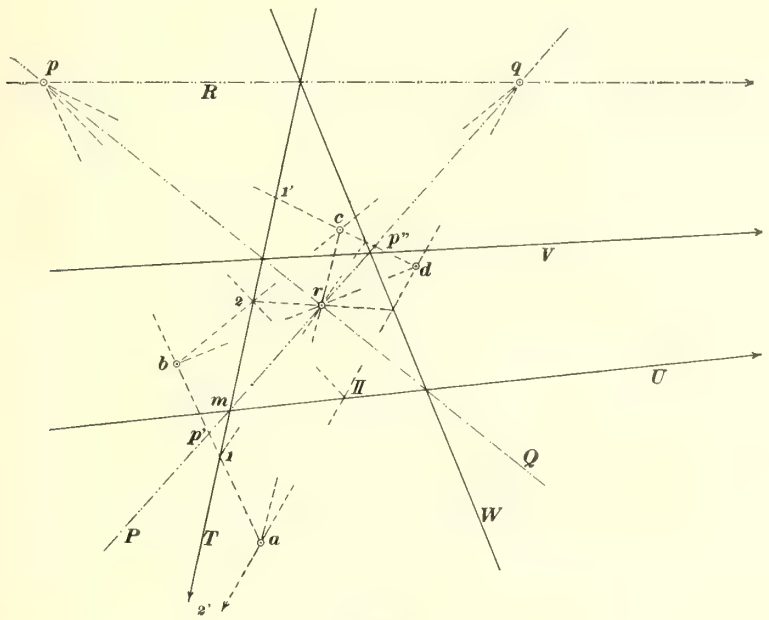
Dána-li K reálným středem o, reálným bodem a a dvěma reálnými tečnami T, U, sestrojme další reálné tečny V, W dle o souměrné ku T, U, a zvolme pak bod a vně rovnoběžníka tečnami omezeného, v ploše sousedící s jednou jeho stranou. Úhlopříčky tohoto rovnoběžníka, křivce K opsaného, dají oba reálné průměry sdružené M, N.

---

příslušné pomyslné poláry P určitou kuželosečku reálnou L. Tato křivka L jest výtvarem pomyslných projektivných svazků paprskových, jež tvoří poláry křivek K, K', pro pól p posouvající se po přímce R; poláry ty, P, P' otáčejí se okolo pólů r, r', jež křivkám pro poláru R odpovídají. Kuželosečka L patrně prochází vrcholy p, q, r polárného trojúhelníka, křivkám K, K' společného.

c) O imaginárném středu.

1. Imaginárná ellipsa K buď dána čtyřmi reálnými body a, b, c, d a reálnou tečnou T (obr. 3.). Zde sluší hleděti ke dvěma případům možným:



Obr. 8.

α) Čtyřúhelník $a\,b\,c\,d$ buď konvexní (jenž nemá vnitřního úhlu vypuklého), t j. každý bod leží vně trojúhelníka tvořeného ostatními třemi body. Pak nutno tečnu T zvoliti tak, aby jeden bod, na př. a oddělovala od ostatních tří bodů, by K byla imaginárná. Neboť body $a\,b\,c\,d$ jest určen svazek kuželoseček, který tečnu T protíná v involuci, jejíž samodružné body jsou dotyčné pro obě kuželosečky danými útvary určené. Tato involuce je v našem případě elliptická, ježto degenerované křivky svazku $(\overline{a\,b},\ \overline{c\,d})$, $(b\,c,\ \overline{a\,d})$ protínají tečnu T v družinách $11'$, $22'$ se rozdělujících; jsou tedy útvary $(a\,b\,c\,d\,T)$ stanoveny *dvě imaginárné ellipsy* sdružené K, K', a každá z nich má vedle daných čtyř reálných bodů také *čtyři tečny reálné*,[1]) naproti tomu však střed, obě osy a veškeré průměry pomyslné.

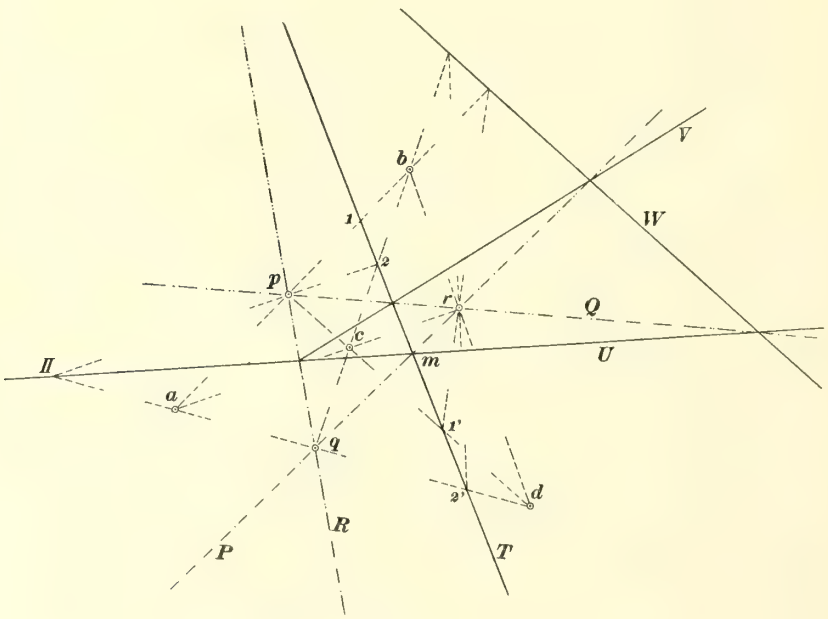
Důkaz a konstrukce. Označme průsečíky $(\overline{a\,b},\ \overline{c\,d}) \equiv p$, $(\overline{a\,d},\ \overline{b\,c}) \equiv q$, $(\overline{a\,c},\ \overline{b\,d}) \equiv r$, spojnice $\overline{q\,r} \equiv P$, $\overline{p\,r} \equiv Q$, $\overline{p\,q} \equiv R$. Diagonálný $\triangle\, p\,q\,r$ je společným polárným trojúhelníkem kuželoseček svazku $a\,b\,c\,d$, a to nejen reálných, ale i pomyslných. Neboť přímka $\overline{a\,b}$ seče K v reálných bodech a, b, prochází tedy polára P pólu p reálným bodem p', $(a\,b\,p\,p') = -1$, a na přímce protínající K v reálných bodech c, d, prochází P reálným

[1]) Původcem této myšlenky je p. docent Dr. techn. *Fr. Kadeřávek*; důkaz založil na kollineárné transformaci útvarů daných v obr. 1.

bodem p'', $(c\,d\,p\,p'') = -1$, spojnice bodů $\overline{p'\,p''} \equiv P$ je tedy reálná. Totéž platí pro $q\,Q$, $r\,R$. Křivka K je vlastní svou transformací v soustavě prespektivně involuční, jejíž středem je p a osou P. Ku tečně T přísluší v této soustavě určitá homologická zase *reálná* tečna U, která jde průsečíkem $(T\,P) \equiv m$ a bodem $II \equiv (\overline{p\,2}, \overline{a\,d})$ homologickým ku 2, neboť strany $\overline{b\,c}$, $\overline{a\,d}$ jsou homologické; spojnice $\overline{m\,II} \equiv U$. Jinak jí obdržeti lze také konstrukcí $(\overline{m\,p}, PTU) = -1$. Obdobně sestrojíme třetí reálnou tečnu V homologickou ku T v soustavě $(q\,Q)$ a čtvrtou W homologickou ku T v soustavě $(r\,R)$.

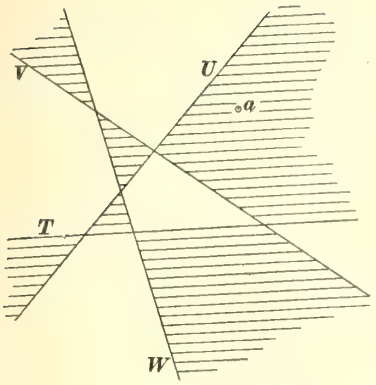
Krom $P\,Q\,R$ nemá K žádné reálné poláry k reálnému pólu (viz str. 3.), nemá tedy ani reálného středu, ani reálných os a průměrů.

β) Není-li čtyřúhelník $a\,b\,c\,d$ konvexní, když totiž jeden bod, na př. c., připadá do vnitř $\triangle\,a\,b\,d$, nepozbývá hořejší konstrukce své platnosti, jak z obr. 4. je patrno; aby však ellipsa K byla imaginárná, nutno tečnu T voliti buď tak, aby daných čtyř bodů vůbec neoddělovala, nebo aby dva z nich oddělovala od obou ostatních (v obr. 4. body a, c od bodů b, d).



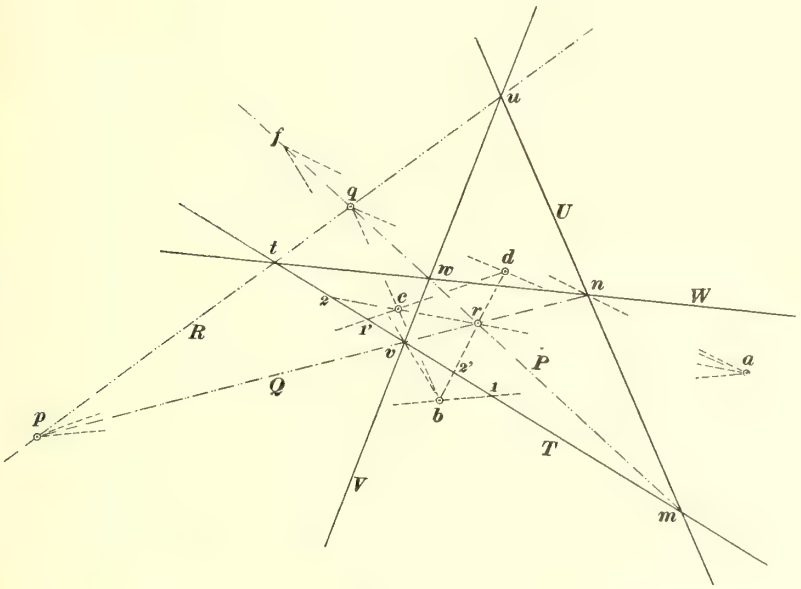
Obr. 4.

2. Imaginárná ellipsa buď dána čtyřmi reálnými tečnami T, U, V, W a reálným bodem a (obr. 5.) Tyto tečny dělí rovinu v 11 dílův a určují osnovu kuželoseček, jejíž reálné křivky leží v plochách na obr. 5. nečárkovaných. Aby tedy ellipsa byla imaginárná, nutno bod a vytknouti v některé ploše vyčárkované.



Obr. 5.

Tato ellipsa má *čtyři body reálné.* Důkaz a konstrukce (obr. 6.). Označme průsečíky $(T\ U) \equiv m$, $(T\ V) \equiv v$, $(T\ W) \equiv t$, $(U\ V) \equiv u$, $(U\ W) \equiv n$, $(V\ W) \equiv w$ a spojme $\overline{m\ w} \equiv P$, $\overline{n\ v} \equiv Q$, $(\overline{t\ u}) \equiv R$. Body $(R\ Q) \equiv p$, $(P\ R) \equiv q$, $(P\ Q) \equiv r$ jsou vrcholy diagonálného trojúhelníka úplného čtyřstranu $T\ U\ V\ W$ čili společného polárného trojúhelníka osnovy kuželoseček, tudíž i ellipsy imaginárné. V involuční soustavě $(p\ P)$ sestrojíme bod b homologický ku a na paprsku $\overline{p\ a}$ pomocí homol. bodů n, v na

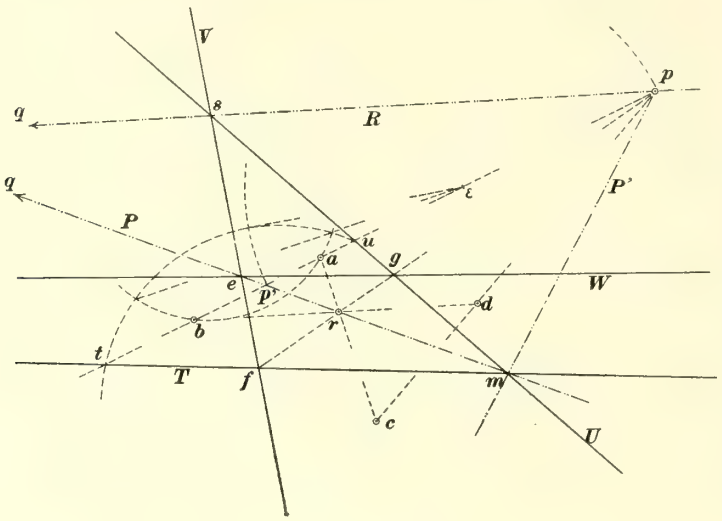


Obr. 6.

homol. tečnách U, T: $(\overline{a\ n}, P) \equiv f, (\overline{f\ v}, \overline{p\ a}) \equiv b$. Třetí reálný bod c obdržíme v invol. soustavě $(r\ R)$ průsečíkem $(\overline{a\ r}, \overline{b\ q}) \equiv c$, čtvrtý pak $d \equiv (\overline{b\ r}, \overline{a\ q}, \overline{p\ c})$. Imaginárné samodružné body involuce (11′, 22′), kterou na tečně T svazek kuželoseček $(a\ b\ c\ d)$ vytíná, určují s body a, b, c, d zase dvě imaginárné ellipsy danými prvky stanovené. Anebo: osnova kuželoseček $(T\ U\ V\ W)$ promítá se z bodu a involucí paprskovou, jež určena jest družinami $(\overline{a\ m}, \overline{a\ w})$, $(\overline{a\ n}, \overline{a\ v})$, ježto body m, w určují jednu, body n, v druhou kuželosečku zvrhlou. Imaginárné samodružné paprsky této involuce, jakožto tečny v bodě a, určují s tečnami T, U, V, W tytéž dvě imaginárné ellipsy jako nahoře.

3. Imaginárná ellipsa K buď dána dvěma reálnými body a, b a třemi reálnými tečnami T, U, V (obr. 7.). Aby K byla najisto pomyslná, vy-

tkněme bod a vnitř trojúhelníka $m f s$ tečnami tvořeného, bod b pak vně. Křivka K má nutně další dva reálné body c, d a čtvrtou tečnu reálnou W.



Obr. 7.

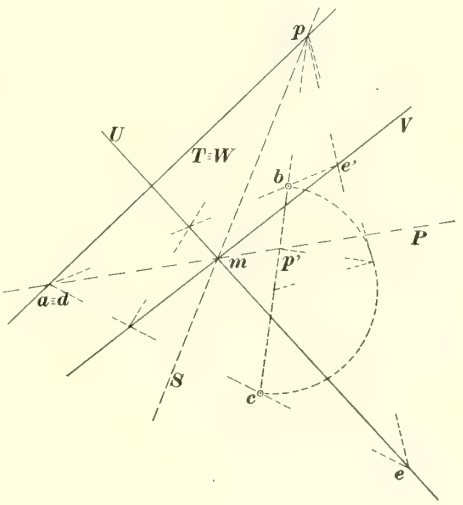
Setrojení. Body a, b leží buď vnitř téhož úhlu dvěma z daných tří tečen tvořeného, anebo aspoň ve dvou úhlech vrcholových; v našem případě vnitř úhlu $T\hat{U}$. Křivka K indukuje na spojnici reálných bodův $\overline{a\,b}$ reálnou involuci harmonických pólů I_1 a v průsečíku reálných tečen $(T\,U) \equiv m$ reálnou involuci harmonických polár; tato pak protíná $\overline{a\,b}$ v involuci I_2, a společná družina $(p\,p')$ obou involucí dá dva póly, jimž příslušejí reálné poláry $\overline{m\,p'} = P$, $\overline{m\,p} = P'$. Body p, p' sestrojíme známým způsobem jakožto samodružné v involuci $(a\,b)$, $(t\,u)$. V involuční soustavě $(p\,P)$ sestrojíme nyní tečnu W homologickou ku V; ona spojuje bod $(V\,P) \equiv e$ s bodem $g \equiv (\overline{p\,f},\ U)$, homologickým ku $f \equiv (TV)$. Body c, d sestrojíme pak dle případu 2. na př. jako homologické ku a, b v soustavě $(r\ R)$. Bodem a a tečnami T, U, V, W jsou určeny dvě imag. ellipsy sdružené.

Avšak podruhé můžeme učiniti bod p' pólem a P' polárou kuželosečky a obdržíme další dvě imag. ellipsy, jež mají jinou čtvrtou reálnou tečnu W' a reálné body c', d' společné. Výsledky jsou tedy v našem případě čtyři pomyslné. Kdybychom volili oba body a, b vnitř $\triangle\ m f s$, dal by výsledek čtyři ellipsy reálné; v jiných pak případech může skládati se ze dvou reálných hyperbol a ze dvou pomyslných ellips.

4. Imaginárná ellipsa buď dána třemi reálnými body a, b, c a dvěma reálnými tečnami T, U a to tak, že dané body leží ve dvou vedlejších úhlech tvořených tečnami. Jedna tečna (T v obr. 7.) tedy dané body odděluje (bod c od a, b), druhá U jich neodděluje. Tato křivka má čtvrtý bod reálný d a další dvě reálné tečny V, W. Dva z daných bodů připadají

nutně do téhož úhlu $T\widehat{U}$, v našem případě a, b. Z prvkův a, b, T, U sestrojme pól p a poláru P jako v úloze 3., dále $(\overline{b\,c},\ P) \equiv q$, $(\overline{p\,c},\ \overline{q\,a}) \equiv d$, posléze tečny V, W dle úlohy 1. Výsledky jsou čtyři pomyslné jako v úloze 3., ellipsy podvojně sdružené.

5. Imaginárná ellipsa K buď dána reálnou tečnou T, reálným dotyčným bodem a, další reálnou tečnou U a dvěma reálnými body b, c, které leží ve dvou vedlejších úhlech tečnami tvořených. (obr. 8.) Čtvrtý reálný bod křivky $d \equiv a$.



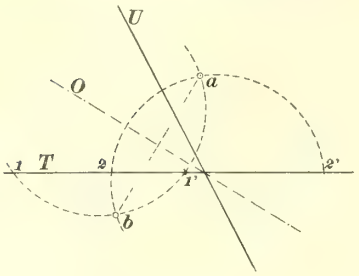
Obr. 8.

Ellipsa K má další reálnou tečnu V, jejíž konstrukce je tato: Body $a\,b\,c\,d$ určují svazek kuželoseček, jehož polárný trojúhelník má jeden vrchol v průsečíku $(\overline{a\,d} \equiv T,\ \overline{b\,c}) \equiv p$; příslušná polára P jde bodem $(\overline{c\,a},\ \overline{b\,d}) \equiv a$, oddělujíc body $b\,c\,p$ harmonicky. Sestrojme tedy p' dle $(b\,c\,p\,p') = -1$ a spojme $\overline{a\,p'} \equiv P$. Ostatní dva vrcholy polárného trojúhelníka $\equiv a \equiv d$, a strany $\equiv T$. V involuční soustavě $(p\,P)$ sestrojíme nyní tečnu V homologickou k U; ona spojuje bod $(U\,P) \equiv m$ s bodem $e' \equiv (\overline{p\,e},\ \overline{a\,b})$ homologickým ku $(\overline{a\,c},\ U) \equiv e$. Čtvrtá reálná tečna $W \equiv T$. Body $a\,b\,c\,d$ určují s tečnou U dvě ellipsy pomyslné. Pro řešení úlohy následující je pozoruhodno, že pro spojnici $\overline{p\,m} \equiv S$ platí $(U\,V\,P\,S) = -1$.

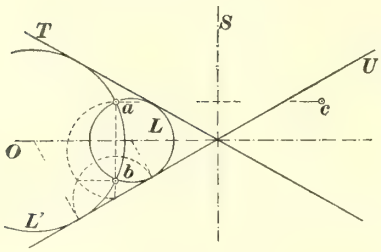
6. Imaginárná ellipsa K buď dána reálnou tečnou T, reálným dotyčným bodem a, dalšími dvěma reálnými tečnami U, V (obr. 8.), a reálným bodem b, který s bodem a leží ve dvou vedlejších úhlech, tečnami U, V tvořených. Křivka K má určitý třetí reálný bod c (čtvrtý $d \equiv a$). Označme $(U\,V) \equiv m$, spojme $\overline{a\,m} \equiv P$ a bodem m proložme přímku S tak, aby $(U\,V\,P\,S) = -1$. Ku poláře P přísluší reálný pól $p \equiv (T\,S)$. V involuci $(p\,P)$ sestrojíme bod c homologický ku b: $(V,\ \overline{a\,b}) \equiv e'$, $(U,\ \overline{p\,e'}) \equiv e$, $(\overline{a\,e},\ \overline{p\,b}) \equiv c$. Čtvrtá reálná tečna $W \equiv T$. Dalších případů s reálnou tečnou a reálným dotyčným bodem není; kdyby mimo T, a byly dány ještě tři reálné body b, c, f (nebo tečny U, V, F), byla by křivka určena celkem pěti reálnými body $a, b, c, f, d \equiv a$ (resp. tečnami $T, U, V, F, W \equiv T$), i byla by reálná celá.

Dodatek 1. Imaginárná *kružnice* K o imaginárném středu může míti *dva body reálné a dvě tečny reálné*, dána-li na př.:

α) dvěma reálnými body a, b a reálnou tečnou T, která oba body odděluje (obr. 9.). Imaginárný střed kružnice leží na reálné symmetrále úsečky $\overline{a\,b}$; O je jediný reálný průměr (a zároveň osa) kružnice K. a, b jsou vrcholy svazku kružnic, jenž na T vytíná involuci elliptickou 11′, 22′, jejíž imag. samodružné body x, y jsou dotyčné body *dvou imaginárně sdružených* kružnic $(a\ b\ x) \equiv K$, $(a\ b\ y) \equiv K'$. Obě kružnice mají ještě druhou společnou *reálnou tečnu* U, která ku T je orthogonálně symmetrická dle osy O.



Obr. 9.



Obr. 10.

β) Dána-li kružnice dvěma reálnými tečnami T, U a jedním bodem reálným a (obr. 10.), jsou výsledky poněkud jinaké. Tečny T, U určují osnovu kružnic, jichž středy vyplňují symmetrály S, O úhlů $(T\ U)$. Daný bod a leží vždy s jednou z nich, O, v témž úhlu; a tyto útvary dávají dvě *reálné* kružnice L, L' úloze hovící. Obě procházejí také bodem b, souměrným ku a dle O. Druhá osa S dá však dvě *kružnice imaginárně sdružené* K, K', jež mají společný další bod reálný c, souměrný ku a dle S.

2. Uvažovali jsme dotud o imaginárných ellipsách, jež určeny byly prvky reálnými; jest na jevě, že bylo by lze řadu těchto úloh velmi ještě rozhojniti nahrazením jednotlivých prvků reálných pomyslnými.

3. Pozoruhodna jest reciprocita: jako v theorii kuželoseček reálných vyskytují se imaginárné body a tečny jen v sudém počtu, podvojně sdružené, tak zase v případech uvažovaných (I. a, b, c) vyskytují se vždy *imaginárné kuželosečky dvě nebo čtyři, po dvou konjugované*. A jako imaginárným bodem prochází jediná reálná přímka — spojnice s bodem imag. sdruženým — a každá imaginárná přímka obsahuje jediný reálný bod — průsečík s přímkou imag. sdruženou —, tak zase naše imaginárná ellipsa ad I. c, 1. obsahuje čtyři body reálné — průsečíky s imag. ellipsou sdruženou — a obě křivky mají zároveň čtyři společné tečny reálné. Předpokládáme ovšem, že veškeré útvary tyto leží v rovině reálné.

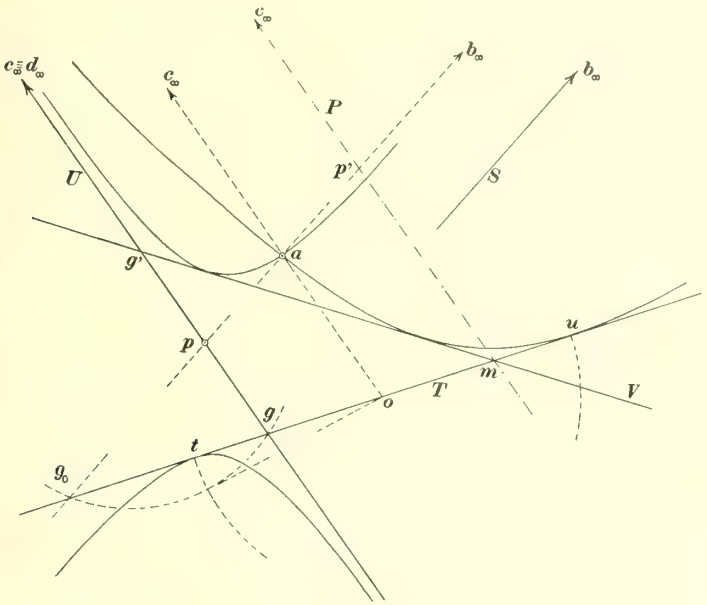
II. Imaginárné hyperboly.

Těchto kuželoseček jsou především pozoruhodny čtyři druhy:

1. Dána buď *reálná asymptota* U (obr. 11.), *druhý reálný bod úběžný* b_∞ určitým směrem S, a mimo to:

α) reálný bod a, reálná tečna T.

Řešme úlohu nejprve pro případ hyperboly reálné, zvolivše body a, b_∞ v *témž* úhlu $\widehat{T\,U}$. Asymptota U má s křivkou dva soumezné body v nekonečnu $c \equiv d_\infty$ společné. Svazek kuželoseček $(a\ b\ c\ d)$ určuje polárný trojúhelník, jehož jeden vrchol $p \equiv (\overline{a\,b},\ \overline{c\,d})$ obdržíme v průsečíku U

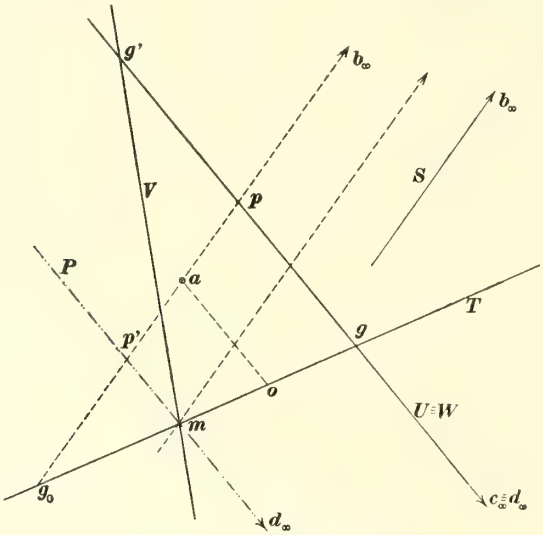


Obr. 11.

s přímkou $\overline{a\,b_\infty} \parallel S$. Příslušná polára P seče $\overline{a\,b_\infty}$ v bodě p', který obdržíme učiníce $\overline{a\,p'} = \overline{p\,a}$, protože $(a\ b_\infty\ p\ p') = -1$ býti musí. Mimo to P jde pólem $(\overline{a\,c},\ \overline{b\,d}) \equiv d_\infty$, veďme tedy $p'\,P \parallel U$. Kdyby šlo o zobrazení této hyperboly reálné, stanovili bychom involuci svazku na tečně T: zvrhlá kuželosečka $(\overline{a\,b},\ \overline{c\,d} \equiv U)$ vytíná z T družinu $g\,g_0$, kuželosečka $(\overline{a\,c_\infty} \parallel U,\ \overline{b\,d})$ družinu $o,\ o'_\infty$; je tedy o střed involuce, jejíž samodružné body $t,\ u$ dle $\overline{o\,t} = -\overline{o\,u} = \sqrt{\overline{o\,g}\,.\,\overline{o\,g_0}}$ sestrojené jsou dotyčné body na T dvou hyperbol úloze hovících $(a\ b\ c\ d\ t)$, $(a\ b\ c\ d\ u)$. Z toho je patrno, že hyperbola je reálná jen tehdy, mají-li úsečky $\overline{o\,g}$, $\overline{o\,g_0}$ souhlasný směr, t. j když body $a,\ b_\infty$ leží v témž úhlu $\widehat{T\,U}$. Nám však jde toliko o další tečnu V, která zůstává reálnou i pro případ hyperboly imaginárné. V sestrojí se jako přímka homologická ku T v soustavě involuční $(p\ P)$: bodu $(T\ U) \equiv g$ odpovídá homologický g', jehož $\overline{p\,g'} = \overline{g\,p}$, protože $(p\ c_\infty\ g\ g') = -1$; označme průsečík $(T\,P) \equiv m$ a spojme $\overline{m\,g'} \equiv V$.

Toho užijeme, dána-li *imaginárná hyperbola* reálnou asymptotou U, druhým reálným úběžným bodem b_∞ ve směru S, reálným bodem v konečnu a, reálnou tečnou T, a to tak, že body $a,\ b_\infty$ leží ve dvou *vedlejších*

úhlech, přímkami T, U tvořených (obr. 12.). Tato pomyslná hyperbola má další reálnou tečnu V. Konstrukce: Přímka $\overline{a\, b_\infty} \parallel S$ dá na asymptotě U zase pól p; jeho polára $P \parallel U$ jde bodem p', jehož $\overline{a\, p'} = -\overline{a\, p}$, protože



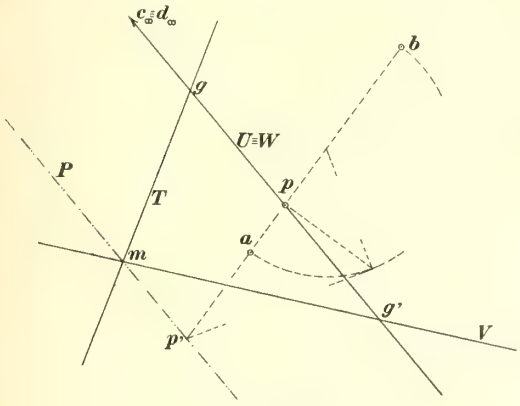
Obr. 12.

$(a\, b_\infty\, p\, p') = -1$. Tečna V sestrojí se pak jako homologická ku T v soustavě involuční $(p\, P)$, jako nahoře: $(T\, P) \equiv m$, $\overline{p\, g'} = -\overline{p\, g}$, $\overline{m\, g'} \equiv V$. Výsledkem jsou dvě sdružené hyperboly imaginárné, jež mají společné reálné body a, b_∞, $c \equiv d_\infty$, a reálné tečny T, V, $U \equiv W$. Dotyčné jejich (pomyslné) body na T jsou samodružné v involuci elliptické, jejíž střed jest o, jedna družina g, g_0, tedy potence $\overline{o\, g} \cdot \overline{o\, g_0}$ negativná. Druhá jejich asymptota je pomyslná.

β) Hyperbola buď dána reálnou asymptotou U, druhým reálným úběžným bodem b_∞ (na S) a dvěma reálnými tečnami T, V (obr. 12.). Tato hyperbola, je-li imaginárná, má ještě čtvrtý (krom b_∞, $c \equiv d_\infty$ na U) reálný bod a, který leží v konečnu. Konstrukce: označme $(T\, U) \equiv g$, $(U\, V) \equiv g'$, $(T\, V) \equiv m$; pólu p, jenž půlí úsečku $\overline{g\, g'}$, přísluší reálná polára $m\, P \parallel U$. V soustavě $(p\, P)$ leží bod a homologický ku b_∞ na paprsku $\overline{p\, b_\infty} \parallel S$, který seče P v bodě p'; a protože $(a\, b_\infty\, p\, p') = -1$, půlí a úsečku $\overline{p\, p'}$. Úloze hoví hyperboly dvě jako nahoře; aby však byly imaginárné, musí střed involuce na T, $o \equiv (T, \overline{a\, b_\infty})$, připadnouti do vnitř úsečky $\overline{g\, g_0}$, a to bude tehdy, když bod b_∞ ležeti bude s bodem p v témž úhlu $\widehat{T\, V}$. Zvolíce tedy tečny U, T, V, vytkněme směr $S\, b_\infty$ tak, aby paprsek $\overline{m\, b_\infty}$ protal konečnou úsečku $\overline{g\, g'}$.

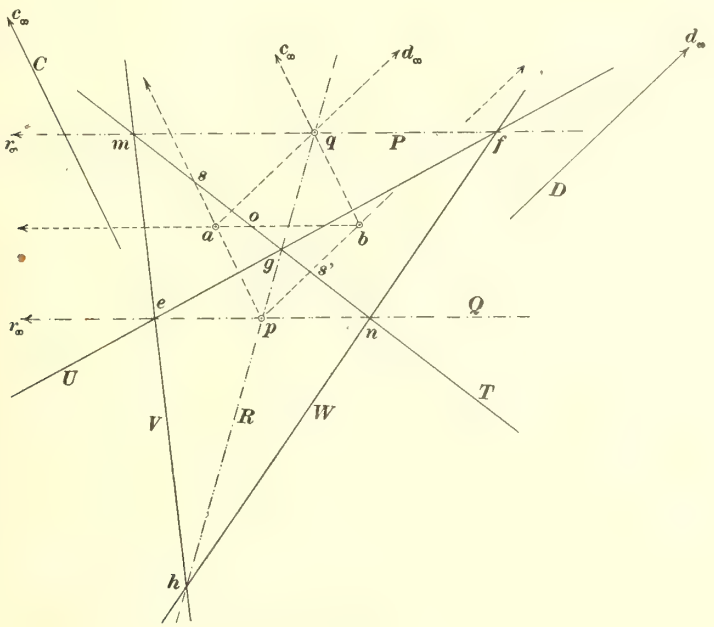
2. Imaginárná hyperbola měj jednu reálnou asymptotu, druhá však budiž i s bodem úběžným pomyslná. Zde jsou zase případy dva: buďto jest křivka dána dalšími dvěma reálnými body a, b a reálnou tečnou, nebo naopak.

α) Buď dána reálná asymptota $U \equiv \overline{c_\infty d_\infty}$ (obr. 13.), mimo to reálné body a, b v konečnu a reálná tečna T. Úloha tato liší se od 1. α) jen tím, že bod b je v konečnu. Aby hyperbola byla imaginárná, nutno voliti body a, b tak, aby ležely ve dvou vedlejších úhlech tečnami T, U tvořených. Tato imag. hyperbola má ještě třetí reálnou tečnu V, kdežto čtvrtá $W \equiv U$. Průsečík $(\overline{a\,b},\ U) \equiv p$ dá pól, jehož polára $P \parallel U$ jde bodem p', sestrojeným dle $(a\ b\ p\ p') = -1$. V involuční soustavě $(p\ P)$ sestrojíme tečnu V homologickou ku T, učiníme-li, označíce $(T\ P) \equiv m$, $(T\ U) \equiv g$, $\overline{p\ g'} = \overline{g\ p}$, $\overline{m\ g'} \equiv V$. Útvary $(a\ b\ c\ d\ T)$ určují dvě hyperboly imaginárně sdružené.



Obr. 13.

β) Dáno-li naopak U, reálný bod a (obr. 13.) a reálné tečny T, V, sestrojíme snadno čtvrtý reálný bod b. Hyperbola bude najisto pomyslná, zvolíme-li bod a vnitř $\triangle\, T\ U\ V \equiv \triangle\, m\ g\ g'$. Bod p, který úsečku $\overline{g\ g'}$ rozpoluje, je pólem poláry $m\ P \parallel U$; $\overline{a\ p}$ seče P v bodě p', načež konstrukce $(p\ p'\ a\ b) = -1$ dá bod b. Výsledky jsou zase dva.



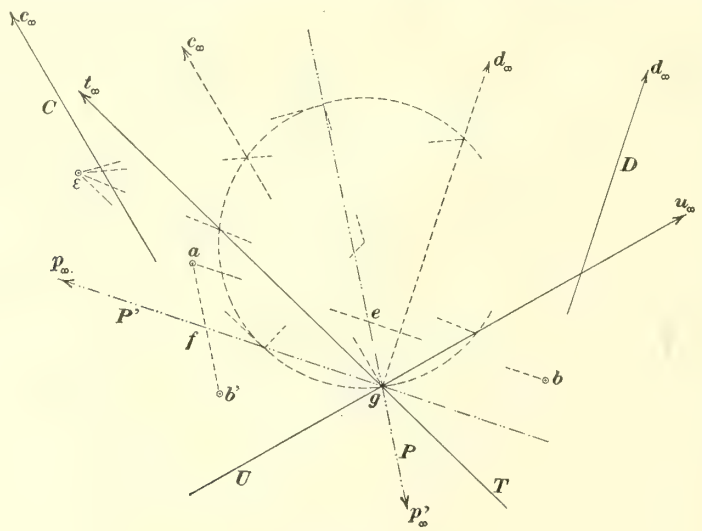
Obr. 14.

3. Dány buďtež dva různé reálné body úběžné c_∞, d_∞ směry C, D (obr. 14.), avšak s asymptotami imaginárnými, mimo to:

α) dva reálné body a, b v konečnu a reálná tečna T. Body $(\overline{a\,c_\infty}, \overline{b\,d_\infty}) \equiv p$, $(\overline{a\,d_\infty}, \overline{b\,c_\infty}) \equiv q$, $(\overline{a\,b}, \overline{c_\infty\,d_\infty}) \equiv r_\infty$ jsou vrcholy polárného trojúhelníka svazku kuželoseček $a\,b\,c_\infty\,d_\infty$, $q\,P \parallel \overline{a\,b}$, $p\,Q \parallel \overline{a\,b}$, $\overline{p\,q} \equiv R$ příslušné poláry. Ježto polára R přísluší úběžnému pólu r_∞, jest v tomto případě R *reálným průměrem* hyperboly, i když tato je pomyslná. Aby takovou byla, zvolme tečnu T tak, by její průsečík o na $\overline{a\,b}$, jakožto střed involuce (ježto $\overline{c_\infty\,d_\infty}$ je v nekonečnu), vyťaté svazkem kuželoseček na T, připadl mezi průsečíky $s \equiv (T, \overline{a\,c_\infty})$, $s' \equiv (T, \overline{b\,d_\infty})$; tato involuce $(o, s\,s')$ jest elliptická, dotyčné body obou hyperbol úloze hovících na tečně T jsou pomyslné. Tyto dvě imaginárně sdružené hyperboly mají ještě další tři tečny reálné U, V, W.

Tečnu V sestrojíme jako homologickou ku T v soustavě involuční $(p\,P)$; $(T\,P) \equiv m$, bodu $(T\,Q) \equiv n$ odpovídá homologický e na $\overline{n\,p} \equiv Q$, $\overline{p\,e} = \overline{n\,p}$, protože $(p\,r_\infty\,n\,e) = -1$, $\overline{m\,e} \equiv V$. Obdobně bude tečna U homologická ku V v involuci $(q\,Q)$, $\overline{q\,f} = \overline{m\,q}$, $\overline{e\,f} \equiv U$, posléze tečna $W \equiv \overline{n\,f}$ homologická ku T dle $(q\,Q)$.

β) Imaginárná hyperbola buď dána oběma reálnými body úběžnými c_∞, d_∞ (směry C, D), reálným bodem a, a dvěma reálnými tečnami T, U (obr. 15.). Předpokládejme v prvém případě, že body c_∞, d_∞ nejsou

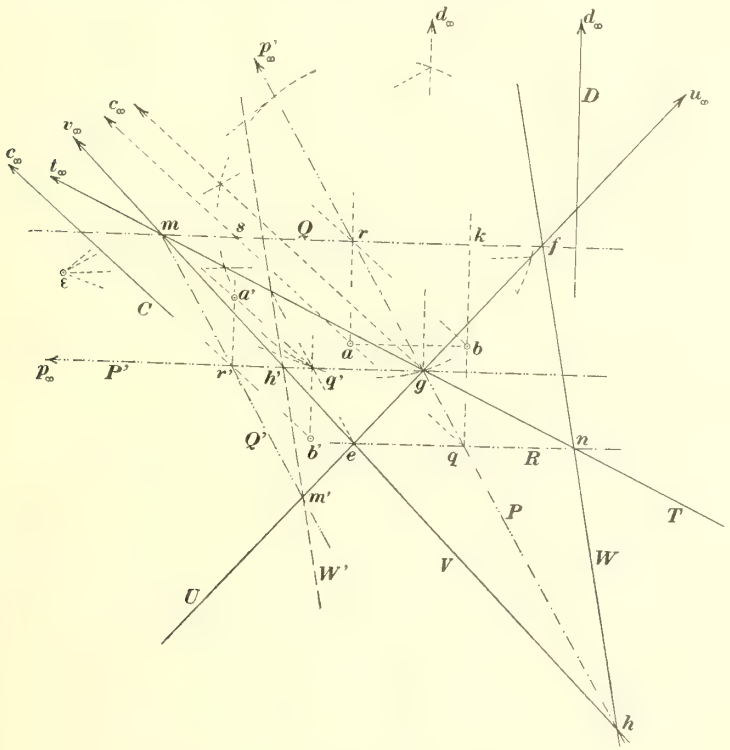


Obr. 15.

tečnami T, U oddělený. Aby hyperbola byla pomyslná, zvolme bod a v úhlu $\widehat{TU}$, který body c_∞, d_∞ neobsahuje. Křivka tato má ještě čtvrtý reálný bod b a další dve reálné tečny V, W. Konstrukce: Na úběžné přímce vytvořuje hyperbola reálnou involuci harmonických pólův o samodružných bodech c_∞, d_∞, a v bodě $(T\,U) \equiv g$ reálnou involuci harmonických polár

o samodružných paprscích T, U, která úběžnou přímku seče v involuci bodové o samodružných bodech t_∞, u_∞. Společná družina obou involucí $(p_\infty\ p'_\infty)$ dá sdružené póly, jichž poláry P, P' procházejí bodem g; p, p' sestrojíme jakožto samodružné body involuce $(c_\infty\ d_\infty)$, $(t_\infty\ u_\infty)$, tudíž samodružnými paprsky P, P' involuce $(T\ U)$, $(\overline{g\ c_\infty}, \overline{g\ d_\infty})$ pomocí kružnice vedené bodem g. Poprvé buď p_∞ pól, P příslušná polára (v tomto případě *reálný průměr* imaginárné hyperboly). K danému bodu a sestrojíme nyní homologický bod b v soustavě involuční $(p_\infty\ P)$: $\overline{a\ b} \parallel \overline{g\ p_\infty}$, $\overline{e\ b} = \overline{a\ e}$; b je čtvrtý reálný bod. Další reálné tečny V, W sestrojíme dle předchozí úlohy α). Body a, b, c_∞, d_∞ a tečnou T jsou stanoveny dvě hyperboly imaginárně sdružené. Podruhé buď p'_∞ pólem, P' polárou; pak bude čtvrtý reálný bod křivky b' na paprsku $\overline{a\ b'} \parallel P$, $\overline{f\ b'} = \overline{a\ f}$. Body a, b', c_∞, d_∞ a tečna T určují další dvě imaginárné hyperboly sdružené, jež mají společný reálný průměr P', tak že výsledky jsou v tomto případě celkem *čtyři*.

V případě druhém však, jsou-li body c_∞, d_∞ tečnami T, U odděleny, stačí zajisté tato okolnost k imaginaritě hyperboly, tak že bod a lze vytknouti kdekoli. Avšak další konstrukce hořejší je zde nemožna, protože involuce $(T\ U)$, $(\overline{g\ c_\infty}, \overline{g\ d_\infty})$ je zde elliptická. Nutno tudíž sestrojiti sdružené póly p, p' na paprsku $\overline{u\ c_\infty}$ (nebo $\overline{a\ d_\infty}$), jichž poláry $p'\ P$, $p\ P'$ procházejí bodem $(T\ U) \equiv g$, a pak pokračovati jako prve.



Obr. 16.

γ) Mimo c_∞, d_∞ dány buďtež tři reálné tečny T, U, V (obr. 16.). Tato hyperbola pomyslná má čtvrtou reálnou tečnu W a další dva reálné body a, b. Z útvarů c_∞, d_∞, T, U sestrojme pól p_∞ a poláru P (průměr) jako prve.

V involuční soustavě $(p\,P)$ sestrojme pak k dané třetí tečně V tečnu homologickou W; $(V\,P) \equiv h$, $(T\,V) \equiv m$, $(T\,U) \equiv g$, $\overline{m\,f} \parallel \overline{g\,p_\infty}$ $(\overline{r\,f} = \overline{m\,r})$, f na U, $\overline{h\,f} = W$. Úplný čtyřúhelník z tečen $T\,U\,V\,W$ určuje osnovu kuželoseček o společném polárném trojúhelníku $P\,Q\,R$ čili $p_\infty\ q\ r$. V involuční soustavě $(q\,Q)$ sestrojíme bod a homologický ku c_∞ na paprsku $\overline{q\,c_\infty}$ rozpůlením úsečky $\overline{q\,s}$, ježto $(q\ s\ a\ c_\infty) = -1$, a čtvrtý reálný bod b homologický ku d_∞ v téže soustavě na paprsku $\overline{q\,d_\infty}$, $\overline{q\,b} = \overline{b\,k}$. Útvary $(a\ b\ c_\infty\ d_\infty\ T)$ určují dvě hyperboly pomyslné. Učiníme-li podruhé úběžný bod p'_∞ (na P) pólem a $\overline{g\,p_\infty} \equiv P'$ polárou, bude tečně V odpovídati v soustavě $(p'\,P')$ homologická tečna W', jejíž konstrukce jest: $(V\,P') \equiv h'$, ku $(V\,T) \equiv m$ náleží homologický bod $m' \equiv (U,\ \overline{m\,m'} \parallel P)$, $\overline{h'\,m'} \equiv W'$. Další dvě imag. hyperboly mají tedy reálné tečny $T\,U\,V\,W'$ a reálné body $a'\ b'\ c_\infty\ d_\infty$, z nichž a', b' sestrojí se — obdobně jako prve a, b — v soustavě $(q'\,Q')$.

Aby křivky byly pomyslné, nutno tečny T, U, V voliti tak, aby jedna z nich, na př. V s ostatními dvěma T, U oddělovala body c_∞, d_∞.

4. Imaginárná hyperbola měj toliko jeden reálný bod úběžný d_∞ a obě asymptoty pomyslné. Zde vyskytují se případy čtyři: α) a, b, c, d_∞, T, β) a, b, d_∞, T, U, γ) a, d_∞, T, U, V, δ) d_∞, T, U, V, W. Úlohy o konstrukci ostatních tří reálných prvků řeší se analogicky s pomyslným[1] ellipsami dle odstavců I. *c*) 1—4.

Dodatek. Jsou-li obě asymptoty reálné, je dalším reálným bodem nebo tečnou určena vždy jen hyperbola reálná. Imaginárná hyperbola o reálných asymptotách mohla by dána býti toliko bodem pomyslným (jedním z obou bodů samodružných elliptické involuce bodové), nebo tečnou pomyslnou (jedním z obou samodružných paprsků involučního svazku elliptického).

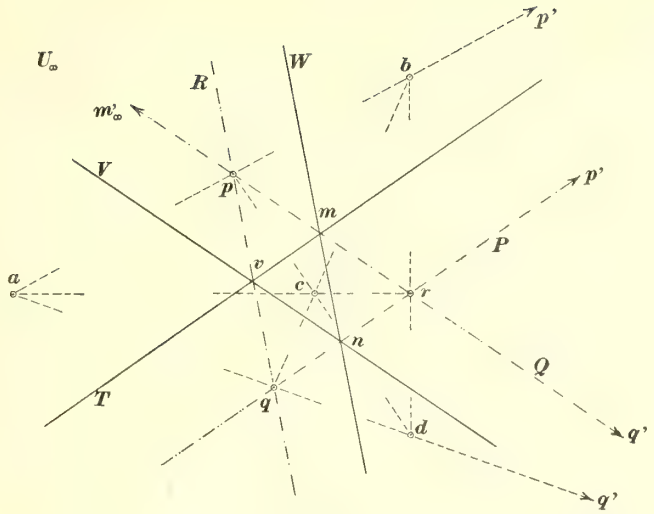
III. Imaginárné paraboly.

Imaginárná parabola má jednu reálnou tečnu (asymptotu) U_∞ v nekonečnu; dle jakosti bodu dotyčného (úběžného vrcholu) rozeznáváme druhy dva:

1. úběžný bod paraboly buď pomyslný; případy jsou zde čtyři:

α) *Imaginárná parabola buď dána čtyřmi reálnými body* a, b, c, d. Aby křivka byla pomyslná, nesmí býti čtyřúhelník $a\,b\,c\,d$ konvexní; zvolme na př. bod c vnitř $\triangle\ a\,b\,d$ (obr. 17.).

Tato parabola má *tři reálné tečny* T, V, W v konečnu. Konstrukce: sestrojme polárný $\triangle\ p\,q\,r \equiv P\,Q\,R$ svazku kuželoseček $(a\,b\,c\,d)$, a v involuční soustavě $(p\,P)$ tečnu T homologickou k U_∞. Ona prochází úběžným



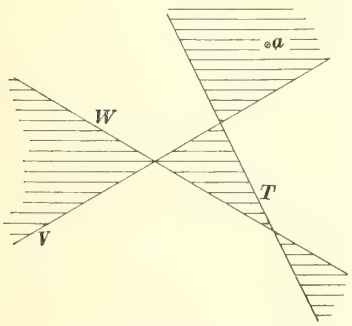
Obr. 17.

průsečíkem $(P\,U_\infty)$, tedy $T \parallel P$. K úběžnému bodu $m'_\infty = (Q\,U_\infty)$ je homologický m na Q, jehož $\overline{p\,m} \equiv \overline{m\,r}$, protože $(p\,r\,m\,m'_\infty) = -1$; veďme tedy bodem $m\,T \parallel P$. Obdobně obdrží se tečna $v\,V \parallel Q$ $(\overline{p\,v} = \overline{v\,q})$ homologická k U_∞ v soustavě $(q\,Q)$ a tečna $n\,W \parallel R$ $(\overline{q\,n} = \overline{n\,r})$ homologická k U_∞ v soustavě $(r\,R)$. Z konstrukce jde:

Imaginárná parabola určená čtyřmi reálnými body a, b, c, d má tři reálné tečny v konečnu, z nichž každá půlí dvě strany diagonálného trojúhelníka úplného čtyřúhelníka a b c d.

Výsledkem jsou ovšem dvě paraboly imaginárně sdružené, jichž dotyčné body na T jsou samodružné v elliptické involuci, již z T svazek kuželoseček $(a\,b\,c\,d)$ vytíná.

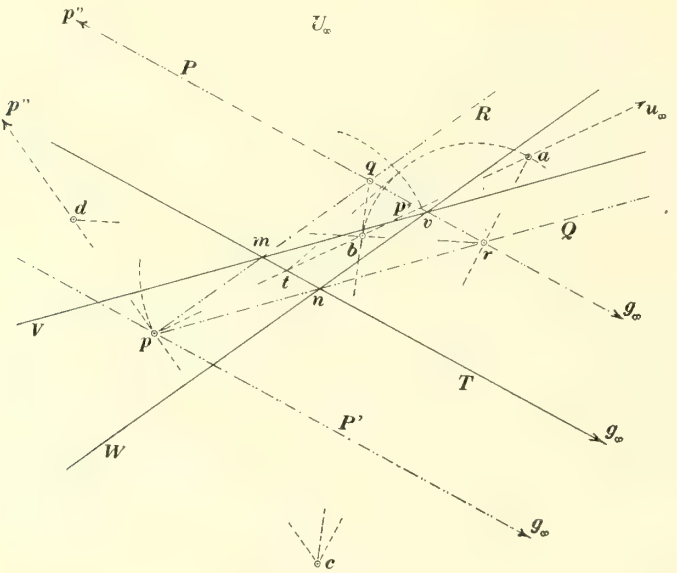
β) Imaginárná parabola buď dána třemi reálnými tečnami T, V, W v konečnu a reálným bodem a. Třemi přímkami, jež neprocházejí týmž bodem (obr. 18.), dělí se rovina v sedm dílů. Aby parabola byla pomyslná, nutno bod a voliti v některé ze čtyř ploch v obr. 18. vyčárkovaných, t. j. buď vnitř $\triangle\,T\,V\,W$, nebo v některé ploše za vrcholem jeho.



Obr. 18.

Tato parabola má další tři body reálné b, c, d. Konstrukce (obr 17.): Dané tečny omezují $\triangle\,m\,n\,v$; vedeme-li jeho vrcholy rovnoběžky s protějšími stranami, dostaneme polárný $\triangle\,p\,q\,r$. Bod b homologický ku a v soustavě $(p\,P)$ bude na spojnici $\overline{a\,p}$, která seče poláru P v bodě p'; sestrojíme pak b jako čtvrtý bod harmonický ku $p\,p'\,a$. Rovněž obdržíme bod d na spojnici $\overline{a\,q}$, která seče Q v bodě q', podle $(q\,q'\,a\,d) = -1$, posléze $(\overline{p\,d}, \overline{q\,b}) \equiv c$. Útvary $(a\,b\,c\,d\,T)$ určují zase dvě paraboly imaginárně sdružené.

γ) Imaginárná parabola daná třemi reálnými body a, b, c a tečnou reálnou T (druhá reálná U_∞) má ještě čtvrtý reálný bod d a další dvě reálné tečny V, W (obr. 19.). Aby křivka byla pomyslná, musí tečna T dané body oddělovati, na př. a, b od třetího c. Hleďme nejprve jen k bodům a, b a tečnám T, U_∞ a sestrojme analogicky dle případu I, c, 3. polárný $\triangle p\,q\,r$. Na přímce $\overline{a\,b}$ vytvořuje parabola reálnou involuci harmonických



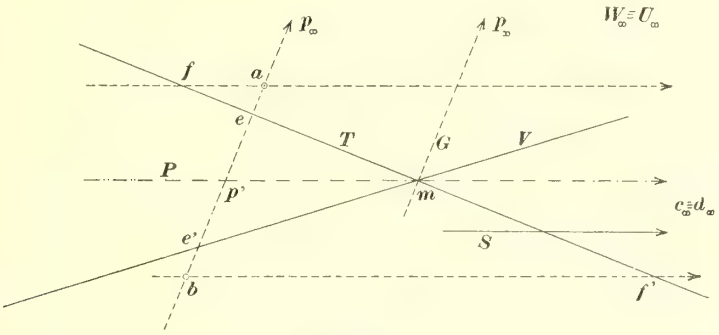
Obr. 19.

pólův o samodružných bodech a, b, a v bodě $(T\,U_\infty) = g_\infty$ involuci harmonických polár, která na $\overline{a\,b}$ vytíná involuci bodovou o samodružných bodech t, u_∞. Společná družina obou involucí, čili samodružné body involuce $(a\,b)$, $(t\,u_\infty)$, jejíž střed je t, dají dva sdružené póly p, p', jichž poláry $p'\,P$, $p\,P'$ procházejí bodem g_∞. Učiňme tedy $\overline{t\,p} = -\overline{t\,p'} = \sqrt{\overline{t\,a}\,.\,\overline{t\,b}}$, $p'\,P \parallel T$, a v soustavě involuční $(p\,P)$ sestrojme k bodu c homologický bod d na spojnici $\overline{c\,p}$, $(\overline{c\,p},\ P) \equiv p''$, $(c\,d\,p''\,p') = -1$, anebo $(\overline{c\,b},\ P) \equiv q$, $(\overline{a\,q},\ \overline{c\,p}) \equiv d$. Označíme-li $(\overline{a\,c},\ P) \equiv r$, bude $p\,q\,r$ polárný trojúhelník paraboly. Jsou-li průsečíky $(T,\ \overline{p\,q}) \equiv m$, $(T,\ \overline{p\,r}) \equiv n$, budou dle věty III. 1. α) přímky $m\,V \parallel \overline{p\,r} \equiv Q$, $n\,W \parallel \overline{p\,q} \equiv R$ další dvě reálné tečny paraboly, jichž průsečík v půlí úsečku $\overline{q\,r}$. Útvary $a\,b\,c\,d\,T$ určují dvě imag. paraboly; učiníme-li podruhé bod p' pólem, přímku $p\,P' \parallel T$ jeho polárou, obdržíme analogickou konstrukcí další dvě křivky pomyslné, tak že celkovým výsledkem této úlohy $(a,\ b,\ c,\ T)$ jsou čtyři paraboly imaginárné, podvojně sdružené.

δ) Imaginárná parabola daná dvěma reálnými body a, b a dvěma reálnými tečnami T, V, má další dva body reálné c, d a třetí reálnou tečnu W (čtvrtá U_∞). Aby křivka byl pomyslná, buďtež body a, b (obr. 19.)

aspoň jednou tečnou V odděleny. Pól p a jeho polára P sestrojí se z prvků a, b, T, U_∞ jako v případě předchozím. Dále však místo bodu c je dána tečna V; tato seče T, P v bodech m, v, a spojnice $\overline{p\,m} \equiv R$ protne P v bodě q. Žádaná tečna $v\,W \parallel R$. Dále jest $\overline{p\,n\,r} \equiv Q \parallel V$, $\overline{q\,v} = \overline{v\,r}$, a další reálné body paraboly $(\overline{a\,r},\ \overline{q\,b}) \equiv c$, $(\overline{a\,q},\ \overline{r\,b}) \equiv d$; body p, c, d leží na téže přímce. Tyto útvary určují dvě imag. sdruž. paraboly, pól p' a polára P' pak vedou obdobně k dalším dvěma.

2. Imaginárná parabola buď dána *reálným bodem úběžným* $c \equiv d_\infty$ ve směru S (obr. 20.) a mimo to:



Obr. 20.

α) dvěma reálnými body a, b a reálnou tečnou T, která body a, b odděluje. Tato křivka má další reálnou tečnu V v konečnu. Konstrukce: Křivka jest obsažena ve svazku kuželoseček $(a\,b\,c\,d)$ (skládajícího se veskrze z parabol), jehož polárný trojúhelník má jeden vrchol $(\overline{a\,b},\ \overline{c\,d}) \equiv p_\infty$ v úběžném bodě spojnice $\overline{a\,b}$, kdežto ostatní dva $\equiv c \equiv d_\infty$. Příslušná reálná polára P jde bodem d_∞ a středem p' úsečky $\overline{a\,b}$, protože $(a\,b\,p'\,p_\infty) = -1$; učiňme tedy $\overline{a\,p'} = \overline{p'\,b}$ a veďme $p'\,P \parallel S$. Polára P je v tomto případě *reálným průměrem* imaginárné paraboly, sdruženým k tětivě $\overline{a\,b}$, dělí tedy křivku na klinogonálně symmetrické části dle osy P a směru $\overline{a\,b}$. K tečně T sestrojíme reálnou homologickou tečnu V: $(T\,P) \equiv m$, $(T, \overline{a\,b}) \equiv e$, $\overline{p'\,e'} = \overline{e\,p'}$, $\overline{m\,e'} \equiv V$. Třetí a čtvrtá tečna splývají s přímkou úběžnou $W \equiv U_\infty$. Svazek parabol vytíná na T involuci, jejíž střed jest e, jedna družina $f\,f'$, a pomyslné samodružné body jsou dotyčné dvou imag. sdruž. parabol úloze hovících.

β) Imag. parabola buď dána úběžným bodem reálným ($c \equiv d_\infty$ na S), dvěma reálnými tečnami T, V a reálným bodem a (obr. 20.), jenž s bodem úběžným neleží v témž úhlu $\widehat{T\,V}$. Tato křivka má další reálný bod b v konečnu. Veďme bodem $(T\,V) \equiv m$ reálnou poláru (průměr paraboly) $P \parallel S$, jejíž reálný pól p_∞ je v nekonečnu na přímce $m\,G$, kterou sestrojíme jakožto čtvrtou harmonickou ku $T\,V\,P$. Učiňme dále $\overline{a\,p'} \parallel G$, $\overline{p'\,b} = \overline{a\,p'}$. Výsledkem jsou opět dvě imag. sdruž. paraboly.

Imaginárná parabola mohla by také býti dána reálnou tečnou s reálným bodem dotyčným, a dalšími dvěma prvky, z nichž však aspoň jeden by musil býti pomyslný.

Dodatek ku I., II., III. Přihlíželi jsme dosud ke kuželosečkám ležícím v rovině reálné. Zcela jiného druhu jsou pomyslné křivky druhého stupně obsažené *v rovině imaginárné*. Obdržíme je pronikem pomyslné roviny ξ s plochou druhého stupně φ^2. Tato křivka K může míti toliko *dva reálné body* a, b. Každá rovina imaginárná ξ obsahuje jedinou reálnou přímku O, ve které totiž rovina ξ protíná svou imaginárně sdruženou rovinu η. Je-li tedy plocha φ^2 reálná a seče-li ji přímka O ve dvou reálných bodech a, b, leží tyto také na proniku $(\xi\,\varphi^2) \equiv K$. Je-li O tečnou ku φ^2, má také K tuto jedinou tečnu reálnou, zároveň pak i dotyčný bod $a \equiv b$ reálný. Nemá-li O s φ^2 společného bodu reálného, nemá K ani reálného bodu, aniž reálné tečny, reálného středu atd.

Rovina ξ může býti dána jakožto jedna z obou imaginárných samodružných rovin ξ, η elliptické involuce rovinové na ose O, která je určena dvěma družinami reálných rovin $\alpha_1\,\alpha_2$, $\beta_1\,\beta_2$, jež se rozdělují. Aby pak se roviny ξ, η určitě mohly rozlišovati, protněme involuci libovolnou přímkou R ku O mimoběžnou, v involuci bodové $a_1\,a_2$, $b_1\,b_2$ a stanovme její střed o; v jednom směru od o na přímce R nachází se jeden pomyslný bod samodružný x, ve směru protivném druhý y, načež roviny $(O\,x) \equiv \xi$, $(O\,y) \equiv \eta$.

IV. Imaginárné plochy kuželové 2. stupně.

Dosud prozkoumán jest podrobně jediný kužel pomyslný, jenž definován jest jakožto direkční plocha v polárném svazku prostorovém, jehož žádná reálná polára nezapadá do své polárné roviny. Kužel ten má reálný střed (vrchol), reálné tři osy (polohou), ale žádné reálné površky, aniž reálné tečné roviny. Příkladem jest asymptotický kužel ellipsoidu[1]) koule.[2])

Docela jiné druhy pomyslné kuželové plochy 2. stupně obdržíme promítkami imaginárných kuželosecek sub I.—III. uvažovaných z libovolného reálného středu v prostoru s. Tyto kužele mohou míti čtyři reálne površky, jichž tečné roviny jsou imaginárné, a čtyři reálné tečne roviny, jichž dotyčné přímky jsou obecně imaginárne. Konstrukce těchto ploch z různých reálných elementů a vlastnosti ploch jsou zcela analogické dle I.—III. a netřeba jich tuto zevrubně rozvíjeti.

Vytkneme-li vrchol s v nekonečnu určitým směrem S, obdržíme *imaginárné plochy válcové 2. stupně* o vlastnostech obdobných.

---

[1]) Rovnice kužele $a^{-2}x^2 + b^{-2}y^2 + c^{-2}z^2 = 0$.

[2]) Rovnice $x^2 + y^2 + z^2 = 0$.

Ale i vrchol plochy s může býti pomyslný; z něho promítá se na př. reálná plocha 2. stupně nerozvinutelná φ^2 imaginárnou plochou kuželovou $\varkappa^2$, která může míti toliko dvě tečné roviny reálné α, β. Každým bodem imaginárným s prochází jediná přímka reálná O, která totiž bod s spojuje s imaginárným bodem sdruženým, a přímkou O lze proložiti ku φ^2 dvě roviny tečné, za známých podmínek reálné. Je-li O tečnou ku φ^2, má také kužel $\varkappa^2$ jedinou tečnou rovinu reálnou $\alpha \equiv \beta$ a spolu dotyčnou přímku O reálnou. Neprochází-li přímkou O žádná reálná tečná rovina ku φ^2, nemá $\varkappa^2$ ani reálné roviny tečné, aniž reálné přímky povrchové. — Imaginárný vrchol s může býti dán jedním z obou samodružných bodův elliptické involuce, dané na přímce O dvěma družinami bodovými.

V. Imaginárné plochy 2. stupně nerozvinutelné.

Dosud je známa theorie toliko jediné takové plochy, totiž jakožto direkční v polárné soustavě prostorové, jejíž žádný pól nezapadá do své polárné roviny, a to nastane tehdy, když žádná polárná rovina neodděluje pól od středu soustavy. Tato plocha má tři reálné osy (délky $= 2\,i\,a$, $2\,i\,b$, $2\,i\,c$ [1]), ale žádného reálného bodu, aniž reálné roviny tečné.

Jiného druhu plocha imaginárná stupně 2. má imaginárný střed a osy pomyslné i co do polohy, prochází však jednotlivými body reálnými, dotýká se reálných rovin, ano může i obsahovati celé reálné křivky.

Příkladem budiž plocha φ^2 určená *osmi reálnými body* na sobě nezávislými[2]) *a reálnou tečnou* T. Danými osmi body jest určena prostorová

[1]) Rovnice $a^{-2}x^2 + b^{-2}y^2 + c^{-2}z^2 + 1 = 0$.

[2]) Sedmi body v prostoru lze proložiti obecně ∞^1 bikvadratik L^4 „prvého druhu", které procházejí vesměs dalším určitým bodem osmým. Aby tedy křivka L^4 byla určitá, nesmí daných osm bodů tvořiti takovéto skupení sdružené (něm. „associierte Punkte"), a nemá-li degenerovati, nesmí žádných sedm bodů daných ležeti na téže křivce kubické, žádných pět v jedné rovině a žádné tři v jedné přímce. —

Osmi reálnými body a reálnou *tečnou rovinou* τ je vždy určena aspoň jedna *reálná* plocha φ^2, někdy však i dvě plochy pomyslné. Seče-li rovina τ křivku L^4 ve čtyřech bodech a, b, c, d, seče τ svazek ploch (o základnici L^4) ve svazku kuželoseček $(a\,b\,c\,d)$, jež mají reálný společný polárný $\triangle\ p\,q\,r$. Kuželosečky degenerované $(\overline{a\,b}, \overline{c\,d})$, $(\overline{a\,c}, \overline{b\,d})$, $(\overline{a\,d}, \overline{b\,c})$ určují s křivkou L^4 tři reálné sborcené plochy 2. stupně, které se roviny τ dotýkají v bodech p, q, r. Jsou-li však body a, b reálné, c, d imag. sdružené, jsou spojnice $\overline{a\,b}$, $\overline{c\,d}$ reálné, ostatní však pomyslné; polárný $\triangle\ p\,q\,r$ má jediný vrchol reálný $(\overline{a\,b}, \overline{c\,d}) \equiv p$ a protější stranu reálnou (co do polohy), kdežto vrcholy q, r jsou pomyslné. L^4 určuje tedy s rovinou τ jednu reálnou plochu sborcenou, jíž rovina τ v reálných přímkách $\overline{a\,b}$, $\overline{c\,d}$ seče a v bodě p se dotýká, kdežto ostatní dvě plochy jsou imaginárné. Jsou-li posléze všecky čtyři průsečíky $(\tau\,L^4)$ pomyslné, jsou nicméně spojnice sdružených bodů, na př. $\overline{a\,b}$, $\overline{c\,d}$ reálné, tedy i pól $p \equiv (\overline{a\,b}, \overline{c\,d})$. Ale i ostatní póly q, r jsou reálné, každý jakožto průsečík dvou sdružených přímek imaginárných $q \equiv (\overline{a\,c}, \overline{b\,d})$, $r \equiv (\overline{a\,d}, \overline{b\,c})$. V tomto případě jest tedy zase celý polárný $\triangle\ p\,q\,r$ reálný, a výsledek skládá se ze tří reálných ploch 2. stupně, jedné sborcené (jíž rovina τ se dotýká v bodě p, v reálných přímkách $\overline{a\,b}$, $\overline{c\,d}$ ji protínajíc) a dvou nepřímkových (dotyčné body q, r). Osm reálných

křivka 4. stupně „prvého druhu“ L^4, již plocha φ^2 obsahuje. Sestrojíme ji pronikem libovolných dvou ploch 2. stupně, α^2, β^2, proložených danými body. Veškeré plochy kvadratické obsahující křivku L^4, jichž jest ∞^1 (svazek), vytínají na T involuci bodovou I, jejíž samodružné body dávají dotyčné body na tečně T, z nichž každý, jsou-li reálné, s danými osmi body určuje jednu plochu φ^2 úloze hovící. Dvě družiny obdržíme průsečíky ploch α^2, β^2 s přímkou T. Je-li však involuce I elliptická, jsou výsledkem dvě plochy φ^2 imaginárné a spolu sdružené, jež obsahují křivku L^4. Dle toho *imaginárná plocha druhého stupně může obsahovati buď reálnou prostorovou křivku bikvadratickou* L^4, nebo *dvě reálné kuželosečky* (v něž L^4 se rozpadá), které se pronikají ve dvou bodech reálných nebo pomyslných x, y; tento případ nastane na př. leží-li pět z daných osmi bodů v jedné rovině. Jsou-li průsečíky x, y reálné, má v nich plocha φ^2 také dvě tečné roviny reálné. Že jedna nebo i obě tyto kuželosečky (ovšem v případech jiných) mohou býti pomyslné, je samozřejmo. Jiné degenerace křivky L^4, obsahující reálné *přímky*, vedou ku plochám jen reálným (sborceným).

Křivkou L^4 lze proložiti obecně čtyři plochy kuželové 2. stupně, jichž středy jsou vrcholy jediného polárného čtyřstěnu plochy φ^2, je-li tato imaginárná. φ^2 má tedy jen čtyři reálné póly (p) jimž náležejí také polárné roviny reálné (π). Každá tato družina $(p\,\pi)$ určuje perspektivně involuční prostor, v němž plocha φ^2 je svou vlastní transformací, tak že ke každému danému reálnému prvku jejímu lze snadno sestrojiti prvek homologický, tolikéž reálný, dle středu homologie p a roviny π. —

Dodatek. Imaginárná plocha 2. stupně jiného druhu může míti i reálný střed, reálné (polohou) osy a mimo to i reálné prvky; délky poloos jsou pak ovšem vyjádřeny hodnotami komplexními.[1]) Taková plocha φ^2 o reálných hlavních rovinách může býti dána na př. dvěma reálnými body m_1, n_1 (nesouměrnými dle rovin hlavních) a jednou reálnou rovinu tečnou τ_1 v jisté poloze (kterou níže charakterisujeme). Pak zajisté plocha φ^2 prochází i všemi ostatními reálnými body $m_2 \ldots m_8$, $n_2 \ldots n_8$, dle hlavních rovin ku m_1, n_1 souměrnými, a dotýká se reálných rovin $\tau_2 \ldots \tau_8$ ku τ_1

---

bodův a reálná tečná rovina určují tedy obecně *tři* plochy kvadratické, z nichž aspoň jedna jest reálná (sborcená), kdežto ostatní dvě mohou býti i nepřímkové, reálné nebo imaginárné; tyto pak plochy pomyslné obsahují reálnou křivku 4. stupně L^4. —

Reciprokým způsobem strojí se plocha φ^2 daná *osmi reálnými tečnými rovinami a reálným bodem*. Osmi rovinami na sobě nezávislými jest určena rozvinutelná plocha 4. třídy λ^4, která obaluje osnovu ploch 2. stupně, φ^2 obsahující. Výsledkem jsou zase tři plochy, z nichž dvě mohou býti v určitém případě pomyslné. Každá tato imag. plocha má reálnou plochu 4. třídy λ^4 dotyčnou či opsanou; dotyčná křivka jest obecně pomyslná. Tato pak plocha λ^4 může i rozpadnouti se ve dvě kuželové plochy kvadratické, tedy: imaginárná plocha 2. stupně φ^2 může míti i dvě reálné tečné plochy kuželové, jež mají dvě společné roviny tečné, reál. či imag.; v případě jich reality má φ^2 i příslušné dotyčné body reálné.

[1]) Rovnice plochy $(a + i\,\alpha)^{-2} x^2 + (b + i\,\beta)^{-2} y^2 + (c + i\,\gamma)^{-2} z^2 = 1$.

souměrných. Ona však obsahuje i celou reálnou prostorovou bikvadratiku „prvého druhu“ L^4, která šestnácti řečenými body prochází; ježto však body $m_1 \ldots m_8$ jsou na sobě závislé, tvoříce sdružení osmibodové („associierte Punkte“), sestrojíme křivku L^4 na př. z bodů $m_1 \ldots m_7, n_1$. Křivka L^4 je k hlavním rovinám plochy φ^2 souměrná a promítá se tudíž na ně do kuželoseček (resp. do oblouků křivek 2. stupně). Aby pak výsledkem byla plocha imaginárná (resp. dvě konjugované, vedle jedné reálné), zvolme tečnou rovinu τ tak, aby křivku L^4 protínala ve dvou bodech reálných a ve dvou pomyslných.

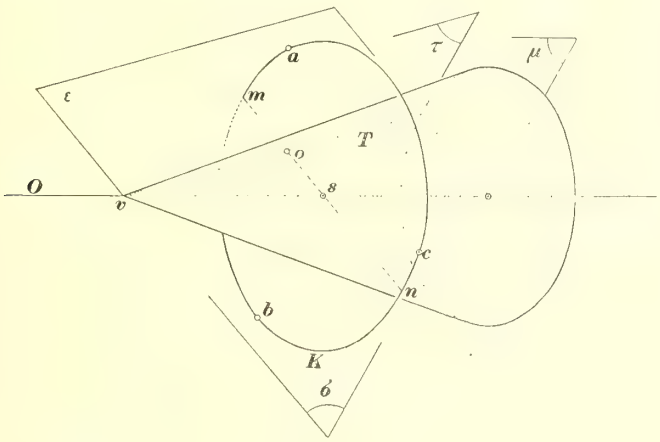
Veškeré tyto a mnohé jiné plochy pomyslné blíže vyšetřovati ještě pozůstává.

Pro plochy svrchu uvažované (vyjímaje onu, jejíž rovnice jest $a^{-2}x^2 + b^{-2}y^2 + c^{-2}z^2 + 1 = 0$) platí samozřejmě táž věta jako pro kuželosečky: Reálná přímka R seče imaginárnou plochu 2. stupně obecně ve dvou pomyslných bodech *nesdružených*; výjimkou může býti jeden průsečík reálný, druhý pomyslný, je-li R unisekantou křivky L^4; je-li její bisekantou, jsou oba reálné, nebo imaginárně *sdružené*.

VI. Imaginárné plochy kulové,

jichž střed je pomyslný. Z mnohých případů sem spadajících vyjímáme jen tyto:

1. Imaginárná plocha kulová φ^2 buď dána třemi reálnými body a, b, c a reálnou tečnou rovinou τ, která bod a odděluje od bodů b, c (obr. 21.).



Obr. 21.

Plocha φ^2 obsahuje reálnou kružnici $K \equiv a\,b\,c$, jejíž rovina buď σ, střed s. Imaginárný střed koule φ^2 leží na reálné ose kružnice $s\,O \perp \sigma$. Pomyslný bod dotyčný $(\tau\,\varphi^2) \equiv t$ bude v rovině $\varepsilon \perp \tau$ položené osou O. Rovina

$\mu \perp \tau$ položená osou O je polárnou pro pól v nekonečnu na průsečnici $\overline{\varepsilon\,\sigma}$; ona dělí kouli φ^2 i kružnici K na poloviny orthog. symmetrické. Seče-li rovina ε kružnici K v bodech m, n, rovinu τ v přímce T a označíme-li bod $(T\,\sigma) \equiv o$, bude $\overline{o\,t} = \sqrt{\overline{o\,m}.\,\overline{o\,n}}$. Ježto však úsečky $\overline{o\,m}$, $\overline{o\,n}$ jsou směrů protivných (dle předpokladu připadá bod o do vnitř kruhu K), jest $\overline{o\,t}$ délka imaginárná; myslíme-li si pak na T úsečku $\overline{o\,t'} = -\overline{o\,t}$, budou patrně danými útvary $(a\,b\,c\,\tau)$ určeny dvě koule imaginárně sdružené $\varphi^2 \equiv (a\,b\,c\,t)$, $\varphi_1{}^2 \equiv (a\,b\,c\,t')$.

Otočíme-li rovinu τ okolo osy O, bude τ stále koule se dotýkajíc, obalovati rotační kužel λ^2 o vrcholu $(\tau\,O) \equiv v$, jenž koule se dotýká podél pomyslné kružnice, vytvořené rotací bodu t. Imaginárné plochy kulové φ^2, $\varphi_1{}^2$ obsahují tedy ∞^1 reálných bodův i reálných tečných rovin; tyto obalují rotační kužel λ^2, ony pak vyplňují kružnici K. Oba útvary mají společnou osu O; kružnice K nachází se ovšem *vně* kužele λ^2 (obr. 21.).

Úloha reciproká: tři reálné tečné roviny a reálný bod mimo ně ležící, dá osm výsledků; dvě koule reálné a tři družiny koulí pomyslných, z nichž každá má reálnou kružnici a reálný rotační kužel tečný.

2. Imaginárná koule buď dána dvěma reálnými body a, b, a dvěma reálnými tečnými rovinami τ, σ, z nichž aspoň jedna body a, b odděluje. Sestrojme obě symmetrálné roviny ξ, η rovin τ, σ a bod c souměrný k bodu a dle ξ. Prvky $a\,b\,c\,\tau$ určují jako v případě 1. dvě imaginárné plochy kulové, jež mají společnou reálnou kružnici $K \equiv (a\,b\,c)$; je-li osa její O, vytvořují roviny τ, σ otáčejíce se okolo O, týž reálný rotační kužel λ^2, dotýkající se obou koulí podél kružnic pomyslných. Druhá rovina symmetrálná η dá obdobně další dvě koule pomyslné.

3. Koule buď dána čtyřmi reálnými tečnami A, B, C, D, z nichž tři, na př. A, B, C leží v jedné rovině ϱ. Tečny $A\,B\,C$ obalují reálnou kružnici K o středu s a poloměru r, kterou plocha φ^2 bude obsahovati. Seče-li D rovinu ϱ v bodě m, jenž leží *vnitř* K, určují dané čtyři tečny dvě imaginárné koule, jichž pomyslné středy jsou na ose $s\,O \perp \varrho$. Dotyčné body koulí t, t' na D mají od bodu m vzdálenost $= \sqrt{\overline{m\,s}^2 - r^2}$, kdež $\overline{m\,s} < r$. Položme rovinu $(m\,O) \equiv \varepsilon$, a tečnou D rovinu $\tau \perp \varepsilon$; τ je reálnou tečnou rovinou koulí φ^2, $\varphi_1{}^2$, zůstává jí za rotace okolo osy O, a obaluje rotační kužel λ^2. I v tomto případě mají tedy kulové plochy imaginárně sdružené reálnou společnou kružnici K a reálnou obalovou plochu kuželovou λ^2.

4. Třemi reálnými body a, b, c proložiti jest plochu kulovou φ^2, která dané reálné plochy kulové ψ^2 (střed o) má se dotýkati. Aby plocha φ^2 byla pomyslná, zvolme na př. a vnitř, b, c vně koule ψ^2. Plocha φ^2 obsahovati bude reálnou kružnici $K \equiv a\,b\,c$ o středu s, jejíž rovina buď ϱ, osa $s\,O \perp \varrho$. Proložme kružnicí K pomocnou reálnou plochu kulovou μ^2 o libovolném středu na ose O, ale tak, aby plochy ψ^2, μ^2 pronikaly se v reálné kružnici L, jejíž rovina σ je chordálnou pro koule ψ^2, μ^2. Chordálné roviny tří koulí ψ^2, μ^2, φ^2 protínají se v téže přímce S; sestrojme tedy prů-

sečnici rovin $\overline{\varrho\,\sigma} \equiv S$, která procházeti bude reálnými průsečíky m, n kružnic K a L. Chordálnou rovinou koulí φ^2, ψ^2 bude společná jejich rovina tečná τ v bodě dotyku t; ježto pak τ přímku S obsahovati musí, položme přímkou S tečnou rovinu τ ku ploše ψ^2. Roviny takové jsou obecně dvě: τ, τ'; že však v našem případě přímka S seče plochu ψ'^2 v *reálných* bodech m, n, jsou roviny τ, τ' *imaginárné*. Jsouť to samodružné roviny elliptické involuce harmonických polárných rovin na ose S, již koule ψ^2 na S indukuje. Dotyčné body t, t' jsou v průsečících rovin τ, τ' s imaginárnými kolmicemi $\overline{o\,t} \perp \tau$, $\overline{o\,t'} \perp \tau'$, a průsečíky $(\overline{o\,t}, O)$, $(\overline{o\,t'}, O)$ jsou pomyslné středy obou imaginárných koulí $(a\ b\ c\ t)$, $(a\ b\ c\ t')$ úloze hovících; obě mají zase společnou reálnou kružnici K.

Dodatek. V těchto čtyřech případech o imaginárné kouli φ^2 rozpadá se bikvadratická křivka L^4 na ploše φ^2 ležící ve dvě kružnice, z nichž jen jedna jest reálná, a obalová plocha rozvinutelná λ^4 ve dvě rotační plochy kuželové, z nichž tolikéž může býti jen jedna skutečná. Neboť zajisté dvěma reálnymi kružnicemi, jež ležíce v různých rovinách mají buď společnou osu, nebo obecněji dva body (reál. či imag.) společne, lze proložiti vždy kouli reálnou, a není-li podmínka ta splněna, nelze kružnicemi proložiti kulovou plochu ani reálnou, ani imaginárnou. A duálně: do dvou reálných rotačních ploch kuželových o různých vrcholech, jež mají buď společnou osu, nebo obecněji dvě tečné roviny (reál. či imag.) společné, lze vepsati vždy kouli reálnou, kdežto za jiných okolností ani pomyslnou.

O zlatonosném obvodu kasejovickém.

I.

Podávají

A. Hofmann a **F. Slavík.**

(Se 2 obrazci a mapkou.)

Předloženo dne 7. června 1912.

ÚVOD.

Zlatonosné území kasejovické jest značeno nesčíslnými kopečky ryžovnickými a obvaly celkem na délku asi 36 kilometrů od *Bělčic* směrem jihozápadním až po Kramolín u Nepomuku a charakterisuje se výchozy žil křemenných i nálezy kousků zlatonosného křemene.

Toto území kutací jest částí pruhu krystalických hornin, jenž se táhne od bavorské hranice a Šumavy na jihozápadě k severovýchodu a středočeským massivem žulovým nejenom jest obklopen, ale i byl silně rozpukán jeho erupcí i mladšími žilami vyvřelin.

Výplně trhlin jsou žíly křemenné, jež obsahují z části ryzí zlato, z velké části vedle toho i telluridy.

Ježto tellurové rudy jsou známy teprve málo více než sto let, je zřejmo, že si jich nevšímali staří, a též při posledních pracích v Kasejovicích v letech 1786—1805 neobrátily na sebe pozornosti.

Při obnově jámy Jakubské našel se na III. obzoru nedaleko promývacích necek (Waschtrog) jemný šedý kal, kterým pro jeho jemnost a pěknou šedou barvu kasejovický hrnčíř zkusil barviti hrnce. Když však je vypálil, objevily se na nich kromě velmi hojné glazury i kuličky zlata.

Staří zlatonosný křemen drtili a hned v jámě promývali v pokusných nečičkách (Sichertrog), při čemž telluridy v prvé řadě s vodou ucházely; tak nabývali sice ryzího zlata zarostlého, ale minerály tellurové se všecky ztrácely, pročež i obsahy zlata v průbách (v. část historickou) se ukázaly tak malými.

Při počátečných pracích kutacích v krajině té bylo obnoveno několik starých jam a ve většině bylo pozorovati, že staří těžili zlatonosný křemen, ale nechávali státi křemeny, jež obsahovaly „šedý nerost" (telluridy), jak bylo zjištěno zvláště zřetelně v lese Kamajku v jamách Janské a Aloisské. Ale též na ryžovnických kopečkách mohlo se konstatovati, že křemeny s obsahem tellurid ů ve velkých kusech zůstávaly nepovšimnuty, kdežto křemeny s ryzím zlatem byly na drobno roztloukány. V jamách, jež staří vedli z části svisle, z větší části šikmo, dosáhli jen nepatrných hloubek, na nejvýše 19 metrů.

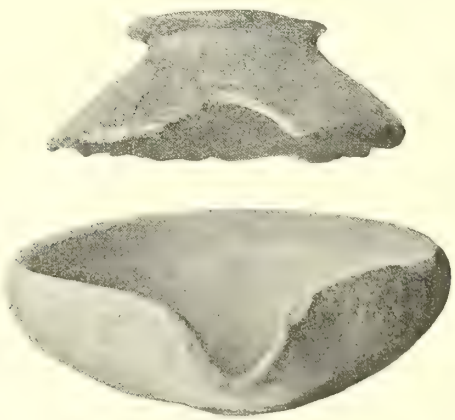
I.

Dějiny dolování.

Listiny podávají velmi málo zpráv o četných dolech v okolí Újezda, Hornošína, Lnář a Kasejovic, jak z prvých dob tak i z pozdějších, resp. z periody jich rozkvětu.

Že tyto doly jsou z části velmi staré, o tom svědčí staré jámy při nynějším kutání opět naražené; v nich nalezly se rozbité hliněné nádoby, několik hliněných hornických kahanců, jež podle tvaru a materiálu p. prof. J. L. Píč klade do 14.—15. století.

Nejlépe zachovaný kahanec jest vyobrazen na obr. 1. Mimo hliněné střepy bylo nalezeno též dříví a to výhradně *dubové*, i mnoho dubového listí zavátého do otevřených kdysi jam větrem. Připomínáme, že ve zdejších lesích nyní nikde duby nerostou ani se o nich nepamatuje, nýbrž jsou tu nyní jen stromy jehličnaté.



Obr. 1.

Těžba zlata započala se jako téměř všude, v *ryžoviskách*, jejichž zbytky v celém zdejším okolí se vyskytují tak četně jako v málokteré jiné krajině jihočeské.

Jak přirozeno, zpracována byla nejdříve *ryžoviska náplavní*, pak *rozsypy na místě vzniklé* a teprve když tyto byly vybrány, došlo na výchozí žilné křemeny, na rudní žíly, z nichž se výhradně po těch velmi horlivě pátralo, které obsahovaly ryzí zlato.

Tento postup těžby zlata možno sledovati krok za krokem od východu na západ, v celém území od Bělčic přes Újezdec-Borčí-Hornošín-Zlatou Horu-Lnáře-Kasejovice-Kotouň-Nekvasov až k nejzápadnějšímu konci u Kramolína.

Náplavní ryžoviska jsou nadmíru rozšířena a znamenitě rozpracována v krajině od Blatné až k Závěšínu a proti potoku až do okolí Újezdce, sáhajíce na obou březích potoka až vzhůru na svahy. Tyto kopečky ryžovnické mají tu a tam výšku šesti až sedmi metrů. Malé kopečky jest pozorovati všude v krajině podél potoků, ač mnoho jich jest již zplanováno a tak výzkumu odňato.

Na přiložené mapě jsou vyznačeny v hlavních obrysech podnes patrné zbytky bývalého ryžování.

Rozsypy vzniklé na místě byly méně mohutné, neboť žulová ssuť na pahorkovitém terrainu byla většinou brzo snesena vodami do údolí, a spolu s ní i rozrušená hmota žil.

Ryžujíce eluviální rozsypy narazili staří zajisté v nevelikých hloubkách na pevné, mocnější křemenné žíly, které i nyní ještě místy vycházejí na povrch, žebrovitě nad zvětralou žulu vystupujíce. Podle na drobno roztlučeného materiálu křemenného nalezeného u jam možno souditi, že třídili materiál ručně pokud jen mohli, pak bohaté křemeny dopravovali k blízkým proudícím vodám, drtili a rýžovali. Jen na jediném místě, na východním svahu Bělčické hory, byl pozorován umělý rybníček uprostřed hustého lesa, kde ještě nepatrné zbytky podávají zprávu o tomto pracném zařízení.

Doly náleží asi různým obdobím, neboť na haldách byly nalezeny i železné mlátky a želízka, tak u Hornošína, kde dolování jak se zdá sáhalo až do dob nejnovějších a došlo i do větších hloubek, souděpodle rozlohy jeho a podle mohutných hald.

Listinami jen jedinkrát za celý středověk jest dokázáno, že v krajině u Kasejovic a Bělčic se těžilo zlato.

Jsou to *zástavní listiny krále Jana Lucemburského* z let 1336—8, chované v kníž. Schwarzenberském archivě orlickém a otištěné Kašparem hrabětem Šternberkem[1]) a Jos. Emlerem.[2]) V prvé z nich, datované v Praze 21. června *1337*, zastavuje král panu Petru z Rožmberka: „. . . . *aurifodinas* certas in regno nostro Boemie sitas videlicet in Wussechlapiech, in Sablaty, in Karrenberch, Sedelczan, Lesstnyczie, *Byelcziczie*, *Vgezd*, Zahorzan, Zakauti et in aliis villis ibidem adiacentibus — — de aurifodinis autem prefatis percipiet et habebit hinc infra festum b. Wenceslai proxime venturum ducentas decem et novem cum dimidia sexagenas — —.“[3])

I K. ze Šternberka i F. Pošepný[4]) souhlasí v tom, že oněmi jmény se naznačují dnešní místa *Bělčice* a *Újezdec* (u Bělčic; či Újezd u Lnář?) v našem území. O vydatnosti dolů ovšem nepraví listina ničeho,

[1]) Umriß einer Geschichte der böhmischen Bergwerke I. 2, str. 17—22 a Urkundenbuch str. 70—74 (listiny č. 54—56).

[2]) Regesta diplomatica nec non epistolaria Bohemiae et Moraviae IV. (1892).

[3]) Citováno podle Emlera l. c. str. 179.

[4]) Das Goldvorkommen von Böhmen und den Nachbarländern, Arch. für prakt. Geol. II., str. 50, 52, 440—445 (1895).

neboť uvedených 219½ kop grošů bylo bráti ze všech vyjmenovaných míst, tedy i ze Sedlčan, z Roudného (jenž leží u Kamberka — Karrenberch, a z jiných míst, jichž identifikace z části není zcela jista.[5]) Rovněž tak nelze z listiny stanoviti, pokud tu šlo o zlato jednak ryžované, jednak dolované; ale svrchu zmíněné archaeologické nálezy i zprávy z téže doby o jiných zlatonosných okrscích českých podporují mínění, že již tenkráte v krajině naší se i pod zemí dolovalo.

Tři další listiny citované Emlerem a Pošepným — Sternberg znal pouze dvě z nich — jmenují mezi zlatonosnými místy v Čechách i „*Pomuk*". Kdežto Pošepný stotožňuje tento Pomuk s Podmoky č. Podmokly u Krásné Hory, pokládá jej Sternberg za nynější *Nepomuk*, jenž tehdy byl zván i Pomuk; pravděpodobně tedy zprávy ony (z let 1336, 1337 a 1338) vztahují se na staré dobývání zlata na západním konci našeho území.

Novější listiny, které však se týkají pouze dolování u Kasejovic — dolu Jakubského —, pocházejí ze století 18. a počátku 19. a chovají se v archivu c. k. horního ředitelství v Příbrami; z nich vyňaty následující zprávy:

„Im Jahre 1777 hat die Kassejowitzer Bürgerschaft einen alten, nur wenige Spuren aufweisenden Bergbau auf Goldquarze wieder aufgenommen und noch im selben Jahre wurde der Příbramer Oberbergamtsvorsteher Oberbergsverwalter Dyonis von Martinez vom Oberst-Münzmeisteramte in Prag aufgefordert, sich dahin zu begeben und über die Bau- oder Unbauwürdigkeit dieses Bergbaues zu berichten."

Ze zprávy té jde na jevo, že Martinec vzal z křemenů kasejovických tyto průby:

„1. Aus einem 4 Klafter tiefen Gesenke hinter der Stadt in der Nähe der alten, eingefallenen Schächte, worin der Quarz anfänglich 6 Zoll mächtig war, mit Ende der 4. Klafter aber gänzlich auskeilte. Die Sicherprobe ergab auf 100 Lot Pochmehl 1 Quintel Schlich mit einer sehr kümmerlichen Goldspur und auch einer Spur von Silber.

2. Quarz vom Hohlwege gegen Schlüßelburg von dem 100 Lot Mehl ½ Quintel Schlich und eine Spur von Silber gaben.

Hier wäre ein Versuch mit Goldwaschen am Platze, da dort hübscher Sand zu finden ist.

3. Quarz aus einem Neuen Schächtchen auf dem Gebirge, wo die alten Pingen zu sehen sind, von über 6 Zoll Mächtigkeit. Die doppelt genommenen Proben ergaben einen Halt von 1 Lot Schlich mit ½ Lot[6]) Silber auf 100 Lot Mehl. Dieser Gang, meinte Martinez, verdiente untersucht zu werden, da derselbe sein ordentliches Streichen zwischen St. 3 und 4 und sein Fallen von Morgen in Abend halte."

Poněvadž pak nebylo v krajině vodního pohonu pro stoupy, a též důlní vody by byly daly mnoho námahy, ježto krajina jest velmi plochá a byly by nutny velmi dlouhé štoly, měl Martinec za to, že jest učiniti jenom pokus s vypíráním zlata.

---

[5]) Srovn. Pošepný l. c. str. 443—445.

[6]) 1·6 *g* pro *l*.

R. 1786 byl vyslán do Kasejovic s poručením císařským jeho nástupce, vrchní horní správce Jan Antonín Alis, když měšťané kasejovičtí si stěžovali, že dolování se kladou překážky.

Alis vzal průby z křemenů vytěžených ze šachtičky hluboké 3½ sáhu, jichž bylo ve stoupách ve Mníšku rozdrceno 18 centů; byla nalezena ryzost 14 gramů mletého zlata.

„Diese Erzeugung möchte bei der Aufpochung von 1000 *Ctn* gleichen Quarzes kaum 13 Dukaten ausmachen, folglich die Pochkosten ohne Fuhrlohn zahlen. Wie viel jedoch 1000 *Ctn* Quarze bei der Grube zu gewinnen an Unkosten erfordern möchten, ist leicht zu schließen, besonders, weil die Mächtigkeit der einbrechenden Quarze 4 höchstens 14 Zoll angegeben wird, daß solche namhaft ausfallen würde ."

Alis však přes to byl pro pokus o dolování a učinil příslušné návrhy. Specifikace o průbách křemene jím vzatých zní (připojujeme čísla přepočtená na *g* v *t*):

„No. 1 im Wald Zasedlí von kleinen Quarzhaufen so in dem 3½ Klafter von Tag abgeteuften Schachtl genommen, 3 bis 6 Zoll mächtig einbrechen und ein Streichen von St. 6—4 Pkte und das Verflächen von Mitternacht in Mittag haben dürften.

⊙ *Geschätzt auf 1000 Ctn.*	*Auf 1000 Ctn fällt Schlich*	*Halt an Göldisch Silber pro Ctner Schlich.*
6 Lot	2 *Ctn* 25 *lb*	— 3 Quintl
1·9 *g* pro 1 *t*	2·25 *kg* pro 1 *t*	0·5 *g* pro 1 *t*.

No 2. von dem bis 1000 Ctner betragenden Quarzhaufen, so teils aus dem Schachtl herausgekommen und teils von den Feldern zusammengesucht sein sollen.

6 Lot	2 *Ctn* —	1 Lot —
1·9 *g* pro 1 *t*	2 *kg* pro 1 *t*	0·6 *g* pro 1 *t*.

No 3. aus dem 2. Schurfschachtl, so im Hangenden aufgeschlagen, von 14 Zoll mächtig einbrechenden, Stunde 10 streichenden Quarzen.

4 Lot	1 *Ctn* 25 lb.	—
1·25 *g* pro 1 *t*	1·25 *kg* pro 1 *t*	—

No 4. von denen bis 15 Klafter weiter in Abend vorfindigen 3 alten Halden, so auf Stunde 8—4 Pkte und in 10 Klafter Länge aufgeschlagen sind, zusammengesuchte Quarze.

⊙ *Geschätzt auf 1000 Ctn*	*Auf 1000 Ctn Schlich*	*Halt an göldisch Silber pro Ctn*
30 Lot	2 *Ctn*	2 Lot 1 Quintl
9·4 *g* pr 1 *t*	2 *kg* pro 1 *t*	1·4 *g* pro 1 *t*

No 5. von denen unterhalb des Stadtls Stund 12 streichenden, blauen, mit Schiefer und Kies untermengten 3 Schuh mächtigen Quarzen

8 Lot	Vorderer Schlich 10 *Ctn* 62 *lb*	Spur
2·5 *g* pro *t*	39·37 *kg* pro *t*	
	Hinterer Schlich 28 *Ctn* 75 *lb*	

No 6. dem Streichen nach gegen Mittag im abfallenden Gebirge aufgesuchte, blaue mit Schiefer und etwas Kies eingesprengte Quarze gleich am Mühlteiche

8 Lot	6 *Ctn* 25 *lb*	— 1 Quintl
2·5 *g* pro 1 *t*	6·25 *kg* pro 1 *t*	0·5 pro 1 *t*

F No 7. von den in des Primators Feld zu Tag setzenden bis 7 Schuh mächtigen Quarzen

12 Lot	2 *Ctn*	1 Lot
3·7 *g* pro 1 *t*	2 *kg* pro 1 *t*	0·6 *g* pro 1 *t*.

An Gold haltet die Mark Silbers von No. 4 . . . 10 Lot in Gold."

Když 2. května r. 1799 měšťané kasejovičtí, uvádějíce za důvod veliký požár, jenž městys obrátil v popel a obyvatele učinil žebráky, přenechali darem J. V. císaři svoje doly na zlato, byl vydán 30. téhož měsíce příkaz vrchnímu hornímu úřadu příbramskému, aby se tam vydal aktuár horního soudu F r a n z a po nejpřesnějším ohledání referoval jak o jamách tak o povrchových dílech kasejovických.

Franz podal 4. února 1800 vrchnímu hornímu úřadu tuto zprrávu:

„Unterzeichneter überreicht hiemit den Befund über seine in Gemäßheit hoher Gubernialverordnung vom 30. März 1799 Z. 18046 zu Kassowitz im Prachiner Kreise vorgenommene Bergbau-Untersuchung sammt der hierüber gefertigten sub No. 1. beiliegenden Mappe.[7])

Der Ursprung des zu Kassowitz, eines zur gräfl. Sweert'schen Herrschaft Schlüsselburg unterthänigen Marktfleckens, in späterer Zeit entstandenen Bergbaues rührt von einem an der Strasse gegen Nepomuk gezeigten alten Abteufen her, in welchem das hervorragende Gezimmer die Kassowitzer Gemeinde sowohl dieses zu gewältigen als auch an mehreren anderen Orten Schurfschächte aufzuwerfen verleitete unter denen sie den *Johannesschacht* in der Gegend Wostrow unterhalb der Stadt, einem aus bläulichem Schiefer bestehenden Gange nach, auf eine Tiefe von 3 Klafter brachte zu gleicher Zeit auch im weiten Thale bei der Stadtmühle einen Stollen, *St. Prokopi* genannt, aufschlugen und 5 Klafter dem bis 10 Zoll mächtiger werdenden Gange nach antrieben.

Ausserdem haben sie noch an anderen Orten Schürfe, welche, so wie die vorgedachten, verstürtzt oder verbrochen angetroffen wurden, aufgeworfen, ohne etwas Bestimmtes damit auszurichten und mit ähnlicher Betriebsführung fortgefahren bis auf Grund des Befundes einer von Příbram verlangten Commission der *Jakobschacht* in der Gemeindewaldung 1784 in Belegung kam. Nachdem aber von allen vorangegangenen Bauführungen nur noch geringe Merkmale vorhanden sind und selbst der Jakobschacht, welchen die Gewerkschaft am ausharrendsten betrieb, seit dem Abbrand des Marktes Kassowitz im Jahre 1791 wegen Uneinigkeit der Gewerken ausser Umtrieb blieb und folglich der Ersäufung preisgegeben war, so sah sich der Gefertigte bemüssigt, um die Gesinnung der hohen Anordnung in Erfüllung zu bringen und von diesem letzten Jakobschächter Baue, der unter allen, als der hoffnungsvollste die meiste Aussicht gewährt, etwas mehr Verlässliches angeben zu können, diesen gedachten Schacht wasserlos zu machen, welches sich umso geschwinder bewerkstelligen liess, als die Teufe des Schachtes, sowie die ausgelängten Strecken von keiner Beträchtlichkeit sind und zu dessen schleuniger Herstellung die Gewerken tätigst mitwirkten.

Die beigeschlossene Mappe enthält den ganzen diesfälligen Grubenbau, wo im Schacht in a (in 150 Zoll) ein schmaler, bei 2 Zoll mächtiger Quarzgang einkommt und in *b* einen mächtigen durchsetzt, auf welch' letzterem sonach die Auslängung in einer Tiefe von 3 Klafter ½ Schuh in *OR* und *OCC* vorgenommen wurde. Vor dem morgenseitigen Ortsanstande in *c* hat sich der Gang von einer Mächtigkeit von 8 Zoll bis auf ½ Zoll verschmälert und es ist hier kein Versuch weiter gemacht worden, ob

[7]) Mapa schází.

er sich hinter dem eingeschobenen Flötze, welches den Gang eigentlich verdrückt hat, nicht wieder einrichte, sondern lediglich der Bau in *OCC* weiter verfolgt worden.

Im Punkte *d* erreicht der Gang schon eine Mächtigkeit von 10 Zoll bei einem Verflächen in Mittag von 77°, sowie er auch vor Ort *c* ansteht. Im nämlichen Punkte *d* kommt noch ein schwebender Gang von gleicher Mächtigkeit aus der First mit einem Verflächen von 34° ein, an dessen Liegendem ins Kreuz des ersteren Streichen ein 150 Zoll tiefes Abteufen abgesunken und mit einem einfachen einmännischen Haspel versehen und aus selbem von der gedachten Teufe wieder in *OR* und *OCC* aus gelängt worden ist, woselbst der Gang schon eine Mächtigkeit von 30 Zoll erreicht hat und an der Sohle noch zunimmt, sowie sich auch bei solcher bei öfteren, von Zeit zu Zeit genommenen Proben auch mehrere Tugend zeigt. Die unregelmäßige und unbequeme Bauführung mit einem doppelten Haspel bei einer so geringen Tiefe und Auslängung scheint die zu sehr getheilten Meinungen der Gewerken zur Hauptursache gehabt zu haben, da sie nur nach eigenen Gutdünken ohne Zuziehung von Sachverständigen den Bau führten.

Nur sehr selten und nur in Fällen, wo sie sich gar nicht mehr zu helfen wussten, geschah es, dass sie den Rat eines Bergbauverständigen einholten und selbst oft in diesen Zweifel legten, da sie sich hierwegen bald nach Příbram, Eule und Rudolfstadt wendeten.

Zur Aufpochung der bei diesem Schachte gewonnenen Goldquarze hatte die Gewerkschaft auch ein eigenes 6 stempeliges Pochwerk bei der Stadtmühle im Jahre 1787 errichtet und solches mit dem Wasser aus dem Mühlteiche durch 6 Monate betrieben und hiebei 7 Ctner annoch vorräthigen Schlich erzeugt. Da dieser Teich keinen Quellenzufluß hat, so dürfte auch das Wasser zu einem ununterbrochenen Betriebe unzulänglich sein. Es ist dermalen wieder verkauft und zu einer Scheune umgewandelt worden. Überhaupt lässt sich von dieser Manipulation keine verlässliche Schlußfolge ziehen, weil ungeachtet alles Bestrebens und Einsicht der Rechnungen, nicht zu erheben war, aus welcher Quantität Quarze dieser Schlich erzeugt wurde. Es hat daher der Gefertigte auf oberbergämtliche Anordnung von denen Oertern selbst Proben in einer Quantität von einigen Ctnern abgestufft und solche zur Schlichziehung mittelst einer eigenen Fuhre nach Příbram mit sich genommen. Unter diesen Proben war:

No 1. Quarz von der beim Jakobischacht liegenden Halde.

No 2. von dem Westort der ersten Auslängung von dem in purem Quarze antstehenden Gange und

No. 3 aus dem Abteufen *d*, bei welchem einige wenige Kiesflecken und in der Sicherung auch so wie bei No 1. einige Goldflinserln zu sehen waren und deren Ausschlag der Probenhaltzettel sub No 2. zeiget, vermög welchem die Ansicht dieses Bergbaues in der ferneren Abteufung und weiteren Prüfung des Ganges in der grösseren Teufe beruht. Was übrigens die Lage desselben betrifft, so liegt der Jakobischacht eine halbe Stunde vom Markt Kassowitz abendseits entfernt an der Gemeindewaldung in einem sanft aufsteigenden gneisigen Gebirge *Zazedlo* genannt, von welchem das Gebirge in Süd noch weiter, jedoch unbeträchtlich aufsteigt, in Abend sich eine geraume Strecke ebensöhlig hinzieht und dann erst gegen die Wosseletzter Grenzen abfällt.

Ebenso verhält es sich auch gegen Kassowitz zu in Ost, nur in Nord fällt es gleich ab, so wie es die beiliegende Mappe zeiget, wo auch am schicklichsten ein Erbstollen angebracht werden könnte, obwohl er erst von dem angezeigten Punkte *f* in einer Entfernung von 129 Klafter den tiefsten Punkt um 8 Klafter unterteuft.

In einem gleichmässigen Verflächen läuft der Abhang auf dieser Seite noch 278 Klafter bis an die herrschaftliche Waldgrenze fort und erst von hier nimmt das Gebirge etwas größeres Sinken an. In einer weit beträchtlicheren Strecke, müßte, sowohl in Abend als Morgen der Stollen, um nur diese Tiefe einzubringen, angelegt werden, wenn er allenfalls dem Gange nach betrieben werden sollte.

In Ansehung der zum Bergbau erforderlichen Hölzer hat dieser Bergbau eine sehr vortheilhafte Lage, nur etwas beschwerlicher in Ansehung der Wässer, die nur von einer einzigen Seite u. z. von der Herrschaft Wosseletz in einer Entfernung von wenigstens 1½ Stunden an dem Gebirgabhange aus den dortigen Teichen geleitet werden müssten.

Příbram am 4. Feber 1800. Karl Franz m/p
Aktuar.

Ke zprávě té náleží příloha č. 2 tohoto znění:

Probenhaltzettel.

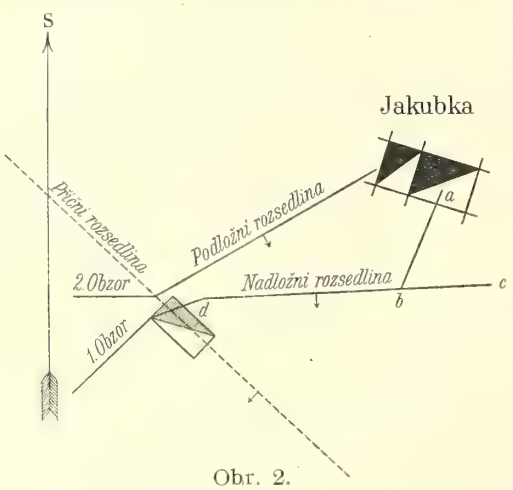
„Über die bei der zu Kassowitz auf hohe Gubernial-Verordnung vom 30. März v. J. vorgenommene Bergbau-Untersuchung vorgenommenen Proben:

No. 1. Von denen auf der Jakobschächter Halde vorräthig liegenden Quarzen. Von 50 lb Quarzen. 1/8 Lot Schlich mit einer Goldspur, wovon der Halt an göldisch Silber . . . . . 5 Lot.[8])

No. 2. Von dem *OCC* orte der ersteren Schachtauslängung. Von 50 lb Quarzen 2/8 Lot Schlich im Halte per 2 Lot 1 Quintl.[9])

No. 3. Aus dem Tiefsten der Jakobizeche. Von 50 lb. Quarzen 2/8 Lot Schlich mit einigen sichtbaren Goldflinserln im Halten von 4 Lot 3 Quintl.“[10])

Ježto při zprávě této chybí vysvětlující mapa, za to však v příbramském archivu mapovém jsou tři jiné mapy z téže doby,[11]) znázorňující dolování v Kasejovicích, illustrujeme údaje zprávy Franzovy přiloženým náčrtkem obr. 2.



Obr. 2.

Jak viděti, šlo se od jámy po úzké rozsedlině křemenné, jež v místě *b* vedla na rozsedlinu nadložní, směru *V-Z* se zdánlivým úklonem 77° na jih.

Tato byla pak sledována na východ i na západ, v *c* pak přestali pro seslábnutí křemene, kdežto na západě pracovali ještě dále, při čemž narazili u *d* na příčnou rozsedlinu s úklonem 34° na jihozápad.

Po této hloubili 1½ sáhu dolů a dostihli rozsedliny podložní, která pak rovněž byla sledována na východě i na západě a poskytla křemenů, jež směrem ke spodku poněkud mohutněly a tím daly podnět ke zkoumání rozsedliny do větších hloubek.

Výše uvedenou podrobnou zprávu aktuára Franze zaslal horní rada A. v. Zeileisen c. k. zemskému guberniu s tímto doprovodem ze dne 9. března 1800:

[8]) 0·11 gramu na tunu.
[9]) 0·09 gramu na tunu.
[10]) 0·2 gramu na tunu.
[11]) Pošepný l. c. str. 52—3 zmiňuje se o dvou z nich.

„Zufolge höchsten Hofdekretes vom 17. und Gubernial-Intimates vom 30. Mai 1799 Z. 18046 wird beiliegend mit Rückschluss der Komunikation die von dem hierortigen k. Berggerichtsaktuar Karl Franz untern 6. März 1800 eingebrachte Untersuchungsrelation über den von den Kassowitzer Gewerken dem allerhöchsten Aerario angetragenen Bergbau mit dem diesämtlichen ohnmassgeblichen Gutachten gehorsamst vorgelegt.

Nach dem wesentlichen Inhalte derselben besteht:

1. Der bisherige Kassowitzer Bergbau in wenigen Versuchen, welche weder in eine beträchtliche Teufe weder in ein weiteres Feld sind geführt worden und es hat lediglich den Anschein, dass derselbe in einer Teufe eine größere Tugend fassen dürfte.

2. Würden vermög des inliegenden Probenhaltezettels nach der Probe No 1. 1000 Ctn dasselbst gewonnene Quarze

250 Lot[12]) oder 7½ lb. Schlich und 1½ Quintl[13]) göldisch Silbers, nach der Probe No 2. 1000 Ctn. Quarze

500 Lot[14]) oder 15 lb. Schliche und $1^1/_4$ Quintl[15]) göldisch Silbers; endlich nach der Probe No. 3 1000 Ctn Quarze

500 Lot oder 15 lb Schlich und $2^3/_4$ Quintl[16]) göldisch Sibers, enthalten.

Dieses Resultat der vorliegenden Untersuchungsrelation glaubet man umsomehr zum Anhaltspunkt nehmen zu müssen, als in denen dem Bittgesuche der Kassowitzer Gewerken inliegenden Probezetteln nicht die Quantität der untersuchten Quarze angegeben und die angezeigten Hälte zu sehr von einander unterschieden ausgeswiesen werden.

3. Obwohl dieser Bergbau in der Rücksicht, dass in dessen Gegend Waldungen vorhanden wären, gewissermassen eine günstige Lage hätte, so würde dennoch solche in Ansehung des hiezu benötigenden und nur aus weiter Entfernung beizubringenden Wassers nicht ganz vorteilhaft sein, gleichwie auch solche wegen der bei Anlegung eines Erbstollens einzubringenden geringen Teufe immer noch einiger Beschwerlichkeit unterliegen würde.

Da nun nach den Vorangelassenen überhaupt von der Bauwürdigkeit des Kassowitzer Gebirges einesteils keine Überzeugung weder von älteren Zeiten vorhanden ist, anderntеils der Wert des göldisch Silbers von $2^3/_4$ Quintl, welchen, wie vorgedacht, die etwas hältigeren 1000 Ctn. Quarze nach der Probe No. 3 haben weder zureichend für die Gewinnungskosten sein würde, welche dieselben erfordern möchten und endlich auch der dortige Bergbau besonders rücksichtlich des erforderlichen Wassers mehrerer Beschwerlichkeit ausgesetzt sein würde, so dürfte bei einer solchen Bewandnis nicht wohl der Antrag auf die Übernahme dieses Bergbaues zu Handen des allerhöchsten Aerario besonders bei dermaligen Zeitumständen, wo die Bergbauerfordernisse ausserordentlich im Preise gestiegen sind und folglich nur reichere Anbrüche solchen vor einem Vorbauen sicherstellen können, zu machen sein und es hänge lediglich von der allerhöchsten Gnade ab, für jeden Fall, ob die Quarze in einer mehreren Teufe einen reicheren Goldhalt annähmen, in diesen oder anderen Zeitumständen, bevor noch einen minder kostspieligen Versuch solcher gestalten zu wagen, wenn nämlich der in der inliegenden Mappe No. 1 bezeichnete Jakobischacht noch um etwa 12 oder 13 Klafter abgesunken würde, welcher Versuch dennoch keinen so großen Unkosten unterliegen würde, weil dieses Absinken ohne besondere Vorrichtung eines Göpels oder Wasserhebmaschine lediglich durch Menschenhände tunlich und

---

[12]) 75 *g* pro *t*
[13]) 0·11 *g* pro *t*
[14]) 150 *g* pro *t*.
[15]) 0·09 *g* pro *t*.
[16]) 0·2 *g* pro *t*.

außerdem blos die Herstellung eines Pochwerkes sammt Zubehör erforderlich wäre. Inzwischen dürfte jedoch immerhin anzunehmen sein, daß sämmtliche zur Ausführung dieses Versuches erforderlichen Unkösten dem allerhöchsten Aerario einen Aufwand von beiläufig 2—3000 Fl verursachen könnten.

Příbram, den 9. März 1800. A. v. Zeileisen m/p."

Na to byl dán 21. srpna 1800 příkaz, kasejovické doly před převzetím ještě důkladně ohledati.

S několika horníky, jež přivedl s sebou z Příbramě, počal aktuár Franz kutati na zlatonosné křemeny, a to nejprve blízko dolu Jakubského, aby pak po jeho odvodnění se mohlo započíti s otvírkami v jámě.

Dne 25. října 1800 A. Haderer, prubíř zlata z Rudolfova, stanovil v níže vyjmenovaných průbách podíly zlata zkouškou šlichovou.

„No 1. aus dem 2. Jakobi Abteufen bei der Sohle von 1000 *Ctn* Quarz 4 Lot Gold 1·25 *g* pro *t*
„ 2. dasselbst aus der First „ 1000 „ „ 4 „ „ 1·25 *g* pro *t*
„ 3. vom Abendort „ 1000 „ „ 3 „ „ 0·9 *g* pro *t*
„ 4. vom *O R* Ort „ 1000 „ „ 4 „ „ 1·25 *g* pro *t*
mit schönem Schlich von allen 4 Posten und
„ 5. von der in diesem Schacht übersetzenden Kreuzkluft mit wenig Schlich von 1000 *Ctn* Quarz 2 Lot Gold 0·6 *g* pro *t*

Z pozdější zprávy, datované 12. prosince 1800, otiskujeme seznam podílů zlata v průbách:

Post No	Proben	Sichertrogshalt per 1000 *Ctn* Quarz an Mühlgold [1]	Schlich	Feuerprobe per 1 *Ctn* Schlich [2]		Přepočteno na grammy	
		Lot	%	Lot	Quintl	1)	2)
1.	Von dem 1. *OR*-seitigen, auf dem Jakobigang aufgeworfenen Schurf	3 et 5	3/16	1 r	—	0·9 et 1·5	0·6
2.	Von den auf der Jakobihalde vorrätigen Quarzen	12	5/16	4	2	3·7	4·4
3.	Von dem 1. *OCC*-seitigen Schurf . .	5	3/16	—	3 r	1·5	0·2
4.	Von der in diesem Schurf erschrottenen Kreuzkluft	5	3/16	—	3	1·5	0·2
5.	Von dem Jakobischächter *OCC* orte des oberen Laufels oder Hangendtrumms	12	2/8	4	1	3·7	3·3
6.	Aus dem Jakobischächter 2. Abteufen von der Sohle des Liegendtrummes	4	2/8	—	3	1·25	0·6
7.	Dasselbst von der First	4	3/16	1	—	1·25	0·6
8.	Von diesem 2. Läufels *OCC* orte . .	3	1/8	—	3	0·9	0·3
9.	Von der in diesem Schachte übersetzenden Kreuzkluft	2	1/8	1	—	0·6	0·4
10.	Von dem 2. Läufels *OR* orte	4	3/16	—	3	1·25	0·4
11.	Von dem erschürften Jakobigang im 2. *OR* seitigen Schurfe	4	unzulänglichen Schlich			1·25	—

Když pak aktuár Franz pro naléhavé záležitosti úřední musil se vrátiti na vrchní horní úřad, zůstal, jako jeho zástupce ve vedení kutacích pokusů v Kasejovicích horní praktikant Petr Fischer.

Dne 2. března 1801 byl dán příkaz, zkoumati též ostatní křemenné žíly tamější krajiny na jejich zlatonosnost. Tomuto příkazu bylo vyhověno průbním lístkem, přiloženým ke zprávě Fischerově ze dne 20. června 1801:

Post No	Proben	Sichertrogshalt per 1000 *C n* Quarze an Mühlgold
		Lot
1.	Von dem 1. abendsseitigen Schurf zu Zasedlo vom Jakobigang	2
2.	Allda von der Kreuzkluft	2
3.	Aus dem *OR*-seitigen 2. Schurf von der Jakobi-Liegendkluft	1
4.	Vom Jakobigange aus dem 3. *OR*-seitigen Schurfe . . .	1
5.	Allda von der Kreuzkluft	4
6.	Von Kiesen in dieser Kluft	—
7.	Von Hangendquarzen aus dem Schurfe bei 3 Quarzsteinen	Spur
8.	Von der Kluft allda	Spur
9.	Vom Gange des Johanneser Schachtes am Hradischter Wege	—
10.	Von anliegenden Hangendquarzen allda	Spur
11.	Unter der Teichmühle des Wostrower Gebirges	Spur
12.	Im primatorischen Felde aus dem Schurfe	—
14.	Aus dem hohlen Wege des primatorischen Fehles in *OCC*	Spur
	Extra spätere Proben aus dem Schurfe bei 3 Quarzsteinen	1

Nota: Das % konnte nicht angesetzt werden, weil aus 100 Lot genommener Quarze ein geringer Schlich abgefallen ist.

Kassowitz den 20. Juli 1801.

Peter Fischer m/p.
k. Praktikant.

Guberniálním vynesením ze 12. června 1801 se nařizuje provésti v Kasejovicích co nejrychleji nutné ještě pokusy, vyhotoviti o všem důkladně popsané mapy a pak bezodkladně podati zprávu, aby po místním osobním ohledání bylo možno učiniti konečné rozhodnutí „da allem Anscheine nach die Kassowitzer Quarze nicht in anhaltenden Gängen sondern in eingeschobenen Flötzlagern vorkommen, welche sich gemeiniglich, wie hier der Fall ist, nach der wechselnden Lage des Gebirges richten, sonach keinen dauerhaften Bestand in Erbauung edler Metalle versprechen."

Na to bylo kutání omezeno a v Kasejovicích ponecháno jen tolik mužstva, aby vodu v dole Jakubském udržovali v nízké úrovni a chránili práce proti sesutí.

Později byl odvolán i horní praktikant Fischer a jen prubíř zlata Haderer tam zůstal se třemi muži. Ten provedl řadu šlichových zkoušek, jež jsme z různých jeho zpráv přehledně vyňali:

P r ů b y	Na 1000 centů křemene připadá šlichová zlatonosnost lotů	Grammy na *t*
Aus den ausgehaltenen Quarzen, alter Schürfungen im Walde mittagseite v. dem 8. u 3. Jakobischurfe aus: 2 Proben jede zu 300 Lot, die aber sehr arm in Schlich waren	9	2·5
Quarze aus dem Schurfe ober dem Adalberti-Brunn bei der Strasse	1	0·3
Vom Liegendgang-Quarze im Jakobischachte, der $1^1/_4$ Schuh mächtig ist	5	1·6
Quarze aus den Jakobischachtabteufen, die $2^1/_2$ Schuh mächtig sind	7	2·2
Quarze aus den Jakobischachtabteufen von einem 4″ mächtigen Quarzgang	6	1·9
Quarze aus den Jakobischachtabteufen von einem 4″ mächtigen Quarzgang	7	2·2

Později byla těžba znova začata v rozsáhlejší míře, a důl Jakubský opět hlouben.

Dne 16. listopadu 1801 nařízeno z Prahy, aby důl již 6 sáhů hluboký jen ještě nanejvýše 4 sáhy se hloubil a aby od této úrovně se pátralo po odmrscích, jež zůstaly v nadloží.

Kdyby tyto se neukázaly ušlechtilejšími a nedávaly též jistějších známek, že ve větších hloubkách možno se nadíti větší vydatnosti, tu jest bez dalších opatření upustiti od tohoto dolování, zvláště když by odmrsky nebyly mocnější anebo hornina se stávala pevnější.

Dne 6. března 1802 bylo nařízeno z Prahy, aby ve hloubce 10 sáhů dolu Jakubského se pátralo příčnou prorážkou po žíle Jakubské.

Později došel příkaz, zkoumati touto prorážkou i rozsedlinu podložní i příčnou a nadložní.

Budiž zde nyní reprodukována zpráva horního rady v. Z e i l e i s e n a podaná c. k. zemskému guberniu a datovaná dne 15. listopadu 1802.

„Zufolge hohen Hofdekretes vom 22. Juli und Gubernial-Intimates vom 4. August 1802 Z. 26230 ist dem Unterzeichneten aufgetragen worden, den Kassowitzer Bergbau zu untersuchen und über den Befund Bericht und Gutachten zu erstatten.

In gehorsamster Befolgung dessen hat Unterzeichneter sich am 5. September 1802 nach Kassowitz begeben, wo er nachfolgende Umstände erhoben hat.

Gegenwärtig wird der Versuch, welcher allda auf Gold gemacht wird, auf dem Gebirge Zasedlo betrieben.

Der Rücken desselben zieht sich von Abend in Morgen und obwohl die Gehänge sehr sanft ansteigend sind, so ist doch die Höhe nicht ganz unbeträchtlich. Das Gebirgssystem besteht aus einem Gemenge von weissem und grauem Quarz, gleichfärbigen Feldspat und tombakfärbigem Glimmer, in welchem beinahe überall, wo es von Dammerde entblösst ist, schmälere und breitere Quarzklüfte von verschiedenen Streichen ausbeissen und wahrzunehmen sind, gleichwie auch die Oberfläche dieses Gebirges mit unzähligen dergleichen Quarzgeschieben bedeckt ist.

Dieses Gebirge hat mehr abendseits an mehreren Orten einige Merkmale eines in älteren Zeiten bereits versuchten Bergbaues, welcher aber nirgends eine mehrere Ausbreitung in's Feld oder in die Teufe vielweniger die Spuren eines vormals glücklichen Ausschlages verratet.

Selbst da, wo gegenwärtig ein Versuch auf Gold gemacht wird, ist solcher bereits vor undenklichen Zeiten geschehen, wie es die alten, auf beiliegender Karte *A* neben dem Jakobischachte gezeichneten Pingen andeuten und solcher wurde lediglich vor ungefähr 20 Jahren mittelst des sogenannten Jakobischachtes von den Kassowitzer Bürgern erneuert, in kurzem aber wegen Mangel des Verlages wieder aufgelassen.

Ein gleiches Schicksal hatten die vor ungefähr 16 bis 18 Jahren im dem *OR*-seitigen Kassowitzer Gebirgsteile gemachten Versuche, über welche zufolge höherer Anordnung von dem vorhergehenden Oberamts-Vorsteher, dem Bergrat Alis, die Untersuchung vorgenommen worden, dessen Gutachten aber im Archive der k. k. Bergdirektion in Příbram nicht ausfindig gemacht werden konnte.

Zur dermaligen Wiederaufnahme eines Goldbergbauversuches hat das allerhöchstenorts signirte Gesuch der Kassowitzer Bürger, resp. Gewerken im Jahre 1799 die Veranlassung gegeben.

Es wurde nämlich aus Gelegenheit dessen mittelst hohen Hofdekretes vom 17. und Gubernial-Intimates vom 30. Mai 1799 Z. 18046 angeordnet, den von den Kassowitzer Gewerken dem höchsten Aerario angebotenen Bergbau durch den gewesenen Oberbergamtsaktuar Franz gehörig untersuchen zu lassen und dessen Relation mit dem diesämtlichen Gutachten einzubegleiten. Einen ähnlichen Bezug hierauf hat das hohe Hofdekret vom 8. und Gubernial-Intimat vom 21. August 1800 Z. 27757.

Es sind zwar in den diesämtlichen Einbegleitungen der Kassowitzer Schurfberichte, insbesondere unterm 27. ? 1800 und unterm 10. Jänner 1801 mehrere Bedenklichkeiten über die Hoffnungs- und Bauwürdigkeit dieses Bergbaues besonders aus dem Grunde geäußert worden, weil die daselbst erschürften goldführenden Quarzklüfte einesteils von keiner beträchtlicheren Mächtigkeit und ergiebigeren Goldhalte befunden worden und auf solche Art die Quarze weder den Wert für die Hälfte der Gewinnungskosten enthalten, andernteils dieselben auf die mehrere Zunahme des einen wie des andern in der grösseren Teufe keinen Anschein geben, vielmehr das Gegenteil wahrscheinlicher machen: endlich auch das anhaltende Fortsetzen derselben in's Feld in grossen Zweifel gezogen werden kann.

Damit jedoch von dem Verhalten der dortigen Quarzklüfte in grösserer Teufe eine mehrere Überzeugung erhalten würden, so haben die hohen Stellen, insbesondere vermöge Hofdekretes vom 18. Feber und Gubernial-Intimates vom 2. März 1801 Z. 7002, dann vermöge Hofdekretes vom 5. und Gubernial-Intimates vom 17. November 1801 Z. 40106 beschlossen, vorzüglich das Abteufen des Jakobischachtes, in allem 10 Klafter zu verfolgen, sodann die im Hangenden stecken gebliebenen Quarztrümmer mittelst Auslängen aufzusuchen und nur dann in größerer Teufe zu prüfen, wenn sich die Trümmer mächtiger und gestaltiger zeigen oder aber erprobt werden sollte, dass die Veredlung in größerer Tiefe zu suchen sei, wo sodann dessen fernere Ablenkung auf dem sich gestaltiger zeigenden Trumme von darum zu ge-

schehen hat, um diesen Quarztrumm in allen seinen Niederlassungspunkten genauer prüfen zu können.

So wurde nun in Gemäßheit dieser hohen Entschließung und insbesondere des nachgefolgten hohen Hofdekretes vom 10. und Gubernialintimates vom 29. Dezember 1801 Z 45183 der Bergbauverein seither dasselbst fortgesetzt.

Bei der vom Unterzeichneten vorgenommenen Untersuchung fand selber nicht nur den Jakobischacht auf die vorgeschriebene Teufe von 10 Klafter gebracht, sondern auch auf der Sohle der 10. Klafter den Querschlag gegen die im Hangenden stecken gebliebenen Quarztrümmer durch 3 Klafter verlängt und mit solchem in der 2. Klafter eine bis 6 Zoll mächtige, jedoch ebenfalls wenig führende Quarzkluft verkreuzt.

Auf solche Art stünde dieser Versuch nach dem Sinne der diesfälligen Verordnungen vor dem ersten gesteckten Ziele, nämlich der Liegendkluft, vermög der Mappe *A* noch gegen 4 Klafter, ab, auf welcher sodann bis zur Kreuzkluft eben 4 Klafter und auf dieser zum Hangendtrumm 1½ Klafter, in Allem 9½ Klafter aufzuführen wären, wenn diese Trümmer, wie Unterzeichneter wohl zu bemerken für nötig hält, in dem angegebenen Streichen und Verflächen verbleibe und sich darin nicht merklich verändern, gleichwie selber, vorzüglich bei dem Hangendtrumm und überhaupt bei den angegebenen Trümmern viel Unbeständigkeit und wenig Anhalten des sowohl im Streichen und Verflächen wahrgenommen hat, weswegen sich auf die in ihren Eigenschaften so sehr unordentlich verhalten, den dortigen Quarzlager kein förmlicher Plan bauen lässt, sondern vielmehr nach denen von Zeit zu Zeit sich ergeden und des Näheren an Hand lassenden Umständen vorzugehen sein wird.

Bis zur beabsichtigten vollständigen Ausführung dieses so gestaltigen Versuches dürfte demnach ein Zeitraum von ungefähr 12 Monaten und ein Kostenaufwand von beiläufig 1200 Fl erforderlich sein.

Obwohl nun bei dem Umstande, wo

1. das in einer Tiefe von 10 Klaftern mit dem Querschlage angefahrene Quarztrumm von keinem besseren Goldhalte und grösserer Mächtigkeit ist, als die allda vorliegenden Trümmer in höherem Felde sind, wo

2. diese überhaupt von keinem kostenlohnendem Halte, von keiner bedeutenden Mächtigkeit und von keinem Anhalten im Streichen und Verflächen ein ordentlicher Bergbau zu setzen wäre, zu halten sind,

3. wo ungeachtet der sehr geringen Teufe sich bereits starke Wasserzugänge zeigen und diese ein sehr wassernötiges Gebirge verraten, auf welches dagegen nur mit sehr grossen Kosten aus weiter Entfernung Aufschlagwasser beizubringen wäre, wo endlich, da

4. dieses Gebirge überhaupt eines von jenen Gebirgen der umliegenden Gegend ist, in welchem zwar Spuren eines Goldhaltes, aber nicht einer Ergiebigkeit und Bauwürdigkeit vorhanden sind, wenig bergmännische Hoffnung ist, daß die vorgesetzten Zielen mit einem erwünschten Erfolge werden erreicht werden, so ist dennoch Unterzeichneter der Meinung, dass der darauf abzweckende Versuch schon gänzlich aus dieser Rücksicht auszuführen wäre, weil bereits gegen 3000 Fl auf solchen sind verwendet worden, und nachdem er sich seinem Ziele und der vollkommenen Erfahrung nähert, nicht wohl rätlich ist, davon abzugehen, damit nicht später gesagt werden könne, es sei eben in dem Punkte, der nicht weit mehr von vielleicht reicheren Quarztrümmern entfernt war, abgegangen worden, und dieses Veranlassung gäbe, abermals mehrere Unkosten darauf zu wagen.

Příbram, den 15. November 1802.

A. v. Zeileisen m/p.“

XXXII.

Prubířský list, přiložený ke zprávě Fischerově ze dne 11. ledna 1803, vykazuje tyto podíly zlata:

Číslo	P r ů b a	Šlichu		Podíl zlata	
		%	lotů	kvintl.	den.
1	Von der Kluft des Ortsanstandes vor dem Querschlage	2	.	Spur	.
2	Nierenweise eingebrochene Quarze allda	½	.	starke Spur	.
3	Von dem mittelst Querschlag überfahrene Quarztrumm (Liegendkluft)	¼	.	1	.
4	Von der Überbrechung des Hangendtrummes auf dem 1. Läufel (Fallort b. Abteufen)	gering	.	1	1
5	Von der Überbrechung der Kreuzkluft (beim Abteufen)	gering	.	.	.

Po této zprávě byla na úrovni 10 sáhů naražena podložní rozsedlina se křemeny mocnými 4—5 palců a sledována pak dále, ježto jdouce po ní doufali dosíci téhož cíle, totiž brzo doraziti k rozesdlině příčné.

Dříve sledovali po prorážce příčné jalovou, kyznatou rozsedlinu s křemeny, jež se vyskytovaly „ledvinitě" a nad to ještě se šlo po dvou zastižených křemenných odmrscích, mocných 4 resp. 6 palců, které se však brzo vyklínily. Nejsouce si jisti, kam vlastně se sklání rozsedlina nadložní, pracovali po ní podle úklonu na prvém obzoru, na místě, kde příčná rozsedlina protíná nadložní, a zjistili, že úklon není 77°, jak se dotud za to mělo, nýbrž jenom 14°, pročež bylo by očekávati nadložní žílu v hloubce 10 sáhů až ve vzdálenosti 30 sáhů od jámy.

Rozsedlina podložní byla dále sledována, majíc velmi úzkou žilku křemennou, a později narazili na rozsedlinu příčnou se křemeny šestipalcovými, po nichž pak se šlo směrem jihovýchodním k odmrsku nadložnímu. Křemeny z této příčné rozsedliny měly ryzost 4 lotů v průbě šlichové, a ve 100 centech bylo $2^1/_2$ centu šlichu, jenž zanechal $2^1/_4$ kvintlíku zlatnatého stříbra (4·4 gramu v tuně).

Brzo však zúžily se tyto křemeny tak úplně, že „nezůstal ani list", pročež rozhodnuto voliti směr prorážky v hodině 11—10, aby nadložní odmrsk dříve byl dosažen.

K důkladnému výzkumu podložního odmrsku narazilo se hloubení tam, kde křemeny byly nejmocnější, a rozsedlina o mohutnosti 3—4 palců, jež obsahovala křemen i kyzy, byla sledována 6—9 muži až do hloubky 10 sáhů.

Obě rozsedliny, v nadloží i v podloží, jež k sobě se sbíhaly a byly vyplněny jílem, břidlicí a „ledvinami" křemene, zužovaly se při tom stále a rovněž křemeny neustále se vytrácely a na zkřížení se nezušlechtily,

nýbrž naopak zhoršily, stavše se užšími a méně slibnými. To bylo příčinou, že toto druhé hloubení bylo zastaveno.

Dříve již bylo osazeno západní průčelí odmrsku podložního na spodku příčné prorážky; odmrsk pokračoval s mocností křemenů 5—7 palců i za rozsedlinou příčnou. Křemeny byly kyznaté a měly po výlomu 4 sáhů 1½ stopy ještě mocnost 2—4 palců.

Aby pak byl prozkoumán i odmrsk nadložní — neboť příčná prorážka k němu byla již dříve opuštěna — byla znovu osazena úklonná chodba na prvém obzoru, jíž bylo zprvu užito ke stanovení správného úklonu, a pak sledována rozsedlina nadložní po úklonu asi šest sáhů, což stalo se ke konci první čtvrti vojenského roku 1805. Poněvadž pak ani na odmrsku nadložním nebylo možno zjistiti větší vydatnost, a tím byl splněn poslední úkol pokusu o těžení, rozřešiti totiž otázku, lze-li dobývati nadložního odmrsku — dolování u Kasejovic bylo zastaveno.

Ke zprávě kasejovické za prosinec 1804 (datované 8. ledna 1805) jest přiložen tuto uvedený průbní lístek, z něhož patrno, že tentokráte zkoušky byly provedeny v Jílovém:

Post No	Proben	1000 Ctner wurden in Gold abgeschätzt		Von 1000 Centnern angefallener Schlich		Darinnen nach der Feuerprobe an göldisch Silber			
		M	*L*	*Ctn*	*lb*	*M*	*L*	*Qu*	*D*
	Den 5. Dezember								
1	Aus den im Oktober 1804 gewonnenen Quarzen des Hangendtrummes. Die ganze Quantität wurde zu Mehl gestossen, davon 400 Lot zu Schlich gezogen u. aus der Spitze 28 Lot abgeschätzt u. davon 5 Ctn Schlich gefallen, wovon	.	7	1	25	.	.	.	.
	Den 24. Dezember								
1	Von eben diesem Trumm im Monate November von der oberen Lage desselben. Auf die nämliche Art behandelt, wie die eingangs angegebene Probe . . .	.	10	2	50	.	.	.	.
2	Dto v. der unteren Lage . . .	1	.	1	87½	.	.	.	.
3	Von denen Quarzen, welche in dem gewältigten alten Tagschacht bestufft worden sind. Auf die nämliche Art behandelt, wie die erstgenannte Probe	.	3	1	25	.	.	.	.
	Eule, am 29. Dezember 1804.								

Pr. k. k. Bergamt
Johann Step m/p
Aeltester Berggeschworener.

Nota. Wegen unhinlänglichen Schlich zur vornehmenden Probe konnte die letzte Rubrik an göldisch Silber nicht ausgefüllt werden.

Peter Fischer
k. Hüttengegenhändler.

Poslední zpráva horního rady v. Zeileisena o kutání u Kasejovic, podaná c. k. zemskému guberniu s datem 28. února 1805, zní:

„Vermöge diesämtlicher berichtlicher Anzeige vom 8. Jänner 1805 hat sich Unterzeichneter mit dem Hüttengegenhändler Peter Fischer am 15. Jänner nach Kassowitz begeben, um den zufolge höchsten Hofdekrets vom 5. Dezember 1804 Z. 40367 bei dortigem Bergbau bestimmten letzten Versuch nochmals zu besichtigen und nach Befund der Umstände das Nötige zu veranlassen.

Bei diesfälliger Befahrung wurde wahrgenommen, dass von dem 1. Jakobischächter Läufel dem Jakobi-Hangendtrumm nach in Allem 6 Klafter ½ Schuh abgeteuft sei, das Verflächen desselben im Ganzen lediglich $10^3/_4$ Grad betrage, während dieser Strecke die Quarze bald 5—6 Schuh, bald 1 bis 2 Schuh mächtig zu beleuchten sind, diese Mächtigkeiten äußerst kurz und abgebrochen und abwechselnd bald im *OCC* seitigen bald im *OR* seitigen Ulme stärker sich zeigen, dabei die Quarze selbst noch immer, sowie überall, von der unartigen, fetten Beschaffenheit sind, endlich, dass gegen das Ende der abgedachten Auffahrung in der 5. Klafter das sogenannte Jakobi-Hangendtrumm selbst von einem von *OR* in *OCC* St. 4. 5½ Pkt. streichenden und 62 Grad in *ME* verflächenden 4 bis 5 Zoll mächtigen Quarztrumm, das im Falle des tieferen Niederlassens vermöge anschlüsiger Karte auf dem Querschlage überfahren sein müsste, entweder abgeschnitten oder aber ins Liegende mitgerissen und gestürzt worden sei, woselbst in der Sohle die Quarze 1½ bis 2 Schuh mächtig anstehen. Die bei dieser Befahrung abgestufften Quarze sind an das Euler k. Bergamt zu der durch den dortigen Goldauszieher Andreas Haderer zu veranlassenden Untersuchung überschickt und hierüber anschlüssiger Haltzettel zurückgemittelt worden.

Durch vorangezeigten Befund wird dasjenige vollkommen bestätigt, was in dem höchsten Hofdekrete vom 20. Dezember v. J. überhaupt in Ansehung des Kassowitzer Bergbaues in Entgegenhaltung und Beurteilung aller mit dessen neuerlichen Aufnahme hierüber vorgelegten Berichte bemerket und insbesondere rücksichtlich des Obgedachten, bestimmten, letzten Versuches im Voraus erwartet wurde. Es ist demnach ausser allem Zweifel, dass auf dortigem Gebirge weder ordentliche Quarzlager, noch weniger edle Gänge vorhanden sind, dass die Quarze blos in kurzen Trümmern vorkommen, weder ins Feld noch in die Teufe setzen, und dass der in denen Quarzen zu verspürende Goldhalt höchst unbedeutend und weder zur Bestreitung der Bergkosten zureichend sei und auch dieser selbst in einer Tiefe von wenigen Klaftern noch mehr abnehme. Überhaupt aber, dass dieses Gebirge eines von jenen in Böhmen und besonders im Prachiner Kreise nicht seltenen Gebirgen sei, in welchen zwar häufig Spuren eines Goldhaltes, nicht aber ein kostenlohnender Goldhalt wahrgenommen wird, gleichwie es auch mit denen, in nämlichen Gegenden befindlichen, durch eine Strecke von 12 Meilen von der hiesigen Schmelzhütte anzufangen, über Březnitz, Horaždowitz und Schüttenhofen bis an die Grenzgebirge gegen Bayern sich ausbreitenden Goldseifen eine ähnliche Bewandnis hat. Da nun aus denen obangeführten Umständen im Zusammenhange mit jenen, welche bereits mittelst früherer Berichte der höchsten Hofstelle vorgelegt worden, sich der Schluß ergibt, dass der Kassowitzer Bergbau auch nach dem Ausschlage des angeordneten Versuches keineswegs als bauwürdig angesehen werden könne, dagegen mittelst höchsten Hofdekretes vom 5. Dezember 1804 angeordnet worden ist, dass als dann,

wenn auch mit diesem letzten Versuche eine bessere Aussicht nicht eröffnet werden sollte, an Kassowitzer Bergbau ohneweiters als unabbauwürdig aufzulassen sei, so erübrigt bei dieser Bewandnis nichts Anderes, als solchen bei der Anwesenheit des Unterzeichneten ganz einzustellen.

Es wurde demnach solcher gestalten das Nötige veranlasst, ein Teil der vorrätigen Materialien sogleich hieher transportiert, der übrige zur einstweiligen Aufbewahrung daselbst gehörig übergeben und die daselbst befindliche Mannschaft zur Unterbringung beim hiesigen Hauptwerke angewiesen. Übrigens geruhen die hohen Stellen aus beiliegendem monatlichen Grubenberichte des k. Hüttenhändlers Peter Fischer zu entnehmen, was die Bergkösten für den Jänner l. J. betragen haben.

Příbram, den 28. Feber 1805.

A. v. Zeileisen m/p.“

Probenhaltzettel.

Über die von den k. k. Oberbergamte zu Příbram an unterzeichnete kgl. Bergamt zu Eule zur Untersuchung übergebenen Kassowitzer Proben.

Post No	Proben	1000 Ctner wurden in Gold geschätzt		Von 1000 Ctner fallen an Schlich		Darinnen nach der Feuerprobe an göldischen Silber			
		M	*L*	*Ctn*	*lb*	*M*	*L*	*Q*	*D*
	10. Jänner 1805. Kassowitzer Proben, welche durch den Hüttengegenhändler Fischer übergeben worden, wovon die ganze Quantität zu Mehl gestossen davon 200 Lot Mehl zu Schlich gezogen u. aus der Spitze 2 Lot Gold geschätzet worden	.	1	1	25	.	Spur		.
	10. Hornung. Kassowitzer Probe, welche aus dem k. Prager Münzamte erhoben, wovon die äusserst grossen Wände zersetzet, davon eine Gemeinprobe genommen, diese zu Mehl gestossen, hievon 600 Lot Mehl zu Schlich gezogen und aus der Spitze 21 Lot Gold geschätzet worden, wovon	.	7	1	25	.	1	2	.

Pr. k. k. Bergamt
Joh. Step m/p
Ältester Berggeschworner.

Na předposlední zprávu c. k. vrchního horního úřadu za prosinec 1804 došlo od c. k. zemského gubernia toto vyřízení ze dne 25. února 1805, č. 6073:

„Nachdem sich nunmehr auch durch den angeordneten letzten Versuch bei dem Kassowitzer Bergbau keine besseren, wohl aber zum Teil noch schlechtere Ausfälle gezeigt haben, als die bisherigen gewesen sind, da laut des dem oberbergämtlichen Berichte für den Monat Dezember beiliegenden Probenzettels 1000 Ctner Quarz nur

3 bis 16 Lot, hiemit 1 Ctner nur $^1/_{16}$ bis $^1/_4$ Prozent Schlich Denar Gold enthalten und nur $^3/_{16}$ bis $^1/_4$ sichern, so ist mit Hofdekret vom 13. dieses sich auf die unteren 5. Dezember 1804 erlassene Weisung berufen worden, dass dieser Bergbau, auf welchen bereits gegen 7000 Fl fruchtlos verwendet worden sind, ohne eine bessere Hoffnung gewonnen zu haben, als unabbauwürdig aufgelassen werden solle. Das angestellte Personale ist bei anderen Werken zu unterbringen.

Prag am 25. Feber 1805.

Tím se končí část historická a zbývá jen poznamenati, že staří udávali podíl zlata buď na 1000 centů křemene anebo stanovili procentuální obsah šlichu v křemeni a podíl zlata v centu šlichu.

Ku přepočtení na dnešní jednotky užito v předcházející části těchto čísel poměrných:

1000 centů = 56 *t*
1 lot = 17·5 *g*
1 hřivna = 16 lotům = 64 kvintlíkům = 256 denárům čili = 288 gránům
1 lot = 16 denárům = 18 gránům
1 grán = 1 *g*

Příklad: Průba Diviše Martince č. 3 se přepočte:

Na 100 lotů moučky připadá 1 lot šlichu, tedy
„ 1000 centů „ „ 10 centů „
Podíl zlata ve šlichu: $^1/_2$ lotu na cent
ve 1000 centech křemene tedy $^{10}/_2 = 5$ lotů, čili
„ 56 *t* „ $5 \times 17{\cdot}5 = 87{\cdot}7$ *g*
„ 1 *t* „ $87{\cdot}7 : 56 = 1{\cdot}6$ *g* zlatnatého stříbra.

Ze zpráv výše uvedených jest patrno, že všecky průby byly *průměrné* a že podíl zlatnatého stříbra v nich byl maximalně 4·4 gramu v tuně podle zkoušky ohněm. Podle odhadů, které ovšem nemohou poskytnouti dat tak spolehlivých, jako zkouška ohněm, byl maximální podíl zlatnatého stříbra, ale to jen v jediném případě, 9 *g/t*, obsahoval však jenom 5·8 *g zlata*, jak možno viděti z poznámky k č. 4 průby Alisovy.

II.

Geologie zlatonosného obvodu.

Geologické poměry krajiny kasejovické a bělčické zpracoval soustavně poprvé V. v. Zepharovich r. 1855 v citovaném spise; od té doby nebyly uveřejněny souvislé výzkumy o krajině, tak že všichni autorové, kteří později o zdejších poměrech se zmiňují, hlavně jen reprodukují údaje Zepharovichovy anebo nanejvýše přenášejí na území to zkušenosti jinde nabyté.

Větší část zlatonosného pásma náleží ke *středočeské žule*; mezi Lnářemi a Kasejovicemi začíná dlouhý, 2 až nanejvýš 5 *km* široký pruh *ruly*, jenž se táhne mezi dvěma partiemi žulovými směrem *ZJZ* k Plánicům; tam se ponckud rozšiřuje a pokračuje ke Klatovům, kde se spojuje s hlavní částí šumavské ruly, jižně k němu přiléhající. V nejvýchodnější části pruhu rulového, okolo Polánky a Kasejovic, pozoroval v. Zepharovich směr *SZ* až *SSZ* s úklonem *SV*, kdežto všude na západ odtud až k Plánicům byl konstatován obyčejný směr *SV* s úklonem *SZ*. Na hranici ruly a žuly popisuje v. Zepharovich z četných míst různé ruly žulovité, které zprostředkují přechod mezi oběma horninami.

V žule rozlišil v. Zepharovich několik odrůd, z nichž se vyskytují ve zlatonosném území tyto: *žula amfibolická*, někdy slohu porfyrovitého, zřídka rulovitého, prostoupená žilami aplitu a pegmatitu, ve východní části od Závěšína, Hornošína a Újezdce až po Kocelovice a Záhorčice; *žula rulovitá* ještě dále k východu mezi Bělčicemi a Podruhly; *žulový porfyr*, ve spojení s „afanitům podobnými" horninami, pravděpodobně žilný, jižně od rulovité žuly u Dobšic a severně u Podruhel, dále *Z* od Kocelovic a *S* od Kasejovic (Sv. Vojtěch); *„afanity žulového porfyru"* u mlýna Kůrkova — u Z. nesprávně „Gurka-Mühle" — blíže Kotouně a u Kocelovic; *červená žula* severně od Bělčic; *jemnozrná žula s hojnou slídou*, místy přecházející v žulu rulovitou (Podhůří *Z* od Kasejovic); *drobnozrná žula chudá slídou* jižně od Kasejovic a odtud až ke Lnářům, pak jižně od Kocelovic až po Chlum; konečně žíly *aplitu* a *pegmatitu*, někdy s turmalinem a titanitem (Lnáře, Kocelovice).

Odkazujíce v podrobnostech na další části této práce, máme za nutno na tomto místě vytknouti:

1. Odrůdy žuly jsou spolu spojeny rozmanitými přechody a představují toliko odchylné facie jednoho a téhož massivu žulového.

2. Na *zlatonosnost nemá vývoj žuly v rozličných odrůdách nižádného vlivu*, žíly zlatonosného křemene vyskytují se jak v různých odrůdách žuly tak i v rule.

3. V. v. Zepharovichovy *„žulové porfyry"* nejsou horniny žulovité, nýbrž *dioritické*, jak vysvítá z popisů dole podaných, a t. zv. *„afanity"* aspoň z části jsou *diabasy*, jak již před lety dokázal J. L. Barvíř [17]) o hornině z Malého Boru u Horažďovic jižně od našeho území.

Horniny zjištěné v obvodu kasejovickém náleží jednak břidlicím krystalickým: *ruly* a v nich vložené *erlany* (rohovcovce) pyroxenové i amfibolové, jednak hlubinným a žilným vyvřelinám, z nichž mimo převládající *žulu* vyskytují se různé *aplity*, dioritové *porfyrity* a *diabasy*.

[17]) Enstatitický diabas od Malého Boru, Věstník král. české spol. nauk 1895 č. X.

1. *Rula.*

Na výchozech nalézáme skoro všude rulu zcela zvětralou; v důlních odkrytech naražena rula v jámě *Jakubské*, odkud ze III. obzoru pocházely zkoumané ukázky:

a) blízko šachty.

Rula *dvojslídná*, zrnitá, s nedokonale deskovitým rozpadem, jejíž slídové šupinky jsou uspořádány rovnoběžně, ale nespojeny v plásty.

Mikroskopicky jest pozorovati častý srůst obou slid, parallelní i nepravidelný, a mnohde jest zřejmo, že biotit velmi silně pleochroický (bledě žlutavý × opakní hnědý) přechází druhotně nejprve v slídu špinavě zelenavou, slabě pleochroickou, jež tvoří okraj lupínků biotitových a útržkovité uzavřeniny v muskovitech, a tato pak mění se v muskovit. Ze živců převládá značně orthoklas, vedle něho vyskytuje se oligoklas, ne však mikroklin a perthit. Křemen jest hojný, akcessoricky se vyskytují rudní zrníčka, obyčejně srostlá se slidami, sillimanit a druhotný pyrit.

Struktura jest allotriomorfně zrnitá, lístky slídové často zohýbány. Křemen jest dvojí: větší, oblejší individua často uzavírají aggregáty sillimanitu a rozložené živce, kdežto jemnozrnný křemen se skládá z jedinců s obrysy laločnatými a neobsahuje oněch uzavřenin.

b) od náraziště Pavlů asi 12 *m*.

Tato rula má sloh dokonaleji rovnoběžný nežli předešlá a skládá se ze střídavých, asi centimetr silných vrstviček tmavých biotitických a světle šedých až bílých muskovitických.

Biotitické vrstvičky jsou jemnozrnější než rula *a*), obsahují více orthoklasu, velmi málo muskovitu a oligoklasu, žádný sillimanit.

Muskovitické vložky mají větší zrno a neobsahují téměř biotitu. Hranice jejich s temnými vrstvičkami bývá ostrá. I zde možno rozeznati dvojí křemen, a větší individua zaoblených obrysů s uzavřeným sillimanitem a zbytky živcovými činí mnohdy přímo dojem *klastických zrn.* Slídy přimykají se k nim mnohdy kolkolem. Živce, i zde skoro vesměs orthoklas, jsou těmto křemenům strukturně ekvivalentní a jako ony leckdy postiženy pokrajní kataklasou.

2. *Erlany* (*rohovcovce*) *pyroxenové.*

Jsou to vložky v rule, vzniklé přeměnou vrstev vápencových. Vyskytují se v nejzápadnější části obvodu u *Nekvasova*, zkoumané ukázky jsou z *jz* svahu kopce cô. 610 *jz* od místa.

Jest to hornina celistvá, šedozelenavá, složená z čirého nebo málo nazelenalého pyroxenu, omezeného v pásmu svislém plochami (110) (100) (010); zakončení krátkých sloupců jest allotriomorfní; rovina os optických leží v klinopinakoidu. Další podstatnou součástkou jest basický *plagioklas* z části nelamellovaný, něco *křemene* zřejmě mladšího; *kalcit* činívá mesostasis a uzavřeniny v pyroxenech a plagioklasech. Méně hojně se vyskytují

skapolith, silně pleochroický *titanit*, isotropní, pořídku dodekaedricky omezený *granát* vzniku pozdějšího než plagioklas, *klinozoisit*, *zoisit*, druhotný sytě zelený *amfibol* jehličkovitý a zrnka *magnetovce*.

Struktura jest obvyklá panallotriomorfní, přece však vidno, že granát jest pozdější než ostatní silikáty a křemen aspoň z části druhotně infiltrován.

3. *Amfibolity*.

a) Východně od *Újezda* vyskytuje se v ostrohranných balvanech hornina téměř výhradně složená z amfibolu zeleného, silně pleochroického (v podélných řezech modrozelený × žlutozelený, v příčných lahvově zelený × skoro čirý). Omezení jeho jest téměř úplně allotriomorfní, ale ne laločnaté. S ním tu a tam je srostlý čirý pyroxen totožný s pyroxenem erlanu nekvasovského. Plagioklasu lamelovaného i nelamelovaného, rud a titanitu jest velmi málo; druhotně se vyskytuje zoisit a pochybný prehnit. Celkem činí tento amfibolit dojem horniny příbuzné s erlany, tedy para-amfibolitu.

b) V severním svahu obory u *Lnář* vyskytuje se amfibolická hornina značně rozdílná od předešlé, která i svým výskytem v žule i povahou svého amfibolitu hnědého, velmi silně pleochroického (temně šedozelený × olivově hnědý) poukazuje na vznik pravděpodobně eruptivní; jest to asi místní facies graniticko-dioritického magmatu blíže kraje massivu. Mimo amfibol obsahuje basický plagioklas, bledě zelený pyroxen, křemen, mnoho magnetovce a titanit. Sloh jest poikilický.

4. *Žula*.

Východní část zlatonosného obvodu mezi Lnářemi a Bělčicemi jest složena ze žuly amfibolické a biotitické, přecházející místy v horninu plagioklasem bohatší, již bychom samu o sobě nazvali křemitým dioritem nebo ve smyslu Bröggerově monzonitem; podobné přechodní horniny vyskytují se v této části středočeského massivu žulového i na jiných místech, jako u Rožmitála, Padrtě a j., a krajním členem v řadě přechodů těch jest křemitý diorit bohutínský.

Zkoumané ukázky pocházejí z těchto míst:

a) Pastviště u *Kocelovic*.

Hornina středního zrna. Mezi živci plagioklasu střední basicity (hlavně oligoklasu) jest o málo více než orthoklasu; tu a tam jeví strukturu zonální. Z temných silikátů jsou zastoupeny amfibol a biotit, tento o něco málo hojněji. Amfibol jest silně pleochroický v obvyklých odstínech hnědých a zelených. Křemen je dosti hojný. Akcessoricky se vyskytuje růžově hnědý titanit. Sukcesse je zřetelná: titanit — amfibol a biotit (současně) — živce — křemen.

b) Lom u silnice z *Bělčic do Újezdce*.

O něco leukokratnější než *a*), obsahuje toliko biotit, amfibol schází. Křemene a orthoklasu jest tu poměrně více. Sukcesse táž.

c) Důl *na Borku.*

Žula s oběma zbarvenými křemičitany asi v rovnováze, rovněž mezi živci jest asi stejně mnoho orthoklasu a oligoklasu. Amfibol jest slaběji zbarven než v hornině z Kocelovic, více hnědý než zelený. Strukturně jeví se tu odchylka od druhých hornin, že živce jsou místy idiomorfní vůči biotitu a to i vůči velkým tlustým jeho tabulkám i vůči aggregátům drobných šupinek; větší individua živcová jsou místy po krajích rozbita.

d) Štola *v Újezdci.*

Obojí živce i zde jsou přibližně v rovnováze, křemen jest hojný, biotit zřídka (u 100 *m*) jest sám jediný vyvinut, obyčejně převládá nad amfibolem, který jest zde zelený, slaběji zbarvený a pleochroický. Oba vyskytují se tu a tam i jako nerosty druhotné, biotit v podobě aggregátů drobných allotriomorfních šupinek, amfibol jako zelenavé jehličky. Možno pozorovati dosti hojně melanokratní šmouhy s hojným biotitem a druhotné zkřemenění i příměs molybdenitu a pyrrhotinu.

Odchylná od těchto východnějších žul v diorit přecházejících jest žula ze západní strany obvodu, u které však silná přeměna nedovoluje podrobnějšího zkoumání.

e) Důl *Aloisův.*

Makroskopicky jest to středně zrnitá, zrezivělá žula dvojslídná s převládajícím biotitem; mikroskopicky je zřejmý sekundární původ muskovitu ze živců. Těchto jest málo zachováno; jsou to vesměs nelamelovaná individua orthoklasová. Křemen jest hojný, amfibol schází. Akcessorický titanit jest čirý. Struktura jest obvyklá zrnitá; v jedné ukázce poněkud porfyrovitá s dvojími živci.

5. *Aplity.*

Ze žuly vycházejí hojné žíly aplitové, které ji samu i sousední rulu prostupují místy velmi hustě. Mezi aplity možno rozeznati hlavně trojí odrůdu: *biotitický* aplit na východě u Újezdce v dioritické žule, *muskovitický* nejhojněji rozšířený po skoro celém obvodu a *pyroxenický* jen lokálně vyvinutý na západě u Kasejovic při hranici ruly a žuly.

a) *Biotitický aplit ze štoly újezdecké.*

Bělošedý aplit středního zrna s nehojným biotitem, značně zchloritovaným. Mikroskopicky konstatováno dosti mnoho oligoklasu a silné drcení součástek; do partií kataklastických hojně infiltrován pyrit. Křemen jest dosti hojný, amfibol a muskovit scházejí úplně. Struktura panidiomorfní i po kataklase zřetelná.

Jiná partie bohatší biotitem má jej seskupen v krátké proužky, z části čerstvý, velmi temně zbarvený. Kataklasa jest tu ještě silnější a vytvořila z části sloh poněkud rovnoběžný. Mimo pyrit infiltrován hojně i křemen a druhotně vznikl ze živců epidot.

b) *Barochův mlýn* nade Lnářemi.

Narůžovělý, s dosti hojných křemenem a *turmalinem*; muskovitu jest malounko, biotit chybí. Mikroskopicky jeví se živce býti obyčejným orthoklasem, plagioklasu jest velmi málo, mikroklin, perthit ani myrmekit jsem nepozoroval. Turmalin jevívá zonální sloh s olivově hnědým okrajem a modrým vnitřkem, jest silně pleochroický, opticky normálně jednoosý.

c) Na *Borku* mezi Lnářemi a Újezdcem.

Červený aplit makroskopicky téměř celistvý, s hojnými šedými žilkami křemennými. V mikroskopu viděti silnou kataklasu a velmi pokročilý rozklad živců. Na styku aplitu se žilkou křemene jest hranice ostrá, *kataklastická směs aplitová částečně jest vmáčknuta do trhlinek žilný křemen prostupujících* a v tomto samotném možno pozorovati stopy drcení.

d) *Pyroxenický aplit ze zkusné jámy „na Vidlici"*.

Na místě řečeném (*J* od jámy Jakubské, *Z* od Kasejovic) našli jsme aplit makroskopicky světle šedý s temnějšími skvrnami, jež mikroskopicky se jeví býti aggregáty jedinců pyroxenových, skoro zcela allotriomorfně omezených. Pyroxen jest průhledný barvou nazelenalou, dilutně se měnící i v témže krystalu, s pleochroismem zřetelným:

$\parallel$ γ zelený s větší absorpcí,
$\perp$ γ žlutozelený světlejší.

Maximální úhel zhášení jest 34°, rovina os optických leží v klinopinakoidu. Místy jest pyroxen částečně zuralitován. Dosti hojný jest titanit v klínovitých idiomorfních průřezech silně pleochroických mezi barvou hnědou a nahnědle žlutou. Ze živců zaujímá značnou část plagioklas střední basicity (oligoklas až andesin). Křemen z části tvoří granofyrické aggregáty s orthoklasem. Struktura jest panidiomorfní, kataklasa téměř žádná.

e) *Pyroxenický aplit ze zářezu u kasejovického nádraží* (*vých.*).

Mimo načervenalý obyčejný aplit miarolitické struktury vyskytuje se v zářezu východně od nádraží kasejovického též pyroxenický aplit makroskopicky jemnozrný, nazelenale šedý. V některých svých partiích se shoduje s aplitem z Vidlice, jsa toliko postižen kataklasou a značněji zuralitován i křemenem infiltrován. Jindy obsahuje též biotit, skoro úplně však přeměněný ve chlorit, s pyroxenem bleději zbarveným a s titanitem velmi různého omezení, od ostře kosočtverečných průřezů až do zcela kulatých, i zbarvení od rudého až do čirého. Křemen v těchto případech nemá aggregátní struktury žilné a nevniká do druhých součástek.

Jemnozrnější a tmavší ukázky obsahují mimo pyroxen též amfibol jak se zdá prvotný, s pyroxenem rovnoběžně srostlý a do hněda pleochroický. Akcessorické součásti jsou titanit a apatit. Kataklasa jen slabá.

Tyto pyroxenické aplity dosti se podobají apofysám téhož středočeského massivu žulového u Dlouhé Lhoty blíže Neveklova na kontaktu

s vápencem i některým partiím aplitů, jež na *Roudném* u Libouně pronikajíce rulu jsou zajisté v genetickém spojení s tamními žilami zlatonosného křemene. Na obou místech, jak jeden z nás vytkl,[18]) jejich složení odchylné od ostatních aplitů pravděpodobně má svůj původ v magmatické resorpci vápencových partií magmatem žulovým urvaných a resorbovaných.

6. *Porfyrity.*[19])

Vlastně již mimo obvod zlatonosný spadají žíly hornin *V* a *J* od Bělčic žulu prostupujících, jež Jokély a v. Zepharovich řadí k „porfyrům amfibolické žuly"; jsou to však horniny dioritické charakterisované výskytem i živce (oligoklasu) i biotitu ve dvou generacích, tedy vlastně přechody od dioritového neb lépe monzonitového porfyritu ke kersantitu. Od porfyritických partií bohutínského dioritu křemitého liší se hlavně nedostatkem amfibolu a křemene.

a) *Podruhly* u Bělčic.

Hornina černošedá s jemnozrnou hmotou základní a s hojnými vrostlicemi živce (až 1 *cm*) i biotitu. Mikroskopicky určí se vrostlice živcové jako *oligoklas* vyvinutý idiomorfně, dosti často však, asi magmatickou korrosí, zaoblený; zonární struktura jest častá. *Biotit* silně pleochroický má úhel optických os asi 11° a obsahuje hojně vrostlic apatitových. Akcessorický čirý sloupcovitý *pyroxen* bývá zdvojčatěn podle orthopinakoidu, jest mladší než biotit a starší než živec.

Hmota základní se skládá z isometricky zrnitého, jen málo idiomorfního živce, převážně orthoklasu, a ze staršího, v drobných šupinkách vyvinutého biotitu shodného s biotitem vrostlic.

b) *Dobšice.*

Hornina podobná předešlé, o něco světlejší; liší se od ní hlavně úplným nedostatkem pyroxenu.

c) *Rybník Brloh, J od cesty do Dobšic.*

Makroskopicky podobá se tento porfyrit předešlým; obsahuje vrostlice plagioklasové až přes 1 *cm* veliké, biotitové vrostlice značně menší (okolo 2 *mm*), světle zelenavé pyroxeny; hmota základní jest makroskopicky celistvá.

Mikroskopicky jeví se plagioklas býti o něco basičtější (andesin), tvaru více lištnovitého. Vrostlice biotitové jeví často magmatickou korrosi. Pyroxen jest čirý, diopsidovitý; mění se ve žlutozelený nerost, jenž připomíná *iddingsit*. Sloupce apatitu jsou hojné a dosti veliké. Přimíšeno i něco pyritu.

Živce hmoty základní jsou orthoklas i plagioklas a mají tvar lištnovitý; mimo ně vystupuje i biotit i pyroxen též ve druhé generaci.

---

[18]) F. S., Dva kontakty středočeské žuly s vápencem, Rozpravy české akademie 1904 č. 12; Roudný, Sborník Klubu přírodovědeckého 1911, str. 127—150.

[19]) Z části podle výzkumu p. Dra V. Rosického, jenž se horninami těmi zabýval před několika roky.

7. Diabasy.

Že k diabasům náleží některé z hornin označených v. Zepharovichem za „afanity žulového porfyru", ukázal J. L. Barvíř[20]) pro výskyt u Malého Boru blíže Horažďovic, tedy nedaleko na jih od kasejovického obvodu; při našem výzkumu konstatovány žíly diabasové hlavně v žule na východě okolo Bělčic. Jsou to místa:

a) Slavětín, lesní cesta *JZ* pod Špalkovou horou.

Jemnozrný zelenokam (velikost zrna asi 1 *mm*); již makroskopicky jeví ofitickou strukturu.

Mikroskopem konstatují se živce basické (labradorit) tvaru lištnovitého, dosti čerstvé. Augit za to jest úplně zuralitován, amfibol z něho vzniklý jest jehličkovitý („třtinovitý"), zelený, dosti silně pleochroický: v podélných řezech zelenavě modrý × světle nažloutle zelený, v příčných nahnědle zelený × skoro čirý. Vedle toho však se vyskytují též individua kompaktního hnědého *amfibolu primárního,* krystalonomicky omezeného, jenž v mikroskopu jeví mnohem silnější absorpci než amfibol druhotný, jsa pro kmity rovnoběžné k orthodiagonále téměř opakní. Rovina os optických leží v klinopinakoidu. Někdy obrustá uralitický zelený amfibol jedince hnědého prvotného v orientaci rovnoběžné. Horninu ze Slavětína jest tedy označiti jako *proterobas.*

b) Bambousek u Chlomku, SZ od Kasejovic.

Zelenokam téměř celistvý; jen zvětralé plochy jeví zřetelně strukturu ofitickou.

Lištny živcové náleží k andesinu; *augit* jest zachován, bledě růžový až čirý, vyvinut v zrníčkách, krátkých sloupcích i jako mesostasis; velmi často je zdvojčatěn podle orthopinakoidu. Akcessoricky se vyskytuje titanitý magnetovec, druhotné jsou křemen, epidot, chlorit, něco špinavě zeleného uralitu; pravděpodobně též pyrit jest sekundární. Porfyrické vrostlice nepozorovány.

c) Uzenice, JV od kóty 506 mezi Uzenicemi a Černiskem.

Makroskopicky jemnozrný, s pořídku roztroušenými mandlovými dutinkami, vyplněnými vápencem.

Mikroskopicky velmi podobný předešlému, ale plagioklas z části jest allotriomorfně zrnitý; augit jest zuralitován. Rud je zde na rozdíl od předešlých dvou diabasů velmi mnoho a náleží k ilmenitu. Mimo uralit vznikly druhotně křemen, chlorit a vápenec. Velmi pořídku se ukazují dlouze sloupcovité vrostlice porfyrické, úplně přeměněné ve chlorit, tak že nelze rozhodnouti, byl-li to augit či amfibol.

d) Hornošín.

Na rozdíl od předešlých diabasů obsahuje hornošínský hojněji vrostlice porfyrické, a to místy hojněji augit, jinde plagioklas. Augit prvé generace

[20]) Enstatitický diabas od Malého Boru, Věst. král. čes. spol. nauk 1895 č. X.

jest tu čirý, někdy s obrubou načervenalou, shodnou s augitem generace II. Zdvojčatění podle (100) jest časté. Augit základní hmoty jest vyvinut v zrnech nafialověle červenavých, slabě pleochroických ($\parallel \gamma$ více absorbován a více do fialova, $\perp \gamma$ růžový světlejší) a místy v živcových, tedy mladších vrostlicích uzavřen. Ilmenitu jest méně než v hornině předešlé, sekundární součástky tytéž.

Na západním konci našeho území byl zjištěn *diabasový porfyrit*:

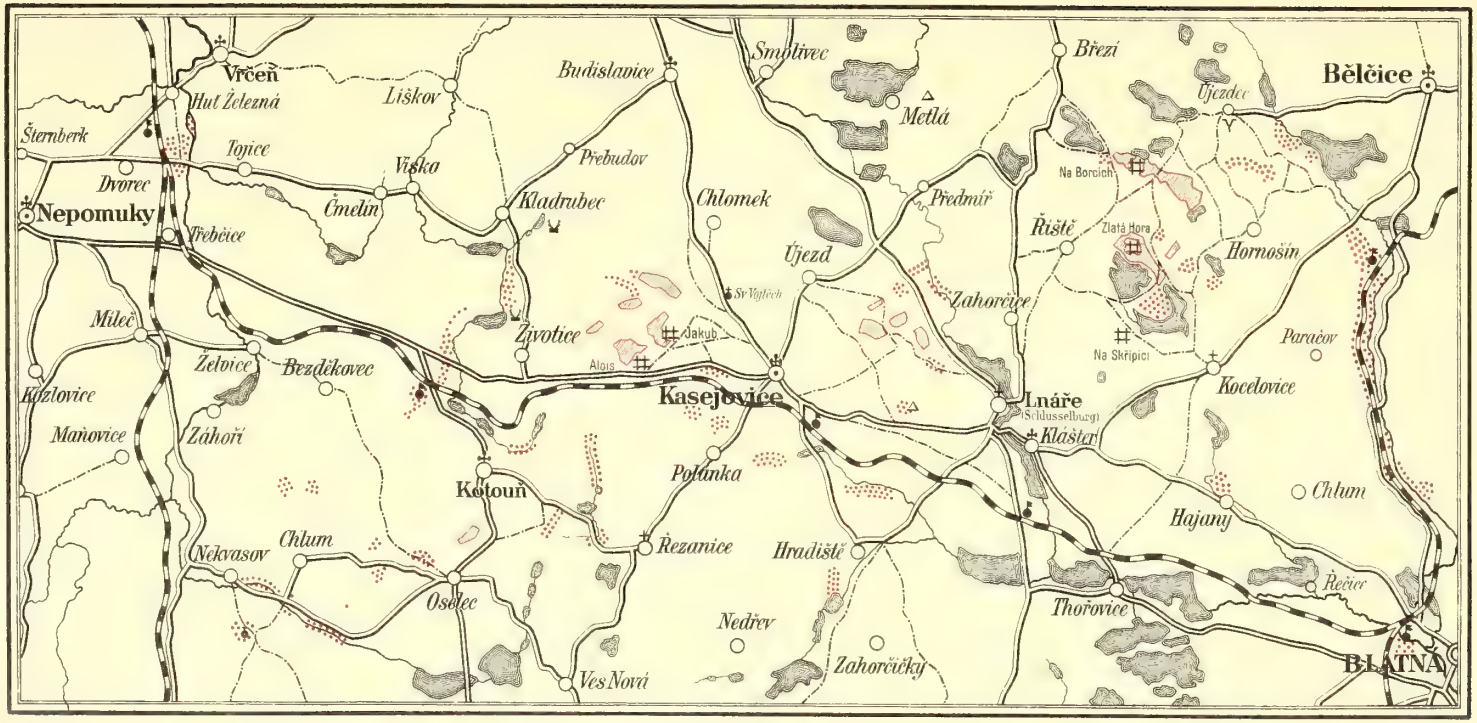
e) záp. od *Nekvasova*, kô. 610.

Vrostlice plagioklasové s obrysy namnoze korrodovanými magmaticky jsou hojné, ale téměř úplně již přeměněny v kalcit; za to úzce lištnovité až jehličkovité plagioklasy hmoty základní, jež měří průměrem asi $0{\cdot}1 \times 0{\cdot}01$ *mm* a náleží andesinu, jsou z velké části dobře uchovány a jeví se složeny ze dvou polovin dvojčatně orientovaných podle zákona albitového. Augit jest již úplně nahrazen chloritem zelenavým, skoro isotropním. Nápadně hojný jest *magnetovec* v ostře idiomorfních oktaedrických krystalech i ve tvarech zdánlivě tyčinkovitých a lupenitých, jež při silnějším zvětšení se jeví býti kostrovitými tvary vzrůstovými.

Celkem tedy přecházejí žilné diabasy našeho území jednak v porfyrity, jednak v proterobasy; nenalezeny mezi nimi horniny s olivinem a kosočtverečným pyroxenem, jež by odpovídaly diabasu popsanému Barvířem z míst nedaleko odtud k jihu položených.

NÁČRTEK ZLATONOSNÉHO OKOLÍ KASEJOVICKÉHO.

0 1 2 3 4 5 km



Šachta Štola Rýžoviska a obvaly Rýžoviska

Doplňky ku fauně Eulomového horizontu v okolí Rokycan.

Podává

Karel Holub.

(S 1 tabulkou.)

(Předloženo dne 12. října 1912.)

V „*Rozpravách*“ České Akademie pro vědy slovesnost a umění (ročník XX., č. 15) podána byla obšírnější zpráva o nálezu nové, samostatným rázem se vyznačující fauny spodního siluru u obce *Klabavy*, západně od *Rokycan*.

Na základě důvodů geologických a palaeontologických bylo ukázáno, že nutno označiti břidlice, které u Klabavy novou faunu obsahují, jakož i ty, které kryjí velkou část nejbližšího okolí města Rokycan (a jimž až dosud stáří oddílu $Dd_1\gamma$ bylo připisováno), jako nový horizont, „*horizont eulomový*“; týž zaujímá zvláštní postavení mezi dosavadními oddíly $Dd_1\beta$ a $Dd_1\gamma$.

Mezi nalezenými zkamenělinami zjištěni byli zástupci přechodní fauny mezi nejsvrchnějším kambriem a nejspodnějším silurem, kterou prof. Dr. W. C. Brøgger v „*Über die Verbreitung der Euloma-Niobe-Fauna in Europa*“ (Christiania 1897—1898) nazval *Euloma-Niobe-Faunou*. Existence této fauny v Čechách byla až dosud neznáma.

Dalším pátráním (v prázdninách r. 1910 a částečně též r. 1911) byla nalezena ještě další řada fossilií, z nichž mnohé mají pro posouzení celkového charakteru naší nové fauny velkou důležitost.

Z té příčiny podávám tuto doplněk práce svrchu zmíněné, ve které jsem se o těchto nálezech mohl jen stručně zmíniti v poznámce pod čarou.

Jako při pracích předešlých, i při této podporoval mne laskavě p. Dr. Jaroslav Perner, jemuž platí opětně můj upřímný dík.

A. Doplňky k dosud popsaným druhům trilobitů.

Jak bylo ve zmíněné práci z r. 1911 uvedeno, vykazovala až dosud nová fauna 7 rodů trilobitů s osmi druhy, vesměs n. sp., a sice:

1. *Euloma bohemicum,*
2. *E. inexspectatum,*
3. *Aspidaeglina (n. g.) miranda,*
5. *Ptychocheilus decoratus,*
6. *Asaphellus Perneri,*
7. *Nileus pater,*
8. *Illaenus? cuspidatus.*

U některých z nich možno dnes doplniti podaný již popis, poněvadž byly nalezeny nové, lépe zachované exempláře; u posledního druhu lze ted již bezpečněji stanoviti příslušný rod.

Ad 1. Euloma bohemicum, Hol.

Nově bylo nalezeno opět několik celých individuí a více fragmentů různé velikosti. Nejdelší z celých kusů měří 65 *mm* délky. Dobře lze mezi nimi rozeznati formy dlouhé a krátké; *hypostom* však nebyl dosud nalezen.

Ad 2. Euloma inexspectatum, Hol.

(Tab. obr. 1.)

Nalezen téměř celý exemplář, takže možno podati vyobrazení *pygidia.* Při srovnání s pygidiem druhu *E. bohemicum* nenajdeme značnějších odchylek. Celkem jest pygidium u *E. inexspectatum* vydutější, rýhy hlubší; poměrná šíře proti menšímu druhu je značnější. Lem vnějšího okraje, v zadní partii nejužší, po stranách se rozšiřuje, kdežto u druhu *E. bohemicum* probíhá stejnoměrně.

Šířka vyobrazeného pygidia měří 42 *mm,* délka 17 *mm,* takže se znovu přesvědčujeme, že druh tento je z eulomových druhů vůbec největší. Pleury, jak bylo již připomenuto, neliší se podstatně od pleur předešlého druhu.

Na jednom exempláři glabelly je zřetelně zachována též řada prohlubenin v průčelném prostoru, jako bývá u *E. bohemicum.*

Druhy sub 3, 4, 5 a 6 uvedené nebyly více nalezeny.

Ad 7. Nileus pater, Hol.

(Tab. obr. 2., 3.)

Nalezeny byly glabelly (též s očima), fragmenty trupní, pygidia, některé exempláře, jimž jenom hlava chybí a hypostom. Proto možno zde doplniti popis druhu, uvedený v práci předešlé. (str. 10).

Hlava. Na všech dosud nalezených exemplářích je zřetelně vytvořeno ozdobné „zrnko", v dolejší polovině střední linie glabellární. Podobná „zrnka" jsou u Asaphid častým zjevem, nescházejí ani u rodů *Barrandeia*, *Illaenus* a j. U jiných čeledí bývají tato „zrnka" na occipitálním prstenci.

Oči jsou velké, vytvořeny zcela jako u druhů *Nileus armadillo* Dalm. nebo *N. palpebrosus* Dalm. Zřecí plocha není dosti zřetelna.

Tvar volných lící jako u jmenovaných druhů. Vnější okraj *tupě zaokrouhlen*, nevybíhá v trn.

Trup z osmi segmentů. Osa k pygidiu je súžena, takže osmý prstenec rovná se sotva dvěma třetinám prvního. Pleury ploché, ale slabě zbrázděny; zakončení jejich jako u většiny Asaphid tupé. (U druhu *N.* [*Platypeltis*] *puer* Barr. sp. z $Dd_1\gamma$ jsou dle Nováka*) pleury nebrázděny, konce jich zakřiveny a srpovitě zašpičatěny.)

Poněvadž je osa poměrně úzká, dosti zřetelně ohraničena a pleury mělce, ale přece jen znatelně jsou zbrázděny, upomíná celkový vzhled druhu silně na podrod Nilea, *Symphysurus*, který je v eulomových faunách mimočeských zjevem typickým.

Rozměry jednotlivých částí jsou patrny z vyobrazení.

Hypostom jeví značnou podobnost ku hypostomu druhu *N. puer* z $Dd_1\gamma$ (Novák, „*Zur Kenntnis* etc.", tab. IX. (II.) obr. 1. a.). U našeho exempláře je zřetelně zachován široký okraj, vzadu mírně vykrojený; uprostřed výkroje vybíhá ještě kratičký hrot, zcela jako u *Nileus armadillo* Dalm. Délka zachované části 12 *mm*, šířka 13 *mm*.

Tím je tedy určitě stanoveno rodové označení *Nileus*. Z podoby trupu a volných lící je patrna odlišnost od druhu z $Dd_1\gamma$. Dle všech známek patří *N. pater* k podrodu *Symphysurus*.

Relativně je tento druh po vůdčím *Euloma bohemicum* nejhojnější, což je zajímavo vzhledem k ostatním eulomovým faunám evropským, zvláště vzhledem k nejbližší nám eulomové fauně „*Leimických vrstev*" od *Hofu* v Bavořích.

Ad 8. **Megalaspides cuspidatus**, Hol. sp. (= **Illaenus? cuspidatus**, Hol.).

(Tab. obr. 9., 10.)

Byl již v prvotní práci (str. 11.) označen jako *Illaenus?* a proto nebyl ani uveden v přehledné tabulce (na str. 18.).

Určení bylo založeno na dvou exemplářích pygidií, jejichž osa byla vytvořena po způsobu Illaenů, ač tvar upomínal spíše na Asaphidy, zvláště rod *Megalaspis* (s podrodem *Megalaspides* Brøgg).

---

*) „*Zur Kenntnis der böhm. Trilobiten*". Beiträge zur Palaeontologie Österreichs-Ungarns u. des Orients, Wien 1883.

Novými nálezy podařilo se zjistiti, že zmíněná dvě ne dosti dobře zachovaná pygidia patří Asaphidům a specielně podrodu *Megalaspides* Brøgg.

Poněvadž nalezen byl krásně zachovaný trup s pygidiem, glabella i volné líce, možno zde uvésti úplnější popis tohoto zajímavého druhu.

Glabella s pevnou částí lícní podobá se glabelle druhu *Megalaspides alienus* Barr. sp. z $Dd_1\gamma$. Oční laloky svědčí o tom, že i velikostí očí se oba druhy podobají, mají oči poměrně malé, mnohem menší než u jiného Asaphida z $Dd_1\gamma$, totiž *Asaphellus desideratus* Barr. sp. Volné líce končí delším ostře vybíhajícím trnem.

Délka zachované části hlavy 27 *mm*, šířka 30 *mm*.

Thorax skládá se z osmi segmentů. Osa je poměrně úzká, hladká. Pleury jsou delší osy, slabě, ale zřetelně zbrázděny. U srovnání s pleurami druhu *Nileus pater* jsou brázdy širší, ale rovněž nesahají k ose, čímž se oba tyto druhy liší od třetího Asaphida (s. l.) nové fauny, jenž patří k rodu *Barrandeia* M'Coy. U tohoto brázdy pleurální vybíhají od osy.

Pygidium jest zvláštní podoby, trojúhelníkovité. Na vnitřní straně je obrys široce zaokrouhlen; vzadu končí ostře, aniž by však vybíhal v zřetelný trn. Úzká osa je omezena dvěma zřetelnými, sbíhavými rýhami, ale vrchol její není určitě vyznačen. Svrchní plocha je hladká; možno však přece pozorovati slabý nádech rýhování na lalocích postranních. Zřetelných rýh však na ploše pygidia není.

Vyobrazený trup s pygidiem měří 39 *mm* délky a 34 *mm* šířky. Způsob, jakým je vytvořena osa tohoto pygidia, totiž jen dvěma nesbíhavými rýhami, vysvětluje, proč bylo možno považovati neúplné exempláře za zbytky nějakého Illaena.

Poznámka, uvedená o tomto druhu v předešlé práci (str. 12.), zůstává nedotčena. *Megalaspides cuspidatus* je zajisté forma stará, což je patrno na zvláštním zakončení pygidia, které jinde u Asaphid bývá buď úplně zaokrouhleno (*Asaphus, Niobe* etc.) nebo je prodlouženo v trn, buď krátký (*Megalaspides*) nebo dlouhý (*Megalaspis*).

Popis možno doplniti stručným výčtem znaků *hypostomu*. Obr. 10. znázorňuje jej v původní poloze na duplikatuře vnějšího okraje hlavy. Při srovnání s hypostomem druhu *Megalaspides alienus* Barr. sp. z $Dd_1\gamma$ pozorujeme dosti podstatných odchylek. Společný je typický znak, totiž vykrojení zadního okraje. Toto vykrojení není však tak značné, jako vidličnaté téměř dělení u *M. alienus*. Ostatní znaky jsou zřejmy z vyobrazení.

Nápadna je okolnost, že *pygidium* nenese zřetelných stop dělení příčného, ač toto u *Megalaspis* i *Megalaspides* téměř vždy pozorujeme.

Illaenus, rod poměrně mladší než zástupci eulomové fauny, se tedy dosud u *Klabavy* nenalezl, ačkoli v $Dd_1\gamma$ jest již obyčejným zjevem.

B. Nově nalezené rody a druhy.

Nápadným zdálo se, že v nové fauně, takového stáří, nebyl mezi jinými nalezen rod *Agnostus* Brongn., jenž přece u nás přechází z Kambria až do nejvyšších vrstev spodního siluru (*A. tardus* Barr. v Dd_5!), a jenž i v eulomových faunách mimočeských je zastoupen typickými druhy.*)

Dnes však známe již i od „*starého hradu*“ rod Agnostus. Byl tu nalezen dosud ve třech celých exemplářích, které patří dvěma novým druhům. Tyto exempláře jsou krásně zachovány, zejména individua vyobrazená (na tab. obr. 4. a 5.).

1. Agnostus splendens, n. sp.

(Tab. obr. 4.)

Hlava je v mnohém ohledu podobna hlavám druhu *A. Tullbergi* Nov. z $Dd_1\gamma$. Glabella protáhlá, do předu mírně súžená. Šířka na vnitřním okraji hlavy se rovná as třetině šířky celkové. Délka asi dvě třetiny celkové délky hlavy. Rýhy dorsální jsou zřetelné, příčných rýh na svrchní ploše glabelly nepozorujeme; toliko v dolejší polovině, ve střední linii, leží ozdobné „zrnko“, jaké je i u jiných druhů rodu Agnostus.

Malé laloky vedlejší, které považuje *Barrande* za rudimenty prstenu occipitálního, jsou též na basi glabelly zachovány. Podkovovitý pás je téměř stejnoměrně vyvinut, rovněž tak okrajový lem.

Trup je složen ze dvou segmentů, vytvořených podobně jako u *Metagnostus erraticus* Jäckel**) nebo u *Agnostus Sidonbladhi* Linnrss. Pleury druhého segmentu jsou delší prvých.

Pygidium. Zřetelná osa sahá asi do dvou třetin celkové jeho délky. Asi uprostřed je súžena, do zadu se však rozšiřuje a zaokrouhluje. Dvě příčné rýhy, uprostřed podélným „zrnkem“ přerušené, dělí osu ve tři laloky, z nichž přední dva jsou obdélníkovité, asi stejně široké, třetí podkovovitý, víc než dvakrát tak velký jako oba přední dohromady. Podkovovitý pás je vytvořen obdobně jako u hlavy, rovněž okrajový lem, jenž však vybíhá s každé strany v zřetelný, úzký trn (*spicula*).

Tím druží se nový druh ke čtyřem dosud známým českým Agnostům, rovněž spikulami vyzbrojeným, totiž *A. caducus* Barr., *A. Friči* Hol., *A. granulatus* Barr. a *A. perrugatus* Barr.

Vyobrazené individuum má 13 *mm* délky, 6 *mm* šířky.

---

*) Jsou to *A. Sidenbladhi* Linnrss. v Norsku, *A. dux* Call. v Shropshire v Anglii, *A. princeps* Salt. v Sev. Walesu, *A. Bavaricus* Barr. v Bavořích u Hofu, *A. Ferralensis* Berg. v Languedocu ve Francii.

**) O. Jäckel: „*Über die Agnostiden*“, Zeitsch. d. Geol. Ges., Berlin 1909.

2. Agnostus consors, n. sp.

(Tab. obr. 5.)

Hlava je předešlému podobna, avšak širších, okrouhlejších forem, bez ozdobného zrnka. V tom ohledu jeví tento druh ještě bližší příbuznost s *A. Tullbergi* Nov. z $Dd_1\gamma$. Ani trup nejeví značnějších rozdílů. Za to *pygidium* je podobno hlavě, bez spikul; osa není uzavřena, nýbrž toliko na vnitřním okraji naznačena krátkými, rychle se ztrácejícími rýhami, bez jakéhokoli dělení příčného, ozdobena pouze podélným „zrnkem".

Délka vyobrazeného individua jest 12 *mm*, šířka 6 *mm*, takže patří i tento druh k Agnostům značnějších rozměrů.

K rodovému označení možno tu poznamenati: O. J ä c k e l v citov. monografii uvádí detailní systematiku Brongniartova Agnosta, dle níž by oba naše druhy mohly náležeti nejspíše do skupiny Metagnostid, specielně snad k rodu *Metagnostus* Jäckel.

Avšak charakteristika jednotlivých skupin, jak ji J ä c k e l uvádí, je většinou příliš úzká, jde-li o zařazení všech dosud známých druhů českých, zvláště pak druhů z $Dd_1\gamma$. Patrno je to zejména u druhu *A. consors* n. sp., pro nějž bylo by pak nutno stanoviti novou skupinu, která by tvořila jakýsi přechod mezi Jäckelovými *Metagnosty* a *Leiagnosty*, u nichž omezení osních laloků se ztrácí. Z té příčiny bylo ponecháno u obou druhů rodové označení *Agnostus*, dostačující pro všecky druhy sem patřící, poněvadž se všechny shodují jednak ve způsobu analogického vytvoření cranidia a pygidia, jednak též v počtu segmentů trupních, kteréžto počet jinak u různých rodů bývá zcela různý, ba mnohdy i u různých druhů jednoho a téhož rodu se liší (na př. u *Dindymene, Paradoxides, Aeglina, Areia, Illaenus, Placoparia*). Různosti v kresbě hlav neb pygidií možno zcela dobře posuzovati jako znaky specifické (a nikoli generické).

3. Barrandeia primula, n. sp.

(Tab. obr. 6. 7. a. b. c. d.)

Byly nalezeny pěkně zachované části těla (obr. 7. a. b. c.), celý exemplář (obr. 6.) a krásný hypostom (obr. 7. d.).

Hlava je široká a poměrně nízká. Rozbíhavé a v předu mizící rýhy dorsální omezují glabellu, která ovšem vpředu splývá s pevnou částí lícní. Tato je úzká, s rýhou podél vnitřního okraje hlavy. Glabella je poblíž tohoto okraje ozdobena ve střední linii „zrnkem". Lícní šev probíhá jako u jiných druhů rodu *Barrandeia* M'Coy. Oči jsou poměrně malé, vysoko uloženy. Vzdálenost od zadního okraje je třikrát až čtyřikrát větší než vzdálenost od okraje předního. Zřecí plocha není zřetelně zachována. Volná část lící je as tak široká jako pevná; zadní okraje jsou široce zaokrouhleny.

Trup je složen z osmi širokých segmentů. Osa je dozadu mírně sůžena a dorsálními rýhami zřetelně omezena. Pleury jsou rovněž široké,

tupě zakončeny a hluboce zbrázděny. Brázdy vybíhají od osy. Vnitřní, poněkud šikmo vzhůru směřující část pleurální je kratická, kdežto zadní, šikmo skloněná, je dvakrát tak dlouhá.

Pygidium je široce zaokrouhleno, nízké. Nepříliš široká osa je naznačena šikmými, ztrácejícími se rýhami, které sahají téměř do poloviny celé délky ocasního štítu. Na svrchní ploše jsou slabě patrny stopy dělení příčného. Postranní laloky mají rýhu podél vnitřního okraje, ostatně jsou hladké. Kolem pygidia je úzký lem. Duplikatura vnějšího okraje široká.

Celý exemplář (obr. 6.) měří 72 *mm* délky a 40 *mm* šířky.

Hypostom (obr. 7. *d.*) je krásně zachován. Postranní okraje jsou konvexní, zadní okraj je uprostřed mírně vykrojen a vybíhá uprostřed výkroje v kratičký, tupý hrot. Zadní kraje jsou široce zaokrouhleny. Prostřední lalok hypostomu je lichoběžníkovitý s delší půdicí vpředu; od ostatní plochy je oddělen mělkými rýhami, do zadu sbíhavými. Těmito rýhami a střední příčnou rýhou hypostomální jsou vytvořeny vypuklé lalůčky, souměrně od střední osy rozložené, na kterých bývají u všech téměř rodů trilobitových umístěny zrnité skvrny, které za silnějšího zvětšení jeví polygonalní políčka, facetty; tyto považuje Lindström za více či méně dokonalé orgány zrakové. (Srv. Dr. J. Perner: *„Dva zajímavé objevy palaeontologické"*, Věstník České Akademie, roč. XI.*)

Délka hypostomu jest 37 *mm*; rovná se šířce.

Z popisu je patrno, že nový druh je blízkým příbuzným v $Dd_1\gamma$ málo hojné *Barrandeia bohemica* Novák. V tomto oddílu objevují se druhy, k rodu *Barrandeia* M'Coy počítané, celkem dva, totiž *B. crassa* Barr. a *B. bohemica* Nov. Obě jsou si dosti podobny, první však má volné líce zakončeny delšími trny, druhá lícních trnů nemá. Důležito je, že se obě formy nevyskytují v $Dd_1\gamma$ současně; jeť *B. bohemica* omezena na horizont spodní, starší — $Dd_1\gamma$ *a* dle Kloučka,**) kdežto *B. crassa* objevuje se jen ve svrchním, mladším horizontu ($Dd_1\gamma$ *b*). Nový náš druh je bližší formě starší, což je vzhledem k postavení nové fauny zcela přirozeno.

4. **Aeglina Brøggeri**, n. sp.

Dosud byl nalezen jediný exemplář (na tabulce obr. 8.). Celkový vzhled, počet trupních segmentů i jejich forma, jakož i tvar pygidia nasvědčuje Barrandovu rodu *Aeglina*.

Hlava není zachována úplně; byla asi kuželovitá, snad jako u druhu *Aeglina speciosa* Corda z $Dd_1\gamma$.

---

*) Dle nového sdělení Dra Pernera jsou prý Lindströmem popsané orgány zrakové na hypostomu pouhými insercemi svalovými.

**) *C. Klouček*: *„Předběžná zpráva o dvou různých horizontech v pásmu $Dd_1\gamma$"*. Věstník král. čes. spol. nauk 1908.

Trup je složen z pěti širokých segmentů. Osa je hladká, zřetelně omezena. Pleury jsou kratičké, první nejkratší, následující delší, široce zbrázděny a tupě zakončeny.

Ocasní štít je okrouhlý, úzce olemován. Osa je slabě naznačena na vnitřním okraji; nese nezřetelné stopy příčného dělení.
Popsané individuum měří, pokud je zachováno, 10·5 *mm* délky a 7·5 *mm* šířky.

Celkový tvar i podoba jednotlivých částí upomíná na druh *A. speciosa* Corda, nepříliš hojný v $Dd_1\gamma$ *a* (*C. Klouček*) a v Dd_5; ponČkud též na druh z $Dd_1\gamma$ *b*, *Aeglina princeps* Barr.

C. **Některé poznámky k nově nalezeným rodům.**

1. Mohlo by se zdáti, že v uvedeném horizontě nalezený rod *Aeglina* Barr. ruší celkový charakter fauny, která má odpovídati Brøggerově *Euloma-Niobe*-fauně, anto rod *Aeglina* z této Brøggerovy fauny dosud se neuváděl. Ale je tu třeba uvážiti, že *A. Brøggeri* je nejbližší druhu *A. speciosa* Cor., jenž se objevuje v $Dd_1\gamma$ a to v horizontu spodním, na nějž také zůstal omezen. Poněvadž pak nový horizont náleží mezi dosavadní $Dd_1\beta$ a $Dd_1\gamma$, není objevení se druhu *A. Brøggeri* pranic nápadno; jednáť se jen o předchůdce formy ze spodního $Dd_1\gamma$.

2. Podobně možno se vysloviti o rodu *Barrandeia* M'Coy. Jedná se zase o předchůdce druhu známého ze spodního $Dd_1\gamma$, jenž se ve svrchním oddílu $Dd_1\gamma$ již neobjevuje (ale je nahrazen podobným druhem, *B. crassa*).

Ostatně rod *Barrandeia* vůbec, nový náš druh pak zvláště, jeví tolik podobnosti s rodem *Nileus* a jeho podrodem *Symphysurus*, že shledáme zcela přirozeným, objevují-li se formy rodu Barrandeia současně s formami rodu Nileus; není tedy příčiny, považovati rod Barrandeia M'Coy za poměrně mladou formu, za jakou jej považuje na př. i *Brøgger* („Über die Verbreitung" etc.), ovšem na základě nálezů mimočeských. Se zřetelem k naprosté podobnosti s Niley možno i rod Barrandeia považovati za starý typ Asaphid, jehož objevení ve staré fauně netřeba považovati za nápadné.

3. Konečně rod *Megalaspides* Brøgg., k němuž řadíme nový druh *M. cuspidatus*, je rovněž starý typ známý z eulomové fauny. Od druhu z $Dd_1\gamma$ (*M. alienus* Barr. sp.), za jehož předchůdce jej můžeme považovati, liší se ostře zakončením pygidia, které nevybíhá v hrot (u jiných druhů rodu Megalaspides všude vidíme prodloužení v silný trn), jakož i hypostomem, jenž je jen mírně vykrojen (jako na př. u pravých Megalaspidů), kdežto u *M. alienus* je zadní okraj hypostomu vytvořen vidličnatě, jako u pravých Asaphů.

D. Fauna ostatních tříd a řádů.

Také k ostatním třídám a řádům, které byly až dosud kromě trilobitů v nové fauně konstatovány, možno uvésti několik doplňků.

1. Z *Phyllocarid* byly opět nalezeny některé fragmenty patrně rodu *Lamprocaris* patřící, aniž by však bylo možno s určitostí zjistiti druh.

2. *Brachiopoda.* Kromě forem „lingulovitých" (viz poznámku v předešlé práci, str. 13., pod čarou!), vyskytl se též jediný exemplář brachiopoda, jehož skořápka je vytvořena po způsobu rodu *Orthis.* Poněvadž není úplně zachován, možno vyčkati s přesnějším určením, až by se vyskytlo individuum lépe zachované.

3. Z *Gastropod* bylo od té doby nalezeno více bellerophontidů, z nichž některé dosahují značné velikosti a upomínají na druh v $Dd_1\gamma$ velmi hojný, *Sinuites Sowerbyi* Perner.

Kromě toho byl nalezen jeden exemplář gastropoda, jenž se podobá formám známým z $Dd_1\gamma$, patřícím rodu *Raphistoma* (jako *R. primum* Barr. sp.)

4. *Cephalopoda* byla určitě zjištěna exemplářem, náležejícím rodu *Orthoceras,* na němž je patrno oddělení jednotlivých komůrek.

5. Z *Pteropod* byly nalezeny nové fragmenty *Conulariĭ,* které budou prostudovány později. Určitě však byl stanoven nový hyolit.

Hyolithus Klabavensis, n. sp.

Schránka tohoto druhu je prostředně velká, rovná, rozšiřuje se stejnoměrně a vybíhá v ostrou špičku. Vrcholový úhel měří asi 20°. Poněvadž jsou dosud nalezené exempláře — jako vůbec téměř všecky fossilie nové fauny — silně smáčklé, nelze hovořiti o průřezu a jiných podrobnostech. Tolik lze konstatovati, že je zadní okraj ústí polokruhovitý, mírně vypiatý. Přední okraj byl asi rovný. U vnitřní stěny zadní možno někdy pozorovati krátké, slabě naznačené lištny podélné, asi jako u druhu *Hyolithus pauxillus* Nov. z $Dd_1\gamma$*). není však vyloučena možnost, že lištny tyto vznikly smáčknutím skořápky. Na positivu ani na negativu nebylo možno zjistiti jakoukoli strukturu.

Délka vyobrazeného hyolita asi 28 *mm,* šířka asi 9 *mm.*

6. *Hydrozoa.* Byly nalezeny nové exempláře již dříve uvedených *graptolitů* a *dendroidů* a několik druhů nových. Spracovány budou p. drem Jar. Pernerem.

Konečně se podařilo novými nálezy konstatovati určitě

7. *Lamellibranchiata.* Několik individuí sem příslušných lze prozatím označiti jako *Leda* (s. l.). Jeví velkou podobnost s tak zvanými Ledami z $Dd_1\gamma$, zejména druhy *L. ala* a *L. incola* Barr.

*) O. Novák: „*Revision der palaeozoischen Hyolithiden Böhmens*". Prag 1891.

Srovnání nové fauny.

Prozatím dlužno se spokojiti srovnáním s faunou *leimických vrstev* u *Hofu* v Bavořích, ale ani zde není přesné srovnání možno; neníť dosud podrobných zpráv o nových nálezech, o kterých se zmiňuje P o m p e c k j v „*Ein neuentdecktes Vorkommen von Tremadoc-Fossilien bei Hof*" (I. Ber. d. nordoberfränk. Vereins f. Natur. Geschichts- u. Landeskunde 1896).*)

Z toho, co je dosud o fauně od *Hofu* (a *Schellenbergu*) známo, vidíme, že obě lokality, *Hof* a *Klabava*, mají společné typy

Euloma,
Lichas,
Niobe,
Agnostus a
Symphysurus.

Hofský druh *Euloma Geinitzi* Barr. sp. je velmi blízký našemu *E. inexspectatum*, nedosahuje však tak značných rozměrů; kromě toho jsou tu i odchylky ve formě glabelly, okrajového lemu hlavy etc. *E. bohemicum* je specielně český druh, lišící se velikýma očima a při tom nedostatkem očních lišt od jiných dosud známých eulomových druhů.

Pokud se rodu *Lichas* Dalm. týče, je druh od Hofu daleko primitivnější než-li náš *L. praecursor*; patří k podrodu *Lichapyge* Call.

Asaphellus Wirthi Barr. sp. od Hofu blíží se značně druhu *A. desideratus* Barr. sp. z $Dd_1\gamma$ a tedy též našemu *A. Perneri*, pygidia však jsou naprosto různá.

Niobe zastoupena je v klabavské fauně podrodem *Ptychocheilus* Nov. U Hofu jsou druhy rodu *Niobe* vesměs odlišného rázu (srv. na př. *Niobe innotata* a *discrepans* Barr. sp.!). Zajímavo je však, že také u Hofu byl nalezen fragment Asaphida, jehož svrchní plocha byla zdobena „krupkami", zcela jako u našeho druhu *Ptychocheilus decoratus*. B a r r a n d e uvádí tento fragment na tabulce, připojené k zmíněnému již pojednání, jako obr. 54.

Celkem možno říci, že fauna od Hofu je *starší* než právě uvedená nová česká fauna; je to pravá *Euloma-Niobe*-fauna, což dokazuje objevení rodů *Olenus*, *Dikelocephalus*, *Ceratopyge*, *Parabolinella*. Oproti fauně hofské, jeví se naše fauna „eulomová" jako *předchůdce fauny známé z* $Dd_1\gamma$. —

Ačkoli tedy faunu klabavskou nelze úplně identifikovati se starší, skandinavskou *Euloma-Niobe*-faunou, nutno ji přece považovati za *částečný aequivalent ostatních eulomových vrstev evropských*. Nejeví takového pomíšení starých i mladších forem jako oddíl $Dd_1\gamma$, a chová mezi jinými, pro

*) O fauně u Hofu pojednal první B a r r a n d e („*Faune silurienne des environs de Hof en Bavière*", 1868); teprve v r. 1896 vyšlo svrchu uvedené pojednání P o m p e c k j h o, kde jsou obsaženy mnohé údaje, o nichž se též B r ø g g e r (v „*Über die Verbreitung* etc.") souhlasně vyjádřil.

Euloma-Niobe-faunu charakteristickými typy, též přechodní, kambricko-silurský rod *Euloma*, jenž je v pravém slova smyslu *vůdčí zkamenělinou* našeho nového horizontu.

Fauna jeho neobsahuje ani jeden druh, který by byl společným fauně z cizích vrstev přibližně stejně starých, jeví se tudíž i tu, že paleontologický ráz českých silurských uloženin jest do jisté míry odchylným od uloženin cizích, zejména uloženin severních území silurských.

Srovnavací tabulka trilobitových rodů Broeggerovy eulomové fauny.

(Dle Brøggera a částečně Pompeckjho.)

Počet křížků v jednotlivých oddílech značí počet druhů.

Eulomová fauna vůbec	Čechy, „eulomový horizont“	Bavory, „leimické vrstvy“	Francie, Languedoc	Norsko, (Kristiania)	Anglie	
					Shropshire	N. Wales
Agnostus	+ +	+	+	+	+	+
Amphion	.	+	+	+	.	.
Ampyx	.	.	.	+	.	+
Angelina	.	.	.	.	.	+
Apatokephalus	.	.	.	+	.	+
Asaphellina	.	.	+	.	.	.
Asaphellus	+	+	.	.	+	+
Aspidaeglina	+	.	.	.	.	.
Bavarilla	.	+	.	.	.	.
Ceratopyge	.	+?	.	+	.	.
Cyclognathus	.	.	.	+	.	+?+?+?
Dikelokephalina	.	+?	+	+	.	+
Euloma	+ +	+	+	+	+	+
Harpides	.	.	+	+	.	.
Cheirurus	. .	+	.	+	.	+
Lichas	+	.	.	.	.	.
Lichapyge	.	+	.	.	+	.
Megalaspides	+	.	+?	+	.	.
Nileus	.	.	.	+	.	.
Symphysurus	+	+?	+	+ +	+	+ +?
Niobe	.	+	.	+ +	.	+ + +?
Ptychocheilus	+	.	.	.	.	+?
Orometopus	.	.	.	+	.	.
Parabolinella	.	+?	.	+ +	+	+ +?
Shumardia	.	.	.	+	+	.
Triarthrus	.	.	.	+	.	.

Vysvětlivky k tabuli.

Euloma inexspectatum, Hol.

1. Isolované pygidium v přirozené velikosti.

Nileus pater, Hol.

2. Trup s pygidiem. Hlava připojena dle jiného individua, u něhož jsou zachovány oči. Přir. vel.
3. Isolovaný hypostom. Přir. vel.

Agnostus splendens, n. sp.

4. Celý exemplář. $^2/_1$ skut. vel.

Agnostus consors, n. sp.

5. Celý exemplář $^2/_1$ skut. vel.

Barrandeia primula, n. sp.

6. Celý exemplář. $^3/_4$ skut. vel.
7. *a*. Isolovaná hlava se zachov. očima a hybnou lící. Přir. vel.
7. *b*. Isolovaný segment trupní.
7. *c*. Isolované pygidium. Přir. vel.
7. *d*. Isolovaný hypostom. $^2/_3$ skut. vel.

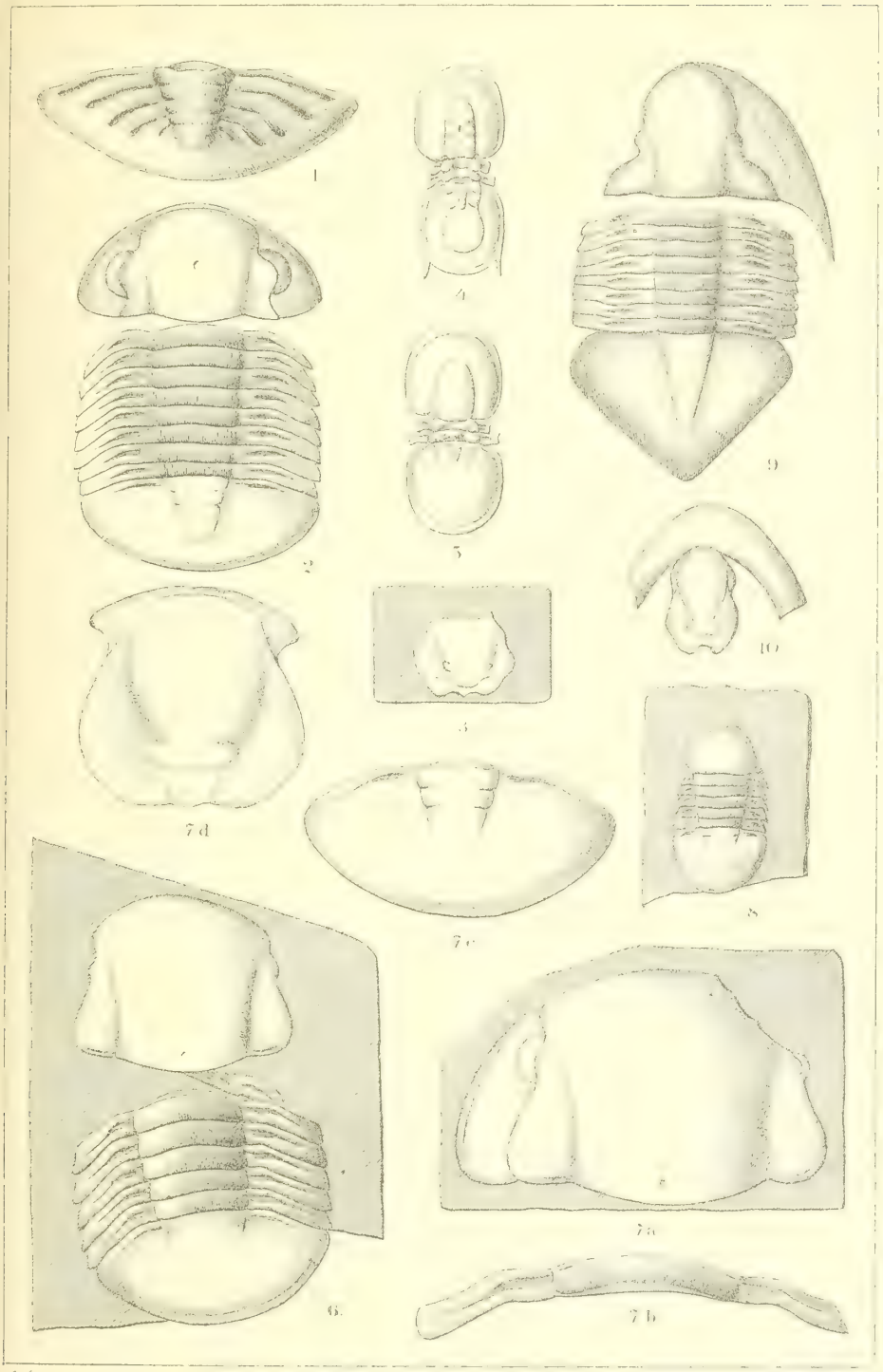
Aeglina Brøggeri, n. sp.

8. Celý exemplář. Hlava jen částečně zachována. $^2/_1$ sk. vel.

Megalaspides cuspidatus, Hol. sp.

9. Trup s pygidiem. Hlava dle jiného individua. Přir. vel.
10. Hypostom „en place". Přir. vel.

Veškeré zde vyobrazené exempláře jsou uloženy v autorově sbírce a pocházejí z naleziště „u starého hradu" u Klabavy (zelenavé břidly horizontu Eulomového).



Autor ad nat. del.

LIT. V. STUPPLER PRAHA.

Theorie periodických pohybů typu $^5/_3$ v asteroidickém problému tří těles.

Napsal Dr. **Vladimír Václav Heinrich** v Praze.

(Se 3 obr. v textu.)

(Předloženo dne 11. října 1912.)

Povzbuzen pracemi pánů Hilla, Schwarzschilda a Wilkense o studiu kommensurabilit v problému tří těles, podnikl jsem před nějakou dobou některé výpočty o periodických pohybech typu Hestie. Když vydal asi v téže době Wilkens v Kielu svou elegantní práci „Die symmetrischen und asymmetrischen periodischen Bahnen derjenigen Planeten, deren mittlere Bewegung nahezu das $\frac{p+2}{p}$ fache der des Jupiter beträgt", Ergänzungshefte der Astr. Nachr. April 1910 — která týž cíl ($^3/_1$) dosti podrobně sleduje — upustil jsem od původního úmyslu a obrátil se k diskussi specielné nižší kommensurability $^5/_3$.

Jsou to *hlavně* výsledky těchto šetření, která v následujícím podávám.

„Chceme-li vystihnouti pohyb malé planety v sousedství místa kommensurability, jsme téměř nutkáni navázati počet na studium jistých uzavřených drah (periodických řešení), které se v okolí skutečné asteroidické dráhy nalézají. Ježto zde tedy s původním theoretickým také praktický interess se pojí, je zajisté doporučitelno tyto tvary pohybové, jako první přiblížení isolovati a odděleně je kvantitativně projednati." (Srv. Schwarzschild, „Über die periodischen Bahnen vom Hecubatypus" A. N. 160, 3839.) Touto pointou jsa veden diskutoval Schwarzschild případ Hecuby $^2/_1$, a později Dziewulski případ Hildy (Astron. Nachr. Nro 4373. Über die periodischen Bahnen vom Hildatypus, Band 183, Dez. 1909). Wilkens podává ve zmíněné práci vyšetřování o typu Hestie $^3/_1$. Zbývají tedy kommensurability $^5/_3$, $^7/_5$ a typ Thule $^4/_3$, z nichž o prvé zde chceme pojednati.

K odvození nutných prostředků analytických volili řečení pánové různé cesty. Byly to jak u Schwarzschilda tak u Wilkense jisté úvahy, které navazují na klassické práce nebeské mechaniky pocha-

zející z největší části od Laplacea a Le Verriera. Proti tomu chci v následujících řádcích užiti cest modernějších, zároveň budiž mi dovoleno počet v obecnosti co největší $\frac{p+q}{p}$ provésti. K účelu našemu hodí se asi nejlépe z měsíční theorie známá transformace, obyčejně Delaunay-ovou neb Delaunay-Hillovou operací zvaná. Této použijeme k odvození nutných a stačících podmínek k existenci periodických pohybů, ať již prvního druhu (sorte) ve smyslu theorie Poincarého (Méthodes nouvelles de la mécanique célèste I) — při typu „Hestii — podobném $\frac{p+2}{p}$", nebo jich analytického pokračování při typu „podobném Hecubě $\frac{p+1}{p}$".

Při diskussi poměrů stability v analytickém okolí periodických pohybů užívám method Poincaré-ových k nalezení tak zvaných charakteristických exponentů. Na jich základě rozpadají se pohyby naše ve stabilní periodické (librační centra) a instabilní periodické, které sousedí s asymptotickými. Pomocí těchto variačních method jsem pak veden k odvození dotyčných kriterií stability (§ 4.).

Pokud se týká tvaru rovnic pohybových, hledím zachovati všude elegantní formu kanonickou pomocí známé dotykové transformace. Teprvé tam, kde přecházíme k explicitním rozvojům kritické části funkce perturbační, doporučuje se užiti s výhodou klassické nekanonické formy Le Verrier, jak ji in extenso udal poslednější v Annalech Pařížské hvězdárny I., II., X.

Nejobecnější typ Hestii podobných pohybů $\frac{p+2}{p}$ je do té míry jednodušší než Hecubě podobný případ $\frac{p+1}{p}$, že v prvnějším nevystupuje známá polarita $\frac{1}{e}$, takže existence pohybů periodických prvního druhu je prokázána. K tomu přistupuje ještě okolnost, že na základě známých vlastností kritické části perturbační funkce — postupuje tato dle potencí e^2 (quadratu excentricity). I je tu ihned možno rozřešiti podmínečné rovnice pro periodické pohyby dle excentricity jako neznámé — an resultuje i v případě, že teprvé VIII. potenci e v rozvoji poruchové funkce zanedbáme, rovnice pouze *II. stupně.*

Lze tedy při kvantitativní diskussi periodických pohybů voliti za parametr buď excentricitu nebo střední denní pohyb n. V tom případu volil jsem z různých důvodů oproti Wilkensovi e za parametr. Při rozvojích kritického dílu poruchové funkce zanedbal jsem teprvé členy *osmého* stupně excentricity. Zjednav si explicitní analytické výrazy pro saeculární pohyb perihelu a perturbaci středního denního pohybu v délce

v obecném případu $\frac{p+2}{p}$ rozvinuji dle potencí vzrostu argumentu Laplaceova, čímž dosaženo, že respektovány všechny termy mající vliv na *třetí decimálu*. Zároveň docíleno těmito rozvoji jisté ekonomie v numerických operacích, které velmi značně (as na pětinu Wilkensových) redukovány. Tato úprava počtu dá se applikovati na kterýkoli případ $\frac{p+2}{p}$ (srov. § 3.) a byla vlastně pointou celé práce.

1. Integrace differenciálních rovnic. Operace Delaunayova.

Vztáhněme pohyb asteroidy na *pevný* pravoúhelný systém koordinat s následujícími vlastnostmi:

Počátek koordinat leží ve slunci. Naše rovina XY spadá s drahou *Jupiterovou*, kterou supponujeme jako *kruhovitou*. Positivní osa X spadá s *radiem vektorem* Jupiterovým, je-li jeho délka $\Lambda' = 0$, takže pro délku Jupitera platí $\Lambda' = n' t$ (značí-li n' střední denní pohyb *Jupiterův* a t čas). Předpokládáme dále, že asteroida pohybuje se v rovině Jupiterovy dráhy (X Y).

Volíme-li tu za intermediérní dráhu napřed *ellipsu*, obdržíme pro známé Delaunayovy elliptické *elementy* následující *pohybové* rovnice tvaru *kanonického*:

$$\frac{d\xi_1}{dt} = \frac{\partial F}{\partial \eta_1}, \qquad \frac{d\eta_1}{dt} = -\frac{\partial F}{\partial \xi_1},$$

$$\frac{d\xi_2}{dt} = \frac{\partial F}{\partial \eta_2}, \qquad \frac{d\eta_2}{dt} = -\frac{\partial F}{\partial \xi_2},$$

kdež položeno:

$$\xi_1 = k\sqrt{a} \qquad \eta_1 = M,$$

$$\xi_2 = k\sqrt{a(1-e^2)} \qquad \eta_2 = \tilde{\omega}$$

$$F = \frac{k^4}{2\xi_1^2} + F'$$

$$F' = k^2 m' \left\{ \frac{1}{\sqrt{r^2 + a'^2 - 2a'r\cos(v - \Lambda')}} - \frac{r}{a'}\cos(v - \Lambda') \right\},$$

při čemž užito označení následujícího:

k Gaussova konstanta,
a, r velká poloosa a radius vektor dráhy planetoidy,
e excentricita dráhy planetoidy,
$\tilde{\omega}$ délka perihelu dráhy planetoidy,

M střední *anomalie* planetoidy,
v *pravá délka* planetoidy,
m' hmota *Jupiterova*,
Λ' jak zmíněno *délka* Jupiterova $= n' t$,
n' střední denní pohyb Jupiterův,
a' velká poloosa (zde poloměr dráhy),

$$n = \frac{k}{a^{\frac{3}{2}}}, \qquad n' = \frac{k\,(1 + m')}{a'^{\frac{3}{2}}}.$$

Užijme nyní následující linearní a kontragredientní substituce, jíž kanonický tvar našich rovnic se nemění

$$\xi_1' = \xi_1, \qquad \eta_1 = \eta_1' + \eta_2',$$
$$\xi_2' = \xi_1 - \xi_2, \qquad \eta_2 = -\eta_2'.$$

I zní pak *pohybové rovnice*:

$$\frac{d\,\xi_i'}{d\,t} = \frac{\partial F}{\partial \eta_i}, \qquad \frac{d\,\eta_i'}{d\,t} = -\frac{\partial F}{\partial \xi_i} \qquad (i = 1,\ 2),$$

$\xi_1' = k\sqrt{a}$, $\qquad \eta_1' = M + \tilde{\omega}$, *střední délka* asteroidy.
$\xi_2' = k\sqrt{a}\,(1 - \sqrt{1 - e^2})$, $\qquad \eta_2' = -\tilde{\omega}$,

Tento koordinatový systém je však nepohodlný, ježto v pravo vystupuje čas t *explicite*. Vadě té lze odpomoci známým způsobem Laplace-Delaunay-ovým. Pokusíme se dojíti cíle jednoduchým obratem geometrickým. Čas vystupuje totiž všude ve vazbě $n' t$. Představme si, že celý pohyb děje se relativně ku spojnici Slunce-Jupiter. Pak *stojí* Jupiter a naše *intermediérní ellipsa* točí se v *retrogradním* směru. Zavedením tohoto rotujícího systému dosaženo, čeho si přejeme. Stačí položiti střední denní pohyb klidně stojícího Jupitera rovný *nulle*, a pro směr přímky *apsid* zavésti proměnný směr $\tilde{\omega} - n' t$.

Máme tedy zavésti novou proměnnou $\tilde{\omega} - n' t$, ovšem tak, aby nový systém pohybových rovnic podržel *kanonickou* formu, čehož ihned dosáhneme přičtouce k funkci charakteristické $n'(\xi_1' - \xi_2')$.

I vede nová kanonická tato transformace k rovnicím:

$L = k\sqrt{a}$, $\qquad G = k\sqrt{a}\,(1 - \sqrt{1 - e^2})$,
$\lambda = M + \tilde{\omega} - n' t = n t + M_0 + \tilde{\omega} - n' t$, $\qquad \gamma = n' t - \tilde{\omega}$,

kdež M_0 značí hodnotu M pro $t = 0$, zovme *novou* charakteristickou funkci zase F, i bude:

$$F = \frac{k^4}{2\,L^2} + n'\,L - n'\,G + F',$$

$$F_0 = \frac{k^4}{2\,L^2} + n'\,L - n'\,G,$$

$$F' = k^2\,m'\left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + a'^2 - 2\,a'\,r\cos(v - \Lambda')}} - \frac{r}{a'^2}\cos(v - \Lambda')\right];$$

veličina $M + \tilde{\omega}$ zove se *střední* délkou asteroidy.

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\partial F}{\partial \lambda}, \qquad \frac{d\lambda}{dt} = -\frac{\partial F}{\partial L},$$
$$\frac{dG}{dt} = \frac{\partial F}{\partial \gamma}, \qquad \frac{d\gamma}{dt} = -\frac{\partial F}{\partial G},$$

kterýž nový systém je totožný se systémem Tisserandovým, Mécanique céleste, tome IV, p. 426.

Nyní jest pomocí některé ze známých method rozvinouti funkci F' v periodickou řadu Fourrierovu tvaru (srovnej Schwarzschild, Über die periodischen Bahnen vom *Hecubatypus*, A. Nachr. 160. 3839):

$$F' = k^2\,m' \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{i'=-\infty}^{+\infty} C_{i\,i'}\, e^{\sqrt{-1}\,(i\,\lambda + i'\,\gamma)},$$

při čemž o koëfficientech platí

$$4\,\pi^2\,C_{i\,i'} = \int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} e^{-\sqrt{-1}\,(i\,\lambda + i'\,\gamma)}\,\frac{F'(\lambda\,\gamma)}{k^2\,m'}\,d\,\lambda\,d\,\gamma.$$

Odvodíme poruchy prvního řádu vzhledem k hmotě a budeme se v následujícím zabývati hledáním jisté *intermediérní* dráhy planetoidy. Je to ona pohybová křivka, jež vznikne příspěvkem všech členů poruchové funkce, které v okolí kommensurability $\frac{n}{n'} = \frac{p+q}{p}$ stanou se *saeculárními*. Nazveme tyto *termy kritickými*. Ukážeme pak, že intermediérní drahou hledanou bude v pevném koordinatovém systému *ellipsa* rotující buď direktním neb retrográdním směrem.

Zmíněný *kritický* díl perturbační funkce obdržíme ihned jako časovou střední hodnotu (integrál) karakteristické funkce F, pro niž platí (T perioda)

$$[F] = \frac{1}{T}\int_0^T F\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T F_0\,dt + \frac{1}{T}\int_0^T F'\,dt = F_0 + \sum_{i=1}^{\infty} k^2\,m'\,D_i\cos i\xi = F_0 + R.$$

Obsahuje pak tento kritický díl nejen saecularní členy v obyčejném slova smyslu, nýbrž i všechny členy, jichž argument (následkem blízkosti kommensurability) je *od času neodvislý*, které tedy postupují *dle násobků*

$$\xi = -p\lambda + q\gamma = (p+q)\,n'\,t - p\,n\,t - p\,M_0 - (p+q)\,\tilde{\omega}.$$

Zní tedy naše differenciální rovnice pro hledanou *intermediérní křivku pohybovou*

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\partial[F]}{\partial\lambda}, \quad \frac{d\lambda}{dt} = -\frac{\partial[F]}{\partial L}$$
$$\frac{dG}{dt} = \frac{\partial[F]}{\partial\gamma}, \quad \frac{d\gamma}{dt} = -\frac{\partial[F]}{\partial G}.$$

Užijme nyní operace Delaunay-Hill (srv. stran bližšího Hill, On the extension of Delaunay's Method in the lunar theory to the general problem of planetary motion. Transactions of the American Mathematical Society, Vol. I., p. 205—242, 1900), která se zde jeví v podobě následujících kanonických, lineárních a kontragredientních substitucí

$$\text{I.}\quad x_1 = \frac{G}{q}, \qquad y_1 = -p\lambda + q\gamma = \xi, \quad L = -p\,x_1 + x_2$$
$$x_2 = L + \frac{p\,G}{q}, \qquad y_2 = \lambda, \qquad G = q\,x_1$$
$$\text{II.}\quad x_1 = -\frac{L}{p}, \qquad y_1 = -p\lambda + q\gamma = \xi, \quad L = -p\,x_1$$
$$x_2 = \frac{q\,L}{p} + G, \quad y_2 = \gamma, \qquad G = +q\,x_1 + x_2.$$

Sledujme napřed substituci I. Nový pohybový systém zní:

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{\partial[F]}{\partial y_1}, \qquad \frac{dy_1}{dt} = -\frac{\partial[F]}{\partial x_1}$$
$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{\partial[F]}{\partial y_2} = 0, \quad \frac{dy_2}{dt} = -\frac{\partial[F]}{\partial x_2};$$

druhá z rovnic dává ihned integrál

$$x_2 = q\,L + p\,G = (q+p)\,k\sqrt{a} - p\,k\sqrt{a}\sqrt{1-e^2} = konst. \quad . \quad \text{(I.)}$$

a systém redukuje se na jediný stupeň volnosti. Po integraci téhož obdržíme ze *čtvrté* rovnice jednoduchou quadraturou:

$$y_2 = \int \frac{\partial[F]}{\partial x_2}\,dt.$$

Kanonický systém

$$\frac{d\,x_1}{d\,t} = \frac{\partial\,[F]}{\partial\,y_1} \qquad \frac{d\,y_1}{d\,t} = -\frac{\partial\,[F]}{\partial\,x_1}$$

má — an v pravo čas *explicite* nevystupuje — známý integrál Vis viva, (Jakobi)

$$[F] = C.$$

Dále lze postupovati pomocí známé Hamilton-Jakobiovy *partielní rovnice.*

Než zdá se, že problém, jehož specifické potíže hledí Hill (l. c.) osvětliti, je příliš komplikovaný, než aby byl obecně řešitelný bez zdlouhavých a pracných quadratur mechanických.

My si všimneme především *singulárního* bodu našich differenciálních rovnic, který, an x_2 je parametrické, presentuje se jako *singulární křivka.* Obdržíme ho pro ono C, pro které platí zároveň

$$\frac{\partial\,[F]}{\partial\,y_1} = 0, \quad \frac{\partial\,[F]}{\partial\,x_1} = 0, \quad [F] = C \;\ldots\ldots\ldots\; (1);$$

pak jsou přibližně $x_1 = konst$, $y_1 = konst$, obě konstantami až na periodické termy v zanedbané části perturbační funkce, i dospíváme k Poincaréovým řešením *periodickým.*

Rovnice (1) dávají jednonásobné nekonečné množství periodických řešení *prvního* druhu v případu $q = 2$, resp. jich analytické pokračování v případě $q = 1$ ve smysle terminologie Poincaré-ho. Obsahují totiž jako proměnné $x_1\, y_1\, x_2$ tudíž *jediný parametr.*

Dokážeme nyní jednoduše, jak naše podmínečné rovnice pro periodické pohyby souhlasí s příslušně specialisovanými podmínkami u Schwarzschilda ($q = 1$, $p = 1$) a u Wilkense ($q = 2$, $p = p$).

Ježto jest

$$F_0 = \frac{k^4}{2\,L^2} + n'\,L - n'\,G$$

$$R = \sum_{i=1}^{\infty} k^2\, m'\, D_i \cos i\,\xi$$

$$[F] = F_0 + R,$$

nalezneme, provedeme-li v první rovnici (1) derivační process se zřetelem na integral (I):

$$\frac{\partial\,[F]}{\partial\,x_1} = q\,\frac{\partial\,[F]}{\partial\,G} = 0 = q\,\frac{\partial\,(F_0 + R)}{\partial\,G} + \frac{\partial\,(F_0 + R)}{\partial\,L}\,\frac{d\,L}{d\,G}\,q$$

$$= q\,\frac{\partial\,(F_0 + R)}{\partial\,G} - p\,\frac{\partial\,(F_0 + R)}{\partial\,L}$$

$$q\left(-n' + k^2 m' \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\partial D_i}{\partial G} \cos i\zeta\right) - p\left(-\frac{k^4}{L^3} + n' + k^2 m' \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\partial D_i}{\partial L} \cos i\zeta\right) = 0$$

aneb ježto

$$\frac{k^4}{L^3} = \frac{k}{a^{3/2}} = n\,,$$

$$\frac{d y_1}{d t} = \frac{d \zeta}{d t} = p n - (p + q) n' + q f + p g = 0 \quad . \quad . \quad . \quad \text{(II)},$$

kdež položeno

$$f = \frac{\partial R}{\partial G} = k^2 m' \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\partial D_i}{\partial G} \cos i\zeta$$

$$g = -\frac{\partial R}{\partial L} = -k^2 m' \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\partial D_i}{\partial L} \cos i\zeta.$$

I vidíme, že naše rovnice (II) spadá s rovnicí (*D*) l. c. p. 391, A. N. 160, Nr. 3839 Schwarzschilda pro $p = q = 1$. K témuž dospějeme ostatně, differencujeme-li oba integrály (I) a $F = C$ a oba differenciály eliminujeme. Druhá z našich rovnic (1) je, jak ihned patrno, identickou s první rovnicí Schwarzschildovou l. c. p. 390,
neboť

$$\frac{\partial [F]}{\partial y_1} = \frac{\partial [F]}{\partial \zeta} = k^2 m' \sum_{i=1}^{\infty} i D_i \sin i\zeta = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(III)}.$$

Pokud se tkne rovnic Wilkensových, A. N. Erg. Hefte p. 3. (1), (2), tu je $\frac{d\zeta}{dt} = \frac{d y_1}{dt}$, tudíž (až na zobecnění $\frac{p+q}{p}$) analogické naší rovnici (II), a konečně Wilkensova podmínka (1) je analogická naší (III).

Platí totiž

$$\frac{\partial [F]}{\partial y_1} = \frac{d x_1}{d t} = \frac{1}{q} \frac{d G}{d t} = k^2 m' \sum_{i=1}^{\infty} i D_i \sin i\zeta = 0$$

$$0 = \frac{1}{q} \frac{d\sqrt{a}\,(1 - \sqrt{1 - e^2})}{d t} = \frac{1}{a} \frac{d a}{d t} (1 - \sqrt{1 - e^2}) - \frac{e\sqrt{a}}{\sqrt{1 - e^2}} \frac{d e}{d t}$$

$$0 = (1 - \sqrt{1 - e^2}) \frac{d L}{d t} - \frac{e\sqrt{a}}{\sqrt{1 - e^2}} \frac{d e}{d t}\,,$$

neboť

$$\frac{d L}{d t} = \frac{\partial [F]}{\partial \lambda} = \frac{[\partial F]}{\partial y_1} (-p) = 0 \quad q.e.d.$$

Pravíme jen *analogické* nikoli identické, protože Wilkens rozvinuje mimo to dle *e*.

Když takto získány podmínečné rovnice periodických řešení, zbývá po určení příslušných elementů jejich ještě určiti y_2 pomocí quadratury

$$\frac{d\,y_2}{d\,t} = -\frac{\partial\,[F]}{\partial\,G}\frac{\partial\,G}{\partial\,x_2} - \frac{\partial\,[F]}{\partial\,L}\frac{\partial\,L}{\partial\,x_2}.$$

Ježto je

$$d\,x_1 = \frac{d\,G}{q}, \quad d\,G = q\,d\,x_1,$$

$$d\,x_2 = d\,L + \frac{p}{q}\,d\,G, \quad d\,L = -\,p\,d\,x_1 + d\,x_2,$$

tudíž

$$\frac{\partial\,G}{\partial\,x_2} = 0\,, \qquad \frac{\partial\,L}{\partial\,x_2} = 1$$

$$\frac{d\,y_2}{d\,t} = -\frac{\partial\,F_0}{\partial\,L} - \frac{\partial\,R}{\partial\,L}$$

a užijeme-li v pravo rovnice pro F_0 a v levo rovnice pro λ

$$\frac{d\,y_2}{d\,t} = \frac{d\,\lambda}{d\,t} = n + \Delta\,n + \Delta\,\tilde{\omega} - n' = n - n' + g\,,$$

nalézáme tím smysl naší veličiny g, jakožto poruch středního denního pohybu v délce

$$g = -\frac{\partial\,R}{\partial\,L} = -\,k^2\,m'\sum_{i=1}^{\infty}\frac{\partial\,D_i}{\partial\,L}\cos i\,\zeta\,.$$

Dosadíme-li do (II.), ježto dále

$$\frac{d\,\zeta}{d\,t} = \frac{d\,y_1}{d\,t} = -\,p\,\frac{d\,y_2}{d\,t} + q\,n' - q\,\frac{d\,\tilde{\omega}}{d\,t}\,,$$

shledáváme, že význam naší veličiny f, je saecularní pohyb perihelu

$$\frac{d\,\tilde{\omega}}{d\,t} = f = \frac{\partial\,R}{\partial\,G} = k^2\,m'\sum_{i=1}^{\infty}\frac{\partial\,D_i}{\partial\,G}\cos i\,\zeta\,.$$

Užijeme-li kanonické transformace II., obdržíme právě tytéž rovnice podmínečné a integrály (I.), (II.), (III.). Při závěrečné quadratuře rovnice

$$\frac{d\,y_2}{d\,t} = -\frac{\partial\,[F]}{\partial\,x_2},$$

jsme pak vedeni napřed k určení *saeculárního pohybu perihelu* a dosazením do (II.) teprvé nalezneme *poruch středního denního pohybu v délce.*

Resumujeme-li tedy dosavadní výsledky, nalézáme jakožto hledanou intermediérní periodickou dráhu planetoidy v sousedství nižší obecné kommensurability $\frac{p+q}{p}$ *ellipsu, která rotuje direktně neb retrogradně (dle znamení f) v původním pevném systému koordinat, střední denní pohyb planetoidy v délce liší se však od onoho, který by náležel obyčejnému elliptickému pohybu Keplerovu, o konstantní obnos poruchový g.* — K obdobné větě ve specielním případu $^2/_1$ došel Schwarzschild jinou cestou l. c.

2. Rozvinutí kritické části funkce perturbační.

Užijeme k rozvoji kritického dílu perturbační funkce výrazů Le Verrierových, jak je tento in extenso udává v Annalech Pařížské hvězdárny Tome I. J. U. Le Verrier, Recherches astronomiques, p. 358 et seq. Podržíme-li označení tamější beze změny, nalezneme až ku členům VIII. stupně exklusive

$$y_1 = \xi = (p+2)\,l' - p\,\lambda - 2\,\tilde{\omega}\,, \text{ specielně: } p = 3\,,\ q = 2\,,$$

$$R = \frac{k^2\,m'\,s}{a'}$$

$$s = \begin{Bmatrix} (1^i) \\ (1) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} (2)^{(i)} \\ (2) \end{Bmatrix}\left(\frac{e}{2}\right)^2 + \begin{Bmatrix} (4)^{(i)} \\ (4) \end{Bmatrix}\left(\frac{e}{2}\right)^4 + \begin{Bmatrix} (7)^{(i)} \\ (7) \end{Bmatrix}\left(\frac{e}{2}\right)^6 \Big\}$$ Členy nulltého stupně $i = 0$ a členy II., IV., VI. s týmž argumentem.

$$+ \cos\xi \left\{ \begin{Bmatrix} (172)^{(i)} \\ (21) \end{Bmatrix}\left(\frac{e}{2}\right)^2 + \begin{Bmatrix} (173)^{(i)} \\ (22) \end{Bmatrix}\left(\frac{e}{2}\right)^4 + \begin{Bmatrix} (175)^{(i)} \\ (24) \end{Bmatrix}\left(\frac{e}{2}\right)^6 \right\}$$ Členy stupně II. $i = p+2$, $i = 5$, členy stupně II., IV., VI. s týmž argumentem.

$$+ \cos 2\,\xi \left\{ \begin{Bmatrix} (336)^{(i)} \\ (33) \end{Bmatrix}\left(\frac{e}{2}\right)^4 + \begin{Bmatrix} (337)^{(i)} \\ (34) \end{Bmatrix}\left(\frac{e}{2}\right)^6 \right\}$$ Členy IV. stupně . . . . $i = 2\,(p+2) = 10$.

$$\cos 3\,\xi \begin{Bmatrix} (434)^{(i)} \\ (39) \end{Bmatrix}\left(\frac{e}{2}\right)^6$$ Členy VI. stupně $i = 3\,(p+2) = 15$.

Dle jedné známé věty (srv. příkladně T i s s e r a n d, tome I, p. 308) je stupeň libovolného členu s argumentem $k\xi$ roven absolutní hodnotě algebraického součtu koëfficientů l', λ resp. zvětšené o *sudé* číslo. I vidíme, že kritické termy — jako to platí ostatně i o nejobecnějším *Hestii* podobném typu $\frac{p+2}{p}$ — nejsou více jako u *Hecuby* podobného případu o stupeň nižší řadové velikosti, než saeculární část perturbační funkce v obyčejném slova smyslu, nýbrž téhož stupně excentricity. Udáváme celý rozvoj *explicite*, neboť pak umožněn *specialisací* $i = (p+2)\,k$ přechod i ke všem případům *obecného Hestiatypu* $\frac{p+2}{p}$.

I bude pro $i = 0$:

$$(1) = (1)^{(0)} = \frac{A^0}{2}$$

$$(2) = (2)^{(0)} = -2\,i^2\,A^i + A_1{}^i + A_2{}^i = A_1{}^0 + A_2{}^0$$

$$(4) = (4)^{(0)} = \frac{1}{8}(-9\,i^2 - 16\,i^4)\,A^i - i^2\,A_1{}^i - 2\,i^2\,A_2{}^i + 3\,A_3{}^i + 3\,A^i{}_4$$
$$= 3\,(A_3{}^0 + A_4{}^0)$$

$$(7) = (7)^{(0)} = \frac{1}{18}(-43\,i^2 + 49\,i^4 - 16\,i^6)\,A^i - \frac{1}{4}\,i^2\,A_1{}^i + \frac{1}{12}(-11\,i^2 + 16\,i^4)\,A_2{}^i - 2\,i^2\,A_3{}^i - 4\,i^2\,A_4{}^i + 10\,A_5{}^i + 10\,A_6{}^i.$$
$$= 10\,A_5{}^0 + 10\,A_6{}^0;$$

pro $i = p + 2$ a specielně $i = 5$ obdržíme dále částečně s užitím tabulek l. c. p. 358, které však stačí jen ke IV. *stupni excentricity*:

$$(21) = (172)^{(5)} = \frac{1}{2}(-5\,i + 4\,i^2)\,A^i + (-1 + 2\,i)\,A_1{}^i + A_2{}^i$$
$$= \frac{75}{2}\,A^5 + 9\,A_1{}^5 + A_2{}^5$$

$$(22) = (173)^{(5)} = \frac{1}{3}(11\,i - 32\,i^2 + 30\,i^3 - 8\,i^4)\,A^i + \frac{1}{3}(8 - 23\,i + 24\,i^2 - 8\,i^3)\,A_1{}^i + (-4 + 3\,i)\,A_2{}^i + 4\,i\,A_3{}^i + 4\,A_4{}^i$$
$$= -665\,A^5 - 169\,A_1{}^5 + 11\,A_2{}^5 + 20\,A_3{}^5 + 4\,A_4{}^5$$

$$(24) = (175)^{(5)} = \frac{1}{48}(-136\,i + 314\,i^2 - 593\,i^3 + 788\,i^4 - 400\,i^5 + 64\,i^6)\,A^i + \frac{1}{24}(-48 + 190\,i - 273\,i^2 + 278\,i^3 - 160\,i^4 + 32\,i^5)\,A_1{}^i + \frac{1}{24}(80 - 142\,i + 53\,i^2 + 40\,i^3 - 16\,i^4)\,A_2{}^i + \frac{1}{2}(4 - 17\,i + 22\,i^2 - 8\,i^3)\,A_3{}^i + \frac{1}{2}(-24 + 23\,i - 4\,i^2)\,A_4{}^i + (5 + 10\,i)\,A_5{}^i + 15\,A^i{}_6$$
$$= 3657{\cdot}1875\,A^5 + 1201{\cdot}125\,A_1{}^5 - 179{\cdot}375\,A_2{}^5 - 265{\cdot}5\,A_3{}^5 - 4{\cdot}5\,A_4{}^5 + 55\,A_5{}^5 + 15\,A_6{}^5;$$

pro $i = 2\,(p+2)$, specielně $i = 10$, nalezneme:

$$(33) = (336)^{(10)} = \frac{1}{24^{\frac{5}{4}}}(-206\,i + 283\,i^2 - 120\,i^3 + 16\,i^4)\,A^i + \frac{1}{6}\,(-16$$
$$+ 59\,i - 42\,i^2 + 8\,i^3)\,A_1^{\,i} + \frac{1}{2}\,(8 - 13i + 4\,i^2)\,A_2^{\,i}$$
$$+ (-3 + 2\,i)\,A_3^{\,i} + A_4^{\,i}$$
$$= 2760\,A^{10} + 729\,A_1^{\,10} + 139\,A_2^{\,10} + 17\,A_3^{\,10} + A_4^{\,10}$$

$$(34) = (337)^{(10)} = \frac{1}{30}\,(902\,i - 2147\,i^2 + 2050\,i^3 - 935\,i^4 + 200\,i^5 - 16\,i^6)\,A^i$$
$$+ \frac{1}{60}\,(768 - 2978\,i + 3855\,i^2 - 2320\,i^3 + 640\,i^4 - 64\,i^5)\,A_1^{\,i}$$
$$+ \frac{1}{12}\,(-256 + 502\,i - 373\,i^2 + 128\,i^3 - 16\,i^4)\,A_2^{\,i}$$
$$+ (16 - 12\,i + 2\,i^2)\,A_3^{\,i} + (-10\,i + 4\,i^2)\,A_4^{\,i}$$
$$+ (-10 + 8\,i)\,A_5^{\,i} + 6\,A_6^{\,i}$$
$$= -116856\,A^{10} - 32725{\cdot}2\,A_1^{\,10} - 5378\,A_2^{\,10} + 96\,A_3^{\,10}$$
$$+ 300\,A_4^{\,10} + 70\,A_5^{\,10} + 6\,A_6^{\,10}$$

pro $i = 15$, $i = 3\,(p+2)$ dostaneme:

$$(39) = (434)^{(15)} = \frac{1}{720}\,(-29352\,i + 48538\,i^2 - 29835\,i^3 + 8660\,i^4 - 1200\,i^5$$
$$+ 64i^6\,)\,A^i$$
$$+ \frac{1}{120}\,(-1296 + 6054\,i - 6315\,i^2 + 2630\,i^3 - 480\,i^4$$
$$+ 32\,i^5)\,A_1^{\,i}$$
$$+ \frac{1}{24}\,(432 - 1054\,i + 715\,i^2 - 184\,i^3 + 16\,i^4)\,A_2^{\,i}$$
$$+ \frac{1}{6}\,(-108 + 161\,i - 66\,i^2 + 8\,i^3)\,A_3^{\,i}$$
$$+ \frac{1}{2}\,(24 - 21\,i + 4\,i^2)A_4^{\,i}$$
$$+ (-5 + 2\,i)\,A_5^{\,i} + A_6^{\,i}$$
$$= 230486{\cdot}3125\,A_0^{\,15} + 62874{\cdot}075\,A_1^{\,15} + 13937{\cdot}375\,A_2^{\,15}$$
$$+ 2409{\cdot}5\,A_3^{\,15} + 304{\cdot}5\,A_4^{\,15} + 25\,A_5^{\,15} + A_6^{\,15}\,.$$

Zní tedy *rozvoj kritické části perturbační funkce* v případu $^5/_3$:

$$\zeta = 5\,l' - 3\,\lambda - 2\,\tilde{\omega},$$

$$s = \frac{A^0}{2} + \left(\frac{e}{2}\right)^2 (A_1^{\,0} + A_2^{\,0}) + 3\,(A_3^{\,0} + A_4^{\,0})\left(\frac{e}{2}\right)^4 + 10\left(\frac{e}{2}\right)^6 (A_5^{\,0} + A_6^{\,0})$$

$$+ \cos\xi \left\{ (37{\cdot}5\, A^5 + 9\, A_1^{\,5} + A_2^{\,5}) \left(\frac{e}{2}\right)^2 + (-665\, A^5 - 169\, A_1^{\,5} + 11\, A_2^{\,5} + 20\, A_3^{\,5} + 4\, A_4^{\,5}) \left(\frac{e}{2}\right)^4 + \left(\frac{e}{2}\right)^6 (3657{\cdot}1875\, A^5 + 1201{\cdot}125\, A_1^{\,5} - 179{\cdot}375\, A_2^{\,5} - 265{\cdot}5\, A_3^{\,5} - 4{\cdot}5\, A_4^{\,5} + 55\, A_5^{\,5} + 15\, A_6^{\,5}) \right\}$$

$$+ \cos 2\xi \left\{ \left(\frac{e}{2}\right)^4 (2760\, A^{10} + 729\, A_1^{\,10} + 139\, A_2^{\,10} + 17\, A_3^{\,10} + A_4^{\,10}) + \left(\frac{e}{2}\right)^6 (-116856\, A^{10} - 32725{\cdot}2\, A_1^{\,10} - 5378\, A_2^{\,10} + 96\, A_3^{\,10} + 300\, A_4^{\,10} + 70\, A_5^{\,10} + 6\, A_6^{\,10}) \right\}$$

$$+ \cos 3\xi \left(\frac{e}{2}\right)^6 (230486{\cdot}3125\, A^{15} + 62874{\cdot}075\, A_1^{\,15} + 13937{\cdot}375\, A_2^{\,15} + 2409{\cdot}5\, A_3^{\,15} + 304{\cdot}5\, A_4^{\,15} + 25\, A_5^{\,15} + A_6^{\,15}) .$$

K diskussi upotřebíme ještě výraz $\frac{d\,s}{d\,a}$, jejž možno pomocí známé symbolické operace Le Verrier-ovy odvoditi. Platí totiž (srv. Paris An. I p. 270) *mezi dvěma Laplaceovými transcendentami* sledujících indexů

$$a \frac{d\, A_k^{\,i}}{d\, a} = (k+1)\, A^i{}_{k+1} + k\, A_k^{\,i} ,$$

takže jest, nazveme-li dva sousední členy $n_k A_k + n_{k+1} A_{k+1}$ — faktor u A_{k+1} *po derivaci*

$$A_{k+1} [n_k (k+1) + n_{k+1} (k+1)] = A_{k+1} (k+1) (n_k + n_{k+1}) .$$

Tudíž jest

$$a \frac{d\, s}{d\, a} = \frac{A_1^{\,0}}{2} + \left(\frac{e}{2}\right)^2 (A_1^{\,0} + 4\, A_2^{\,0} + 3\, A_3^{\,0}) + \left(\frac{e}{2}\right)^4 3\, (3\, A_3^{\,0} + 8\, A_4^{\,0} + 5\, A_5^{\,0}) + \left(\frac{e}{2}\right)^6 10\, (5\, A_5^{\,0} + 12\, A_6^{\,0} + 7\, A_7^{\,0})$$

$$+ \cos\xi \left\{ (46{\cdot}5\, A_1^{\,5} + 20\, A_2^{\,5} + 3\, A_3^{\,5}) \left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{e}{2}\right)^4 (-834\, A_1^{\,5} - 316\, A_2^{\,5} + 93\, A_3^{\,5} + 96\, A_4^{\,5} + 20\, A_5^{\,5}) + \left(\frac{e}{2}\right)^6 (4858{\cdot}3125\, A_1^{\,5} + 2043{\cdot}5\, A_2^{\,5} - 1334{\cdot}625\, A_3^{\,5} - 1080\, A_4^{\,5} + 252{\cdot}5\, A_5^{\,5} + 420\, A_6^{\,5} + 105\, A_7^{\,5}) \right.$$

$$+ \cos 2\xi \left\{ \left(\frac{e}{2}\right)^4 (3489\, A_1^{10} + 1736\, A_2^{10} + 468\, A_3^{10} + 72\, A_4^{10} + 5\, A_5^{10}) \right.$$
$$+ \left(\frac{e}{2}\right)^6 (-149581{\cdot}2\, A_1^{10} - 76206{\cdot}4\, A_2^{10} - 15846\, A_3^{10}$$
$$+ 1584\, A_4^{10} + 1850\, A_5^{10} + 456\, A_6^{10} + 42\, A_7^{10})$$
$$+ \cos 3\xi \left(\frac{e}{2}\right)^6 (293360{\cdot}3875\, A_1^{15} + 153622{\cdot}9\, A_2^{15} + 49040{\cdot}625\, A_3^{15}$$
$$+ 10856\, A_4^{15} + 1647{\cdot}5\, A_5^{15} + 156\, A_6^{15} + 7\, A_7^{15}) .$$

Za argument L a p l a c e o v ý c h transcendent vezmeme onen, který náleží kommensurabilitě $^5/_3$. Platí tedy pro něj v našem značení

$$\frac{\bar{n}}{n'} = \frac{5}{3} \doteq \left(\frac{a'}{a}\right)^{3/2}, \qquad \frac{a}{a'} = \alpha = 0{\cdot}711379, \qquad \log \alpha = 9{\cdot}8521009 .$$

Tento argument odpovídá exaktněji střednímu dennímu pohybu 498″3094 dle formule

$$\alpha = \left(\frac{3}{5}\right)^{2/3} = \sqrt[3]{\frac{n'^2}{\bar{n}^2 (1+m')}} .$$

Ježto mi nebylo možno užiti výhodných tabulek: Masal, Veröffentlichungen der Stockholmer Sternwarte, Band IV), užil jsem — pokud nestačily známé tabule Runkleovy — vesměs Le Verrierových rozvojů a formulí rekursních. Tento namáhavý a zdlouhavý počet uspořádán následovně:

Transcendenty $A^{10}\ A^{11}\ A^{12}\ A^{13}\ A^{14}\ A^{15}$ a dále
$A_1^{10}\ A_1^{11}\ A_1^{12}\ A_1^{13}$
$A_2^{10}\ A_2^{11}\ A_2^{12}\ A_2^{13}$
A_3^{10} . . . . . A_3^{13}
A_4^{10} . . . . .
A_5^{10} . . . . . A_5^{13}

určeny dle An. Paris II p. 303 et seq. Additions. Zbývající transcendenty potřebné až k patnáctému indexu určeny pomocí formulí rekursních Le Verrier-ových (An. Paris X p. 26 et seq.) a obdobně transcendenty indexu 6

$$A_6^0\ A_6^1\ A_6^2 \ldots A_6^{15}.$$

Vzhledem k označením různých autorů citovaných připomínáme, že Runkleovo $\frac{d^k\, b^{i}_{1/2}}{d\, \alpha^k} = b_k^i$ L e V e r r i e r o v u. Zmíněné rekursní vzorce mají pak tento tvar, klademe-li s L e V e r r i e r e m $k!\, A_k^i = b_k^i$

$$(1-\alpha^2)\, b_n^1 = \alpha^2 \left\{ (3n-2)\, b_{n-1}^1 + (3n^2-7n+3)\, b_{n-2}^1 + (n-1)^2 (n-3)\, b_{n-3}^1 \right\} - n\, b_{n-1}^1$$

$$b_n^0 = \alpha\, (b_n^1 + (n-1)\, b_{n-1}^1)$$

$$b_n^i = b_n^{i-2} - (i+n-1)\, b_{n-1}^i - (i-n-1)\, b_{n-1}^{i-2} + 2\,(i-1)\,\alpha \left[b_{n-1}^{i-1} + (n-1)\, b_{n-2}^{i-1} \right].$$

Ostatní transcendenty vyňaty z tabulek Runkle-ových, kdež udány pouze A_k^i násobené *různými* faktory, celkem složitými.

V následujícím sestavuji jenom ony transcendenty, které k rozvinutí našeho kritického dílu poruchové funkce jsou třeba. Mimochodem připomínám, že byly téměř všechny počtem $7 \cdot 15 = 105$ transcendenty dílem vyjmuty z tabulek dílem vypočteny, aby bylo možno ony, jež upotřebíme, jednak vypočísti, jednak zkoušeti pomocí kontrolních rekursních vzorců Le Verrierových.

Zní pak resp. logarithmy jednotlivých A_k^i:

	$k=0$	$k=1$	$k=2$	$k=3$
$i=0$	0·374246	0·043928	0·253590	0·474327
$i=5$	9·089398	9·859349	0·296237	0·570796
$i=10$	8·211826	9·250970	9·961968	0·477025
$i=15$	7·388887	[0.039093]	[0·297207]	[1·44104]

	$k=4$	$k=5$	$k=6$
$i=0$	0·750646	1·049330	1·364643
$i=5$	0·808117	1·079016	[24·13657]
$i=10$	0·862596	1·172968	[28·73855]
$i=15$	[5·05994]	[13·9663]	[32·48985]

Čísla v závorkách udávají místo *log* „numeri".

Pomocí těchto hodnot nalezneme následující rozvoje dle potencí excentricity

$$\zeta = 5\, l' - 3\, \lambda - 2\, \tilde{\omega}.$$

$$s = \frac{A^0}{2} + 2{\cdot}899480 \left(\frac{e}{2}\right)^2 + 25{\cdot}837626 \left(\frac{e}{2}\right)^4 + 343{\cdot}5779 \left(\frac{e}{2}\right)^6 + \cos\zeta \left[13{\cdot}09532 \left(\frac{e}{2}\right)^2 - 82{\cdot}02944 \left(\frac{e}{2}\right)^4 + 967{\cdot}964 \left(\frac{e}{2}\right)^6 \right] + \cos 2\zeta \left[360{\cdot}4988 \left(\frac{e}{2}\right)^4 - 8973{\cdot}526 \left(\frac{e}{2}\right)^6 \right] + \cos 3\zeta\, 12559{\cdot}14 \left(\frac{e}{2}\right)^6$$

$$a\frac{d\,s}{d\,a} = 0{\cdot}5532197 + 17{\cdot}22089\left(\frac{e}{2}\right)^2 + 330{\cdot}0330\left(\frac{e}{2}\right)^4$$
$$+ \cos\xi\left[84{\cdot}36327\left(\frac{e}{2}\right)^2 - 25{\cdot}11940\left(\frac{e}{2}\right)^4\right]$$
$$+ \cos 2\,\xi\, 4215{\cdot}143\left(\frac{e}{2}\right)^4.$$

Dle Sundmana (Über die Störungen der kleinen Planeten, Helsingfors 1901) konvergují rozvoje perturbační funkce a jejích derivací — dle potencí excentricity, vyhověno-li nerovnici

$$1+2e+e^2+\frac{2}{3}e^3+\frac{2}{3}e^4+\ldots \leq \frac{1}{\alpha}\left(1-2e'+e'^2-\frac{2}{3}e'^3+\frac{2}{3}e'^4+\ldots\right.$$

kdež kladeno

$\alpha = \frac{a}{a'}$ a excentricita Jupiterova $e' = 0$, nalézáme

tudíž

$e \leq \frac{1}{\sqrt{\alpha}} - 1$, což dá pro *horní hranici* našeho oboru konvergence

$e \leq 0{\cdot}1856.$

3. Quantitativní zpracování periodických tvarů pohybových. Tabulky.

Bychom mohli nyní našich rozvojů bezprostředně užiti, přejdeme k nekanonickým elementům. Při tom uvažme, že jest

$$\frac{\partial R}{\partial L} = \frac{\partial R}{\partial a}\frac{\partial a}{\partial L} + \frac{\partial R}{\partial e}\frac{\partial e}{\partial L}$$

$$\frac{\partial R}{\partial G} = \frac{\partial R}{\partial a}\frac{\partial a}{\partial G} + \frac{\partial R}{\partial e}\frac{\partial e}{\partial L}$$

$$\frac{\partial a}{\partial L} = \frac{2\sqrt{a}}{k}, \qquad \frac{\partial a}{\partial G} = 0$$

$$\frac{\partial e}{\partial L} = -\left(1-\sqrt{1-e^2}\right)\frac{\sqrt{1-e^2}}{e\,k\,\sqrt{a}}$$

$$\frac{\partial e}{\partial G} = +\frac{\sqrt{1-e^2}}{e\,k\,\sqrt{a}}$$

$$\frac{\partial R}{\partial L} = \frac{\partial R}{\partial a}\frac{2\sqrt{a}}{k} - \frac{\left(1-\sqrt{1-e^2}\right)\sqrt{1-e^2}}{e\,k\,\sqrt{a}}\frac{\partial R}{\partial e} = \frac{2\sqrt{a}}{k}\frac{\partial R}{\partial a} -$$
$$-\frac{1}{k\sqrt{a}}\frac{\partial R}{\partial e}\left(\frac{e}{2}-\frac{e^3}{8}\right)$$

$$\frac{\partial R}{\partial G} = \frac{\partial R}{\partial c} \frac{\sqrt{1-e^2}}{c\,k\sqrt{a}} = \frac{1}{k\sqrt{a}} \frac{\partial R}{\partial e}\left(\frac{1}{c} - \frac{c}{2} - \frac{c^3}{8}\right)$$

$$R = k^2 m' \sum_{i=1}^{\infty} D_i \cos i\,\zeta = \frac{k^2 m'\, s}{a'}, \text{ takže}$$

$$\frac{s}{a'} = \sum_{i=1}^{\infty} D_i \cos i\,\zeta.$$

Nalezneme tudíž pro naše koëfficienty ve (II) a to resp. pro saeculární pohyb perihelu

$$\frac{d\tilde{\omega}}{dt} = f = k^2 m' \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\partial D_i}{\partial G} \cos i\,\zeta = \frac{k^2 m'}{a'} \frac{\partial s}{\partial e} \frac{\sqrt{1-e^2}}{e\,k\sqrt{a}} = \frac{k\,m'}{a'\sqrt{a}} \frac{\partial s}{\partial e}\left(\frac{1}{e} - \frac{e}{2} - \frac{e^3}{8}\right)$$

a pro perturbaci středního denního pohybu *v délce*

$$\varrho = (1 - \sqrt{1-e^2})\, f - \frac{2\,k\,m'}{a'\sqrt{a}}\left(a\frac{\partial s}{\partial a}\right) = \frac{k^2 m'}{a'}(1 - \sqrt{1-e^2}) \frac{\sqrt{1-e^2}}{c\,k\sqrt{a}} \frac{\partial s}{\partial e}$$

$$- \frac{k^2 m'}{a'} - \frac{2\sqrt{a}}{k} \frac{\partial s}{\partial a}$$

$$g = -\frac{2\,k\,m'}{a'\sqrt{a}}\left(a\frac{d\,s}{d\,a}\right) + \frac{k\,m'}{a'\sqrt{a}} \frac{\partial s}{\partial e}\left(\frac{e}{2} - \frac{e^3}{8}\right)$$

při čemž jsme všude důsledně rozvinuli *dle potencí* excentricity.

Zavedeme-li v našich rozvojích perturbační funkce resp. ve výrazech pro s, $\left(a\frac{d\,s}{d\,a}\right)$, označení A_{mn} N_{mn}, kdež první index značí multiplum ζ, druhý stupeň *excentricity* $\left(\text{lépe } \frac{e}{2}\right)$, obdržíme následující explicitní výraz pro hledané funkce f, g, předpokládáme-li symmetrická řešení $\zeta = 0$, $\zeta = \pi$ respekt.

$$f\frac{a'\sqrt{a}}{k\,m'} = \frac{A_{02}}{2} + \left(\frac{e}{2}\right)^2 A_{04} + \frac{3}{2}\left(\frac{e}{2}\right)^4 A_{06}$$

$$\pm \frac{A_{12}}{2} \pm \left(\frac{e}{2}\right)^2 A_{14} \pm \frac{3}{2}\left(\frac{e}{2}\right)^4 A_{16}$$

$$+ \left(\frac{e}{2}\right)^2 A_{24} + \frac{3}{2}\left(\frac{e}{2}\right)^4 A_{26}$$

$$\pm \frac{3}{2}\left(\frac{e}{2}\right)^4 A_{36}$$

$$-\left(\frac{e}{2}\right)^2 A_{02} - 2\left(\frac{e}{2}\right)^4 A_{04}$$

$$\mp\left(\frac{e}{2}\right) A_{12} \mp 2\left(\frac{e}{2}\right)^4 A_{14}$$

$$- 2\left(\frac{e}{2}\right)^4 A_{24}$$

$$- \left(\frac{e}{2}\right)^4 A_{02}$$

$$\mp \left(\frac{e}{2}\right)^4 A_{12}$$

$$g\frac{a'\sqrt{a}}{k\,m'} = -A_1^0 - 2N_{02}\left(\frac{e}{2}\right)^2 - 2N_{04}\left(\frac{e}{2}\right)^4$$

$$\mp 2N_{12}\left(\frac{e}{2}\right)^2 \mp 2N_{14}\left(\frac{e}{2}\right)^4$$

$$- 2N_{24}\left(\frac{e}{2}\right)^4$$

$$+ A_{02}\left(\frac{e}{2}\right)^2 + 2A_{04}\left(\frac{e}{2}\right)^4$$

$$\pm A_{12}\left(\frac{e}{2}\right)^2 \pm 2A_{14}\left(\frac{e}{2}\right)^4$$

$$+ 2A_{24}\left(\frac{e}{2}\right)^4$$

$$- A_{02}\left(\frac{e}{2}\right)^4$$

$$\mp A_{12}\left(\frac{e}{2}\right)^4.$$

Rozvoje tyto platí, jak v § 2. zmíněno, pro obecný *Hestii* podobný případ $\frac{p+2}{p}$. Rozviňme nyní v našich výrazech pro f, g a v rovnici (II) § 1. *dle potencí vzrostu Laplaceova argumentu.* I platí tu, klademe-li

$$\eta = \frac{\xi}{\alpha} = \frac{\xi\, a'}{a},$$

$$A_n^j(\alpha+\xi) = A_n^j(\alpha) + \eta\,(n\,A_n^j(\alpha) + (n+1)\,A_{n+1}^j(\alpha)]$$

$$+ \frac{\eta^2}{2}\,[n\,(n-1)\,A_n^j(\alpha) + 2\,n\,[n+1)\,A_{n+1}^j(\alpha) + (n+1)\;(n+2)\,A_{n+2}^j(\alpha)].$$

Ve výrazech, které nejsou násobeny rušivou hmotou, podržeti nutno *druhé potence* η, v termech násobených touto stačí omeziti se na první potenci η, konečně v členech, které obsahují jako faktor e^2, lze η zanedbati ($\eta\, e^2$).

Takto nalezneme v obecném *Hestia*-případě $\frac{p+2}{p}$ *pro saecularní pohyb perihelu a pro perturbaci středního denního pohybu v délce resp.*:

$$\frac{1}{\varrho}\frac{d\tilde{\omega}}{dt} = f\frac{1}{\varrho} = \frac{A_1{}^0 + A_2{}^0}{2} \pm \left[\frac{(4p+3)(p+2)}{4} A^{p+2}\right.$$
$$\left. + \frac{2(p+2)-1}{2} A_1{}^{p+2} + \frac{1}{2} A_2{}^{p+2}\right] + \frac{\eta}{2}\left(\frac{A_1{}^0}{2} + \frac{7A_2{}^0}{2} + 3A_3{}^0\right)$$
$$\pm \frac{\eta}{2}\left\{-\frac{(p+2)(4p+3)}{4} A_0{}^{p+2} + \frac{(p+2)(4p+3)+2p+3}{2} A_1{}^{p+2}\right.$$
$$\left. + \frac{8p+15}{2} A_2{}^{p+2} + 3A_3{}^{p+2}\right\} + \left(\frac{e}{2}\right)^2 [A_{04} \pm A_{14} + A_{24} - A_{02} \mp A_{12}]$$
$$+ \left(\frac{e}{2}\right)^4 \left[\frac{3}{2}(A_{03} \pm A_{16} + A_{26} \pm A_{36}) + 2(-A_{04} \mp A_{14} - A_{24}) - A_{02} \mp A_{12})\right].$$

Poslední dva termy: funkce s nullovým bodem řádu II. pro $e = 0$

$$\frac{1}{\varrho} g = -A_1{}^0 - \eta\left(\frac{A_1{}^0}{2} + 2A_2{}^0\right) + \left(\frac{e}{2}\right)^2 (-2N_{02} \mp 2N_{12} + A_{02} \pm A_{12})$$
$$+ \left(\frac{e}{2}\right)^4 [-2N_{04} \mp 2N_{14} - 2N_{24} + 2A_{04} \pm 2A_{14}$$
$$+ 2A_{24} - A_{02} \mp A_{12}].$$

Poslední dva termy funkce s nullovým bodem II. řádu pro $e = 0$.

$$n = \bar{n}\left(1 - \frac{3}{2}\eta + \frac{15}{8}\eta^2\right),$$

$$\frac{k\,m'}{a'\sqrt{a}} = \frac{k\,m'}{a'\sqrt{\bar{a}}}\left(1 - \frac{\eta}{2}\right).$$

Zní tedy podmínečná rovnice (II) v obecném případu $\frac{p+2}{p}$ (pro $\xi = 0$, π)

$$p\,\bar{n} - (p+2)\,n' + 2\,\bar{f} + p\,\bar{g} - \frac{3p}{2}\eta\,\bar{n} + \frac{15p}{8}\eta^2\,\bar{n}$$
$$+ \eta\,\varrho\left(\frac{1-p}{2} A_1{}^0 + \frac{7-4p}{2} A_2{}^0 + 3A_3{}^0\right) \qquad \text{(II)}$$
$$\pm \eta\,\varrho\left[-\frac{(p+2)(4p+3)}{4} A_0{}^{p+2} + \frac{(p+2)(4p+3)+2p+3}{2} A_1{}^{p+2}\right.$$
$$\left. + \frac{8p+15}{2} A_2{}^{p+2} + 3A_3{}^{p+2}\right] = 0.$$

Při tom kladeno pro stručnost $\varrho = \alpha m' \overline{n}$ (srv. § 2.). Nadtržená písmena značí onu hodnotu funkce, pro kterou $\eta = 0$.

Bychom nyní vysvětlili, jakým způsobem bylo při quantitativní diskussi periodických tvarů pohybových postupováno, všimněme si podmínek, za kterých existují.

Byly to relace (II) (§ 1.) a dále rovnice (III) § 1.

$$\Sigma\, i\, D_i \sin i\, \zeta = 0 \qquad \text{(III)}.$$

Obě rovnice obsahují tří proměnné e, a (n), ζ, tedy jediný parametr, který je jinak libovolný. Klademe-li $\zeta = 0$ neb $\zeta = \pi$, disponováno již jednou proměnnou, ale bude též o jednu rovnici méně. V těchto případech jedná se o tak zvaná periodická řešení symmetrická, pro něž stává pak *jediná rovnice* podmínečná (II), která dává *vazbu* mezi e, a. Pro jednotlivá e, jež volíme za parametr, dává relace (II) příslušná a (n) — v našem případě po rozvoji dle η — prostřednictvím této veličiny. I je pochod následující: Pro volené e v Sundmanově oboru konvergence určíme dle (II), která má tvar

$$L\,\eta^2 + M\,\eta + N = 0,$$

neznámou η. Jakmile známo η, obdržíme ihned hlavní charakteristika pohybů periodických f, g, n pomocí hořejších výrazů analytických jako funkce η, e. Počet bude zcela rychlý a schematický (po způsobě efemeridy spořádaný), neboť snadno postřehneme, že se mění pro různá η, e pouze funkce N. Jest pak schema počtu

$$\eta = \frac{-M \pm \sqrt{M^2 - 4\,L\,N}}{2\,L}$$

$$M = -\frac{3\,p}{2}\,\overline{n} + \varrho\Big[\frac{1-p}{2}\,A_1^{\,0} + \frac{7-4\,p}{2}\,A_2^{\,0} + 3\,A_3^{\,0} \pm \Big(-\frac{(p+2)\,(4\,p+3)}{4}\,A_0^{\,p+2} + \frac{(p+2)\,(4\,p+3)+2\,p+3}{2}\,A_1^{\,p+2} + \frac{8\,p+15}{2}\,A_2^{\,p+2} + 3\,A_3^{\,p+2}\Big)\Big]$$

$$L = -\frac{15\,p}{8}\,\overline{n}$$

$$\varrho = \alpha\, m'\, \overline{n}$$

$$N = p\,\overline{n} - (p+2)\,n' + 2\,\overline{f} + p\,\overline{g}$$

$$f = \bar{f} + \frac{\eta}{2}\varrho\left(\frac{A_1^0}{2} + \frac{7\,A_2^0}{2} + 3\,A_3^0\right) \pm \frac{\eta}{2}\varrho\left\{-\frac{(p+2)(4p+3)}{4}A_0^{p+2} + \frac{(p+2)(4p+3)+2p+3}{2}A_1^{p+2} + \frac{8p+15}{2}A_2^{p+2} + 3\,A_3^{p+2}\right\}$$

$$g = \bar{g} - \eta\varrho\left(\frac{A_1^0}{2} + 2\,A_2^0\right).$$

Výsledné n vypočte se *dvakráte* jednak z přímého vzorce, jednak z relace (II) *jako kontrola* počtu dle vzorců:

$$n = \bar{n}\left(1 - \frac{3}{2}\eta + \frac{15}{8}\eta^2\right)$$

$$p\,n = (p+2)\,n' - 2\,\bar{f} - p\,\bar{g} - \eta\varrho\left(\frac{1-p}{2}A_1^0 + \frac{7-4p}{2}A_2^0 + 3\,A_3^0\right) \mp \eta\varrho\left[-\frac{(p+2)(4p+3)}{4}A_0^{p+2} + \frac{(p+2)(4p+3)+2p+3}{2}A_1^{p+2} + \frac{8p+15}{2}A_2^{p+2} + 3\,A_3^{p+2}\right].$$

Specialisujme nyní tento obecný případ kommensurability $\frac{p+2}{p}$ na konkretní příklad $p = 3$, tedy $\frac{5}{3}$. Pokud se týká periody pohybů, obnáší tato *tři* oběhy *rušivé planety Jupitera*, za kterouž dobu oběhne asteroida *pětkráte* kolem slunce. Jinými slovy střední denní pohyb je blízký 500″.

Užijme nyní konstant (viz pag. 14.)

pro střední denní pohyb Jupiterův $n' = 299''1284$ (Hill),
pro hmotu . . . . . Jupiterovu $m' = 1047{\cdot}355^{-1}$ (Newcomb)

$$\frac{k\,m'}{a'\sqrt{a}} = n\,m'\,\alpha \qquad \left(\frac{a'}{a}\right)^{3/2} = \frac{5}{3}, \qquad \text{i bude } \bar{n} = 498''3094.$$

Za *jedničku* času volen *střední den* sluneční, takže i saecularní *rotace přímky apsid* $f = \frac{d\,\tilde{\omega}}{d\,t}$ *platí pro tuto jedničku.*

Rozvoje numerické čítány dvakráte, jednak direktně z rozvoje číselného § 2., jednak pomocí *explicitních* výrazů analytických § 3. Napřed určeno:

$$f = \bar{f} + \eta\varrho\left(\frac{A_1^0}{4} + \frac{7\,A_2^0}{4} + \frac{3}{2}A_3^0\right) \pm \eta\varrho\left(-\frac{75}{8}A^5 + 21\,A_1^5 + \frac{39}{4}A_2^5 + \frac{3}{2}A_3^5\right)$$

$$g = \bar{g} - \eta\varrho\left(\frac{A_1^0}{2} + 2\,A_2^0\right)$$

$$3\,\bar{n} - 5\,n' + 2\,\bar{f} + 3\,\bar{g} - \frac{9}{2}\bar{n}\,\eta + \frac{45}{8}\bar{n}\,\eta^2 + \eta\varrho\left[-A_1^0 - \frac{5}{2}A_2^0 + 3\,A_3^0 \pm \left(-\frac{75}{4}A^5 + 42\,A_1^5 + \frac{39}{2}A_2^5 + 3\,A_3^5\right)\right] = 0\,.$$

Na základě těchto rozvojů, jichž approximace tak zařízena, že involvuje všechny termy, které mají ještě vliv na *třetí* desetinné *místo* ve výrazech f, g, n — pořízeny nyní tabule periodických řešení, pomocí zmíněného schematického pochodu: I bylo tu:

Pro *symmetrickou konjunkci* $\zeta = 0$

$$f = 2''7068 + 15''8376\,\eta + 97''5819\left(\frac{e}{2}\right)^2 + 2274''825\left(\frac{e}{2}\right)^4$$

$$g = -0''3744 - 1''4010\,\eta - 63''3506\left(\frac{e}{2}\right)^2 - 2859''131\left(\frac{e}{2}\right)^4$$

a podmínečná rovnice (II)

$$N + M\,\eta + L\,\eta^2 = 3\,\bar{n} - 5\,n' + 2\,\bar{f} + 3\,\bar{g} - 2214{\cdot}9200\,\eta + 2802{\cdot}990\,\eta^2 = 0$$

Pro *symmetrickou opposici* $\zeta = \pi$

$$f = -1''7255 - 10''4997\,\eta + 161''9736\left(\frac{e}{2}\right)^2 - 11562''475\left(\frac{e}{2}\right)^4$$

$$g = -0''3745 - 1''4010\,\eta + 41''9991\left(\frac{e}{2}\right)^2 - 2773''220\left(\frac{e}{2}\right)^4$$

a rovnice (II)

$$3\,\bar{n} - 5\,n' + 2\,\bar{f} + 3\,\bar{g} - 2267{\cdot}5948\,\eta + 2802{\cdot}990\,\eta^2 = 0\,.$$

Tabule (p. 33.) udávají s argumentem e v oboru konvergence za prvé *saeculární pohyb* perihelu $f = \frac{d\,\tilde{\omega}}{d\,t}$, dále *perturbaci středního denního pohybu v délce* g, čtvrtá kolumna udává n, které čítáno pro kontrolu počtu dvakráte, jednak z rozvoje pro n, jednak po určení oněch f, g pomocí relace (II); konečně poslední sloupec dává argument η.

Nutno ještě připomenouti něco o funkci n_0 v předposledním sloupci tabulované, jejíž analytický význam v závěrečném paragrafu se po jiné stránce osvětluje. Veličina tato určena v tabulkách, se zanedbáním prvé potence η. Nahlédneme bezprostředně, že je to až na multiplikativní konstantu ona veličina, kterou Schwarzschild nazývá N, a která *kongruuje* s Wilkensovou integrační konstantou n_0.

Poslednější vzal za parametr integrační konstantu n_0, kterou bych zhruba nazval středním denním pohybem dráhy *kruhové*.

Je totiž definována (pomocí našeho integrálu (I))

$$(p+q)\,k\,\sqrt{a} - p\,k\,\sqrt{a}\,\sqrt{1-e^2} = q\,L + p\,G = q\,k\,\sqrt{a_0}$$

$$n_0 = \frac{k}{a_0^{3/2}};$$

platí tudíž

$$N = \frac{k^4}{(q\,L + p\,G)^3} = \frac{k\,a^{-3/2}}{(p+q-p\sqrt{1-e^2})^3} = k\,q^{-3}\,a_0^{-3/2} = q^{-3}\,n_0,$$

$$n_0 = n\left\{1 - \frac{3\,p}{q}\,\frac{e}{2} + \frac{3\,e^4}{8}\,\frac{p}{q}\left(4\,\frac{p}{q} - 1\right)\right\},$$

$$\text{pro } p = 3,\ q = 2,\ n_0 = n\left(1 - \frac{9}{4}\,e^2 + \frac{45}{16}\,e^4 + \ldots\right).$$

Připomínáme ještě, že naše tabulovaná n, a, e neznamenají snad oskulační hodnoty těchto elementů v běžném slova smyslu, nýbrž dle svojí genese (srv. integraci 1. §) — *střední průměrné hodnoty*. Oskulační hodnota elementů ideální planetky, která se pohybuje v nalezené rotující ellipse intermediérní, dána je pomocí $n + g$. Táž funkce je rovna Wilkensovu $\lambda_1 = n + g$. Konečně, jak zmíněno, dává n_0 střední denní pohyb planetky, který bychom obdrželi čítajíce z pozorování dráhu kruhovou pomocí obvyklých method (bez poruchů).

Všimněme si, že tabulky ukazují — v protivě k typu $\frac{p+1}{p}$ —, kterak střední denní pohyb v našich intermediérních drahách má úzký obor. Kdežto nalezli Schwarzschild a Dziewulski v případech $\frac{2}{1}, \frac{3}{2}$ obor asi $\pm 50''$, $\pm 30''$ na obě strany kommensurability, máme v našem případě hodnotu pro celý obor systému symmetricky periodických drah skoro konstantní.

Též lze tabulkám odečísti, že periodické pohyby rozprostírají se pouze *na jedné straně nullové* excentricity. Opačná strana dává pro quadrát excentricity negativní hodnotu, což ihned zjistíme řešením na nulltý stupeň v e^2 zkrácené biquadratické rovnice:

$3\,n - 5\,n' + 2\,f + 3\,g = 0$ pro $e = 0$ dává

$$\text{pro } \zeta = 0, \quad -0'' 7137 + 4{\cdot}2904 - 2214{\cdot}9200\,\eta^2 + 2802{\cdot}990\,\eta = 0$$

$$n = 497'' 102;$$

$$\text{pro } \zeta = \pi, \quad -0'' 7137 - 4{\cdot}5745 - 2267{\cdot}5948\,\eta + 2802{\cdot}990\,\eta^2 = 0,$$

$$n = 500'' 053.$$

Pro $n >$ resp. 497″102, 500″053 je *obor instabilní*, i není více možný pohyb periodický, nýbrž nastane, vyjdeme-li od příslušné kruhové dráhy, *asymptotický pohyb do nekonečna.*

Pozorujme ještě, že saecularní rotace přímky apsid $f = \frac{d\,\tilde{\omega}}{d\,t}$ je v případu symmetrické *konjunkce direktní*, v případu symmetrické *oppositice retrográdní* (srv. resumé 1. §).

Obraťme se nyní k diskussi řešení asymmetricky periodických, které resultují pro hodnoty ζ různé od o, π z rovnic (II) (III). Ukážeme o nich, že alespoň v oboru konvergence neexistují, takže jich eventuelní evaluace je jediné možná pomocí pracných quadratur mechanických.

Křivka asymmetrických periodických řešení zní totiž (srovnej stran terminologie práci Wilkensovu, Untersuchungen über eine neue Klasse periodischer Lösungen des Problems der drei Körper, Wien, Ak. Sitz. 1905), utvoříme-li výraz $\frac{\partial R}{\partial \zeta}$ po snadné úpravě

$$13{\cdot}095 - 82{\cdot}029 \left(\frac{e}{2}\right)^2 + 1441{\cdot}9952 \left(\frac{e}{2}\right)^2 \cos \zeta = 0,$$

takže

$$\cos \zeta = \left| \frac{-13{\cdot}095 + 82{\cdot}029 \left(\frac{e}{2}\right)^2}{1441{\cdot}995 \left(\frac{e}{2}\right)^2} \right| < 1,$$

to jest

$$13{\cdot}095 < 1524{\cdot}024\,\frac{e^2}{4},$$

$$e \geqq 0{\cdot}185.$$

Kdežto Sundmanův konvergenční obor dosahuje jenom, jak zmíněno ku $|\,e\,| < 0{\cdot}185$.

K opravě Wilkensovy práce l. c. p. 17 budiž podotčeno, že jeho rozvoj v případě Hecuby má zníti (jak mi sám *potvrzuje*):

$$\left|\frac{\partial F_1}{\partial M}\right| = 0{\cdot}07573_n + 0{\cdot}94019_+ e^2 + 0{\cdot}83144\, e\cos\zeta + 1{\cdot}97531_n e^3\cos^3\zeta$$
$$+ 1{\cdot}55197_n e^2\cos^2\zeta + 2{\cdot}24929\, e\cos\zeta = 0.$$

Tento nový znaménkový sled ukazuje též formální existenci *kořene* i pro $\zeta = \frac{\pi}{2}$, což by mohlo vésti k jisté význačné quadraturní konfiguraci tří těles jako počáteční. A stalo se vlastně diskussí této otázky, že jsem zmíněnou chybu odkryl. Nicméně vystupuje zde, jakož i v Hecuba podobném případu Hildy (l. c. Dziewulski) — proměnná e z oboru Cauchy-Sundmanova kruhu

$$0{\cdot}35 > 0{\cdot}25 \qquad\qquad 0{\cdot}20 > 0{\cdot}16.$$

Lze ji tedy eventuelně dokázati pouze mechanickou quadraturou, ač existence je soudě podle mechanických quadratur Dziewulského pravděpodobnou. — Rovněž je následkem zmíněné znamenkové chyby falešná tabulka Wilkens p. 18 l. c.

4. O poměrech stability v analytickém okolí kommensurability.

Bychom vyšetřili stabilitu pohybů v okolí periodických drah, vyjděme z našeho kanonického systému s jedním stupněm volnosti

$$\frac{d x_1}{d t} = \frac{\partial [F]}{d y_1}, \qquad \frac{d y_1}{\partial t} = -\frac{\partial [F]}{\partial x_1}$$

a uvažujme malé oscillace variací původních coordinat. I platí tu (srv. stran bližšího Poincaré, Méth. nouvelles I, p. 166):

$$\frac{d\,\delta x_1}{d t} = \frac{\partial^2 [F]}{\partial x_1 \partial y_1}\delta x_1 + \frac{\partial^2 [F]}{\partial y_1^2}\delta y_1$$
$$\frac{d\,\delta y_1}{d t} = -\frac{\partial^2 [F]}{\partial x_1^2}\delta x_1 - \frac{\partial^2 [F]}{\partial x_1 \partial y_1}\delta y_1 .$$

Tento systém lineárních differenciálních rovnic s konstantními koëfficienty integrujeme okamžitě známým způsobem

$$\delta x_1 = a\, e^{i h t}, \qquad \delta y_1 = b\, e^{i h t}$$

$$\left.\begin{aligned} a\,(i h - M) - N b &= 0 \\ a L + b\,(i h + M) &= 0 \end{aligned}\right\},$$

tedy

$$h^2 = L\,N - M^2,$$

při čemž pro stručnost položeno

$$L = \frac{\partial^2 [F]}{\partial x_1^2} = q^2 \frac{\partial^2 (F_0 + R)}{\partial G^2}$$

$$M = \frac{\partial^2 [F]}{\partial x_1 \partial y_1} = q \frac{\partial^2 R}{\partial G \partial \zeta}$$

$$N = \frac{\partial^2 [F]}{\partial y_1^2} = \frac{\partial^2 R}{\partial \zeta^2},$$

i bude $h \left\{ \begin{matrix} \text{realné} \\ \text{imaginárné} \end{matrix} \right\}$ dle toho, je-li $L\,N \gtrless M^2$, tedy

$$\frac{\partial^2 (F_0 + R)}{\partial G^2} \frac{\partial^2 R}{\partial \zeta^2} \gtrless \left(\frac{\partial^2 R}{\partial G \partial \zeta} \right)^2 \qquad (A);$$

odtud nalezneme ihned kriterium stability, které pro symmetrická periodická řešení $\zeta = 0, \pi$ a pro $p = q = 1$ souhlasí s oním, které Schwarzschild udal v případu Hecuby. Vymizí totiž pravá strana naší nerovniny, která postupuje dle $\sin i\zeta$, obsahujíc tedy faktor $\sin \zeta$, a pohyby budou resp. $\left\{ \begin{matrix} \text{stabilní periodické} \\ \text{instabilní asymptotické} \end{matrix} \right\}$ dle toho, jest-li oba faktory v levo mají znamení $\left\{ \begin{matrix} \text{souhlasná} \\ \text{opačná} \end{matrix} \right\}$.

Stačí derivovati jednou naši podmínku (II) § 1. dle G, bychom utvořili $\frac{\partial^2 [F]}{\partial G^2}$, neboť táž dle svého vzniku representuje $\frac{\partial [F]}{\partial G}$; tím dostaneme

$$\frac{\partial [F]}{\partial G} = -n' + \frac{\partial R}{\partial G} - \frac{p}{q}\left[-\frac{k^4}{L^3} + n' + \frac{\partial R}{\partial L} \right] \quad \text{(II) § 1.},$$

$$\frac{\partial^2 [F]}{\partial G^2} = \frac{3\,k^4}{L^4} \left(\frac{p}{q} \right)^2 + \frac{\partial^2 R}{\partial G^2} - \frac{p}{q} \frac{\partial^2 R}{\partial L \partial G},$$

při čemž všimnouti si jest relace I. § 1. I ukáže se skutečně, že až na bezvýznamné positivní faktory

$$N = \frac{\partial^2 R}{\partial \zeta^2} = A$$

(u Schwarzschilda l. c. p. 394, tu jest $p = q = 1$),

$$\frac{3}{2}\frac{k^4}{L^4} = C$$

$$\left(\frac{q}{p}\right)^2 \frac{\partial^2 R}{\partial G^2} - \left(\frac{q}{p}\right)\frac{\partial^2 R}{\partial L\,\partial G} = B$$

i jedná se o znamení obou výrazů $N = A$, $L = 2C + B$.

Pro numerický počet je s výhodou přejíti k proměnným e, a.

I nalezneme snadno pomocí relací § 3. (počátek), užijeme-li zároveň našeho dřívějšího označení pro *saeculární pohyb perihelu* a *poruch středního denního pohybu v délce*

$$f = \frac{\partial R}{\partial G} \qquad g = -\frac{\partial R}{\partial L}$$

$$2C + B = \frac{3}{a^2} + \frac{\sqrt{1-e^2}}{e\,k\sqrt{a}}\frac{\partial}{\partial e}\left(\frac{q}{p}\,g + f\,\frac{q^2}{p^2}\right),$$

nebo-li

$$k\sqrt{a}\,(2C + B) = 3\,n + \left(\frac{1}{c} - \frac{e}{2}\right)\frac{\partial}{\partial e}\left[\frac{q}{p}\,g + f\left(\frac{q}{p}\right)^2\right],$$

s užitím rovnice (II) § 1.

$$= 3\,\frac{(p+q)\,n' - q\,f - p\,g}{p} + \left(\frac{1}{e} - \frac{e}{2}\right)\frac{\partial}{\partial e}\left\{\frac{q}{p}\,g + f\left(\frac{q}{p}\right)^2\right\}.$$

K *témuž* kriteriu dospějeme, čítáme-li s *druhým kanonickým systémem* II. § 1.

Odvodíme z našeho vzorce též příslušně zobecněné schéma grafické, které Schwarzschild l. c. p. 400 udal. Navrhuje totiž veličinu $L + G$ (resp. transformovanou jednoznačnou funkcí) nanésti jako abscissu v pravoúhlém coordinatovém systému a jako ordinátu libovolný jiný určující prvek periodických řešení. Takto zjednané křivky vykazují rozvětvení (ve smysle funkční theorie) v bodech, kde příslušná periodická řešení mění svůj charakter stability.

Všimněme si nejprv, že veličina $N = \dfrac{k^4}{(q\,L + p\,G)^3}$ (Schwarzschild) souhlasí až na konstantu multiplikativní s veličinou n_0 (která je identická s integrační konstantou Wilkensovou l. c. p. 2), a kterou jsme svrchu tabulovali, i lze pak prostě tuto vzíti za abscissu. Skutečně jest na základě našeho integrálu (I) § 1.

$$q\,L + p\,G = k\sqrt{a}\,(q + p) - p\sqrt{1 - e^2}) = q\,k\,\sqrt{a_0} \quad \text{(viz p. 23.)}$$

$$N = \frac{k^4}{(q\,L + p\,G)^3} = \frac{k}{a^{3/2}}\left(q + p - p\sqrt{1 - e^2}\right)^{-3} = q^{-3}\frac{k}{a_0^{3/2}} = q^{-3}\,n_0\,.$$

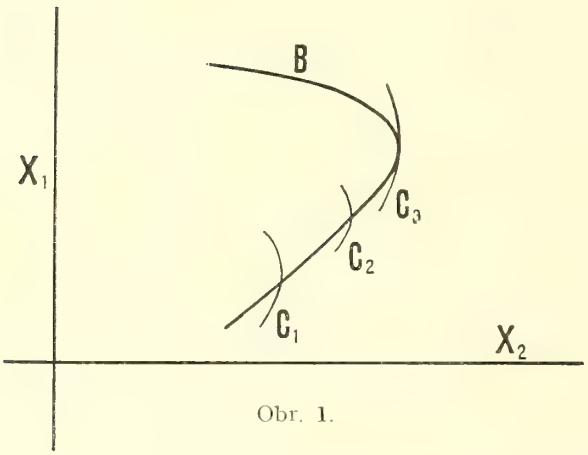
V našem specielním případě $p = 3$, $q = 2$ bude

$$N = \frac{n}{8}\left(1 - \frac{9}{4}\,e^2 + \frac{45}{16}\,e^4 + \ldots\right) = \frac{n_0}{8}\,.$$

Bychom nahlédli Schwarzschildovo tvrzení, stačí uvážiti, že skutečně — *pokud N svého znamení nemění* — *visí charakter stability* od znamení faktoru $\frac{\partial^2 (F_0 + R)}{\partial G^2}$.

Naše relace § 1. (1) representuje grafickou křivku (*B*) (viz obr. 1.)

$$\frac{\partial [F]}{\partial x_1} = 0 = f(x_1\,x_2) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (B).$$



Obr. 1.

Každým bodem této křivky v rovině $X_1\,X_2$ prochází *jedna pohybová křivka* $[F\,(x_1\,x_2)] = C$ (Bahnkurve) a má *v témž bodě* bod rozvětvovací, v němž její tangenta stojí kolmo k ose X_2. I můžeme definovati naši křivku *B* jakožto geometrické místo rozvětvovacích bodů systému křivek pohybových $[F] = C$. Pro rozvětvovací bod pohybové křivky platí integrál (I.) § 1. $x_2 = q\,L + p\,G = konst$, proti tomu platí týž pro křivku *B* jen v onom místě, kde tangenty obou křivek splývají a zároveň kolmo k X_2 stojí, t. j. kde $\frac{\partial^2 [F]}{\partial x_1^2} = 0$. V tomto bodě má (*B*) bod rozvětvovací a dle nerovniny (*A*) mění se charakter stability.

Příležitostně dovoluji si tuto malou opravu k práci Dziewulskiho. Týž vyšetřuje v A. Nachr. 1919, Über die periodischen Bahnen *vom Hildatypus* (Bd. 183, Nr. 4373) obdobným způsobem jako Schwarzschild *podmínky stability v případu* $\frac{3}{2}$; na konci poznamenává pro

$\xi = 0$ „*následkem nedostatečné konvergence* (VI. stupeň!), nemohou prý jeho křivky vykazovati rozvětvení". Sám připomíná, že jeho faktor $2C + B/2$ nemění *znamení* — i není dle horního důvodu, proč by křivky vůbec měly rozvětvení vykazovati.

Ale i jinak bude snad jeho soudy o stabilitě do jisté míry *modifikovati.* Obdržel totiž při zobecnění Schwarzschildova kriteria falešnou formuli, s níž dále numericky počítá. Jeho výraz má dle horního zníti

$$2C + \frac{B}{2} = 3\frac{k^4}{L_0^4} + \frac{1}{4}\frac{\partial^2 R}{\partial G^2} - \frac{1}{2}\frac{\partial^2 R}{\partial L \partial G}.$$

Pro úplnost srovnejme ještě Wilkensovo kriterium řešení asymmetricky periodických s naším. Třeba tu položiti v našich variačních rovnicích

$$\delta x_1 = e^{\alpha t} S_1$$
$$\delta y_1 = e^{\alpha t} T_1,$$

kde $S_1 T_1$ jsou periodické funkce, které rozvineme jako dignitní řady dle potencí $\sqrt{\mu}$ (srovnej Poincaré, Méthodes nouvelles I, p. 218 et seq.).

Klademe-li

$$\alpha = \alpha_1 \sqrt{\mu} + \alpha_2 \mu + \alpha_3 \mu \sqrt{\mu}$$
$$S_1 = S_1^0 + S_1^1 \sqrt{\mu} + S_1^2 \mu + S_1^3 \mu \sqrt{\mu}$$
$$T_1 = T_1^0 + T_1^1 \sqrt{\mu} + T_1^2 \mu + T_1^3 \mu \sqrt{\mu},$$

najdeme

$$\frac{dS_1}{dt} + \alpha S_1 = \frac{\partial^2 [F]}{\partial x_1 \partial y_1} S_1 + \frac{\partial^2 [F]}{\partial y_1^2} T_1$$
$$\frac{dT_1}{dt} + \alpha T_1 = -\frac{\partial^2 [F]}{\partial x_1^2} S_1 - \frac{\partial^2 [F]}{\partial x_1 \partial y_1} T_1;$$

dosazením obdržíme, užijeme-li označení

$$\frac{\partial^2 [F]}{\partial x_1 \partial y_1} = \mu A_{11}^2 + \mu^2 A_{11}^3 + \ldots$$
$$\frac{\partial^2 [F]}{\partial y_1^2} = \mu B_{11}^2 + \mu^2 B_{11}^4 + \ldots$$
$$-\frac{\partial^2 [F]}{\partial x_1^2} = C_{11}^0 + \mu C_{11}^2 + \mu^2 C_{11}^4,$$

(při čemž všimneme si věty Wilkens v pojednání Untersuchungen über eine neue Klasse periodischer Lösungen des Problems der drei Körper. Wien. Ab. Sitz. Ber. Bd. CXIV, Abt. IIa, Juli 1908, pag. 21), následující rovnice:

$$\frac{d S_1^0}{d t} = 0, \quad \frac{d T_1^0}{d t} = C_{11}^0 S_1^0$$

$$\frac{d S_1^1}{d t} + \alpha_1 S_1^0 = 0, \quad \frac{d T_1^1}{d t} + \alpha_1 T_1^0 = C_{11}^0 S_1^1$$

$$\frac{d S_1^2}{d t} + \alpha_1 S_1^1 + \alpha_2 S_1^0 = A_{11}^2 S_1^0 + B_{11}^2 T_1^0. \quad \alpha_2 = 0.$$

Z první rovnice plyne $S_1^0 = konst$, avšak tato konst. musí, an vystupuje v saecularní části T_1^0 jako faktor, vymizeti $S_1^0 = 0$, druhá rovnice dá $T_1^0 = konst$. Supponujeme, že α_1 nevymizí, a ukáže se skutečně, že tomu tak jest. Bude pak $S_1^1 = konst$, a aby T_1 nemělo saecularní části, musí $\alpha_1 T_1^0 = C_{11}^0 S_1^1$, takže $T_1^1 = konst$. I shledáváme, an $S_1^0 = 0$, že platí $\frac{d S_1^2}{a t} + \alpha_1 S_1^1 = B_{11}^2 T_1^0$. Aby bylo S_1^2 periodickým, musí být splněna druhá podmínka $\alpha_1 S_1^1 = b_{11} T_1^0$, zoveme-li s Poincarém saecularní část B_{11}: $b_{11} = \frac{1}{T}\int_0^T B_{11}\, d t$ (T, perioda).

Obě naše podmínky

$$-\alpha_1 S_1^1 + b_{11} T_1^0 = 0$$
$$C_{11}^0 S_1^0 - \alpha_1 T_1^0 = 0$$

obsahují dvě neznámé S_1^1, T_1^0, i musí

$$\alpha_1^2 = C_{11}^0 b_{11} = -\frac{3 p^2}{a^2}\frac{\partial^2 R}{\partial \xi^2}.$$

Nalézáme tedy, že až na prvou potenci hmoty inclusive jsou řešení asymmetrická $\left\{\begin{matrix}\text{stabilní}\\ \text{instabilní}\end{matrix}\right\}$ dle toho, je-li $\frac{\partial^2 R}{\partial \xi^2} \gtrless 0$ (Wilkens l. c.).

Totéž plyne i z nerovniny (A) § 4. v případu, že $\frac{\partial^2 [F]}{\partial G^2}$ a $\left(\frac{\partial^2 R}{\partial G \partial \xi}\right)^2$ mají stejné t. j. kladné znamení. Je tedy naše kriterium (A) přesnější, což ostatně patrné, neboť zanedbává μ^2, kdežto kriterium právě odvozené $\mu\sqrt{\mu}$.

Applikujme nyní tyto úvahy na náš konkrétní příklad. Nalezneme tu se zanedbáním první potence η — pro symmetrická řešení — následující rozvoje výrazů charakterisujících dle (A) stabilitu:

Pro symmetrickou konjunkci $\xi = 0$:

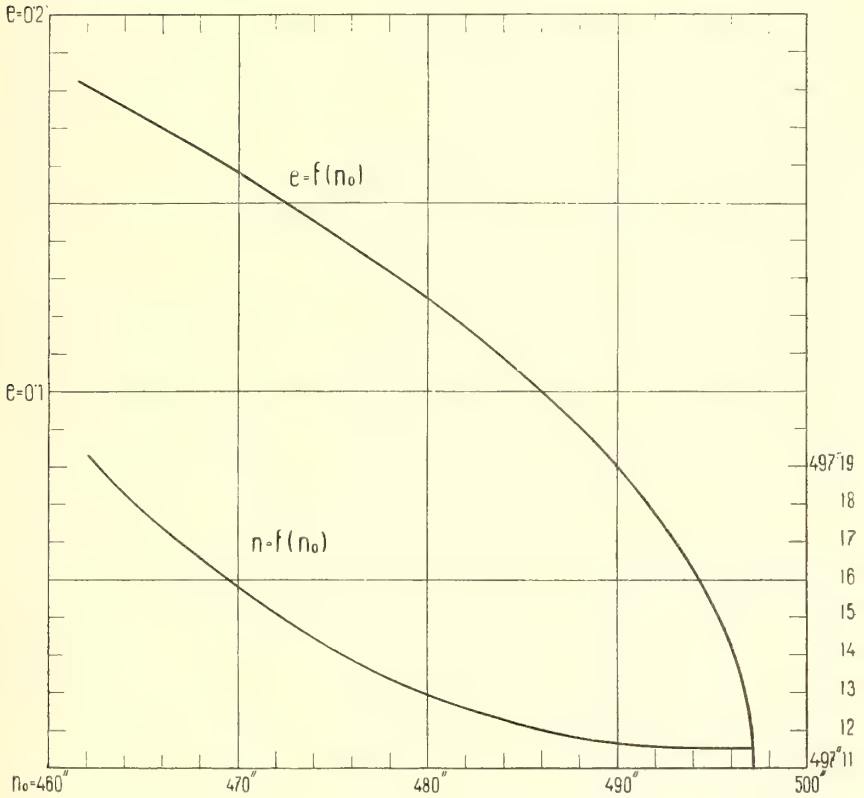
$$A\,\frac{a'}{k^2 m'} = -13{\cdot}09532\left(\frac{e}{2}\right)^2 - 1359{\cdot}96576\left(\frac{e}{2}\right)^4 - 78106{\cdot}1102\left(\frac{e}{2}\right)^6$$

$$(2C + B)\, k\sqrt{a} = 1491{\cdot}91809 - 902{\cdot}03231\left(\frac{e}{2}\right)^2$$

Pro symmetrickou opposici $\zeta = \pi$:

$$A\,\frac{a'}{k^2 m'} = 13{\cdot}09532\left(\frac{e}{2}\right)^2 - 1524{\cdot}0246\left(\frac{e}{2}\right)^4 + 149894{\cdot}3198\left(\frac{e}{2}\right)^6$$

$$(2\,C + B)\,k\,\sqrt{a} = 1550{\cdot}2362 - 7541{\cdot}2212\,\left(\frac{e}{2}\right)^2 .$$



Obr. 2. Symmetrická konjunkce.

Vidíme ihned, že v Cauchy-Sundmanově oboru konvergence podržují naše výrazy *stále totéž znamení.* I jsou pak dráhy systému symmetrické konjunkce $\zeta = 0$ instabilní, sousedící s asymptotickými (— +), a naproti tomu dráhy systému symmetrické opposice stabilní periodické (+ +), a to v celém oboru konvergence.

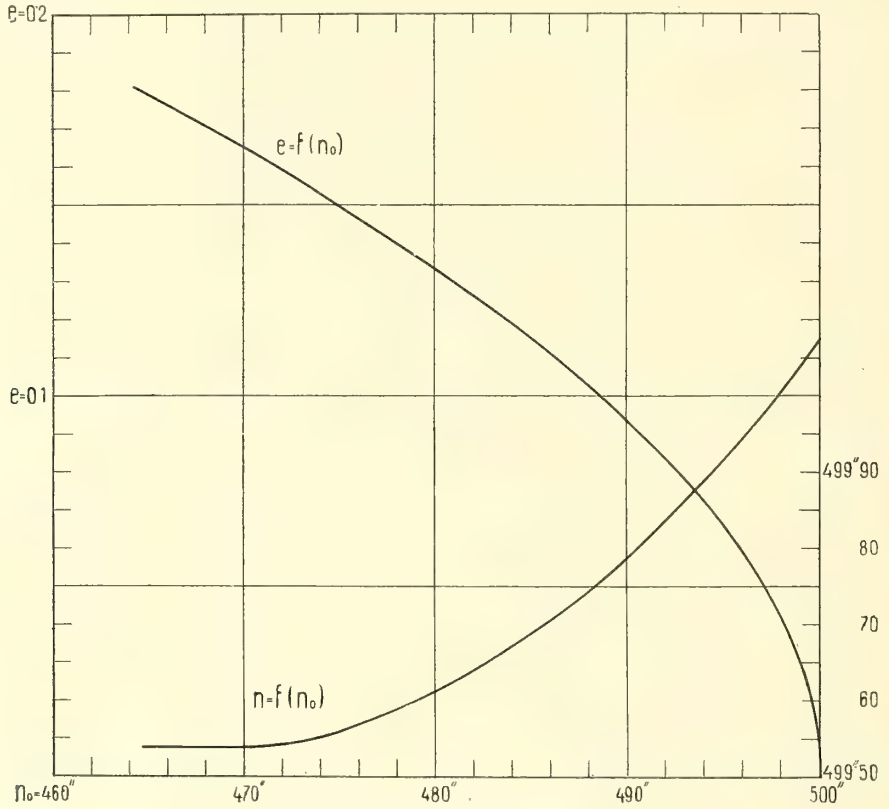
Ježto oba výrazy $N = A$ svého znamení nemění, lze též grafického kriteria užiti, a nalezneme *potvrzení* soudů analyticky odvozených (viz *schema křivek, které kresleny se zanedbáním prvé potence* η) (obr. 2. a 3.).

Mimo to nalézá se — jak v § 3. nalezeno — *instabilní* obor asymptotických řešení na oné straně nullové excentricity, pro niž platí resp.

$$\zeta = 0 \qquad n > 497''102,$$

$$\zeta = \pi \qquad n > 500''053.$$

Přechod tvoří v obou případech rotující kruhová (rušená) dráha ($e = 0$), která sama je instabilní. Že tato přechodní dráha je instabilní, což dle dané situace přímo patrno, nahlédneme i pomocí naší rovnice pro charakteristické exponenty.



Obr. 3. Symmetrická opposice.

Výrazy M, N, rovnice pro h^2 obsahují totiž jako faktor *quadrát* excentricity. I vymizí h^2 pro excentricitu nullovou, což pak vede k známému řešení

$$\delta x_1 = c_1$$

$$\delta y_1 = -L c_1 t + c_2,$$

takže δy_1 *roste s časem do nekonečna.*

Pokud se konečně týká poměrů stability řešení asymmetricky periodických, nelze tuto — existují-li vůbec tato řešení — posud jinak zkoumati než prostřednictvím numerických quadratur.

$\xi = 0$. *Symmetrická konjunkce.*

e	f rotace přímky apsid	g poruch středního denního pohybu	$n = k a^{-3/2}$	n_0	η
$e = 0{\cdot}01$	+ 2″735	— 0″378	497″102	497″00	+ 0·001623
0·02	+ 2″742	— 0″383	497″102	496″67	1619
0·03	+ 2″755	— 0″391	497″102	496″11	.
0·04	+ 2″772	— 0″403	497″102	495″33	.
0·05	+ 2″794	— 0″418	497″102	494″33	.
0·06	+ 2″822	— 0″436	497″102	493″11	.
0·07	+ 2″855	— 0″459	497″102	491″67	1619
0·08	+ 2″894	— 0″486	497″103	490″02	1617
0·09	+ 2″939	— 0″517	497″105	488″15	1615
0·10	+ 2″990[II.])	— 0″553	497″107	486″07	1612
0·11	+ 3″048	— 0″595	497″110	483″79	1608
0·12	+ 3″113	— 0″642	497″114	481″31	1603
0·13	+ 3″185	— 0″695	497″120	478″63	1595
0·14	+ 3″265	— 0″756[II.])	497″127	475″75	1586
0·15	+ 3″353	— 0″823	497″135	472″69	1573
0·16	+ 3″449	— 0″899	497″147	469″44	1558
0·17	+ 3″555	— 0″984[I.])	497″161	466″01	1539
0·18	+ 3″670	— 1″077	497″178	462″41	1517

$\xi = \pi$. *Symmetrická opposice.*

e	f rotace přímky apsid	g poruch středního denního pohybu	$n = k a^{-3/2}$	n_0	η
0·01	— 1″697	— 0″370	500″049	499″96	— 0·002320
0·02	— 1″685	— 0″367	500″038	499″61	2306
0·03	— 1″666	— 0″362	500″020	499″03	2281
0·04	— 1″639	— 0″355	499″995	498″22	2249
0·05	— 1″605	— 0″346	499″964	497″18	2208
0·06	— 1″566	— 0″336	499″927	495″91	2159
0·07	— 1″522	— 0″324	499″886	494″43	2104
0·08	— 1″475	— 0″311	499″842	492″72	2044
0·09	— 1″424	— 0″298	499″795	490″79	1982
0·10	— 1″372	— 0″284	499″747	488″66	1918
0·11	— 1″322[II.])	— 0″270	499″699	486″32	1855
1·12	— 1″273	— 0″257	499″653	483″77	1793
0·13	— 1″229	— 0″244[II.])	499″611	481″03	1737
0·14	— 1″192[I.])	— 0″233	499″575	478″10	1689
0·15	— 1″163	— 0″224	499″546	474″98	1651
0·16	— 1″145	— 0″217	499″528	471″69	1627
0·17	— 1″142	— 0″213	499″522	468″23	1620
0·18	— 1″15	— 0″21	499″5	464″60	(1631)

[I.]) [II.]) značí, že výsledek je správný (vlivem rostoucí excentricity) pouze na dvě resp. jedno desetinné místo inclusive.

Příspěvky k poznání nižších hub.

V. Anisomyxa Plantaginis n. g. n. sp.

Napsal Dr. B. NĚMEC v Praze.

(S tabulkou a 5 obrazy v textu.)

Předloženo Akademii dne 25. října 1912.

Pátá část mých příspěvků k poznání nižších hub pojednává o novém rodu *Anisomyxa*. Je to rod velice příbuzný rodu *Rhizomyxa*, kterýž byl vystaven Borzim v r. 1884, avšak od té doby podrobněji vůbec nebyl zkoumán. Kritický rozbor rodu toho nalézáme ve Fischerově (1892) zpracování Phycomycetů v Rabenhorstově floře tajnosnubných rostlin, malou zmínku o rodu *Rhizomyxa* činí de Wildeman (1893). Zdá se, že příčina spočívá v okolnosti, že cizopasníkům v kořenech rostlin jevnosnubných žijícím dosud vůbec málo pozornosti bylo věnováno, jinak aspoň formy rodu *Rhizomyxa* příbuzné jistě byly by bývaly nalezeny. Takovými jsou vedle rodu *Anisomyxa*, jak ještě uvidíme, jmenovitě druhy rodu *Ligniera* Maire et Tison. Zdá se, že také to, co de Wildeman jako *Rhizomyxu* popsal (1893), nebylo nic jiného, než-li *Ligniera radicalis*.

Rody *Rhizomyxa* a *Anisomyxa* však mají dle mého názoru velký význam pro systematiku Chytridiaceí a Plasmodiophoraceí, na kteroužto okolnost jsem již v první části svých příspěvků poukázal a co také francouzskými mykology Mairem a Tisonem bylo vytčeno. Myslím tu v přední řadě na význam sorosporangií (sporul dle Borziho terminologie). Neboť je-li pravda, že v nich vzniká větší počet zoospor, nebudeme je moci považovati za prosté spory, výtrusy, nýbrž za zoosporangia. Byla by tu analogie s poměry v rodu *Pythium*, kde u některých druhů vznikají zoosporangia, která se vyprazdňují jsouce ještě ve spojení s mateřským myceliem, u jiných odpadávají po způsobu konidií a teprve za příhodných okolností se v zoospory rozpadají a ven je vypouštějí. Ač se sporám konidiovým takováto zoosporangia velice podobají, přece je musíme považovati za sporangia podobně jako t. zv. konidie některých Perenosporaceí. Těmito zoosporangiemi *Rhizomyxa* velice by se přibližo-

vala Chytridiaceím, což by bylo důležito pro stanovení systematické polohy Plasmodiophoraceí, k nimž *Rhizomyxa* tolik vztahů jeví.

Z těchto důvodů s radostí jsem uvítal příležitost ke studiu organismu velice příbuzného rodu *Rhizomyxa*, jež se mi naskytla na podzim lonského roku (1911). Ke konci října jsem totiž sebral na vltavském pisčitém břehu u Braníka několik rostlin jitrocelu kopinatého i s kořeny, kteréž jsem druhého dne v ústavu ohledával. V kořenech nalezl jsem nějaký druh rodu *Pythium*, jenž tu tvoří velké vejčité nebo elipsoidní útvary na konci svých vláken a o němž později podám zprávu, dále však organismus, jejž jsem ihned poznal jako velmi příbuznou formu rodu *Rhizomyxa*. Poněvadž hned z počátku jsem v sorosporangiích jeho rozpoznal větší počet zoospor, nemohlo běžeti o rod *Ligniera*, jehož spory zůstávají dle Mairea a Tisona jednojadernými.

Abych seznal vývojový cyklus tohoto organismu, pěstoval jsem infikované rostliny jitrocelu *Plantago lanceolata* ve studeném sklenníku dále a sice v říčním písku přiměřeně vlhce drženém, bral jsem z nich čas od času materiál a zkoumal jej, abych pokud možno vývoj cizopasníka stanovil. Sledoval jsem jeho vývoj až do července tohoto roku. Co jsem takto nalezl, to zde uveřejňuji v naději, že zajímavému tomuto organismu napříště se strany mykologů více pozornosti bude věnováno, jakž toho zajisté zasluhuje. Připomínám ještě, že se mi podařilo rozmnožiti *Sorolpidium Betae* z prvních rostlin svých tak, že budu moci na základě bohatého materiálu pozorovacího svoje první sdělení o tomto organismu v brzku doplniti. Proč nezařaďuji nový organismus do rodu *Rhizomyxa*, nýbrž do nového rodu *Anisomyxa*, vyložím v oddílu následujícím po podrobné zprávě o rodu *Rhizomyxa*.

1. *Literární zprávy o rodu Rhizomyxa.* V roce 1884 popsal italský botanik Borzi parasita, žijícího v kořenech různých rostlin jevnosnubných, jejž označil jménem *Rhizomyxa hypogaea*. Udává 25 druhů rostlinných, v jejichž kořenech cizopasník tento byl nalezen. Vykazoval vždy stejné podstatné vlastnosti, v podrobnostech ovšem jevily se rozdíly dle růzností hostitelské rostliny. Infekce děje se hned v buňkách za meristematickou zonou se nalézajících, jak rhizodermis, tak i kůra může býti infikována. Cizopasník jeví se zprvu v buňce jako amoebovitá, nahá, mnohojaderná plasma, která pozvolným růstem zaujmouti může celé nitro buněčné. Rozplozování děje se buď pohlavně anebo nepohlavně. Nepohlavní rozplozování je v celku dvojí. Buďto se „plasmodium“ celé, tedy jak říkáme holokarpicky, změní v zoosporangium, jež obklopeno je tenkou, hladkou blanou a krátkým vyprazdňovacím kanálkem ven z hostitelské buňky vynikajícím vypouští rejdivé výtrusy jedním bičíkem opatřené. Rejdivé výtrusy mají průměr 5 až 6 μ. Druhý způsob nepohlavního rozplozování spočívá v tom, že se rozpadne „plasmodium“ ve skupinu menších sporangií, ve sporuly. Nahý parasit rozrýhuje se ve velký počet menších, jednojaderných partií, kteréž se obklopí blanou a v nichž se později vy-

tvoří větší počet (2—4) rejdivých výtrusů. Ty jsou menší, než rejdivé výtrusy vznikající z holokarpických zoosporangií. Každé sorosporangium (sporula) vytvoří zvláštní svoji vyprazdňovací láčku. Průměr sorosporangií obnáší 8 μ. Tvoří skupiny rozmanité velikosti a také rozmanitého tvaru. Blána jich je hladká a poměrně tenká. Vedle nich tvoří cizopasník dle Borziho ještě trvalá sorosporangia o tlustších blanách, cystosori. Blána jejich je na povrchu svém hrbolkovitá.

Borzi popisuje dále též pohlavní rozplozování u *Rhizomyxy*. Ale právem vyslovil A. Fischer (1892) přesvědčení, že to, co Borzi popisuje, nelze počítati k rodu *Rhizomyxa*, nýbrž že jde očividně o pohlavní rozplozování zcela jiného nějakého organismu náležejícího ovšem též k Chytridiaceím. Proto také zde o pohlavním rozplozování *Rhizomyxy*, jak je popisuje Borzi, nebudu dále se šířiti. Připomínám, že na materiálu rodu *Anisomyxa*, jejž já jsem pozoroval, ničeho jsem nenalezl, co by bylo možno se zjevy Borzim popisovanými srovnati. Ve svém zpracování Phycomycet udává Fischer další hostitelské rostliny pro rod *Rhizomyxu* a připomíná, že cizopasník mimo příležitostná slabá naduření kořenových vlásků nezpůsobuje žádných znetvořenin na kořenech. Fischer také nevěří, že vedle sporangiosorů vytvořuje *Rhizomyxa* ještě isolovaná velká zoosporangia. Spíše se domnívá, že to, co Borzi jako velká zoosporangia holokarpicky vznikající popisuje, tolikéž jsou sporangiosori, anebo že vedle *Rhizomyxy* kořeny rostlin, jež Borzi ohledával, infikovány byly ještě nějakým *Olpidiem*.

De Wildeman (1893) je třetí autor, který viděl, jak se domnívá, Borziho *Rhizomyxu*. Pokud se práce Borziho týče, domnívá se de Wildeman, že v ní do jednoho druhu pojata byla stadia patřící k několika organismům. Velká zoosporangia dle něho náleží nějakému *Olpidiu*, pohlavní forma nějakému druhu rodu *Olpidiopsis*. Dle toho by tedy *Rhizomyxa* měla pouze nahé plasmatické tělo, jež se později rozpadá ve sporangiosorus nebo v cystosorus. De Wildeman nalezl *Rhizomyxu* v kořenech trav ve stadiu „plasmodií" jakož i sporangiosorů. „Plasmodium" vyplňuje někdy celou buňku, sporangiosori mají tvar nepravidelný. Všecka sorosporangia jsou přibližně stejné velikosti a vytvořují vyprazdňovací láčky. Průměr jich obnáší asi 5 μ, tvar jich je kulovitý. Cizopasník může infikovati všecky buňky kořenové vyjma buňky svazku cévního. Není nemožno, že to, co de Wildeman popisuje, náleží do rodu *Ligniera* Maire et Tison, ač-li tento rod vlastně se neobjeví býti *Rhizomyxou*. Kdyby jeho výtrusy, jichž klíčení je neznámo, vytvořovaly vyprazdňovací trubičky a větší počet zoospor, není pochyby, že bychom rod ten museli zařaditi do rodu *Rhizomyxa*, jak jej vymezili Fischer a de Wildeman.

Ale i ve vymezení rodu *Rhizomyxa*, jak je Fischer a de Wildeman podali, nepatří vše, co Borzi popisuje, k rodu tomu. Považoval bych spory, jež Borzi na svém obr. 12. zobrazuje, za skupinu

výtrusů rodu *Sorosphaera*. Jsoutě ty skupiny kulovité a duté. Maire a Tison počítají je k rodu *Ligniera*, ale nezdá se mi býti oprávněno za rodový znak považovati okolnost, zda organismus nějaký způsobuje hyperplasie čili nic. Borziho obr. 14. náleží, jak také Maire a Tison se domnívají, ke druhu *Ligniera verrucosa* Maire et Tison.

Ze všech dosud cytologicky zkoumaných Plasmodiophoraceí a Chytridiaceí jevil dosud nejvíce vztahů k rodu *Rhizomyxa* mnou (1911) popsaný rod *Sorolpidium*. Liší se od Plasmodiophoraceí dosud popsaných tím, že vytvořuje větší počet zoosporangií v jednom sorosporangiu, jež bychom na první pohled mohli považovati za prostou sporu (výtrus). To se mi zdá býti — i když nehledíme ku pravděpodobné schopnosti vytvářeti holokarpická zoosporangia, velice důležitým zjevem.

V práci své již několikráte zmíněné Maire a Tison (1911) tolikéž nepovažují organismus Borzim jako *Rhizomyxa hypogaea* popsaný za jednotný. Srovnávají jej se svým rodem *Ligniera*, od něhož se *Rhizomyxa* restringovaná v tom smyslu, jak to Fischer navrhuje, liší okolností, že vytváří větší počet zoospor v sorosporangiu. Upozorňují též na vztahy mezi druhem *Woronina polycystis* Cornu a rodem *Ligniera*, kterýž by se dal odvoditi od příbuzných rodu Woronina vymizením zoosporocyst. Původ Plasmodiophoraceí, jak již bylo zmíněno, bylo by možno hledati v blízkosti Chytridiaceí.

2. *Vývoj a morfologie druhu Anisomyxa Plantaginis n. g. n. sp. z kořenů jitrocelu.* Jak již jsem pověděl, nalezl jsem formu zde popisovanou v kořenech jitrocelu *Plantago lanceolata*. Rostliny ze přírody přinesené byly pěstovány ve studeném skleníku v říčním písku dosti hojně zavlažovaném a v krátké době byly téměř všecky kořeny infikovány. Kořeny ze přírody přinesené a ihned zkoumané nebo fixované jevily infekci mnohem slabší a muselo býti dlouho pátráno po kořenu s větším počtem cizopasníků. V kořenech rostlin ve skleníku pěstovaných vyvinul se však cizopasník ve velkém množství. Mohl jsem tak po celou zimu a následující jaro bráti materiál ke zkoumání in vivo i k fixaci.

Fixace prováděna v roztoku Flemmingově, řezy barveny safraninem s anilinovou vodou po předcházejícím moření v taninu. Ke zkoumání in toto fixovány kořeny ve formalínu (750 *ccm* H_2O, 200 lihu, 50 formalínu).

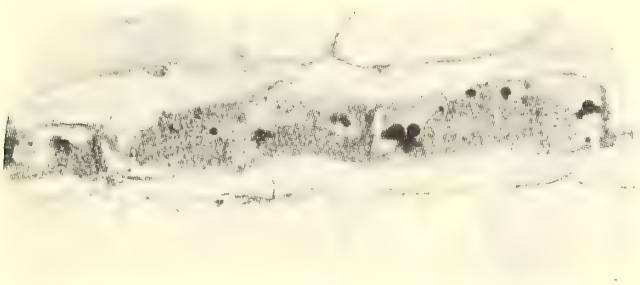
Infekce děje se snadno, jak jsem se přesvědčil dvojím způsobem. Buďto přiseta k infikovaným starým rostlinám semena a klíční rostliny po nějaké době ohledány, nebo k rostlinám neinfikovaným přidány kořeny infikované. Též vypěstovány klíční rostliny v písku sterilisovaném v autoklavu a infikovány přidáním kořenů cizopasníka obsahujících.

Na jaře v dubnu navštívena původní lokalita opětně a četné rostliny ohledány. Některé opět byly infikovány, ač slabě, asi tak jako v říjnu roku předcházejícího. Část kořenů fixována hned na místě, část rostlin opět přenesena do studeného skleníku a tam pěstována.

Jsem si toho dobře vědom, že teprve tehda lze dosáhnouti plného a spolehlivého obrazu vývojového cyklu organismů našemu podobných, až se podaří dosíci jich čistých kultur v hostiteli nebo mimo něj. Pokud se nepodaří získati čisté kultury, možno mluviti pouze o pravděpodobné spojitosti a souvislosti jednotlivých stadií vývojových. Přes to mám za to, že všecka stadia, která v této práci popisuji, patří k jednomu organismu, neboť po celou dobu mých pozorování neobjevil se v mých kulturách organismus, jenž by se nehodil do celé vývojové řady, naopak tatáž stadia stále znova se opakovala a objevovala se také v rostlinách nově infikovaných.

Cizopasníka, jejž v této práci popisuji, budu označovati jako *Anisomyxa Plantaginis* n. g. n. sp. Později vytknu rozdíly druhu toho oproti Borzihо druhu *Rhizomyxa hypogaea*.

Anisomyxa Plantaginis cizopasí v kořenech jitrocele kopinatého (*Plantago lanceolata*). Nalezl jsem jej velice zřídka v částech kořenů ještě



Obr. 1. Z podélného řezu kořenem *Plantago lanceolata*. Ve vrstvě hypodermální všecky buňky chovají Anisomyxu ve stadiu t. zv. plasmodia. Reich. obj. 8a k. ok. 6.

nevyrostlých, nikdy přímo v buňkách meristematických. Ve mladších částech kořenů, pokud ještě jsou opatřeny živou rhizodermis (kořenovou pokožkou), je cizopasník přítomen také v její buňkách, ve starších částech však je omezen výhradně na hypodermální vrstvu buněčnou (nejzevnější vrstvu korovou), asi tak jako *Olpidium Salicorniae*. Je-li přítomen v rhizodermis, může se nalézati také v kořenových vláscích a v nich celý svůj vývoj prodělati. Vždy žije jen v živých buňkách.

Nejmladší stadium, jež jsem pozoroval, byla kulovitá, jednojaderná, nahá stadia, jež se nalézala v hypodermální vrstvě. Další stadium bylo dvojjaderné, značně větší, tvaru již ne kulovitého (obr. 1). Jako také další bezblanná stadia nalézal se cizopasník uvnitř vakuoly, ale přiléhal k její zevní bláně. Cytoplasma nahých stadií byla ohraničena velmi jemnou plasmatickou blankou, byla fixována stejnoměrně síťovitě-zrnitě a nechovala zřetelných vakuol. Další stadia, která jsem pozoroval, byla čtyřjaderná, osmijaderná, konečně stali se nazí cizopasníci mnohojadernými,

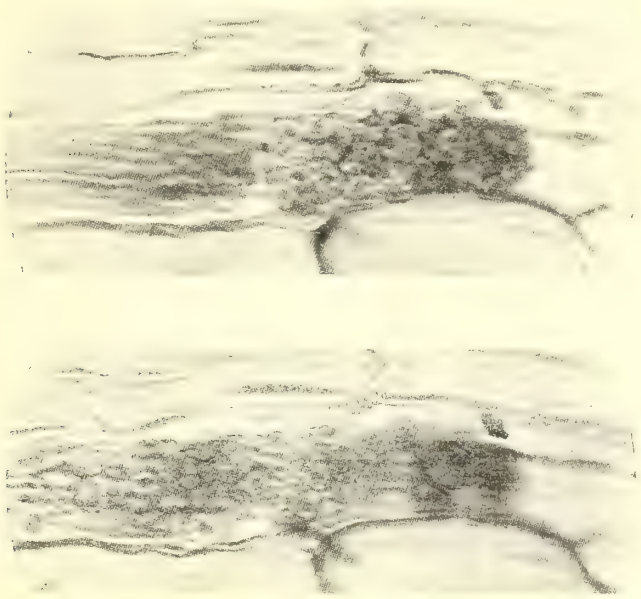
takže obsahovali 50 i více jader. Je pochopitelno, že pak nelze počet jader bezpečně stanoviti i když kombinujeme jednotlivé řezy.

Nahá těla plasmatická jsou z počátku většinou tvaru čočkovitého, anebo tvaru protáhlého (obr. 2.—5.). Při tom obrysy jejich mohou býti dosti nepravidelny, ale přece neobjeví se na nich nikdy pseudopodiovité útvary. In vivo jsem na nich nikdy nepozoroval přímo sledovatelných pohybů nebo tvarových změn. Současně se zmnožováním počtu jader roste cizopasník a může konečně úplně vyplniti prostor vakuoly. Pak ovšem ve tvaru svém shoduje se s tvarem buňky, od jejíž blány odděluje jej tenká vrstva cytoplasmatická. V kořenech silně infikovaných jsou někdy téměř všecky buňky hypodermální vyplněny cizopasníky (text. obr. 1.). Ale vždy lze stanoviti cytoplasmu i jádro hostitelské buňky, kteréž odumírají teprve, když se vytvářejí sporangiosory.

Nejčastěji obsahuje jedna buňka jen jednoho cizopasníka. Ale jsou též nikoli vzácné výminky. Pak jsou jednotliví cizopasníci od sebe odděleni obyčejně lamelami nebo vlákny cytoplasmatickými (text. obr. 2.). Ježto ve velice četných buňkách pouze jeden parasit je přítomen a také jen jeden sporangiosorus se ve mnohých jeví, dále poněvadž schází přechodních stadií, nemohu se domnívati, že by tu bylo nějaké vegetativní dělení se a rozmnožování nahých parasitů, kteráž jako schizogonie pro mnohé Protisty jsou udávána. Také nemohu přijímati, že by naopak vznikalo velké tělo vegetativní u *Anisomyxy* splýváním několika menších individuí. Neboť pozorovati lze všecka přechodní stadia od jednojaderných a malých až ku mnohojaderným a velkým parasitům, takže lze míti za to, že vývoj parasita se děje pozvolným vzrůstem provázeným dělením jaderným.

B o r z i popisuje pro svůj druh *Rhizomyxa hypogaea* dva vegetativní způsoby rozplozování. Předně vytváření holokarpických zoosporangií, za druhé vytváření velkého množství malých sporangií (sporul). Při vytváření holokarpických zoosporangií obklopí se nahý parasit jemnou blanou a obsah jeho celý se rozpadne ve velké množství dosti velkých zoospor. Zoosporangium se otevírá krátkou papilkou ven z buňky hostitelské vynikající. Sotva lze o tom pochybovati, že B o r z i h o obraz 4. opravdu představuje zoosporangium holokarpické. B o r z i kreslí též vyprázdněné zoosporangium a také takové, které již hotové zoospory obsahuje. Je ovšem otázka, zda-li tato holokarpická zoosporangia opravdu náležejí do vývojového cyklu *Rhizomyxy*. Nechci to úplně popírati, neboť pro *Sorolpidium Betae* přijímám, že tolikéž má podobná holokarpická zoosporangia. Ježto *Rhizomyxa* je nesporně se *Sorolpidiem* příbuzná, lze se domnívati, že snad též holokarpická zoosporangia ve svém vývojovém cyklu chová. Jak jsem již řekl, je to ovšem jen pravděpodobné, že u *Sorolpidia* holokarpické zoosporangium patří k sporangiosorům, ač pravděpodobnost ta je velmi velká.

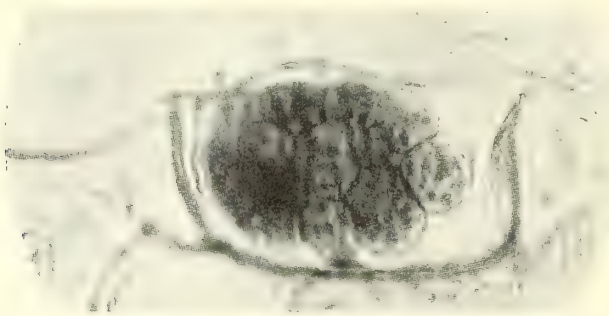
Zde ještě biologickou poznámku o této věci. Rozmnožil jsem *Sorolpidium Betae* infekcí klíčních rostlin a mohl celý vývoj jeho in vivo sledovati. A tu jsem shledal, že se tvoří holokarpická zoosporangia ve mladých částech kořenových, hlavně v buňkách rhizodermis. Ve starších částech kořenových spíše se tvoří sorosporangia a sice hlavně v hypodermis a ostatních buňkách korových. Nenalezneme-li tedy v nějaké pozorované části kořenu holokarpických zoosporangií nýbrž jen sorosporangia, nelze hned tvrditi, že první rozmnožovací orgány vůbec organismus dotyčný nemá schopnost vytvářeti, nýbrž je možno, že se tvoří v jiných částech kořenu, který jim skytá jiné životní podmínky.



Obr. 2. Buňka se dvěma sporangiosory sestávajícími ze sporangií přibližně stejně velikých. Fotografováno ve dvou různých polohách. Zeiss apochr. 2 *mm*, k. ok. 6.

Druhý způsob vegetativního rozplozování u *Rhizomyxa hypogaea* spočívá v tom, že se celý nahý parasit rozpadne ve veliké množství jednojaderných partií, které se obklopí blanou a v nichž později se vyvine větší počet rejdivých výtrusů. Tento způsob nalezl jsem také u *Anisomyxa Plantaginis* a on je to, který celý organismus činí vysoce zajímavým se stanoviska srovnávacího. Celý pochod děje se asi velmi rychle, neboť nenalezl jsem stadií nehotového rýhování. Vždy jsem nalezl již skupiny (sori) sporangií oddělených od sebe hladkými, dosti tenkými blanami. Je to týž způsob rozplozování, jejž jsem nalezl u *Sorolpidium Betae*. U *Anisomyxa Plantaginis* jsem však mohl mnohem snadněji stanoviti zmnožení jader v sorosporangiích a rozpad jich obsahu ve větší počet zoospor.

Je zajímavo, že jsem nalezl dvojí sory. Rostliny přímo ze přírody přinesené chovaly sory sestávající z malých sorosporangií, při čemž rozdíly ve velikosti sorosporangií nebyly příliš nápadné, ač je vždy bylo možno stanoviti. Největší průměry těchto sorosporangií obnášely as 4,8 × 5,8 až 5,8 × 7,2 μ. Sporangia jsou na ploše styčné oploštěny, proto činí dojem pseudoparenchymu (obr. 18.). V materiálu, jejž jsem na podzim přinesl ze přírody a ihned ohledal, nalezl jsem pouze takovéto sporangiosory. Během zimy se však objevily v kořenech rostlin ve skleníku pěstovaných také sporangiosory s většími sorosporangiemi, jež sestávaly ze sorosporangií velmi nestejné velikosti. Ty jsem nalezl také v materiálu přineseném na jaře ze přírody a ihned prohlédnutém. Jak z obr. 20. až 27. je zřejmo, jsou tato sorosporangia různě veliká. Jich průměry varírují od 4,5 × 6 μ až do 10,5 × 15 μ. Na styčných plochách jsou sporangia oploštěna, na zevních plochách volných jsou zaokrouhlena (text. obr. 3.).

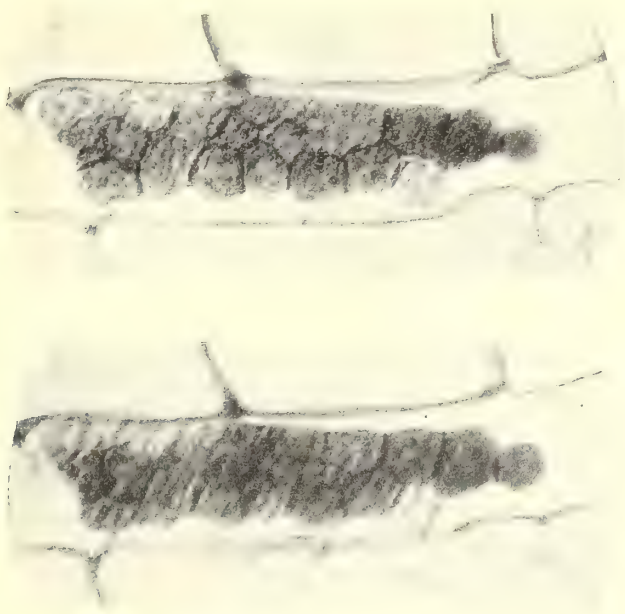


Obr. 3. Buňka se sorem, jehož sporangia jsou různě veliká a vícejaderná. Zeiss apochr. 2 *mm*, k. ok. 6.

U *Sorolpidium Betae* mohl jsem stanoviti, že je celý sporangiosorus z počátku obklopen společnou blanou, jež později mizí. U *Anisomyxa Plantaginis* jsem takové společné blány nemohl nalézti. Blána velkých i malých sorosporangií je tenká, hladká a beze struktury, zvláště třeba vytknouti, že postrádá jakýchkoli hrbolků. Obojí sporangia (sporuly) jsou z počátku jednojaderná, později se však stanou vícejadernými a konečně jich obsah se rozpadne v zoospory, kterých jsem in vivo bohužel neviděl. Připomínám, že z příbuzných organismů jenom u *Rhizomyxa hypogaea* a u *Plasmodiophora Brassicae* zoospory in vivo byly pozorovány. M a i r e a T i s o n též marně se namáhali u svého rodu *Ligniera* zoospory spatřiti. Na preparátech jsem podobně jako u *Sorolpidium Betae* též u *Rhizomyxa Plantaginis* viděl nezřídka zoospory. Jsou přibližně kulovité a jedním bičíkem opatřeny (obr. 34.).

Jak právě řečeno, marně jsem se namáhal in vivo zoospory spatřiti. Také jsem nenalezl vyprazdňovacích láček, které B o r z i u své *Rhizomyxy*

tak dobře pozoroval. Ježto jsem volně ležící zoospory nalezl uvnitř hostitelských buněk (obr. 34.) a také malé, jednojaderné parasity (obr. 20.—22.), kteří z nich očividně vznikli, není nemožno, že sorosporangia u *Anisomyxa Plantaginis* vůbec nevytvářejí vyprazdňovacích láček, jak se mi to zdá pravděpodobným též pro *Sorolpidium Betae*. Stanovil jsem průměry zoospor volných (mimo sorosporangia) na 1,5 × 1,5 až 1,5 × 1,8 μ. Uvnitř sorosporangií pozoroval jsem též buňky veliké 2,5 × 3 až 2,7 × 3,2 μ, nemohu však udati, zda-li to byly již hotové zoospory, či zda-li by se tyto buničky byly ještě jednou rozdělily před přeměnou v zoospory.



Obr. 4. Sporangiosorus z různě velkých sporangií sestávající. Fotogr. ve dvou různých rovinách. Zeiss apochr. 2 *mm*, k. ok. 6.

Není nemožno, že *Anisomyxa* vytvořuje zoospory dvojí velikosti. Možnost tu odůvodňuji přímým pozorováním, že jakési *Olpidium*, které cizopasilo v kořenech *Cardamine pratensis*, vytvořuje v jednom zoosporangiu zoospory dvojí velikosti, větší a menší. Totéž pozoroval jsem u *Olpidia*, které jsem nalezl v rhizodermis kořenů.

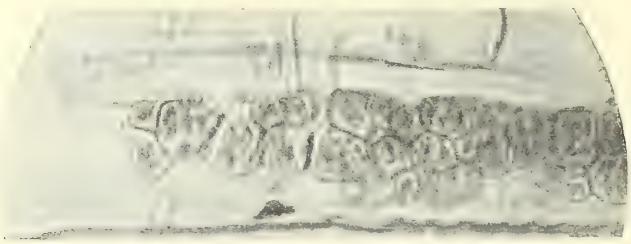
V obou případech po přenesení kořenů do vody vypouštějí zoosporangia zoospory a přímo jsem mohl pozorovati, že z téhož zoosporangia vycházely zoospory malé a jiné větší v menším počtu.

Sporangiosory *Anisomyxy* jsou velice rozmanitého tvaru, což souvisí s velikostí parasita a tvarem jeho, jakož i s tvarem hostitelské buňky. Nikdy nejsou uspořádány v jednovrstevné destičky, nýbrž ve skupiny ve všech směrech prostoru vícevrstevné. Nikdy nechovají dutiny centrální

úplně uzavřené, takové, jaká je význačná pro rod *Sorosphaera*. Chovají-li někdy uvnitř dutinu, je tvaru nepravidelného a na jedné straně otevřená. V ní se nezřídka nalézá jádro (obr. 23.). Zdá se, že také *Ligniera* se chová zcela podobně.

Jiného způsobu rozmnožování jsem pro *Anisomyxu* nemohl stanoviti. V několika vzácných případech jsem v rhizodermis nalezl velké, podlouhlé cysty, které byly obklopeny zevní, volnou (nepřiléhavou), tenkou blanou a vnitřní blanou tlustší, přiléhavou (obr. 40.). Obě byly hladké, bezbarvé nebo slabě nažloutlé. Ležely ojediněle po jedné v buňce. Upomínaly mne zpočátku na oospory, které byl popsal B o r z i pro svou *Rhizomyxa hypogaea* (srv. jeho obr. 23.), ale nic nepřipomínalo na nějakou samčí buňku v hostitelské buňce. Nelze mi udati, kterému asi organismu právě popsané cysty přináležejí.

V lednu vzal jsem rostlinám kultivovaným ve studeném skleníku kořeny a vložil jsem je na 14 dní do vyvařené vody z vodovodu. V četných



Obr. 5. Sporangiosorus z nestejně velkých sporangií sestávající. V některých plasma rozrýhována. Zeiss apochr. 2 *mm*, k. ok. 6.

buňkách se po několika dnech objevila velká sorosporangia (obr. 38), která sice nebyla přesně stejně veliká, ale přece trochu tlustší blány měla než obyčejná sorosporangia dosud pozorovaná. Není nemožno, že tu jde o jednoduché trvalé výtrusy. Během dalšího měsíce se již nezměnily, také se hustý jejich obsah nerozpadl v menší partie. Cytologicky jsem tyto trvalé sorocysty nezkoumal. Velikost (největší dva na sobě kolmé průměry) sorocyst těchto obnášela na př. 14,5 × 20 μ, 17,5 × 23 μ, 20 × 26 μ.

To by asi bylo všecko, co jsem mohl stanoviti o vývoji a zevní morfologii druhu *Anisomyxa Plantaginis*. Ačkoli jsem jej sledoval od podzimu do léta, nemohl jsem na něm stanoviti dalších rozmnožovacích způsobů. Jmenovitě jsem pátral marně po holokarpických zoosporangiích, která B o r z i pro svou *Rhizomyxu* popisuje a také jsem nic nenalezl, co by upomínalo na pohlavní rozplozování, které tolikéž B o r z i m bylo popsáno. Přes to nechci tvrditi, že bych byl stanovil celý vývojový cyklus dotyčného organismu. Zvláště by bylo záhodno sledovati osud zoospor.

Anisomyxa liší se od rodu *Rhizomyxa* tím, že vytvořuje v jednom soru sorosporangia (sporuly) zřejmě nestejně veliké, jež zpravidla vytvořují více než čtyři zoospory. Vyprazdňovacích láček a holokarpických zoosporangií nebylo možno nalézti. Vytváření nestejně velikých sporul je znak, jímž se *Anisomyxa* odlišuje od rodu *Sorolpidium* jakož i od Plasmodiophoraceí *Sorosphaera*, *Ligniera* a *Tetramyxa*. *Plasmodiophora* v odchylných případech vytvořuje výtrusy nestejně veliké, jsou to však pouze výminky.

Pozorování cytologická. Cytologická pozorování objevila se býti pro zkoumání Plasmodiophoraceí a organismů příbuzných velmi důležitými. To se týče obzvláště dělení jaderných. Jak již Navašin (1899) a po něm Prowazek (1905), nověji Maire a Tison (1909), Blomfield a Schwarz (1910), Schwarz (1910) a Osborn (1911) ukázali, lze u zmíněných organismů rozeznávati celkem dva typy dělení jaderného. První typ je vegetativní, při němž jadérko persistuje, jevíc se jako t. zv. *karyosom*. Karyosom ten se dělí, obě jeho poloviny postoupí na póly jaderné a vstoupí do jader dceřinných. Druhé dělení je reproduktivní, při němž se jadérko zcela rozpustí, takže v tomto ohledu dělení probíhá zcela tak jako u vyšších rostlin, kde také skoro vždy jadérko se během dělení jaderného zcela rozpouští.

Karyosom však nemá u *Plasmodiophoraceí* ani u *Sorolpidia* a *Anisomyxy* význam centrosomu nebo centrioly. Neboť vedle persistujícího karyosomu lze stanoviti při dělení ještě centrosom (obr. 3., 6., 9., 12.), který často vystupuje velice zřetelně. Jindy velmi obtížně jej lze stanoviti a také paprsky „kinoplasmatické" kolem něho nevystupují vždy se stejnou zřetelností, což nijak nelze vysvětliti různým způsobem fixace a barvení, neboť rozdíly podobné lze stanoviti na tomže preparátu, ale ovšem jen v různých individuích. V tomže individuu jsou cytologické poměry zpravidla stejné. Dělící figury jeví v jednom individuu vždy týž stupeň vývoje, což nepochybně souvisí s nepříliš velkými rozměry individuí.

Klidná, nedělící se jádra *Anisomyxy* jsou obyčejně protáhlá a rovnoběžně se směrem delší osy parasita uložená. Proto se jeví na podélných řezech obrysů eliptičných, na příčných jsou obrysu kruhovitého (obr. 2.). Jeví strukturu rozmanitou dle stáří parasitů a dle vývojového stadia parasita samotného.

Jadérko je v jádrech mladých parasitů značně veliké (obr. 2.—5.), ve starších jeví se býti mnohem menším (obr. 7.). Jaderná blána je vždy zřetelná, před dělením nebo i během něho leží v ní nebo na ní dvě silně barvitelná zrníčka, která zaujímají vždy póly protáhlého jádra. Buďto se kol nich nejeví žádná zřetelná paprsčitost (obr. 6.), tu pak tělíska sama jsou velká a nápadná, anebo jsou obklopena radiálně uspořádanými paprsky (obr. 3.) a pak tělíska samá jsou mnohem méně nápadná a barvitelná.

Vedle jadérka obsahuje jádro ještě substanci, která je fixována buď jako sítivo nebo jako zrníčka chromatinová, jež velmi jemnými vlákénky

jsou spojena. Dle toho také substance zmíněná se jeví býti méně nebo více zbarveňou. Jsou také jádra, jež vedle jadérka skoro žádného jiného zřetelně fixovaného obsahu nechovají a která tudíž mají vzezření váčkovitých jader pro četné protisty význačných a zvláště pro rostlinné některé mikroorganismy Feinbergem popsaných. V jednojaderných sorosporangiích (obr. 35.) a ve mladých parasitech (zcela klidná jádra), dále také ve stadiu, které očividně předchází sporulaci, kdy cytoplasma je velmi zrnitá a silně se barví, lze takovéto stadium zpravidla nalézti (obr. 7). V posledním případu však bývá jadérko velmi malé.

Dále lze před sporulací (vlastně před vytvářením sorosporangií) často stanoviti stadium, v němž mají jádra poměrně bohatý, velmi dobře barvitelný obsah, kterýž je buďto nepravidelně uvnitř jádra rozložen, většinou však jednostranně ku bláně jaderné přiléhá (obr. 14.), při čemž chromatin obklopuje těsně jadérko, kteréž pak stěží vůbec jako takové lze poznati. Jindy leží jadérko vedle skupiny chromatinu (obr. 14a.). Nelze popříti, že takováto jádra v celkovém excentrickém uložení chromatinu podobají se stadiu synapse, jak pro rostliny vyznačující se většími jádry, dobře je známa. Dále jsem též viděl stadia, kdy velká chromatinová zrna, kteráž bezpochyby již za hotové chromosomy lze považovati, pravidelně při bláně jaderné jsou rozloženy (obr. 13.), jak to je známo pro stadium t. zv. diakinesy.

V sorosporangiích má jádro především strukturu prázdného nebo téměř prázdného váčku opatřeného zřetelným jadérkem (obr. 31.). V následujících stadiích vícejaderných opatřena jsou jádra dosti hojnými chromatinovými uzlinami spojenými nitkami v síť. V tomto retikulu není vždy možno jadérko dobře od chromatinových zrn rozeznati (obr. 23., 27.). V posledních stadiích před vytvářením zoospor jsou jádra velice nepatrných rozměrů a jich strukturu těžko je vyšetřiti (obr. 28., 36.). V zoosporách samotných jsou nezřídka fixována skoro zcela homogenně a barví se velice intensivně (obr. 34.). Leží pak při periferii zoospory. Pro nepatrnost rozměrů jich nemohl jsem stanoviti vztahy jader k bičíku.

Řekl jsem již, že jaderná dělení jeví dva zřejmě odchylné typy. Při jednom jadérko se nerozpouští, nýbrž dělí, při druhém se rozpouští.

Vegetativní dělení zaváděno je objevením se dvou zrníček centriolu podobných na pólech protáhlých jader. Vždy jsem viděl jádro opatřené již dvěma centriolami, nikdy jsem nepozoroval jich dělení. Objevují se v době, když uvnitř jádra ještě není zřetelných chromosomů (obr. 6.) a kdy ani karyosom ještě není rozdělen. Pak se počnou diferencovati chromosomy a kolem centriol objeví se paprsky radiálně uspořádané, více nebo méně zřetelné (obr. 3.). Chromosomy se sestaví v rovinu ekvatoriální (obr. 9.), karyosom se však mezi tím byl ve směru osy dělení protáhl, zaškrtil a diatmeticky nebo i činkovitě rozdělil. Na pólech dělící figury mohou se pak centrosomy destičkovitě rozšířiti, při čemž paprsky kolem nich se zmenšují a mizí (obr. 1., 8.). Zdá se mi, že aspoň v některých stadiích vý-

voje parasita blána jaderná při dělení může persistovati až do metafáse. Chromosomy pak se posunou na póly, kde se za dceřinnými karyosomy seskupí; dceřinné karyosomy mohou zůstati po nějakou dobu jemným vláknem spojeny (obr. 10.), jak jsem to kdysi též pro *Cladophoru* stanovil. Ale není tomu tak vždy. Vůbec v podrobnostech se bezpochyby jaderná dělení v různých vývojových stadiích parasita od sebe liší. Také M a i r e a T i s o n (1911) udávají rozdíly ve způsobu vegetativních dělení *Plasmodiophoraceí*. Když se byly chromosomy na pólech ve hromádku seskupily, může paprsčitost kolem pólu opět zřetelněji vystoupiti (obr. 11., 12., 16., 17.).

Právě jsem vytknul, že všecka dělení vegetativní přesně asi se spolu neshodují. Vedle rozdílů v achromatické figuře jmenovitě chci ještě vytknouti, že během vývoje parasita poněkud se jadérka (karyosomy) zmenšují. Vždy však je možno při vegetativním dělení stanoviti jich persistenci a dělení.

Zmenšování karyosomu děje se pozvolna během vývoje parasita. Před sporulací (tak pro stručnost budiž označeno vytváření se sorosporangií) jeví se však jádra téměř prázdnými (obr. 7.) a jich karyosom je velmi malý. Naproti tomu je cytoplasma velmi hustá, jemně zrnitá a silně barvitelná. Myslím, že po tomto stadiu (nazvaném od P r o w a z e k a chromidiovým) následuje objevení se hojné substance chromatinové v jádru a uspořádání struktury jaderné v synapsi (obr. 14a). Nemohl jsem bohužel stanoviti podrobnější stavbu struktur jaderných v tomto stadiu, neboť jádra jsou příliš nepatrných rozměrů. Nepodařilo se to také jiným badatelům u jiných Plasmodiophorací. Pak následuje asi stadium, které je bezpochyby diakinesí (obr. 13.). Již během tohoto stadia jadérko mizí.

V nerozrýhovaném plasmatickém těle neshledal jsem jaderných dělení druhého typu. Není však pochyby, že se v něm vskutku odehrávají, neboť jednojaderná sorosporangia opatřena jsou již jádry opět váčkovitými, musela tedy mezi diakinesou právě zmíněnou a tímto stadiem jaderná dělení se odehráti, jež dala původ klidnému prvnímu jádru sorosporangií. V sorosporangiích pozoroval jsem však často dělení a to se dálo dle typu druhého. Bohužel jsou tu dělící figury velice malých rozměrů, takže z podrobností ještě méně lze stanoviti než na mitosách v nerozrýhovaném těle plasmatickém. Přes to lze zcela bezpečně stanoviti, že v sorosporangiích při dělení karyosom se rozpouští a mizí, takže se v rovině aequatoriální nalézají pouze chromosomy a také jen tyto na póly se pohybují. Centriol a radiálních paprsků nepodařilo se mi v těchto mitosách spatřiti. V obr. 23. zříme jádra, v nichžto se bez pochyby právě diferencují chromosomy. Nukleolů v jádrech nelze již stanoviti. Obraz 33. chová několik stadií aequatoriálních, obraz 15. metakinesy. Také obrazy 37., 39. a 39a představují jistě metakinesy. Sorosporangia obrazu 36. obsahují bezpochyby základy jaderné přímo po metakinesi, tedy stadium rovné anafáse. Všecky tyto mitosy vyznačují se nepřítomností karyosomu.

Nepodařilo se mi stanoviti počet chromosomů ve figurách dělících, což je při nepatrném rozměru jich pochopitelno. Nemohu proto také ničeho říci o redukci, po případě o rodozměně u *Anisomyxa Plantaginis*. Přece však je důležito vytknouti, že jaderná dělení během vegetativní periody vzrůstu parasita podstatně se liší od dělení během rozplozovací periody, jak se nám objevují v sorosporangiích.

4. *O sorosporangiích.* Sorosporangia *Anisomyxy* mají pro nás svrchovanou důležitost, neboť zdají se mi býti rozhodujícími pro názor náš na systematické postavení tohoto rodu, po případě i všech Plasmodiophoraceí. Bylo již vytčeno, že jsou zprvu jednojaderná, ať při tom jde o veliká či malá sorosporongia (obr. 31., 33.). V obrazu 33. znázorněna je skupina sorosporangií, která obsahuje sorosporangia jednojaderná a dvoujaderná, ale také sorosporangia chovající dvě nebo čtyři dělící figury. Na tomto příkladu lze viděti, že se nevyvíjejí všecka sorosporangia stejnoměrně, což se však dá stanoviti teprve po rozrýhování plasmatického těla. Dříve se všecky pochody jaderné dály v celém těle parasita současně.

Nejmenší sorosporangia obsahují na konec jen čtyři zoospory. Průměr jednojaderných malých sorosporangií obnášel ve stadiu jednojaderném 5,8 × 58 až 5,8 × 7,2 μ. Ve stadiu, kdy chovala čtyři zoospory, měřila popodobná sorosporangia 4,5 × 7,5, 6 × 8,5, 7,5 × 7,5, 7,5 × 8,2 μ. Je proto možno, že během vývoje zoospor sporangia poněkud vzrostla. Ve větších sorosporangiích vzniká více zoospor, proto je tam též více dělení jaderných. Pozorujeme v nich 2, 4, 8, 16 jader a myslím, že počet jich může stoupnout někdy i na 32. Zprvu jsou rádra dosti veliká, později jsou menší. To vyplývá dobře ze srovnání obrazů 23., 27., 28., 36.

Také větší sorosporangia během vývoje svého bezpochyby rostou. Měřil jsem na příklad tyto průměry: 4,5 × 4,8, 4,8 × 4,8 μ, 4,5 × 6, 5,2 × 5,6, 5,2 × 6. Sorosporangia jednojaderná: 6,7 × 6 μ.

Sorosporangia čtyřjaderná: 3 × 4,5, 6 × 6,7, 7,5 × 7,5 μ.

Sorosporangia osm i více jader chovající, 3 × 4,5, 6 × 6, 9 × 10,5, 10,5 × 10,5.

Sorosporangia chovající 11 i více dělících figur: 6 × 6, 6 × 9, 9 × 9 μ.

Z těchto a podobných měření vyplývá, že sorosporangia více jader a zoospor chovající jsou v celku větší, než sorosporangia jednojaderná. Při variabilitě velikosti sorosporangií nelze však bezpečně vzrůst sorosporangií dokázati.

Některá pozorování svědčí pro názor, že se plasmatický obsah sorosporangií nerozpadá najednou, simultáně v zoospory. Soudím tak proto, poněvadž nezřídka jsem nalezl v jednom sorosporangiu nestejně velké partie plasmatické, dále jsem též nalezl skupiny sorosporangií, v nichž některá sporangia obsahovala větší, jiná menší (obr. 30.) partie plasmatické. Obyčejně však rozpadá se plasma jednoho sporangia ve stejně velké partie, z nichž vznikají zoospory.

Bylo by velmi důležito, kdyby se podařilo pozorovati vyrejdění zoospor ze sorosporangií a měřiti zoospory živé. Zdálo se mi totiž, že vytvořuje *Anisomyxa* dvojí, nestejně velké zoospory. Ježto jsem však in vivo zoospor nepozoroval, nemohu domněnku svoji dále rozváděti. Obr. 19., 25., 26 , 29. znázorňují sorosporangia, o nichž bychom mohli míti za to, že obsahují větší zoospory, obr. 34. znázorňuje sorosporangium s menšími zoosporami a některé z nich již volně leží v hostitelské buňce.

Ještě jednoho pozorovaného zjevu budiž tu zmíněno. Kořeny odňaté v zimě rostlinám ve skleníku pěstovaným obsahovaly sem tam sory, které sestávaly většinou z nestejně velkých, již prázdných sorosporangií (obr. 20.—22.). V některých však nalézala se volně ležící velká buňka zřejmou blanou opatřená a velké olejové těleso chovající. Také viděl jsem sporangia, v nichž vedle této velké buňky jedna nebo dvě malé buňky ležely (obr. 22.). Zdá se, že to jsou zoospory, které ze sporangia nevyrejdily a změnily se v jakési trvalé výtrusy.

Třeba nyní ještě říci několik slov o významu sorosporangií vzhledem k novějším pracím o Plasmodiophoraceích. Musím zde do jisté míry opakovati to, co jsem řekl u příležitosti popisu druhu *Sorolpidium Betae*. U rodů *Sorosphaera*, *Tetramyxa* a *Ligniera* rozpadá se plasmatické tělo (schizont) nejprve v jednojaderné sporonty (amoebulae), ty pak každý ve čtyři spory (M a i r e a T i s o n 1911). Tak vznikají jednojaderné výtrusy, jejichž osud bohužel není znám. Z počátku jsem se domníval, že sorosporangia *Anisomyxy* jsou homologická se sporonty rodů *Sorosphaery*, *Ligniery* a *Tetramyxy*, že se však od nich liší tím, že nedávají původ čtyřem sporám, nýbrž neurčitému počtu zoospor. Ale viděli jsme, že počet zoospor je velmi rozmanitý, kdežto ze sporontů vznikají vždy jen čtyři spory a proto nemohu homologii mezi sorosporangiemi a sporonty přijmouti. Za to lze je zajisté srovnati se sorosporangiemi u *Sorolpidium Betae*, které tolikéž ve svém nitru několik zoospor vyvíjejí. O poměrech tohoto druhu budu moci v brzku podati podrobnější zprávy na základě nového, bohatého materiálu.

Bohužel není známo klíčení výtrusů u rodů *Sorosphaera*, *Ligniera a Tetramyxa*, proto nemůžeme prozatím nic bezpečného říci o homologii sorosporangií se sporami těchto rodů. Ale přece považuji za vysoce pravděpodobno, že sorosporangia se sporami jmenovaných rodů jsou homologická a že také rod *Plasmodiophora* sem náleží se svými sporami, kteréž nejsou vždy stejné velikosti. Ovšem jeho spory zpravidla jsou monozoosporické, sorosporangia rodu *Rhizomyxa* a *Anisomyxa* jsou vždy polyzoosporické. Poněvadž rod *Anisomyxa* vytvořuje sorosporangia velmi různé velikosti, možno jej považovati za zvláště jednoduchý a primitivní, k němuž se systematicky řadí ostatní rody jako dokonalejší, ježto vytvářejí sorosporangia stejné velikosti.

LITERATURA.

(Většina prací citována je v mém prvním příspěvku (Němec 1911), na nějž tímto odkazuji.)

Němec, B., 1911. Příspěvky k poznání nižších hub. I. Rozpravy České Akademie.

Osborn, T. G. B. 1911, Spongospora subterranea (Wallroth) Johnson. Ann. of Bot. V. XXV.

Schwarz, J. 1911, The life-history and Cytology of Sorosphaera Graminis. Ann. of Bot. V. XXV.

VÝKLAD TABULKY.

Všecky obrazy, vyjma obr. 40., vztahují se na *Anisomyxa Plantaginis* n. g. n. sp. obr. 1—7 a 19—39 kresleny při zvětšení Zeiss apochr. 2 *mm*, k. okul. 6, obr. 8—17, 39b při Apochr. 2 *mm*, k. okul. 8, obr. 18 a 40 při Reichertově objektivu 8a, k. ok. 6.

Obr. 1. Cizopasník se dvěma dělícími figurami (křížkové figury).

Obr. 2. Cizopasník se dvěma klidnými jádry.

Obr. 3. Cizopasník se čtyřmi jádry, z nichž každé má dvě paprsčité záře.

Obr. 4. Cizopasník s osmi jádry, z nichž jen šest je zastiženo na řezu.

Obr. 5. Cizopasník s větším počtem jader, jež se právě byla rozdělila Mnohá jádra párovitě sdružena.

Obr. 6. Část staršího cizopasníka. Na jádrech zřetelné centrosomy.

Obr. 7. Stadium předcházející reproduktivnímu dělení. Jádra chovají jen zcela malá jadérka, cytoplasma silně zbarvena.

Obr. 8—12, 16, 17. Vegetativní jaderná dělení, 8, 9 aequatoriální desky, 10—12 metakinesa, 11 tatáž s hora viděna.

Obr. 13—14a. Příprava k reproduktivnímu dělení, v jádrech objevují se struktury synapsi podobné.

Obr. 15, 15a. Metakinesis reproduktivních dělení.

Obr. 18. Buňka se sorem sestávajícím z malých sorosporangií.

Obr. 19. Sporangiosori se základy zoospor.

Obr. 20—22. Buňky se sory, jichž sporangia většinou jsou velká a poměrně malá. V některých sporangiích po jednom cystám podobném útvaru, mimo sporangia kulatí jednojaderní parasiti.

Obr. 23, 23a. Sporangiosorus s vícejadernými sporangii. Jádro hostitelské buňky přiléhá k soru.

Obr. 24, 27, 28. Sorus s vyprázdněnými a mnohojadernými sporangii.

Obr. 25, 26, 29—30. Sporangia s rozrýhovaným obsahem, příprava k vytvoření zoospor.

Obr. 28a. Jednojaderná a dvoujaderná sorosporangia.

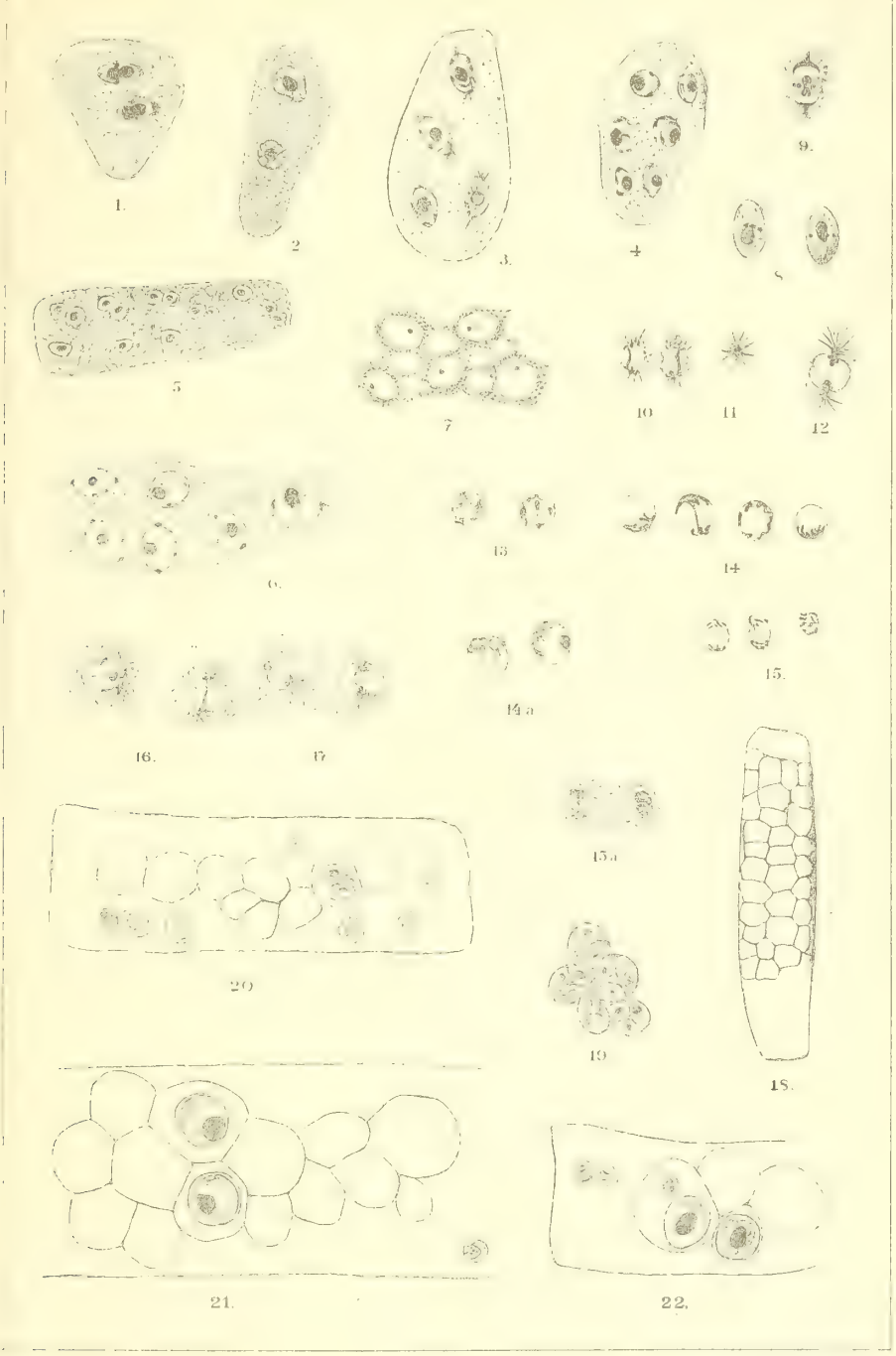
Obr. 31, 35. Jednojaderná sorosporangia.

Obr. 32—33, 36, 37, 39, 39a. Sorosporangia s dělícími figurami, jež mají charakter reproduktivních dělení.

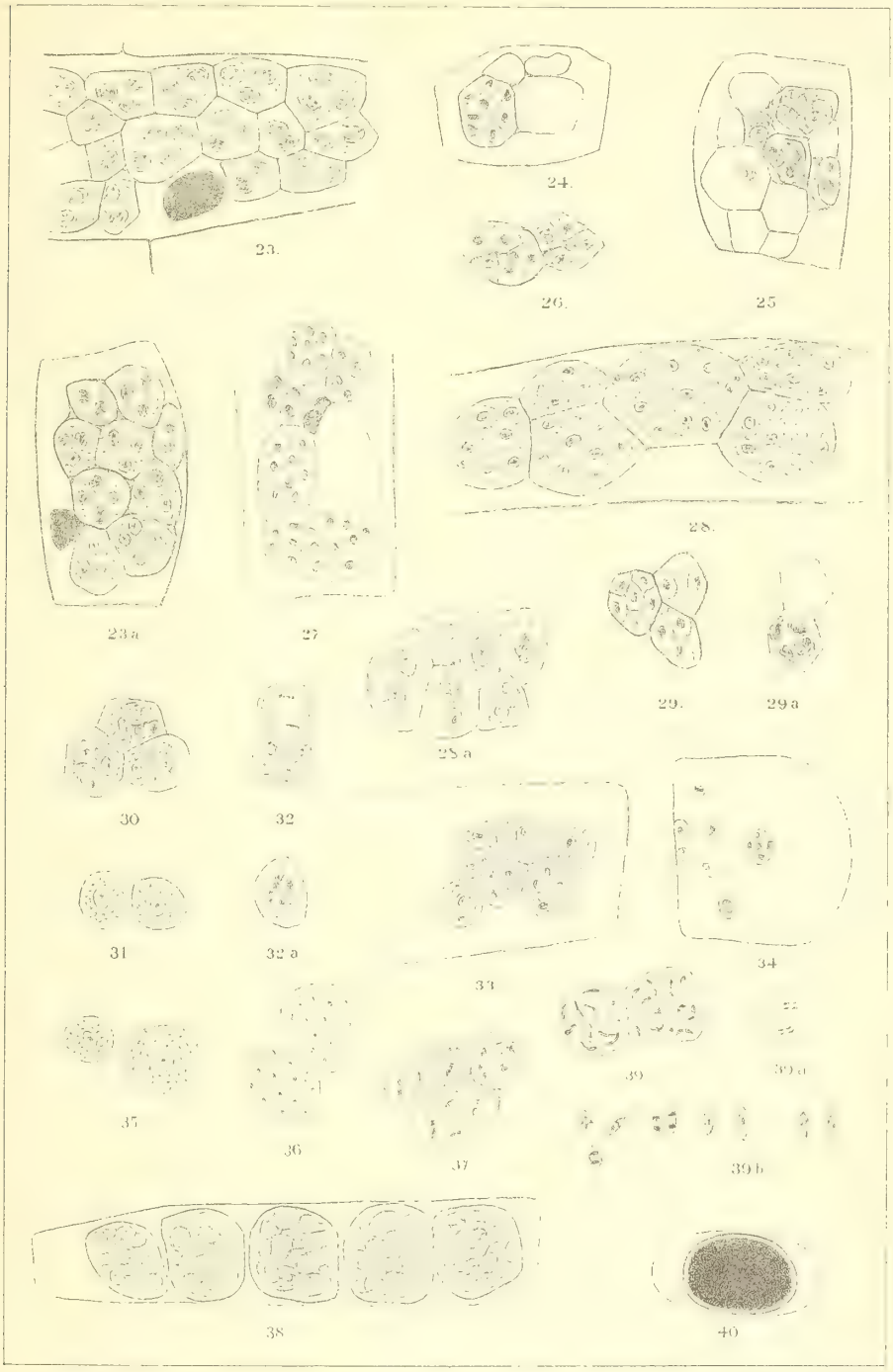
Obr. 38. Buňka se sorosporangiemi cystám podobnými.

Obr. 39b. Různá stadia jaderného dělení v sorosporangiích.

Obr. 40. Dvoustěnná cysta z rhizodermis kořenů *Plantago lanceolata*. Náleží neznámé Chytridiacei.



LIT. V. ŠTUMPER-PRAHA


23.
24.
26.
25
23a
27
28.
29.
29a
25a
30
32
31
32a
34
35
36
37
39
39a
39b
38
40

O pravděpodobném účinku magnetického pole na Voltův effekt.

(Část druhá.)

Podává

Dr. VÁCLAV POSEJPAL.

(Předloženo Akademii dne 11. října 1912.)

§ 1. Roku 1908 uveřejnil jsem v čísle 14. ročníku XVII. Rozprav II. třídy této Akademie jako předběžné sdělení řadu pokusů, z nichž se mohlo s jistou pravděpodobností usuzovati, že se Voltova potenciální difference *Zn/Fe* vlivem magnetického pole, jdoucího rovnoběžně s rozhraním desek, zvětšuje. Sdělení toto uzavíralo se úlohou, podrobnějším výzkumem pravděpodobnost takto nalezeného effektu zjistiti. Řešení této úlohy chtěl jsem provésti v laboratoři prof. H. Pellata v Paříži, jehož práce v oboru Voltovy potenciální difference byly svého času směrodatny a jenž s obzvláštní ochotou a laskavostí mě do své laboratoře na podzim téhož roku přijal.

§ 2. Prof. Pellat nepřipustil přímého pokračování v začaté práci, nýbrž novou formulací problemu dal mému dalšímu experimentování poněkud jiný směr. Výsledky, jichž jsem tím způsobem v jeho laboratoři nabyl,[1]) přinesly jednak několik nových detaillů, pokud se týče vlivu magnetického pole na články thermoelektrické, jednak potvrzení některých výsledků prací starších. Pokud bylo možno předpokládati souvislost mezi nimi a výsledky práce původní, byly oboje tyto výsledky v dobrém souhlase kvalitativním. To bylo příčinou, že jsem na přímé opakování prvotní práce prozatím dále nepomýšlel.

§ 3. Zatím však vyšly dvě práce, týkající se téže otázky. První roku 1910 od p. P. Adamse,[2]) druhá roku 1911 od p. Dra. B. Macků,[3])

[1]) Ann. de Chim. Phys. (8) 17. 478—501. 1909.

[2]) Phys. Rev. 30. 371. 1910.

[3]) Rozpr. II. tř. Čes. Ak., roč. 20., čís. 13. 1911.

obě s výsledkem podstatně negativním. Pan Macků usuzuje, že existuje-li změna Voltovy potenciální difference magnetickým polem, že nedosahuje při kombinaci *Fe/Zn* při indukci 22000 gauss ani 1% oné bez pole. P. Adams, který pracoval za okolností poněkud odlišných, udává co svrchní mez takovému vlivu 0·001 Volt.

Mé pokusy z roku 1908, uváděné jen na doklad pravděpodobnosti takového effektu, nedovolují arciť souditi na jeho vlastní hodnotu. Nicméně nepřesnost použité methody to sebou přináší, že mají-li výsledky těchto pokusů býti interpretovány jako zmíněný effekt, že tento effekt by musil značně převyšovati meze tuto stanovené. Poněvadž pak uspořádání p. Macků, mé methodě nejbližší, nekrylo se úplně s mým uspořádáním, považoval jsem za vhodné, podniknouti samostatně novou řadu měření při uspořádání co možno identickém s předešlým, ovšem že zdokonaleném.

§ 4. Největší závadou při prvé práci byla velká proměnlivost kapacity rozkladného kondensatoru *Zn/Fe*. Oba předešlí autoři odstraňují tuto závadu tím, že desky nekladou na sebe přímo. Chtěje tento podstatný rozdíl zachovati, zvolil jsem desku železnou ve formě obdélníkového jha, délky 5·6 *cm*, šířky 3·1 *cm* a tloušťky 0·6 *cm*, jež těsně zapadalo do vodorovných zářezů v pólech elektromagnetu. Na tomto jhu bylo vybroušeno kruhové, poněkud vyvýšené planum poloměru 1·5 *cm* a na to volně kladena kruhová deska zinková rovněž v dobré planum vybroušená, o poloměru 1 *cm*. Tato deska zinková byla pomocí ebonitové isolace spojena s poněkud větší deskou mosaznou, sloužící za těžítko a umožňující vhodné připojení k mechanismu zvedacímu, sloužícímu rozebírání takto vytvořeného kondensatoru *Zn/Fe*. Rozebírání dělo se samočinně, elektromagneticky. Nejprve tak, že deska zinková visela bifilárně na silné, hedvábné struně, připojené pomocí dvou kladek k pohyblivému jádru elektromagnetické cívky. Poněvadž však tento způsob se dosti neosvědčil, připevněna deska zinková immobilisovatelným kardanovským kloubem na tyčinku a tou na konec asi 50 *cm* dlouhého ramena mosazné páky, zvedané rovněž elektromagneticky. Deska železná spojena trvale se zemí skrze magnet. Deska zinková připojena dvěma platinovými drátky symmetrický umístěnými a do skleněné misky se rtutí pod deskou železnou ležící zasahujícími k isolovanému vedení, jímž mohla pomocí rtuťového komutatoru býti připojena buď ke kvadrantům elektrometru, neb do kruhu samostatného elektrického vedení, neb k zemi. Jeden z obou platinových drátků byl tak zakřiven, že při dosednutí desky zinkové na planum desky železné se dotkl povrchu posledního s malým pružným tlakem. Tím docíleno velmi uspokojivé stálosti ballistické výchylky elektrometru, sloužící za míru pozorované potenciální difference, jakož i pohodlné možnosti tuto výchylku vhodně regulovati.

Faradické isolaci a spojení se zemí věnována péče největší.

Indukce magnetická v železe se pohybovala v mezích od 16200 do 17900 gauss, residuum bylo okrouhle 7000 gauss, magnetisační proud šel od 0·5 do 2 amper.

§ 5. Výsledky nepotvrdily očekávání, vzbuzeného první prací.

Voltova potenciální difference Zn/Fe za přítomnosti magnetického pole neb residua zůstávala vždy až na několik desetin skálového dílce při výchylce kolem 20 dílků a průměrné citlivosti elektrometru 125 dílků na Volt stejnou s výsledky nalezenými pro touž veličinu bez pole.

Výsledky práce první nelze tudíž považovati za způsobené magnetickým polem a jest nalézti jejich původ.

Vyjmenoval jsem již tehdy celou řadu sekundárních dějů, které by mohly pozorovaný effekt způsobiti. Tyto děje jsou všecky činny také při této druhé práci. Nicméně jest zde jeden podstatný rozdíl. Proud magnetisační byl v prvé práci většinou velmi silný, 3·5—22·5 amper, kdežto nyní nanejvýše 2 ampery. V prvé práci brán tento proud z velké 120voltové batterie, připojené ke svorkám ve všech laboratořích a posluchárnách ústavu, v druhém případě z isolované batterie několika akumulátorů postavených na stole. Effekt pozorovaný v prvé práci byl silně závislý na intensitě proudu magnetisačního, rostl s ní a dosahoval největších, rozhodujících hodnot právě při nejsilnějších proudech. Poněvadž magnet byl již při proudech kolem 5 amper zcela jistě nasycen, rostla magnetická indukce v studované železné desce jen nepatrně s intensitou proudu magnetisačního a jest tudíž přirozeno hledati původ pozorovaného effektu v sekundárním nějakém působení právě tohoto proudu magnetisačního.

Mohl být následující: Jádro magnetu nebylo od cívky tak isolováno, aby část proudu magnetisačního neprobíhala tímto jádrem. Představme si, že složené destičky a s nimi veškeré, z opředeného a v parafinu vyvařeného drátu utvořené vedení k isolovanému páru kvadrantů se octnou na takové bludné proudokřivce. Ta bude bez ohledu na faradickou isolaci tento system nabíjeti a sice při každém směru magnetisačního proudu kladně, je-li náhodou záporný pól batterie spojen se zemí, záporně, je-li kladný pól spojen se zemí. Tím budou do isolace vnikati náboje, jež pak mohou rušivě působiti. Extraproud, doprovázející přerušení proudu magnetisačního, tento effekt ještě sesílí.

Nuže na stránce 8. mé první práce stojí následující D o d a t e k: „U desek čerstvých, které do magnetického pole nedávno byly vloženy, jsem pozoroval, že spojením proudu se jehla i při složených deskách vychýlí na tak dlouho, pokud proud prochází. Tato výchylka, již označím $n_{10} - n_0$, závisí silně na intensitě proudu (při proudech pod 3 A se vůbec neukáže), její znamení závisí na pořádku desek (Ser. VI a, *Zn* nahoře, průměr z 5 měření + 8·6, Ser. VI b, *Fe* nahoře, průměr z 5 měření — 3·6), neobjeví se u každého páru desek a konečně po větší řadě pokusů s týmž

Vliv vloženého potencialu na hodnotu *Zn/Fe*.

P 10^{-2} Volt	*Zn/Fe*			*⊿ Zn/Fe*					
	Skálové dílce			Skálové dílce			10^{-2} Volt		
	12. III. 1912	13. III. 1912	14. III. 1912	12. III. 1912	13. III. 1912	14. III. 1912	12. III. 1912	13. III. 1912	14. III. 1912
0	8·8 ± 0·02	9·0 ± 0·02	8·0 ± 0·02						
+ 50	11·8 ± 0·04	11·8 ± 0·07	11·0 ± 0·1	3·0 ± 0·06	2·8 ± 0·09	3·0 ± 0·12	2·4 ± 0·05	2·3 ± 0·09	2·4 ± 0·1
				Střed	2·9 ± 0·07			2·4 ± 0·03	
+ 100	15·6 ± 0·09	15·4 ± 0·08	14·8 ± 0·03	6·8 ± 0·11	6·4 ± 0·1	6·8 ± 0·05	5·5 ± 0·1	5·2 ± 0·1	5·5 ± 0·04
				Střed	6·7 ± 0·13			5·4 ± 0·1	
+ 200	24·2 ± 0·11	23·7 ± 0·12	24·5 ± 0·2	15·4 ± 0·13	14·7 ± 0·14	16·5 ± 0·22	12·3 ± 0·11	11·8 ± 0·12	13·2 ± 0·2
				Střed	15·5 ± 0·52			12·4 ± 0·41	
— 50	6·6 ± 0·03	6·7 ± 0·07	5·5 ± 0·04	— 2·2 ± 0·05	— 2·3 ± 0·09	— 2·5 ± 0·06	— 1·8 ± 0·04	— 1·8 ± 0·1	— 1·9 ± 0·05
				Střed	— 2·3 ± 0·09			— 1·8 ± 0·03	
— 100	4·8 ± 0·03	4·8 ± 0·03	3·8 ± 0·01	— 4·0 ± 0·05	— 4·2 ± 0·05	— 4·2 ± 0·03	— 3·3 ± 0·04	— 3·4 ± 0·04	— 3·4 ± 0·03
				Střed	— 4·1 ± 0·07			— 3·4 ± 0·03	
— 200	2·9 ± 0·02	2·8 ± 0·03	2·0 ± 0·01	— 5·9 ± 0·04	— 6·2 ± 0·05	— 6·0 ± 0·03	— 4·7 ± 0·04	— 4·9 ± 0·04	— 4·8 ± 0·03
				Střed	— 6·0 ± 0·09			— 4·8 ± 00·5	

Hodnoty *Zn/Fe* jsou hodnoty průměrné z 5—10 měření. Pravděpodobná chyba (viz Kohlrausch, Prakt. Phys. pg. 2. 1910) ke každé z nich připojená, podává obraz o stálosti pozorované úchylky elektrometru.

párem desek začne slábnouti, až zmizí docela, jako by se jednalo o jakýsi druh únavy."

Okolnost, že tato výchylka $n_1 - n_0$ závisela na pořádku desek, byla příčinou, že jsem její původ nedovedl vysvětliti; dnes je mi jasno, že může býti jedině svrchu naznačený. Poněvadž jsem nemohl kontrolovati, zda a který pól užívané batterie není spojen se zemí, zůstalo mi ovšem nepochopitelno, proč tento effekt mění své znamení, aneb mizí docela.

Musím však dodati, že možnost takového sekundárního elektrického effektu jsem z tehdejších svých úvah nikterak nevypustil, jak možno čísti na str. 6. v § 5. příslušné práce. Soudil jsem však, že náboje, jež tímto způsobem do isolace vniknou, zůstanou neškodnými, majíce dosti času uniknouti. Abych se přesvědčil o přípustnosti tohoto předpokladu, provedl jsem nyní řadu měření, při kterých jsem desku zinkovou a část isolovaného vedení s ní spojeného samostatně nabíjel na daný potenciál P po dobu jedné minuty, pak ji na 15 sekund spojil na krátko se zemí a na to měřil potenciální differenci Voltovu. Jak následující tabulka ukazuje, má vložení i dosti malého potenciálu již značný vliv. (Viz tabulku.)

Jest dále viděti z této tabulky, že domnělý vzrůst potenciální difference $\Delta Zn/Fe$ takto způsobený roste bez mála úměrně s vloženým potenciálem a tedy poroste, pochází-li tento potenciál od magnetujícího proudu, s intensitou tohoto proudu.

Bylo jednostejno, ať vkládání potenciálu na isolované vedení desky zinkové se dělo staticky, t. j. tak, že deska zinková byla zvednuta a žádný proud neprocházel, neb kineticky, t. j. že desky spočívaly na sobě a jejich rozhraním procházel proud. Na základě pokusů Gaedeho o polarisaci Voltova effektu[1]) se mohlo očekávati, že tomu tak nebude, ale že proudem prošedším rozhraním obou desk se dotyková potenciální difference také pozmění. Vysvětlení možno hledati v tom, že proud, jejž bychom zde mohli nazvati proudem polarisačním, neprochází celou plochou styčnou, nýbrž vybíjí se jen několika málo body.

Okolnost, že vliv vloženého potenciálu kladného se jeví zřetelněji než vliv záporného potenciálu, souvisí patrně se způsobem experimentování. Kdyby se zvedala deska železná, byl by zase záporný potenciál v převaze.

Práce tato provedena ve fysikálním ústavu české university. Vzdávám řediteli tohoto ústavu, panu dvornímu radovi Čeňku Strouhalovi, jakož i jeho náměstku, řád. prof. Dr. Boh. Kučerovi povinný dík za ochotné propůjčení všech prostředků ústavu. Nemenší dík vzdávám osvědčené firmě Fričově na Král. Vinohradech, jež pečlivě a z ochoty provedla všecky jemnější části mého uspořádání.

[1]) Drud. Ann. 14. 641. 1904.

Montanisticko-geologické studie ve Spišsko-Gömörském Rudohoří severně od Dobšiné v Uhrách.

Podává

Dr. JOSEF WOLDŘICH,

s. docent č. vys. škol technických v Praze.

(S dvěma tabulkami a 1 obrazem v textu.)

Předloženo Akademii dne 25. října 1912.

ÚVOD.

Práce tato jest pokračováním a doplňkem po stránce montanistické a prakticky geologické mého pojednání (1) „Geologické a tektonické studie v Karpatech sev. od Dobšiné", uveřejněného v Rozpravách č. Akad. tř. II. ročn. 21 č. 10. Rozeznával jsem v území zmapovaném ze starších formací pásmo slepencové, porfyroidové, pásmo diabasů a jejich tuffů, intrusi gabbrovou. Pásmo slepencové pokládal jsem za nejstarší ze tří prvních, pravděpodobně devonských pásem. Poukázal jsem dále na vznik porfyroidů z příkrovů keratofyrových, křemitých porfyrů a keratofyrů a jejich tuffů s vložkami pravých sedimentů, proměněných ve fyllitické a sericitické břidlice. Pásmo t. zv. zelených břidlic jsem vyložil co příkrovní metamorfované diabasy, diabasové porfyrity, tuffy diabasové s lavicemi původu sedimenterního. Odůvodnil jsem dále název „gabbro" pro intrusivní basickou horninu naší krajiny naproti chybnému rozšířenému názvu „diorit" a uvedl, že intruse asi nastala v starší době spodního karbonu. Hlavním výsledkem mých tektonických studií bylo poznání, že území toto vykazuje vedle vrás normalních a ležatých strukturu šupinatou, k níž ovšem dlužno přihlížeti při stanovení stratigrafických poměrů, dosud vykládaných hlavně jen isoklinálním složením souvrství. Ostatně poukazuji na práci samotnu, jakož i na geologickou mapu a profily k ní připojené.

Naše území leží ve Spišsko-Gömörském Rudohoří, proslulém již odedávna svým bohatstvím nejrozmanitějších rud, hlavně ovšem želez-

ných. Žíly rudní táhnou se od Dobšiné na východ až k městům Gelnici a Košici a dobývání jejich jest již několik set let staré. Na Dobšinsku dobývali rud měděných, koncem 18. stol. kobaltových a niklových, později hlavně rud železných a dnes vedle těchto vstupují do popředí opětně rudy měděné. Dle poměrů na trhu světovém, dle potřeby a ceny vyhledávány tu v různých dobách různé rudy. Dnes dobývá v krajině, o níž tu pojednávám, železných rud hlavně *kníže Coburg*, kdežto k dobývání a zpracování rud měděných byla nedávno založena nová společnost „Dobsinaer Kupferwerke-Aktiengesellschaft" s kapitálem uherským a německým.

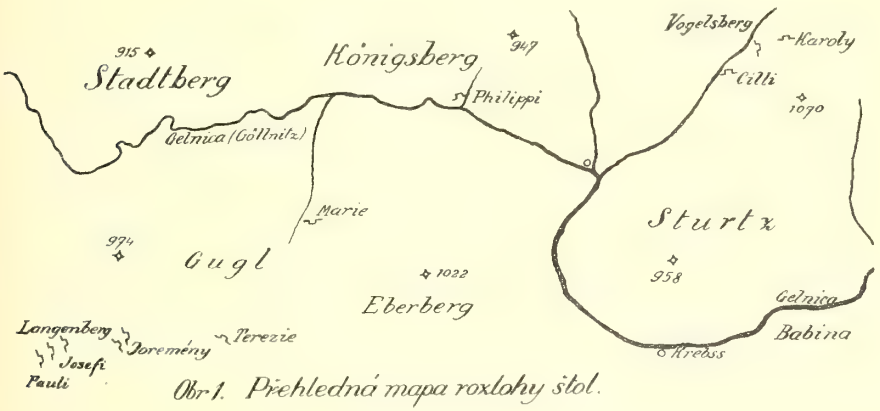
Zmapovav geologicky krajinu sev. od Dobšiné věnoval jsem se vědeckému prozkoumání téže po stránce prakticky geologické a provedl podzemní mapování hlavních rudních žil, pokud mi v době mého pobytu tamže byly přístupny ochotou správy dolů knížete Coburga a ředitelství shora jmenované společnosti.

V našem území vyskytují se rudné žíly na rozhraní mezi pásmem slepencovým a porfyroidovým na př. na Königsbergu a částečně na Vogelsbergu; jsou to převážně žíly ocelkové. Dále nalézáme žíly sideritové, obyčejně silně křemité a méně cenné porůznu v pásmu slepencovém a porfyroidovém na př. na Vogelsbergu a v záp. části našeho kraje. Konečně prostoupeno jest gabbro četnými rudními žilami, obsahujícími vedle ocelku, křemene a rud měděných hlavně též rudy kobaltové a niklové; tyto nikdy se nevyskytují v žilách dříve uvedených. Se stanoviska hornického lze tu tedy rozeznávati 2 skupiny žil, jedněch dobývají pro bohatství rudami železnými, hlavně ocelkem, druhých pro rudy měděné, zejména chalkopyrit a tetraedrit, po případě pro rudy kobaltové a niklové. Mezi obojími žilami jsou přechody; stává se, že některé partie žil prvých jsou tak bohaty rudami *Cu*, že tyto se oddělují od ocelku a tvoří pak vedlejší produkt dobývání žil ocelkových, patřících v krajině naší — pokud se dnes tu kutá — knížeti Coburgovi. Ocelek se na místě, totiž v Mlýnkách, praží a pak teprve odváží do vysokých pecí; podnes zužitkují též na velkých haldách místy nahromaděných strusek, zbylých po starém zpracování železných rud, neboť obsahují ještě značné množství *Fe*, jehož dobytí dnešními moderními methodami se stále ještě vyplácí. Zužitkování rud měděných bylo v posledních letech zadáno již několika podnikatelům, kteří s větším nebo menším zdarem dobývali zpravidla jen partií žilných na měděné rudy nejbohatších a nejlépe přístupných způsobem často dosti nehospodářským; z těchto dob pochází též huť vystavěná v Mlýnkách. Nová akciová společnost hodlá nyní prováděti dobývání a zpracování měděnných rud racionelně ve velkých rozměrech pomocí nejmodernějších method a strojů i vystavěla již k tomu účelu rozsáhlé hutě u Mlýnků na místě zvaném „Blaufeuer".

Pro krátkost budu mluviti na příště jednak o „žilách ocelkových" s převládajícím sideritem, po případě i křemenem, jednak o „žilách rud-

ních" v užším slova smyslu, v nichž vedle sideritu a křemene jsou obsaženy hlavně rudy měděnné po případě i kobaltové a niklové. V našem území rozeznáváme pak 3 oblasti žilné, jsou to Gugelská, Königsbergská a Vogelsbergská (viz obr. 1.). Žíly připomínají neobyčejně typus Mitterbergský v Solnohradsku a Siegerlandský v Německu, k čemuž poukázali již Grodeck (2) a nověji Bartels (3), upozorňujíce na podobnost jak žiloviny tak sousedních hornin. Žilná oblast Siegerlandská byla nedávno vzorně a důkladně zpracována Bornhardtem (4), jehož výborná práce mi byla vítaným srovnávacím vodítkem při prozkoumání našich žil. Rudní ložiska jižně od našeho území popsal podrobně Voit (5).

V oblasti *Gugelské* (tab. 2., obr. 1. a 2.) prostupuje gabbrem systém žil směru celkem z-v a úklonu jižního, jež bývají někdy rozsedlinami



Obr. 1. Přehledná mapa rozložby štol.

severo-jižními rozděleny v kusy a posunuty. Směrem do hloubky přibývá rud *Co* a *Ni*. Žíly tyto jsou omezeny pouze na gabbro nevstupujíce do pásma „zelených břidlic", jak již Faller (6) poznal. Celý habitus jejich zdá se býti, nehledě ani k daleko menší průměrné mocnosti, jiný, nežli u žil v severních oblastech odkrytých; převládají tu žíly „rudní". V oblasti Königsbergské (tab. 2., obr. 3.) dobývají dnes jedině žíly Filipské pro bohatě v ní obsažený ocelek, a pro partie místy bohaté rudami měděnými. Též žíly oblasti Vogelsbergské (tab. 2., obr. 4.) jsou převahou siderické, ač místy též obsahují hojné rudy *Cu*, a byly naproti Königsbergským podél dislokací k jihu posunuty. Četné obvaly na povrchu Gugly, Königsbergu a Vogelsbergu upomínají na starodávné primitivní dolování. Nejdůležitější jsou na Gugle štoly Langenberg, Josefi, Pauli, svrchní a spodní Jóremény, Marie, Terezie (za mého pobytu nepřístupná), na Königsbergu štoly Filipské, na Vogelsbergu štoly Karoly, svrchní a spodní Cilli (srovnej obr. 1.).

I. Minerální povaha a struktura žiloviny, paragenetické poměry, primární a sekundární rozdíly hloubkové.

V území našem lze rozeznati 4 útvary žilné, jež jsouce různého stáří, navzájem se kombinují. Jest to žilný útvar 1. sideritový, 2. křemenný, 3. rud *Cu*, 4. rud *Co-Ni*. Nejstarším z nich jest první, ostatní jsou postupně mladší. Křemen nahražuje metasomaticky částečně siderit nebo vyplňuje střed žil nebo i samostatně v trhlinách mladších sideritů se vyskytuje. Rudy *Cu* pak zatlačují část sideritu i křemene a nejmladšími jsou rudy *Co-Ni*, uzavírajíce v sobě zbytky všech tří starších útvarů žilných. Rudy *Co-Ni* bývají doprovázeny černými a lesklými, jílovitými a břidličnatými smuhami s četnými zrcadly a otřelky a vyskytují se hlavně v hlubších horizontech žil a to zejména v podložní části jejich (na př. spod. Jóremény, Josefi, Pauli).

Žilovina Königsbergských a Vogelsbergských žil obsahuje hlavně siderit, ankerit, křemen, chalkopyrit a tetraedrit, podřízeně limonit, pyrit, titanit, rutil, calcit, dolomit, muskovit a chlorit; k tomu přistupují v Gugelské oblasti malachit, azurit a rudy *Co* a *Ni*, zejména smaltin, chloanthit, květ kobaltový a niklový, dále arsenopyrit, löllingit, baryt a turmalin. V o i t (5) uvádí ze sousedních Dobšinských žil ještě bornit, kobaltin, nickelin, Rammelsbergit a j. Struktura žiloviny bývá nejčastěji nesvrstevná, zřídka svrstvená nebo brekciovitá (Marie).

Ocelek nebývá v žilovině zpravidla v plástvích přítomen, nýbrž nesvrstven; vyskytuje se nejhojněji v zrnech velmi drobných až hrubých, ba i kusový bývá. Jest barvy světle- až temněhnědé; někdy našedivělý až bílý, přechází-li v ankerit. Též jsem pozoroval pod drobnohledem undulosní zhášení sideritu a zprohýbání štěpných trhlin (štola Marie), což nejlépe svědčí o velkém tlaku, jemuž žíly naše po vzniku svém byly podrobeny. Na jednom místě shledal jsem v žilovině slohu brekciovitého též roztržený siderit; trhlina byla vyplněna mladším, nově vzniklým sideritem. I jinde vzniká dojem, jakoby vedle staršího sideritu byl přítomen též mladší, vzhledu čerstvějšího, uzavírající nepravidelně omezené zbytky generace staršího (spod. Jorémeny a Pauli). Ze sideritu vznikl zejména poblíže výchozu žil limonit; proměna tato sahá často do značné hloubky, tak bývá na př. v horizontu štoly Langenbergské část sideritu proměněna v limonit. Jindy pozoroval jsem ve výbruse, jak laločnatě do sebe zasahující větší individua sideritová se mění po kraji svém a dle štěpných trhlin v hmotu hnědelovou, ba na jednom místě v štole Josefi byl úplně vyloužen, takže v žilovině křemité zbyly po něm pouze negativní otisky. Též místy se vyskytující železná slída má svůj původ pravděpodobně v ocelku (spod. Cilli), podobně i ankerit. —

Siderit vznikl z hydrokarbonatu železa rozpuštěného v thermalních vodách vystoupnuvších z hlubin zemských a jest rozhodně mladší intruse gabbrové, pásma slepencového a porfyroidového, neboť gabbro i horniny

jmenovaných pásem bývají poblíže žil jím infiltrovány. Ocelek bývá velmi často na okraji nebo i ve středu svém částečně nebo úplně rozežrán a metasomaticky nahražen mladším křemenem (tab. 1., obr. 1. a 2.), po případě i rudami *Cu*, *Co* a *Ni*.

Křemen prostupuje hmotou ocelkovou tuto metasomaticky nahražuje, a to buď v aggregatech zrn nebo v krystallech pěkně vyvinutých a ostře ohraničených (tab. 1. obr. 1.); někdy vyplňuje též celý jeden kraj nebo střed žíly, což poukazuje k opětnému rozevření rozsedliny žilné. Vzácněji tvoří skupiny širších vláken připomínajících chalcedon, avšak opticky kladných; v řezech kolmých k ose hlavní vykazuje též někdy strukturu amethystovou. V křemeni lze někdy již makroskopicky viděti zbytky sideritu; daleko lépe však jsou tito svědci metasomatického processu pozorovatelni pod drobnohledem mezi + nikoly, třeba byli často zcela nepatrných rozměrů (tab. 1. obr. 1.). Drobné laločnaté kousky ocelku uložené v drobně zrnité hmotě křemenné jsou též pouze zbytky původně větších jednotných zrn (tab. 1., obr. 2.). Též tenké, dlouhé jehlice rutilové jsem našel v křemeni. Větší zrna křemenná jsou někdy (štola Maria) úplně rozpuklá, zhášejí undulosně a jeví v konvergentním polarisovaném světle anomalní obrazec dvojosý; též okraje větších individuí křemenných bývají rozdrceny. Vše to dlužno přičísti působení tlaku, jemuž žilovina byla vystavena; připomínám, že právě překopem vedoucím k štole Marii probíhá velká dislokace.

Zajímavý jest zeleně zbarvený, žilný křemen, jaký se vyskytuje na př. v štole Langenberg, spod. Cilli, Karoly a pod. Pod drobnohledem shledáno, že se skládá z drobných aggregatů zrn, mezi něž jsou lupénky nazelenalé slídy vtroušeny. Tato nejeví pleochroismu a dává v perličce fosforečné zřejmou reakci na *Cr*; náleží *fuchsitu*. Zelené zabarvení tohoto žilného křemene jest tedy způsobeno příměsí fuchsitu, jenž uzavírá někdy v sobě rudy, pravděpodobně chromitu náležející. Poprvé zmiňuje se o jeho výskytu na žilách Dobšinských Foullon (7), později též Voit (5).

Rudy měděné. Z rud měděných převládá chalkopyrit a tetraedrit. Prostupují sideritem i křemenem a metasomaticky je z části nahražují, takže místy lze pozorovati, zejmena pod drobnohledem, jak vnikají do jmenovaných nerostů, trhliny v nich vyplňují nebo zbytky jejich obklopují (tab. 1., obr. 2. a 3.), jsouce zřejmě mladší těchto. Jsou buď velmi jemně roztroušeny v žilovině křemito-sideritické až ankeritické (Marie), nebo vystupují ve větších zrnech až kusově. V žilovině, jíž dobývají pro ocelek, jest drobná příměs jejich velmi nevítanou, neboť ztrácí tím siderit na ceně. Oxydací chalkopyritu vznikává hlavně malachit a azurit, jako v štole Langenberg a Josefi. Tetraedrit povstává cementační metasomatosou z chalkopyritu; proměna tato počíná od krajů nebo dle trhlin, takže mikroskopicky (tab. 1., obr. 3.) i makroskopicky lze pozorovati často jádro neb četnější zbytky chalkopyritové uložené v hmotě tetraedritové. Chalkopyrit jest dle mého soudu v našich žilách hlavní měděnou rudou *primární*,

nevzniknuv tedy snad — jako jinde tomu bývá — cementační metasomatosou z *Cu*-nosného pyritu, což má po stránce praktické veliký význam, neboť lze očekávati, že ruda tato setrvá do značných hloubek, aniž by byla snad v pásmu primárním vystřídána pyritem.

Rudy kobaltové a niklové. Převládá smaltin a chloanthit; mimo ně Voit (5) uvádí kobaltin, rammelsbergit a nickelin. Oxydací těchto rud vznikává zejména na trhlinách květ kobaltový a niklový. Jsou buď drobně v žilovině roztroušeny nebo se vyskytují též pohromadě kusově, jako na př. v žilovině slohu brekciovitého ve štole Marii. Tu mohl jsem mikroskopicky zjistiti, že chovají v sobě četné zbytky chalkopyritové. Usuzuji z toho, *že rudy Co-Ni nejsou, jak dosud bylo vykládáno, stejného stáří s rudami Cu, nýbrž že náležejí samostatné, a to nejmladší formaci žilné.* Zpravidla jest obsah $Ni > Co$. Rud kobaltových a niklových přibývá obyčejně do hloubky a bývají doprovázeny černými břidličnatými smuhami. Vyskytují se u nás pouze v oblasti Gugelské.

Baryt barvy růžové nebo bělavé našel jsem v štolách sv. Jóremény a Langenberg. Mezi + nikoly liší se podstatně od sideritu vyššími interferenčními barvami a štěpnými trhlinami kolmo na sobě stojícími. Baryt zasahuje často svými kraji do hmoty sideritové, jejíž středem též nepravidelně prostupuje (tab. 1., obr. 4.); jindy chová v sobě zřetelné zbytky sideritu a jest tedy jistě mladší tohoto.

Turmalin vyskytuje se buď ve velmi drobných, hustě seskupených krystalech a tvoří pak tmavé partie v žilovině neb na trhlinách sideritu na př. ve štole spod. Jóremény, nebo bývají krystaly jeho ojediněle vtroušeny mezi ostatní nerosty, nebo vystupuje v aggregatech radialně paprsčitých (Turmalinsonnen). Někdy lze již makroskopicky pozorovati, jak jehlice turmalinové vrůstají do hmoty sideritové; ve výbrusech jsem porůznu shledal uprostřed krystalů turmalinových jádro neb zrna ocelková. Jistotně tedy jest turmalin mladší sideritu. V jeho společnosti bývá v žilovině nejčastěji křemen, takže místy vzniká dojem, že by mohly býti oba nerosty téhož stáří. Avšak na četných jiných místech lze drobnohledem pozorovati, jak křemen zasahuje do nepravidelných krajů turmalinových krystalů, jak vyplňuje s rudami trhliny v nich vzniklé; jest tedy z větší části turmalin starší křemene. Na žilách v sousedství našeho území má býti turmalin starší sideritu i křemene dle Schafarzika (8), mladší křemene a kalcitu dle Voita (5), současně s křemenem starší ostatních nerostů dle Bartelsa (3). Rozhodně jest výskyt turmalinu na žilách sideritických a rud měděných dosti vzácný a pozoruhodný i tím, že poukazuje na pravděpodobnou existenci processů pneumatolytických vedle hydatogenních v dobách vzniku našich žil.

Pyrit jest z části soudobý s ocelkem; bývá vtroušen obyčejně v krystalech krychlových. Část jeho jest však jistě mladší sideritu, neboť prostupuje na př. barytem a vroubí hranice mezi sideritem a barytem (tab. 1., obr. 4.). *Arsenopyrit* vyskytuje se v krystalech v žilách oblasti Gugelské,

avšak hlavně jen v značnějších hloubkách; jest mladší sideritu a křemene. Podobně *löllingit*, hojný též na žilách Dobšinských; odtud uvádí jeho složení chemické Niedzwiedzki (9): *S* 0·81%, *Fe* 28·21%, *As* 70·11%, *Bi* stopy. V žilovině nalezeny dále podřízeně jehlice *rutilové*, zrna i krystaly *titanitové*, zejména ve společnosti křemene. Na trhlinách bývají místy vyloučeny krystalky *kalcitu* a *dolomitu*. *Muskovit* vyskytuje se spoře v lupéncích, kdežto *chlorit* bývá někdy dosti hojný. V žilovině štoly Pauli shledal jsem sferolitické aggregaty chloritu jemně vláknitého, uzavřené v sideritu.

Úlomky sousedních hornin jsou v žilovině našich žil dosti sporé. Kusy drob nebo slepenců našel jsem porůznu poblíže okraje na žíle Filipské v oblasti Königsbergské.

O paragenesi nerostů na žilách Spišsko-Gömörského Rudohoří, specielně na Dobšinsku bylo, pokud mi známo, dosud velmi málo pověděno, ač pro posouzení těchto žil i po stránce praktické jest seznání paragenese velmi důležité. Andrian (10) uvádí, že dosud nelze stanoviti zde successi pro vznik nerostů žilných, Voit (5) nepojednává blíže o paragenesi na Dobšinských žilách. Bartels (3) vyslovuje náhled, že na turmalinonosných žilách sideritových ve Spiši dlužno rozeznati dvě časově od sebe oddělené generace nerostů; k starší generaci čítá křemen a turmalin, k mladší ostatní nerosty žilné. Že u nás tomu tak není, vysvítá z předcházejících výkladů.

Paragenetické poměry hlavních nerostů našich žil jsou tedy následující: Nejprve byla rozsedlina žilná vyplněna sideritem, pak vystupovaly thermalní vody, z nichž byl vyloučen křemen, nahražující siderit z části nebo skoro úplně. O něco dříve nebo z části i současně vznikl turmalin, poukazující na přítomnost pneumatolytických processů, na vystupování fumarol obsahujících B. Později ještě dostaly se pochody hydrothermalními do žil sideritokřemenných rudy měděné, hlavně chalkopyrit, jenž metasomaticky nahradil část sideritu a křemene. Nejmladšími jsou pak rudy kobaltové a niklové, uzavírající v sobě místy veškeré starší, dříve jmenované nerosty. Mineralní složení žiloviny bylo tedy postupně pozměněno primarní vnitřní metasomatosou žilnou, kdežto sekundarní, žilnou metasomatosou cementační (11) vznikly z primárního chalkopyritu rudy na Cu bohatší, hlavně tetraedrit. O stáří pyritu, arsenopyritu a barytu bylo již dříve pověděno. Tedy popsané žíly, jichž žilovina vykazuje dnes tak pestré složení, vznikly vesměs z původních žil ryze sideritických.

Na žilách našich lze též pozorovati *primární a sekundární rozdíly hloubkové*. Prvé jeví se v různém primárním roztřídění rud do hloubky, přibývá totiž — jak již dříve pověděno — do hloubky značně rud kobaltových, niklových a arsenových (sp. Jóremény, Josefi, Pauli), aniž by ovšem tyto v menších hloubkách snad úplně scházely (Marie). Sekundárním rozdílům hloubkovým nutno přičísti výskyt limonitu (železného klobouku) poblíže výchozu žil, jehož zejména v starších dobách pohodlně dobývali,

jak dosvědčují četné obvaly v revíru Gugelském, Königsbergském i Vogelsbergském. Dále sem patří výskyt oxydů a karbonatů mědi a pod., krátce vznik pásem hloubkových, jejichž bohatství na *Cu* jest navzájem velmi rozdílné. Vlivem atmosferilií, hl. povrchových vod byly žíly na povrchu rozloženy a zejména těžké kovy lépe rozpustné nežli *Fe* odvedeny do značnějších hloubek. Při povrchu a o něco hlouběji vznikly pak jednak oxydací *Fe* sekundární rudy *Fe*, hlavně limonit, krátce železný klobouk, jednak vlivem CO_2 malachit a azurit (*pásmo oxydační*). Ve větších hloubkách nastala pak redukce roztoků těžkých kovů a byly tu nahromaděny zejmena bohaté rudy měděné, tak chalkopyrit na *Cu* velmi bohatý; nebo byl primární chalkopyrit metasomaticky proměněn v tetraedrit s větším obsahem *Cu*, nežli příslušelo prvému (*pásmo cementační*). V tomto pásmu jest tedy uložena velká část *Cu*, náležející původně pásmu oxydačnímu. Dnešní kutání děje se v pásmu oxydačním a hlavně v cementačním, pod nímž tedy leží nezměněné *pásmo primární*. Poněvadž lze dle výskytu a mikroskopické struktury chalkopyritu právem souditi, že nevznikl z *Cu*-nosného pyritu, možno též očekávati, že i v značnějších hloubkách pod pásmem cementačním — pokud ovšem žíla nezjaloví — bude chalkopyrit přítomen co pravděpodobně výnosná ruda měděná (srovnej Krusch, 12).

II. Vliv žil na sousední horniny.

Vliv žil na sousední horniny jeví se u nás v částečné proměně těchto, v infiltraci žilnými nerosty a ve vzniku smuh. Na četných místech zejmena štoly Langenbergské zkoumal jsem mikroskopickou povahu gabbra z přímého sousedství žíly rudní a shledal jsem toto složení. Živce náležejí skoro výhradně albitu a bývají někdy i dvojčatně lamellovány; měnívají se úplně v zoisit, nebo zoisit a epidot, tedy hmotu saussuritickou, jindy zase jsou rovnoběžně k dvojčatnému srůstu proměněny v muskovit. Živce zasahují někdy do zeleného, silně korrodovaného amfibolu; vedle tohoto vyskytuje se i stébelnatý a skoro bezbarvý tremolitický amfibol. Amfibol bývá proměněn v chlorit bohatě zastoupený. Poblíže žil bývá gabbro silně křemité a nejen křemenem ale i sideritem, chalkopyritem, pyritem, kalcitem a jinými uhličitany impraegnováno. I část rud titanových dostala se asi v sousedství žil podobným způsobem do gabbra, neboť bývá často až nápadně velké množství leukoxenu, někdy s ještě zachovalým jádrem titanitovým přítomno.

V hlubších horizontech žil oblasti Gugelské vyskytují se často na kraji žil černé, břidličnaté smuhy s velmi četnými zrcadly a otřelky. Skládají se hlavně z proměněných živců, křemene, chloritu a množství pyritu, z něhož vznikává haematit; mimo to obsahují četné uhličitany, rutil a drobný černý pigment (uhlík?). Dle zkušenosti horníků jsou poblíže těchto smuh rudy kobaltové a niklové nejbohatší. V podobných černých

smuhách vyskytujících se na kraji žil Siegerlandských pochází černé zbarvení dle Bornhardta (4) od amorfního uhlíku.

Zcela jiným způsobem jeví se vliv žil na sousední horniny, tedy hlavně na slepence, droby a porfyroidy v oblasti Königsbergské a Vogelsbergské. Všude nastává tu zřejmá sericitisace a vznikají horniny, jaké dříve byly za talkové břidlice pokládány, ač v nich není talek nýbrž sericit obsažen, jak ve výbrusech se lze lehce přesvědčiti. Na vztah podobných hornin k ložiskám rudním poukázal zejména Grodeck (13); bývají v různých krajinách různě pojmenovány. Patří sem na příkl. bílé břidlice ložisek Agordských, bílé horstvo (Weißes Gebirge) u Holzappeln a pod. Drobovité horniny v štolách filipských bývají v podloží žíly vybledlé a proměněny v bílou jílovitou hmotu. Poblíže žil jsou porfyroidy často nazelenalé, skoro celistvé nebo úplně vybledlé, patrně vlivem kyseliny sírové, vzniklé při rozkladu sirníků. Skládají se hlavně z pásů sericitických, mezi nimiž leží zrna neb pásky křemene neb karbonatů; mimo to bývá přítomen též pyrit v krystalech. Jindy jest porfyroid poblíže žíly úplně břidličnatý, maje podobu černé lesklé fyllitické břidlice.

Ve všech případech jsou naše horniny sousedící se žilami impraegnovány různými nerosty. Zejména rudy měděné vnikají hluboko do nadložního a podložního horstva a vyhledávají velmi často se zálibou, zejména v oblasti Königsbergské a Vogelsbergské, blízkost okrajů žilných, jevíce takto zvláštní příchylnost k horstvu sousednímu. Též impraegnace uhličitany, hlavně sideritem a kalcitem, dále křemenem, bývá všude v horninách poblíže žil patrná. Není pochyby, že i děje pneumatolytické, k nimž poukazuje výskyt turmalinu v žilách i sousedních horninách, mohly působiti na proměnu těchto.

III. Mocnost žil, jejich chování ve směru a úklonu.

Nejmocnější jest filipská žíla na Königsbergu (tab. 2., obr. 3.) na rozhraní pásma porfyroidového a slepencového, dosahuje místy mocnosti až 25 *m*; daleko menší mocnost má hlavní žíla sideritová na Vogelsbergu. Žíly ležící v pásmu slepencovém a gabbru jsou obyčejně jen několik decimetrů až 2 *m* mocné. Rozhodně však jest mocnost žil „rudních" menší nežli žil sideritických, a podléhá tato ve směru i úklonu žíly četným změnám, buď že jest žíla svými okraji oboustranně neb jen jednostranně zatlačována; též jeví se četné změny následkem pozdějších pohybů jednotlivých částí žil, dislokacemi od sebe oddělených.

Směr našich žil jest dosti nestálý (viz tab. 2.). Většinou směřují sice z.-v. (Cilli, Karoly, částečně spod. Jóremény) nebo jz.-sv. (Filipi, Langenberg, Josefi, Pauli), ale vyskytuje se též směr zsz.-vjv. (spod. Cilli, částečně svrch. a spod. Jóremény). Místy vystupují v oblasti Gugelské též krátké výplně žilné v rozsedlinách s.-j. Mimo to bývají žíly vzácněji

S-ovitě zkroucené (Josefi, Pauli, spod. Jóremény). Žíly nebývají v rozsahu svého směru jednotné povahy; kdežto jedna část určité žíly skládá se téměř výhradně ze sideritu, převládá v sousední části na východ nebo západ žilovina křemitá s rudami měděnými (na př. v štole Langenbergské). Jalový kus žiloviny sousedívá ve směru žíly s rudonosným; podobné nápadné rozdíly ve složení žiloviny bývají zejmena hojné po obou stranách četných rozsedlin žíly prostupujících. Též mocnost bývá ve směru rozdílná. Se svým nadložím a podložím jsou žíly buď těsně srostlé (Marie, Langenberg) nebo bývají provázeny jílovitou smuhou (Filipi). Zdají se býti na př. na Königsbergu konkordantně uloženy na hranici dvou různých pásem stratigrafických, kdežto na Vogelsbergu častěji vzniká dojem, jakoby sousední horninu pod ostrým úhlem prostupovaly. Pro zdánlivou svou konkordanci se sousedním horstvem byly naše žíly dříve často považovány za lože; proti podobné povaze svědčí úlomky vedlejších hornin v žilovině obsažené, místní nesouhlasný neb vůbec jiný úklon, nežli má sousední hornina, přítomnost smuh a pod. Ve směru svém jsou žíly buď náhle ukončeny dislokací nebo se rozsedlina žilná roztříšťuje při přechodu z horniny jedné do druhé. Tak na př. v Gugelské oblasti nevstupují žíly rudonosné nikdy z gabbra do zelených břidlic v plné mocnosti, nýbrž na hranici se rozmrští nebo vyklíní. Tento úkaz pozoroval již C o t t a (14) na našich žilách Zembergských a F a l l e r (6).

Průměrný úklon žil jest asi 55°, někdy jest však též daleko menší, asi 35°, nebo podstatně větší, až 70°. U téže žíly měnívá se úklon do hloubky někdy dosti značně, zejmena v oblasti Gugelské. Tak A n d r i a n uvádí, že úklon Zembergských žil jest nahoře 60—70°, dole jen 30°. Velmi často děje se v skrovné literatuře, pojednávající o Dobšinských žilách, zmínka o tom, že tyto poblíže povrchu se vějířovitě rozestupují. Dle mého soudu a pozorování má se věc takto: Na povrchu oblasti Gugelské, k níž čítám též Langenberg a Zemberg, lze sledovati v několika rovnoběžných řadách (4—6) četné obvaly, svědčící o stejném počtu výchozů žilných; naproti tomu v štolách dobývali a dobývají podnes rud většinou jen z jediné neb 2 hlavních žil. Tím vznikla patrně představa, že tyto se blíže povrchu vějířovitě rozestupují. Přihlížíme-li však k tomu, že delší překopy ražené porůznu massivem gabbrovým překříží zpravidla *několik* žil (na př. překop Langenbergský, Marianský), že dále gabbro na příslušných místech tu doposud není překopy tak dokonale prozkoumáno, aby bylo lze říci, kolik rovnoběžných žil v hloubce se vyskytuje, tu zdá se mi býti daleko pravděpodobnější, že pro nedostatečné a obtížnější zkoumání nebylo v hloubce doposud zjištěno pokračování všech samostatných žil, na povrchu obvaly se prozrazujících. Vlečení žil Gugelských v hloubkách místy pozorované, souvisí nejspíše s přesmyknutím gabbra přes severněji uložené pásmo diabasové a chloritických břidlic, zapadávajících dle zřejmé plochy dislokační pod gabbro. — O změnách mineralního složení žiloviny směrem do hloubky dle úklonu bylo již promluveno při primárních a sekundárních rozdílech hloubkových.

IV. Vztah žil k svrásnění horstva, jejich poruchy, vznik a stáří.

V pracích pojednávajících o rudních žilách Spišsko-Gömörského pohoří bývají tyto zpravidla pokládány za mladší variského svrásnění. Nežli o tomto stanovisku blíže pojednáme, dlužno si vyjasniti, jak asi vůbec působí svrašťování na žíly rudní uložené v podobě tuhých desek mezi horstvem ostatním? Reyer (16) ve své theoretické geologii vykládá pomocí obrazů vliv svrašťovacích sil na žíly eruptivní a dospívá k výsledku, že tyto nemusely býti vrásněny snad podobně, jako okolní horstvo, nýbrž že byly často pouze rozsedlinami v kusy rozděleny. Není pochyby, že týž názor lze vysloviti i o jiných žilách na př. rudních, ač svraštěné, rudní i eruptivní žíly porůznu byly též pozorovány. Znám na př. svraštěné, ložné žíly diabasové ze středočeského siluru. Podobně též Denckmann se domnívá, že území prostoupené četnými žilami rudními na př. Siegerland jest těmito jaksi chráněno před silnějším svraštěním. Bornhardt (4) soudí, že rozsedliny nevznikají při svrašťování, nýbrž až po něm, neboť při svrašťování se horniny stěsnají, kdežto vznik rozsedlin jest podmíněn uvolněním, rozestupováním se horstva. Uvážíme-li však, že při vzniku horstva, při činnosti svrašťujících orogenetických sil stěsnání hornin na jedné straně jest v korrelaci s roztažením a uvolněním na straně druhé, pak soudím, že v obou případech v místech menší soudržnosti lze očekávati vznik dislokací.

Rozsedliny, prostupující našimi žilami, jsou podstatně dvojího rázu. Jedny způsobily horizontalní posun; němečtí horníci jim říkají „Geschiebe" a odpovídají asi Suessovým „lupenům" (Blätter). Vyskytují se ve všech našich žilách a bývají do počtu nejhojnější (viz tab. 2., na př. svrchní Jóremény). Při patrnějších posunech bývá část žíly, ležící vých. od rozsedliny, posunuta k severu; k tomu možno zejmena při budoucím vyslídění žil přihlížeti. Jmenované „posuvné" rozsedliny protínají žílu buď šikmo nebo stojí na ní skoro kolmo. Vzácněji jsou skoro rovnoběžné se žilou, odpovídajíce pak asi t. zv. „Deckelklüfte" německých horníků. Dle jiných rozsedlin bylo nadloží buď vyzdviženo nebo opačně pokleslo, nastaly tedy přesmyky nebo vrhy. Výška skoku bývá obyčejně nepatrná, v některých případech zdá se však býti velmi značná, soudě z úkazu, že mocnost žíly po obou stranách podobné dislokace jest velmi rozdílná. Leží tedy v jednom horizontu často vedle sebe kusy žíly, dislokací od sebe oddělené, jejichž původní pokračování na východ po příp. na západ dlužno hledati ve větší výšce nebo hloubce. K tomu nutno též přihlížeti při praktickém posouzení hodnoty těchto žil a při jejich vyslídění. Pěkné příklady pro podobné rozsedliny nalezáme zejmena na žile filipské na Königsbergu, kde po jedné straně dislokace jest žíla přes 20 *m* mocná, kdežto po straně druhé dosahuje sotva mocnosti 1 *m* i méně (tab. 2., obr. 3.). Rozsedliny, o nichž právě bylo promluveno, pokládám za starší nežli velké dislokace ovládající tektoniku i morfologii naší krajiny.

Stanoviti *stáří našich žil* jest problemem obtížným vzhledem k stratigrafickým poměrům dosud dosti sporným. Dále nutno si uvědomiti, že, mluvíme-li o stáří těchto žil, míníme vlastně hlavně stáří nejstaršího ze shora uvedených útvarů žilných, totiž sideritu, neboť ostatní mohou býti daleko mladší. Hlavní otázkou spornou, pokud se týče stáří těchto žil, jest, jsou-li mladší nebo starší variského svrašťování. Uhlig (17) uvádí souvislost žil Spišsko-Gömörského Rudohoří s basickými intrusemi, jež považuje za geologicky mladší karbonu, ale starší spodního triasu. Voit (5) soudí, že siderit neprodělal dobu variského svrašťování, neboť známo, že velmi málo vzdoruje dynamickým vlivům, jimiž se měnívá v magnetit. Rozsedliny žilné mohly dle něho povstati teprve tehdy, když již část „dioritu" byla proměněna při povrchu v „zelené břidlice", jinak by nebylo lze vysvětliti, proč tyto rozsedliny nevnikají též do jmenovaných břidlic. Schafarzik (8) má žíly rudné v uherském Rudohoří za mladší karbonského svrašťování, neboť jsou prý dosti neporušené, nehledě k lokálním nepatrným dislokacím. Soudí též, že po vzniku rudních ložisek nebylo Spišsko-Gömörské Rudohoří více podrobeno značnějším orogenetickým pohybům, neboť by musely býti siderity, turmaliny atd. rozdrceny. Böckh (18) popisuje ve své pěkné práci o Vashegy rudní žíly též z vrstev, jež pokládá dle uložení za permské a triadické, a uvádí jejich vznik v souvislost s žulovou intrusí stáří pravděpodobně postpermského. Týž poukázal též poprvé na podobnost s ložisky severo-alpskými. Dle Bartelsa (3) jsou Spišské žíly stáří postkarbonského, neboť mimo jiné by musel býti siderit pravděpodobně proměněn v magnetit, kdyby byl býval podroben velkým tektonickým poruchám.

Nesdílím z těchto důvodů náhled o pokarbonském stáří žil sideritových v našem území. Basické horniny Uhligem uváděné — mínil-li tím massiv gabbrový — vznikly, jak jsem v dřívější své práci (1) uvedl, asi za nejstaršího karbonu. Není též naprosto dokázáno, že by se siderit musel proměniti při pohybech orogenetických v magnetit, jak uvádí Voit a Bartels. Chování se rozsedlin žilných na hranici mezi gabbrem a „zelenými břidlicemi" pokládám za zcela dobře vysvětlitelné i při předkarbonském nebo karbonském stáří žil. Rozsedliny na hranici mezi gabbrem a horninami zcela jiných vlastností a jiné plastičnosti se rozmrštily; ovšem nemají dle mého náhledu tyto „břidlice" nic společného s gabbrem, nýbrž představují zcela samostatné stratigrafické pásmo. Co se týče poruch, tedy jest jejich počet na žilách našeho území velmi značný. O silných tektonických pohybech udavších se v krajině naší *po* vzniku žil sideritových svědčí undulosní zhášení a rozdrcení křemenů, místy též sideritů, rozlomení turmalinů, lokálně vyvinutá brekciovitá struktura žiloviny a pod., nehledě k četným dislokacím. Jsou-li dále vrstvy, v nichž vyskytují se žíly na Vashegy a jeho okolí, skutečně permské a triadické, jak Böckh za to má, pak mohly by v uherském Rudohoří konečně býti rudní žíly dvojího stáří.

Připojím ještě některá svoje pozorování na našich žilách, týkající se stáří jejich i dislokací. Velmi četné poruchy našich žil poukazují na velké stáří jejich. Větší poruchy bývají též provázeny smuhami, menší velmi často zrcadly a otřelky. Prvé lze dobře sledovati porůznu na žíle filipské, druhé zejmena na žilách oblasti Gugelské, ač jsem shledal též na spod. Filipi poblíže žíly stlačený porfyroid s četnými zrcadly. S-ovité záhyby žil pokládám za původní tvar rozsedlin žilných, nikoliv za výsledek svrašťování. Žíly jsou rozhodně mladší gabbra, pásma slepencového a porfyroidového, kteréž bývají poblíže žil impraegnovány sideritem i rudami měděnými. Přehlédneme-li směr popsaných žil na přiložené tabulce, shledáme, že převládá ve všech oblastech směr z.-v. Nápadno jest zejmena, že žíly Gugelské oblasti mají celkem týž směr jako v oblastech ostatních, neboť vznik rozsedlin žilných vykládají v oblasti prvé kontrakcí tuhnoucího magmatu gabbrového. Dle mého názoru spíše by tu bylo lze očekávati, že kontrakcí vznikly rozsedliny rozmanitých směrů. Tuto celkovou stejnosměrnost rozsedlin žilných jednak na Gugle, jednak v ostatních oblastech vykládám tím, že *rozsedliny vznikly současně pod vlivem prvopočátků pozdějšího hlavního svrašťování ve spodním karbonu. V spodním karbonu byly dle mého náhledu též rozsedliny žilné vyplněny nejstarším útvarem žilným, totiž siderítovým; týž uvádím v souvislost s thermalními vodami vystupujícími z chladnoucího massivu gabbrového, vzniknuvšího, jak jsem v dřívější své práci vyvodil, asi v nejstarším spodním karbonu.*

Některé žíly oblasti Gugelské (na př. Langenberg) bývají prostoupeny a často též posunuty mladšími rozsedlinami severo-jižními, vyplněnými poblíže žilného kříže též hlavně křemenem a rudami *Cu*, po příp. *Co-Ni*. Často na podobných místech nebyla dále sledována žíla hlavní v domnění, že se tu hákovitě zahýbá a byla vyslíděna žilovina příčná, nemající však zpravidla dlouhého trvání. Na to opětně hledáno po pokračování žíly hlavní, dle níž byla pak hnána nová štola. Tak si lze vysvětliti klikatý průběh štoly Langenbergské, sledující t. zv. „hlavní žílu". Jmenované rozsedliny, jakož i ostatní poruchy žil pokládám za mladší žilného útvaru siderítového. Naproti tomu shledáváme hlavně v oblasti Gugelské, že vody přinášející rudy měděné, kobaltové a niklové byly některými poruchami při cirkulaci zastaveny a odvedeny, takže s žilovinou bohatou na jmenované rudy sousedí po druhé straně dislokace část žíly rud těchto úplně postrádající. Jindy opětně bývají rudy *Cu, Co, Ni* právě na místě křížení rozsedliny žilné a některé příčné dislokace nejbohatěji nahromaděny. Rozhodně měla velká část příčných rozsedlin prostupujících žilami našimi vliv na regulaci pohybu thermalních vod, přinášejících rudy *Cu, Co* a *Ni* i jsou tedy starší těchto. *Dle mého soudu vznikly tedy siderítové žíly v spodním karbonu, kdežto četné poruchy v nich povstaly v svrchním karbonu, za doby hlavního svrašťování a nzjintensivnější působnosti orogenetických sil.*

Otázka o *genetické příslušnosti* rudních žil Spišsko-Gömörského Rudohoří byla různými autory rozmanitě zodpověděna. Uhlig (17)

uvádí spojitost s basickými intrusemi, Voit (5) s lakkolithem „dioritovým". Schafarzik (8) má za to, že zdrojem rudného bohatství v uherském Rudohoří jsou postvulkanické processy z doby po erupci křemitých porfyrů. Bartels (3) předpokládá souvislost mezi „dioritickým" magmatem a žilami; v tuhnoucím magmatu otevřely se kontrakční rozsedliny, zasáhnuvší za počínajícího svraštění horstva hluboko do sedimentů. Žíly přidržují se massivu „dioritového" a jeho hranic se sedimenty. Böckh (Beiträge zur Gliederung der Ablagerungen des Szepes-Göm. Erzgebirges, 18) praví, že žíly souvisí jednak s basickými horninami, jednak s intrusemi žulovými; žíly na Vashegy a v okolí (18) uvádí v souvislost s intrusí žulovou stáří asi postpermského. Podobně též Baumgärtel (19) soudí o rudních žilách uherského Rudohoří vůbec. Nejnověji srovnává Redlich (20) Dobšinská ložiska rudní s některými východoalpskými, jak před ním učinil již Böckh, a uvádí přímo za analogon žil Dobšinských siderito chalkopyritové žíly u Payerbachu-Reichenau v Dolních Rakousích, Altenbergu ve Štýrsku, Mitterbergu v Solnohradsku a pod. Dle Redlicha lze sledovati příkrovy křemitých porfyrů z Tyrol do Dolních Rakous, odtud přes Malé Karpaty do sev. Uher. Uváděje genetické vztahy těchto porfyrů k rudním ložiskám, má ony za nejspíše permské.

Genetickou souvislost rudních žil Spišsko-Gömörského pohoří s křemitými porfyry vyvrátil již Böckh (18), dokazuje, že vyskytují se i v mladších horninách nežli jsou porfyry; vyslovuje se též proti permskému stáří křemitých porfyrů, nezasahujících nikdy do svrchního karbonu a má je spíše za soudobé s karbonským svrašťováním. Též v naší krajině jsou žíly rudní zřejmě mladší porfyroidů, jež mám za devonské. Dle mého názoru souvisí vznik sideritových žil v krajině naší a pravděpodobně i sousední s intrusí batholitu gabbrového. Není ovšem vyloučeno, že by na příkl. pneumatolytické exhalace, jimiž vznikl asi turmalin, nebo thermalní vody přivádějící křemennou formaci žilnou nemohly souviseti s mladší intrusí žulovou; opačně zdá se mi to býti velmi pravděpodobné.

V. Popis jednotlivých žil.

1. Oblast Gugelská (tab. 2., obr. 1. a 2.).

Štola Langenbergská sleduje zejména 2 žíly, t. zv. „žílu severní" a „žílu hlavní". Hlavně poslední jest vyslíděna v hlubších horizontech postupně štolou Josefi a Pauli. Žil Jóreménských dobývají v štolách „svrchní a spodní Jóremény"; touž žílu sledují asi i štoly Marie a Terezie.

Štola Langenbergská (tab. 2., obr. 1.).

a) *Severní žíla* jest zprvu zvětralá, v nadložní části sideritická, v podloží křemitá se sporými rudami *Cu*. Za první*) rozsedlinou přibývá

*) Na příště budu u všech žil číslovati na mapě (tab. 2) zanesené dislokace postupně od západu k východu.

chalkopyritu a tetraedritu; dále až k šesté dislokaci jest žíla sideritokřemitá s dosti bohatými rudami měděnými, někdy i kusově vtroušenými. Místy jest tu ocelek proměněn v limonit a rudy *Cu* v malachit. Pak přestává rudonosnost, žíla zjaloví, až znenáhla zase nastoupí drobnozrnná žilovina skoro úplně křemitá s drobně vtroušenými rudami *Cu*. Před osmou rozsedlinou vystupuje zelený žilný křemen, jehož zbarvení, jak shora uvedeno, pochází od vtroušených šupinek fuchsitu. Za 4. a před 6. dislokací žíla slábne a místy zjaloví, podobně mezi 6. a 7. rozsedlinou, za touto a mezi 8. a 9. Teprve za posledně uvedenou počínají opětně rudy *Cu* v žilovině hlavně křemité. Překop, vedoucí od vých. konce štoly, sledující „hlavní žílu" k severu, kříží východně od „žíly severní" žílu křemitou se sporými zbytky sideritovými, ale kusově vtroušeným chalkopyritem tetraedritem a barytem. Mocnost severní žíly dosahuje místy až $2\frac{1}{2}$ *m*, jest však dílem již úplně dobyta.

b) *Hlavní žíla* jest nejprvé křemitá a rudonosná, místy slabší; od 4. až k 7. rozsedlině jest skoro úplně jalová. Pak počínají v křemité žíle rudy *Cu* a poblíže 8. dislokace rudy *Co* a *Ni*, neboť na trhlinách a na povrchu se tu vyskytuje hojně květ kobaltový a niklový. Dále jest žíla zúžena, rozšiřujíc se však a nabývajíc rud *Cu* před další dislokací. Za 10. rozsedlinou sleduje žíla křemitá s kusovým tetraedritem a chalkopyritem, limonitem po sideritu až k další dislokaci, za níž žíla slábne a znenáhla se vyklíňuje. Mocnost činí nejvýše asi 1 *m*, úklon průměrně 45°, ač jest někdy i příkřejší. Četné severo-jižní rozsedliny, žílu hlavní a severní místy dislokující, jsou zejmena poblíže kříže též rudonosné. Překopy jsou tu prořaty 4 žíly. Překop hnaný asi od středu žíly severní k severu protíná hranici mezi gabbrem a chloritickými břidlicemi, vystupující tu jako zřetelná plocha dislokační.

Štola Josefi (tab. 2., obr. 1.).

Leží 31 *m* pod štolou Langenbergskou. Žilovina jest napřed drobnozrnná a sideritická s kusovým tetraedritem a slábne poblíže první rozsedliny. Pak jest více křemitá s drobně, ale bohatě vtroušeným chalkopyritem a tetraedritem. Kde se zahýbá žíla k s., jest poněkud zúžena; dále na východ jest většinou již dobyta na rudy *Co* a *Ni* v podložní své části, kdežto nadložní část povahy sideritické zůstala namnoze netknuta. V této bývají rudy měděné drobně roztroušeny, vedle nichž se objevují též rudy *Co* a *Ni*, soudě dle povlaků květu kobaltového a niklového; i azurit se tu vyskytuje na trhlinách. V žilovině této nalezen i místy hojný turmalin. Vydatnější rudonosnost počíná opětně za 8. rozsedlinou; ač žíla tu dosahuje jen nepatrné mocnosti, obsahuje vedle sideritu a křemene bohatě vtroušený kusový tetraedrit, jehož jádro sestává často ještě z chalkopyritu, co makroskopický doklad pro metasomatickou cementační proměnu chalkopyritu v tetraedrit. Siderit jest místy úplně vyloužen ze žiloviny křemité.

Mocnost žíly dosahuje místy přes 1 *m*. V prvním překopu hnaném k severu jest prořízuto a částečně krátkou štolou odkryto pokračování severní žíly Langenbergské; velká část žiloviny na rudy *Cu* bohaté tu není ještě dobyta.

Štola Pauli (tab. 2., obr. 1.).

Jest z větší části dřevením vystrojena a žíla vyrubána v podložní své části na rudy *Co*. Leží 40 *m* pod štolou Josefi. Na přiložené tabuli zakreslena jen nepatrná část žíly, zasahující daleko na západ a zejména východ. V nadložní části vyskytuje se nejprve žilovina křemito-sideritická; pak žíla slábne a zjaloví. Za ohybem počíná žilovina křemitá s chalkopyritem a na povrchu s květem kobaltovým, místy též s arsenopyritem a löllingitem. Za první rozsedlinou jest žíla zúžena, nabývá však záhy opětně rudonosnosti, by za příští dislokací opětně seslábla. Teprve za třetí rozsedlinou počíná pěkná křemitá žilovina, místy sideritická s velmi bohatými rudami měděnými a hojným květem kobaltovým i niklovým; této části jest ještě málo dobyto. Mocnost obyčejně sotva přesahuje ½ *m*. Rozsedlin žilou procházejících tu nebylo lze namnoze zjistiti pro dřevěné zahrazení štoly.

Štola „Svrchní Jóremény" (tab. 2., obr. 2.).

Žíla jest až k druhé rozsedlině skoro úplně jalová, místy silně rozdrcená se sporými a drobnými rudami. Pak sleduje křemito-sideritická (po příp. ankeritická) žilovina s velkými kusy chalkopyritu a tetraedritu, vedle nichž nalezeny i květ kobaltový a arsenopyrit; bohatství rud jest největší poblíže dislokací. Rozsedlinou pátou, směřující od s. k j. a vyplněnou částečně též žilovinou, jest žíla posunuta k severu. Bohatá rudonosnost pokračuje na východ a vedle chalkopyritu, tetraedritu, sideritu a křemene vyskytuje se tu též růžový baryt a rudy *Co-Ni*. Předposlední dislokací dostal se asi do zdánlivého pokračování k severu posunuté žíly kus druhé souběžné žíly dnes již úplně porubaný.

Žíla jest většinou dobyta na rudy *Co*, kdežto žilovina, obsahující rudy *Cu*, jest namnoze netknuta. Dosahuje mocnosti místy přes 1 *m*; na dvou místech zdá se býti pro naše žíly abnormalní úklon k severu, potažmo k sv.

Štola „Spodní Jóremény" (tab. 2., obr. 2.).

Leží 25 *m* pod předešlou a směřuje nejprve k sv. pak od záp. k vých., dále se rozdvojuje a sleduje jednu žílu ve směru sv. až ssv., druhou ve směru vjv., později východním až sv. Zdá se, že nastalo zde kosení obou jmenovaných žil nebo rozdvojení původně jednotné žíly. Štola sleduje napřed žílu sideriticko-křemitou, velmi bohatou na kusové rudy měděné. Od třetí rozsedliny až k rozdvojení štoly jest žíla slabší a v podložní své části vyrubána na rudy *Co*, kdežto v části nadložní jest rudonosnost nepatrná a dobývání nehodná; vyskytuje se tu turmalin. V severní části rozdvojené štoly jest žilovina místy sideriticko-křemitá nebo ankeritická, jindy opětně tu vystupuje ona černá břidličnatá smuha se zrcadly a otřelky.

Žíla neobsahuje až k následující rozsedlině, za níž zahýbá k ssv., žádných rud *Cu*. V pokračování žíly dobývali hlavně rud *Co*; v nadložní části bývají rudy *Cu* velmi drobně roztroušeny. Náhle jest žíla, do jejíž pokračování jest posunuto gabbro, ukončena zlomem. Štola však byla hnána dále k sv. až narazila na pravděpodobné pokračování žíly, z původního směru ovšem odchýleného. Žilovina jest tu sideriticko-ankeritická s málo křemenem a turmalinem, s chalkopyritem a květem kobaltovým i niklovým. Zajímavo, že černé břidličnaté smuhy, jak se zpravidla vyskytují v podložní části našich žil ve společnosti rud *Co* a *Ni*, na jednom místě tu byly shledány i v části nadložní.

Jižní větev rozdvojené štoly sleduje žílu odpovídající oné ve svrchním Jóremény. Žilovina jest nejprve jalová a křemitá bez rud. Za první rozsedlinou vede štola stále jalovou podložní částí žíly, kdežto nadložní část obsahuje vedle siderity a křemene velmi mnoho hrubých kusů rud *Cu*. Za druhou dislokací jest žíla v podložní části své křemitá a bohatá na rudy *Cu* a *Co*, kdežto v části nadložní jest více sideritická. Při rozsedlině páté vyskytují se velmi bohatě rudy *Ni*, *Co* a *Cu* v hrubozrnné žilovině sideriticko-křemité; dále žíla se zužuje a za další dislokací vystupuje opětně hrubozrnný bílý až hnědý siderit s kusovým tetraedritem a chalkopyritem, místy též s hojnými rudami *Ni* a arsenopyritem. V části žíly směřující pak k ssv. ubývá rychle rud a žíla zjaloví směrem k předku.

Celkem lze říci, že žíla v jižní části štoly dobývaná zapadá daleko příkřeji (ca 65°) nežli severní. Žilovina dobyta hlavně jen v podložní části, kdežto nadložní křemitá část s rudami *Cu* ponechána. Mocnost činí průměrně 60 *cm*.

Štola Marie.

V překopu lze sledovati dislokaci odpovídající hranici mezi krou diabasových hornin a gabbrem; prvé jsou úplně dislokovány a stlačeny. Překop protíná čtyry žíly vedlejší. Východně od překopu jest žíla v podložní části křemitá s velmi drobnými rudami *Cu*, v nadložní části více ankeriticko-sideritická s málo rudami *Cu*; místy jest hojný turmalin. Tam, kde počíná hrubozrnný siderit jest žilovina většinou již vyrubána; častěji vyskytují se tu též rudy *Co* a *Ni*. Zbyly namnoze pouze pilíře žiloviny. V záp. části štoly vyskytuje se též žilovina s místy dosti hrubým kyzem měděným a tetraedritem a s rudami *Co-Ni*. Zejmena tyto rudy vystupují tu i kusově v žilovině slohu brekciovitého, složené mimo rudy *Co-Ni* z chalkopyritu, siderity, pyritu, křemene a turmalinu. Žíla dosahuje mocnosti asi ½ *m*. I v západní části jest již mnoho vyrubáno.

K nalezení nových žil v oblasti Gugelské budou tedy na příště sloužiti překopy hnané gabbrem od j. k s. neb opačně.

2. **Oblast Königsbergská** (tab. 2., obr. 3.).

Zde dobývají výhradně žíly filipské. V odkrytém *odklizu* při povrchu jest hlavně nadložní část žíly sideritové hojně prostoupena rudami měděnými.

nými. *V druhém mezipatru nad štolou svrchní Filipi* dosahuje žíla mocnosti až 15 *m*, ač na jednom místě jest úplně seslabena. Totéž zúžení opakuje se *v prvním mezipatře*, kdež žíla dosahuje mocnosti 6—20 *m*.

Štola „*Svrchní Filipi*".

Žíla sideritická, nejprve dosti křemitá, obsahuje v nadložní části dosti rud *Cu*, jichž tu místy již dříve dobývali; vedle sideritu vyskytuje se z uhličitanů též kalcit a dolomit v krystalech. Za první rozsedlinou jest žíla, nabyvší před tím neobyčejné mocnosti, úplně seslabena až k dislokaci druhé. Za touto počíná se žíla znenáhla rozšiřovati, nabývajíc mocnosti několika metrů a obsahujíc velmi pěkný siderit. Za dislokací třetí jest žíla poněkud slabší, skládajíc se z hrubě krystalinního sideritu a kusově vtrouseného chalkopyritu. Slepenec v podloží žíly jest tu místy na hlavu postaven, ba někdy zdá se dokonce zapadati k severu. Za další rozsedlinou žíla náhle jest přerušena a počíná opětně za dislokací pátou, jsouc nejprve několika decimetrů mocnou, nabývajíc však postupně větší mocnosti. Žilovina jest tu velmi pěkná, sideritická, s bohatě vtroušenými rudami *Cu*. Po krátkém zúžení se žíla opětně rozšiřuje. Za následující dislokací jest nejprve mocná, načež slábne. Východně od sedmé rozsedliny se opětně rozšiřuje a nabývá mocnosti až 20 *m*. Za dislokací osmou nastává opětně zúžení žíly, načež se opětně mocnost silně zvyšuje, též obsah rud *Cu* jest tu značný. Po opětném seslabení nastává směrem k předku silné rozšíření a rudy *Cu* vystupují hlavně jen v nadložní části. V předku jest žíla odkryta v celé své mocnosti; v žilovině vyskytují se tu též úlomky podložního slepence. Směrem k podloží přibývá rud *Cu*.

V druhém mezipatře nad „spodním Filipi" jest žíla až 15 *m* mocná, ale místy silně seslabena. *V prvním mezipatře* dělí náhle dislokace mocnou žílu ve dva zdánlivě samostatné shluky. Jest to táž porucha, jaká vystupuje též ve vyšších horizontech. I zde jsou rudy *Cu* hlavně v nadložní části žíly. Mocnost činí až 15 *m*.

Štola „spodní Filipi". Zde jest žíla napřed úplně seslabená a nehodná dobývání, kdežto do výše se silně rozšiřuje. Až za čtvrtou dislokací nabývá větší mocnosti; žilovina sideritická s ankeritem, kalcitem a kyzem měděným, místy dosti křemitá, jest tu ponejvíce vyrubána. Kde štola směřuje od z. k v., jest hnána v nadložní části žíly, na siderit bohatší, až tato konečně tak zjaloví a seslábne, že není hodna dobývání. V předku jest však opětně odkryta v celé své mocnosti, třeba by tu byla jakosti špatné.

V štole „spodní Filipi", ležící 24 *m* pod „svrchním Filipi", jest tedy žíla sideritová celkem naproti vyšším horizontům silně seslabena. Není však vyloučena možnost, že v hloubce nabude opětně větší mocnosti.

3. **Oblast Vogelsbergská** (tab. 2., obr. 4.).

Štola Karoly má dvoje ústí; severnější vede přímo k hlavní žíle. Jižním přicházíme v štolu, jež sledovala křemitou žílu rud prostou. V pře-

kopu vedoucím k hlavní žíle vystupuje porfyroid částečně plástevnatý až úplně břidličnatý, načež proříznuta žíla křemito-sideritická s rudami *Cu* a zeleným křemenem žilným. Dále sleduje porfyroid, z něhož pochází analysa, uveřejněná v mé geologické práci (1); před první z obou rovnoběžných žil jest porfyroid impraegnován rudami *Cu* a trhlinky v něm bývají vyplněny ocelkem. Táž obsahuje hlavně siderit a jen poskrovnu rudy *Cu*; jest patrně jen odmrskem žíly hlavní. Mezi nimi jest porfyroid namnoze úplně proměněn v hmotu sericiticko-křemennou s hojnou impraegnací sideritu a pyritu, rutilem, leukoxenem a šupinkami muskovitu. Žíla hlavní jest v západní části většinou vyrubána; v části východní vystupuje nejprve žilovina, složená z dosti hrubozrnného sideritu, křemene a chalkopyritu. Směrem k nadloží přibývá křemene. Za dislokací jest žíla zúžena, nabývá však brzy své původní mocnosti a rudonosnosti. Této hlavní žíly dobývají též v štolách „Svrchní a Spodní Cilli", dosahuje mocnosti průměrně 2 *m*, místy až 3 *m* a zapadá asi 65° k j. Překop hnaný od hlavní žíly dále na sever, jde nejprve červenou drobou, přetíná pak ještě dvě žíly rudní, kdežto v předku nachází se slepenec.

Štola „Svrchní Cilli" leží přes 50 *m* pod předešlou. Směr žíly jest tu západo-východní. V nadloží jsou porfyroidy, kdežto podloží není odkryto. Žilovina jest napřed jalová a křemitá a štola namnoze dřevením vystrojena; nadložní porfyroid jest bohatě impraegnován uhličitany. Dále obsahuje žíla v nadložní své části rudy *Cu*, kdežto v části podložní převládá hrubý srůst křemene a sideritu. Porfyroid bývá zbřidličňatěn, maje vzezření černých lesklých břidlic. Za první rozsedlinou jest žíla velmi bohatá sideritem a před dislokací druhou přibývá křemene a rud *Cu*. Pak se zúžuje a obsahuje v nadložní a podložní části hlavně křemen a rudy *Cu*, uprostřed siderit a rudy *Cu*. V předku jest opětně silně seslabena. Mocnost žíly činí průměrně $1\frac{1}{2}$ *m*, místy dosahuje až 3 *m*, úklon jest průměrně 60° k j.

Štola *„Spodní Cilli"* leží přes 60 *m* pod „Svrchním Cilli". Žíla jest z počátku křemitá, obsahuje místy též chalkopyrit. Porfyroid v jejím nadloží jest proměněn v hmotu sericiticko-křemitou s hojnou impraegnací sideritu. Poměry stratigrafického uložení jsou tu poněkud složitější, neboť v podloží žíly vystupují zelené horniny, náležející asi pásmu diabasovému, kdežto v nadloží jsou porfyroidy. Výskyt těchto diabasů v podloží porfyroidů, tedy převrácený sled vrstevní, poukazoval by na lokalně překocené vrásy. Za první dislokací vystupuje v nadložní části žíly zelený křemen žilný. Žilovina jest stále silně křemitá s málo sideritem a sporými rudami *Cu*. Druhá rozsedlina žílu úplně odřízne a štola hnána dále v porfyroidu. I v předku jest pouze jemně břidličnatý porfyroid s drobnou impraegnací pyritovou. Z předku hnán překop k severu a jihu; na severu dosažena sice žíla, ale jest křemitá a sideritu prostá. V jižní části překopu proříznuta byla velmi pěkná žíla křemito-sideritická s kusovým chalko-

pyritem, směřující od z. k v.; na východ však slábne, takže v předku nachází se pouze úzká, sideritická žíla.

Překop hnaný za ústím štoly „Spodní Cilli" k severu protíná za žilou „Cillskou" žílu, obsahující hrubě krystallický siderit s hojnou slídou železnou. Dále k severu dosažena pak třetí žíla, v jejíž západní části dobývali sideritu; část východní jest napřed v nadložní části silně křemitá s málo rudami *Cu*, kdežto podložní část se skládá hlavně ze sideritu středního zrna; dále jest na siderit i rudy *Cu* dosti chudá. V nadloží této žíly setkáváme se pak s horninami pásma slepencového, hlavně břidličnatými drobami nebo slepenci; v nich nalezena překopem další úzká žíla, obsahující však pouze křemen.

V štole „Spodní Cilli" jest tedy žilovina žíly Cillské podstatně špatnější nežli v horizontech vyšších; jest však i tu naděje, že ve větší hloubce nabude opětně lepší jakosti.

Konečně budiž podotknuto, že na tab. I. omezil jsem se zpravidla na zakreslení důležitějších žil. Půdorysy těchto shotovil jsem na základě svého podzemního mapování, k němuž mi sloužily staré mapy štol místy velmi nepřesné. Odtud vysvětlitelno, že snad i v mém znázornění půdorysu žil tu a tam malá nepřesnost se najde. Mapování rozsedlin jest úplně nové.

Ku konci svého pojednání opakuji díky v předcházející své práci vyslovené. Patří v první řadě p. prof. dru Kruschovi, přednostovi oddělení pro mapování v pohoří při král. prusk. geol. ústavě v Berlíně, a p. Cyr. ryt. Purkyni, ř. professoru mineralogie a geologie při české vysoké škole technické v Praze. Mikrofotografie shotovil se vzácnou laskavostí p. F. Rejsek, c. k. univ. praeparator.

Resumé.

1. Poprve byly určeny parageneticke poměry žilných nerostů. Lze rozeznati u našich žil čtyry útvary žilné; sideritový, křemenný, rud měděných, rud kobaltových a niklových. Nejprve byla rozsedlina žilná vyplněna sideritem, později byl vyloučen křemen a turmalin; ještě mladší jsou rudy měděné, hlavně chalkopyrit, a nejmladší a nikoli soudobé s předcházejícími jsou rudy kobaltové a niklové oblasti Gugelské; tedy paragenetická řada hlavních nerostů žilných jest dle stáří: siderit-křemen, turmalin-chalkopyrit-rudy *Co* a *Ni*. Pyrit jest částečně soudobý se sideritem, z části mladší; arsenopyrit jest mladší sideritu a křemene, baryt mladší sideritu. Primarní vnitřní metasomatosou žilnou bylo tedy mineralní složení žiloviny postupně pozměněno. Sekundární žilnou metasomatosou cementační vznikly z chalkopyritu rudy na *Cu* bohatší, hlavně tetraedrit.

2. Popsané žíly vznikly vesměs ze žil původně jen sideritických.

3. Primární hloubkové rozdíly jeví se u žil oblasti Gugelské v přibývání rud *Co*, *Ni* a *As* do hloubky.

4. K sekundárním hloubkovým rozdílům patří vznik oxydačního a cementačního pásma. K oxydačním rudám našich žil čítám hlavně limonit, malachit a azurit, k cementačním tetraedrit, kdežto chalkopyrit jest primární rudou měděnou.

5. Vliv žil na sousední horniny jeví se v oblasti Gugelské v proměně nerostů gabbrových, po příp. ve vzniku černých, břidličnatých smuh a v impraegnaci rudami; v oblasti Königsbergské a Vogelsbergské nastává poblíže žil sericitisace hornin a impraegnace žilnými nerosty.

6. Směr a mocnost žil jsou dosti nestálé, i úklon se měnívá u téže žíly do hloubky. Žíly činí místy dojem ložních, jindy pravých žil. Konkordance se sousedním horstvem bývá jen zdánlivá. Není pravděpodobno, ani dokázáno, že by se žíly oblasti Gugelské — jak se uvádívá — směrem k povrchu vějířovitě rozestupovaly.

7. Z půdorysu našich žil mnou shotoveného vysvítá, že jsou prostoupeny velmi hojnými rozsedlinami podstatně dvojího rázu. Jedny způsobují horizontalní posun (lupeny), dle druhých bylo nadloží buď vyzdviženo nebo pokleslo (přesmyky a vrhy). V posledním případě bývá někdy výška skoku i velmi patrná.

8. Žilné rozsedliny vznikly dle mého náhledu vlivem prvopočátků pozdějšího hlavního svrašťování ještě v sp. karbonu. Též nejstarší formaci žilnou, totiž siderit, pokládám za spodno-karbonskou a uvádím ji v souvislost s thermalními vodami vystoupnuvšími z chladnoucího magmatu gabbrového.

9. Četné dislokace našich žil jsou starší žilného útvaru měděných rud, na jejichž rozvádění a roztřídění měly podstatný vliv; pokládám tyto rozsedliny za soudobé s hlavním svrašťováním svrchního karbonu.

Min.-geolog. ústav c. k. č. vys. škol techn. v Praze.

Král. prus. geol. ústav v Berlíně, Oddělení pro ložiska užit. nerostů.

SEZNAM LITERATURY.

1. Jos. Woldřich, Geologické a tektonické studie v Karpatech sev. od Dobšiné. Rozpr. Č. Akad., ročn. 21., tř. II., č. 10. 1912.*)

2. A. v. Grodeck, Über die Gesteine der Bindt in Ober-Ungarn. Jahrb. d. k. k. geol. Reichsamt. Wien. 1885, Bd. 35; p. 663.

3. W. Bartels, Die Spateisensteinlagerstätten des Zipser Comitates in Oberungarn. Archiv f. Lagerstättenforschung. Berlin. 1910. H. 5.

4. W. Bornhard,t, Über die Gangverhältnisse des Siegerlandes und seiner Umgebung. I. T. Archiv f. Lagerstättenforsch. Berlin. 1910. H. 2.

5. F. W. Voit, Geognost. Schilderung der Lagerstättenverhältnisse von Dobschau in Ungarn. Jahrb. der geol. Reichsanst. Wien 1900., p. 708.

6. S. Faller, Reisennotizen über einige wichtigere Metallbergbaue Ober-Ungarns. Berg- und Hüttenmänn. Jahrb. der k. k. Bergakad. 1867, p. 129.

7. H. B. Foullon, Mineralog. Notizen. Verhandl. der k. k. geol. Reichsanst. Wien. 1892, p. 171.

8. F. Schafarzik, Daten zur genaueren Kenntnis des Szepes-Gömörer Erzgebirges. Mathem. und naturwiss. Berichte aus Ungarn. Bd. 23. 1905. H. 3., p. 225.

9. J. Niedzwiedzki, Beobachtungen an Löllingit. atd. Jahrb. d. geol. Reichsanst; Wien, 1872, p. 161.

10. v. Andrian, Erzlagerstätten in Zips und Gömör. Verhandl. d. geol. Reichsanst., Wien, 1895, p. 39.

11. P. Krusch, Primäre und sekundäre metasomatische Prozesse auf Erzlagerstätten. Ztschr. f. prakt. Geologie. 1910, p. 165.

12. P. Krusch, Inwieweit lassen sich die Erze als Leiterze benutzen? Zeitschr. d. deutsch. geol. Gesellsch. Bd. 58. 1906, p. 100.

Tý ž, Die Einteilung der Erze mit besonderer Berücksichtigung der Leiterze sekundärer und primärer Teufen. Zeitschr. für prakt. Geol. 1907, p. 129.

13. A. von Grodeck, Zur Kenntnis einiger Serizitgesteine, welche neben und in Erzlagerstätten auftreten. Neues Jahrb. f. Min. Geol. und Paläont. 1883, Beil. Bd. II., p. 72.

14. v. Cotta, Über die Erzlagerstätten von Dobschau. Berg- und Hüttenmänn. Zeitung, 20. Jahrg. 1861, p. 124, 151.

15. v. Andrian, Umgebung von Dobschau und Czetnek. Verhandl. d. geol. Reichsanst. 1868, p. 55.

16. E. Reyer, Theoret. Geologie. Stuttgart, 1888, p. 468.

17. V. Uhlig, Bau und Bild der Karpaten v „Bau und Bild Österreichs". Wien-Leipzig 1903.

*) Práce tato vyjde současně s předloženou publikací v širším rozsahu v „Archiv für Lagerstättenforschung" v Berlíně.

18. H. v. Böckh, Die geologischen Verhältnisse des Vashegy atd. Mittheil. aus d. Jahrb. d. kgl. ungar. geolog. Anstalt. Bd. 14. 1905, p. 65.

Týž, Beiträge zur Gliederung der Ablagerungen des Szepes-Gömörer Erzgebirges. Jahresberg. d. kgl. ung. geol. Anstalt für 1905. Budapest 1907, p. 46.

Týž, Bemerkungen zu „Die Erzlagerstätten von Dobschau und ihre Beziehungen zu den gleichaltrigen Vorkommen der Ostalpen". Zeitschr. f. prakt. Geologie. 1908, p. 506.

19. B. Baumgärtel, Der Erzberg bei Hüttenberg in Kärnten. Jahrb. d. geol. Reichsanst. 1904, p. 242.

20. K. A. Redlich, Die Erzlagerstätten von Dobschau und ihre Beziehungen zu den gleichaltrigen Vorkommen der Ostalpen. Zeitschr. f. prakt. Geologie, 1908, p. 270.

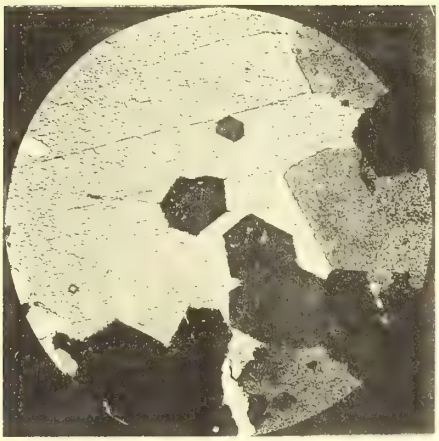
VYSVĚTLIVKY K TAB. I.

Obr. 1. Siderit jest prostoupen a metosomaticky z části nahražen krystally křemennými, jež chovají ve svém nitru zřetelné mikroskopické uzavřeniny sideritové (světlé tečky a skvrny). Mezi + nikoly.

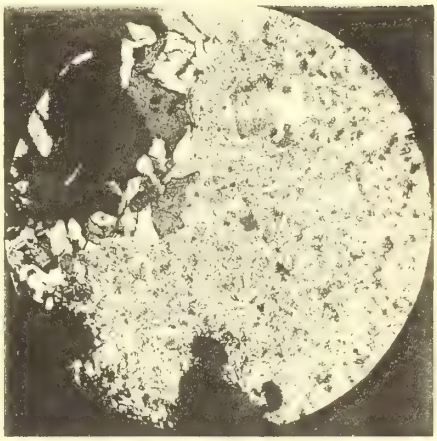
Obr. 2. Tetraedrit (v levo nahoře, černě) jednak uzavírá zbytky metasomaticky zatlačeného sideritu, jednak vniká mezi zrna sideritová jej obklopující. Dole též tetraedrit (černě). Ostatně lze pozorovati, jak mladší křemen (zrna šedá až černá) veskrz prostupuje hmotou sideritovou (bíle), ji nahražuje. Mezi + nikoly.

Obr. 3. Jemnozrnná, bělošedá hmota, zabírající větší část obrazu, náleží tetraedritu, v jehož jádru zachovány zbytky chalkopyritu (partie světlejší, skoro bílé asi uprostřed a v pravo nahoře) co svědci cementační metasomatosy. Fotografováno při napadajícím a odraženém světle, by vynikl rozdíl mezi tetraedritem a chalkopyritem.

Obr. 4. Siderit (bíle) jest barytem (tmavošedě až černě, po levé a pravé straně obrazu) metasomaticky zatlačován. Tento bývá na svých krajích provázen zrny pyritovými (černá zrna, hlavně nahoře a dole). Mezi + nikoly.



Obr. 1.

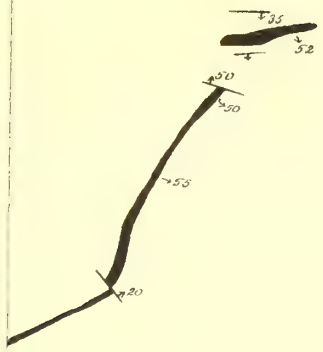


Obr. 2.

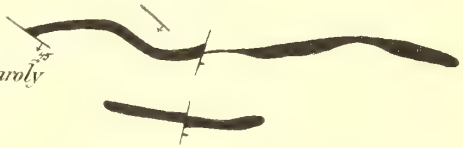
Obr. 3.

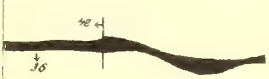
Obr. 4.

Tab. 2.



lsbergská

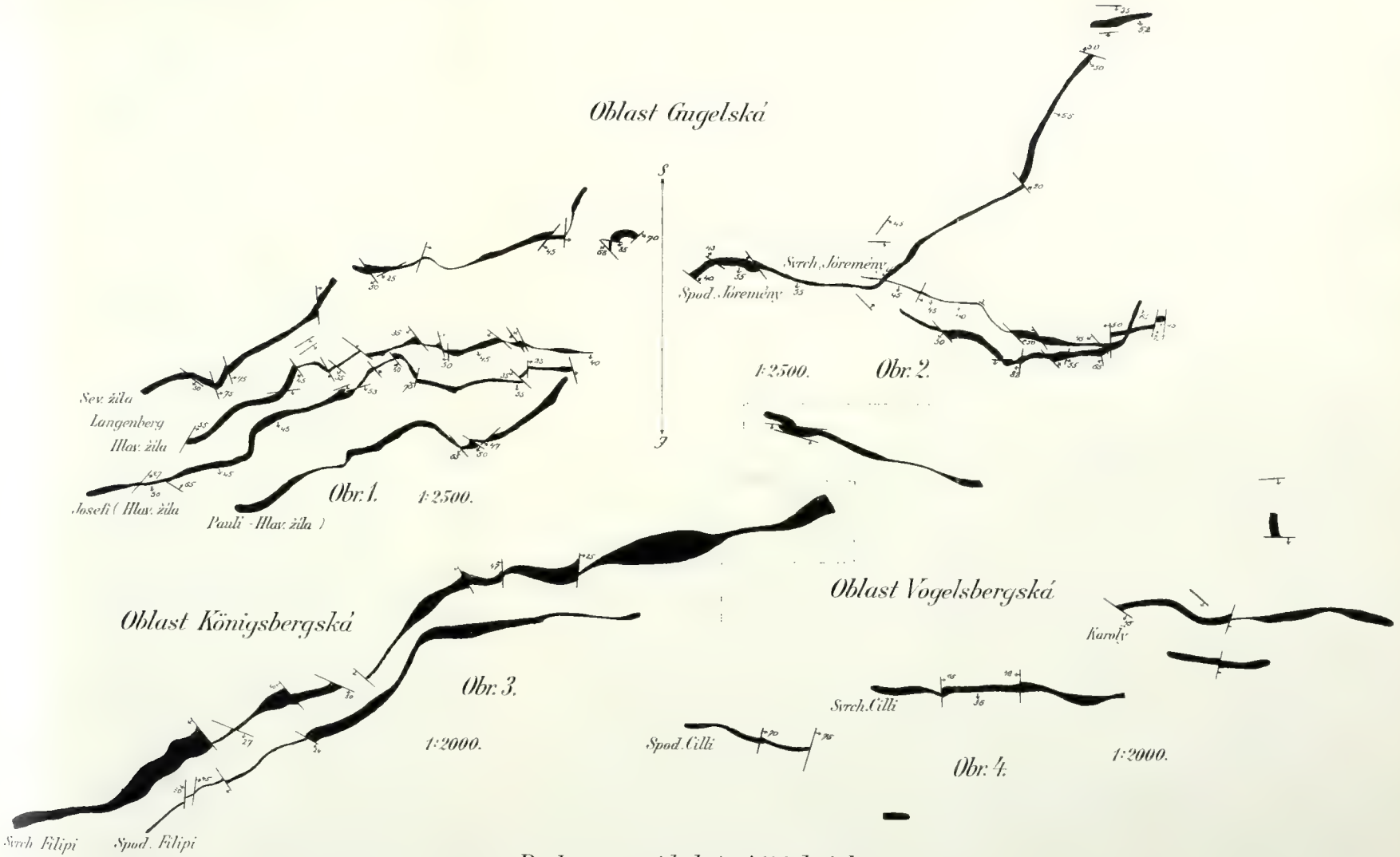




Obr. 4. *1:2000.*

Svrch. Fi

UNIE PRAHA



Půdorys nejdůležitějších žil.

(Fecit J. Woldřich.)

Cyklopie u embrya člověčího 6 *mm* dlouhého.

Podává

Doc. Dr. O. LEŠER.

assistent c. k. oční kliniky prof. Dr. Deyla.

(Z c. k. českého anatom. ústavu prof. Dr. JANOŠÍKA.)

(Za podpory z fondu ŠICHOVA.)

(Se 3 tabul. a 5 obr. v textu.)

Předloženo 15. listopadu 1912.

Při studiu vývinu tvaru oka na bohatém materialu embryologickém českého anatomického ústavu p. prof. Dr. J. Janošíka dostalo se mi embrya lidského 6 *mm* dlouhého, řezaného v bezvadných seriích à 10 μ, na němž při bližším zkoumání bylo zjištěno, že běží o zrůdnost a to o neuzavření centrálního nervstva v části hlavové a o vytvoření pouze jednoho společného oka se dvěma čočkami. V přístupné mně literatuře, k této věci se vztahující, zejména však ve velké monografii Schwalbeově nenalezl jsem nikde zmínky o podobné zrůdnosti v tak časném stadiu. Byly sice popsány cyklopické zrůdnosti různých zvířat v prvých počátcích vývojových, ale tu běží o případy získané rozličnými experimentálními zákroky. Veškeré údaje o cyklopii vztahují se výhradně na velké foety, hlavně však týkají se zrůdností porozených. Z té příčiny myslím, že nebude od místa o případu tomto se zmíniti, vždyť zrůdnost tato, třeba již dávno byla známa, jest celkem dosti vzácnou a tudíž tím cennější případ cyklopie embrya lidského tak malého.

Jak již z pohledu na trojhranné neb vejčité hlavy cyklopů souditi lze, týkají se změny nejen očí, nýbrž především centrálního systemu nervového, jehož znetvoření projevuje se splynutím zakrnělých basálních ganglií a hemisfer v různém stupni. Tak velký mozek tvoří někdy tenký, hladký (Naegeli), nerozdělený (Hörrmann) vak (van Duyse) bez „corpus callosum", bez „fissura magna cerebri" jindy s příčně uspořádanými závity a rýhami. Kora velkého mozku může býti vrstevnatě rozčleněna a obsahovati buňky gangliové. Malý mozek a střední mozek jsou velkým mozkem nekryty a malý mozek někdy normálně (Štýbr), někdy neúplně

vyvinut. Jako vedlejší nález lze uvésti zahnutí v metencephalon a myelencephalon, abnormní uložení mostu, čtverhrbolí a prodloužené míchy, diastasu a rozdvojení dolních oddílů mozkových, hemisfer mozečkových a krční míchy. Vytvoření drah velkého a malého mozku v prodloužené míše záleží, jak přirozeno, od vývinu dotyčných okrsků mozku (Paul Ernst).

Vždy při cyklopii schází nerv čichový s příslušnou částí mozkovou. Poněvadž pak v případech, kde zrůdnost jest jen mírného stupně, tvoří tento defekt jedinou makroskopicky znatelnou známku, vytkl to Kundrat jako charakteristickou značku a arhinencephalii označil jako typický druh zrůdnosti. Paul Ernst poznamenává, že stanovení tohoto typu je z té příčiny důležito, že zahrnuje v sobě celou morphologickou řadu a uvádí sedm skupin:

1. Ethmocephalii.
2. Cebocephalii.
3. Arhinencephalii s medianí štěrbinou retní.
4. Arhinencephalii s postranní štěrbinou retní a patrovou, často s trigonocephalií.
5. Arhinencephalii s trigonocephalií.
6. Případy vyznačující se zevně mikrocephalií, vnitřně znetvořením předního mozku a defektem nervů čichových,
7. případy, jimž schází corpus callosum (známka splynutí předního mozku).

Společnou značkou těchto zrůdností jest nevývin rhinencephalon. Často zjistiti lze úplný defekt nervů čichových, řídčeji splynutí v jeden, tedy poměry zcela opačné, než jak tomu je při cyklopii, pokud se týče nervů zrakových. Mezi cyklopií a arhinencephalií není hranic, nýbrž jsou velmi četné přechody poukazující na genetickou příbuznost. Při čisté cyklopii jsou tedy rhombencephalon, mesencephalon a část diencephalon normálními a znetvoření týká se nejproximalnější části diencephalon a telencephalon. Přední mozek jest jednoduchý, nedělený, mezimozek neúplně vyvinut; oba dohromady mohou tvořiti váček tekutinou naplněný a z druhého měchýřku nebo kuželovitě zaokrouhleného čepu (trychtýře) nad sella turcica vzniká jednoduchý nerv zrakový nebo ještě častěji vyčnívají do jednoduchého váčku ze zdola splynulé thalami optici.

Pokud se ústrojí očního týče, uloženy jsou oči u cyklopů obyčejně v dolní polovině čela uprostřed na místě, kde za normálních poměrů bývá kořen nosu. Obličej charakterisován je zpravidla zvláštním nad okem umístěným rypákovitým výběžkem (proboscis), různě dlouhým, jenž bývá dutým, končí však přece slepě. Na spodině tohoto útvaru lze často nalézti kosti, jež považovány jsou za srostlé výčnělky nosní kosti čelní, resp. za výčnělky nosní a kosti nosní. Vesměs má se za to, že uvedený výčnělek jest nevyvinutý nos, jenž z prostředního laloku čelního vznikl. (Hermann Josephy). Nějaké zvláště proti dutině ústní a očnici uzavřené

dutiny nosní nebývá. Toliko Dursy popisuje v jednom případě zmenšenou dutinu nosní pod očnicí.

Očnice bývají tak dalece změněny, že scházejí části kosti čichové, dělící obě očnice; často zbývá ze jmenované kosti částka odpovídající lamina cribrosa, ovšem bez otvůrků pro vlákna nervu čichového. Kromě processus orbitales obou horních čelistí tvoří také horizontálně uložené kosti slzní spodinu očnice, její střechu výběžky příslušných polovin kostí čelních. V časné době vývojové nalézá se na onom místě blánitý šev, jímž prostupuje nerv zrakový k oku. Největší část okraje očnice je ovšem tvořena kostí lícní. Odchylky od uvedeného bývají dosti časté.

Víčka bývají pravidlem čtyři: dvě horní a dvě dolní (ač i to není vždy stejně zřetelně vyznačeno). Medialní konce obou víček stýkají se pod větším neb menším tupým úhlem a jsou na tom místě zkráceny, následkem čehož vždy část bulbu, ponejvíce celá rohovka zůstává nekrytou. Štěrbina oční nebývá vždy širší než vyšší, někdy však tomu jest také naopak. V dolním úhlu víček, jež pravidlem bývají téže skladby jako za poměru normálních, nalézá se jahůdka slzní. Otvůrků kanálků slzních jest popisován různý počet; v jednom popsaném případě končil jediný kanálek slzní do krátkého uzavřeného váčku (ref. dle v. Hippela).

Zdvojení bulbu oka cyklopického jest různého stupně. Bock rozeznává tyto skupiny:

1. Obě oči stojí blíže u sebe než obyčejně, každé oko v jiné očnici. Dutina nosní jest jednoduchá a velmi úzká.

2. Obě oči jsou tak blízko u sebe, že sice jsou ještě dvě očnice, ale nos s jednoduchou dutinou jest posunut směrem vzhůru a má tvar rypáku sedícího na zakrnělých kostech nosních v krajině čelní.

3. Dvě oči těsně vedle sebe ležící a sklerou spolu srostlé nalézají se v jedné očnici. Dva nervy zrakové.

4. Nervy zrakové jsou blíže u sebe, společná tkáň sklerální je tenší, rohovka, duhovka, čočka, sklivec dvojité.

5. Rohovka jedna, duhovka, cévnatka, sklivec, sítnice dvojité, nervy zrakové tenkou vrstvou vazivovou rozděleny.

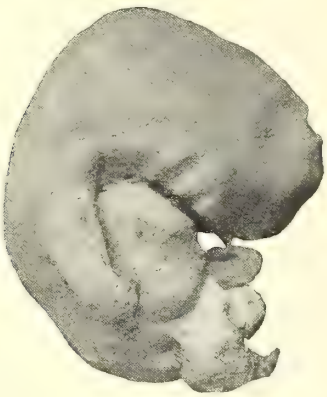
6. Jedna rohovka, dvě uprostřed splynulé čočky, sklera, cévnatka, sítnice a nerv zrakový jediné. Mezi jednotlivými typy jsou četné přechody.

7. Do této skupiny zařadil Bock (cit. dle v. Hippela) případy, kdy jen jedno oko bez zdvojení některé části nalezeno a pak případ Gabrielidesův, ve kterém teprve mikroskopickým vyšetřováním zjištěno, že zdánlivě jednoduchá čočka ze dvou složena byla.

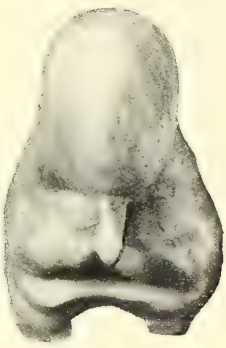
Oko cyklopické může býti abnormně veliké, přiměřené velikosti, může však také běžeti o mikrophthalmus ano dokonce i o zdánlivý anophthalmus. Srůst bulbů zjištěn vždy v místě foetalní štěrbiny. Při mikroskopickém vyšetření na místě srůstu dokázány kolobom sítnice, cévnatky, nervu zrakového a v několika případech nalezeny i typické cysty kolobo-

mové pod nervem zrakovým. V. Duyse popsal také kolobomy duhovkové, tělesa řasinkového, pruh mesodermální tkáně vnikající ze zdola do dutiny obou očí a konečně v jednom případě kromě kolobomu na místě, kde bulbi byly spojeny ještě t. zv. kolobom krajiny makulární v obou očích.

Zvláštní pozornosti zasluhuje nerv zrakový. Může zcela scházeti, ano může býti nahrazen pruhem vazivovým, a tu epithel pigmentový a sítnice nejsou přerušeny na místě, kde je nerv obyčejně proráží. V jiných případech viděti lze na onom místě malý otvor ve váčku očním, jímž prostupuje rudimenterní opticus a arteria hyaloidea. Vlastní papilla schází v případech, u nichž vedle současné anencephalie nejsou vytvořena vlákna nervová, tu na místě papilly viděti lze jamku v nervu zrakovém, slože-



Obr. 1.
Celkový pohled na embryo se strany pravé. (Ploténkový model.)



Obr. 2.
Hlava embrya ze předu. (Dle ploténkového modelu.)

ném z podpůrné tkáně, do níž vniká chobot retiny. Sítnice jeví často vytvoření řas.

Při studiu embrya našeho seznal jsem, že nemožno jen obyčejným zkoumáním mikroskopickým vniknouti do formace této zrůdnosti a že je nutno zhotoviti modely ploténkové a to nejdříve model celého embrya za účelem poznání tvaru jeho a polohy, samotné části hlavové, dále centrálního nervstva ve spojení se zrůdným okem, jakož i zrůdné oko samo o sobě při větším zvětšení. Jen tímto způsobem bylo možno aspoň z části porozuměti mechanice vývoje této zrůdnosti. (Obr. 1.)

Na celkovém modelu vykazuje embryo silné zakřivení v hlavové části; končetiny jsou správně založeny a konec ocasní přechází v dosti dlouhý, tenký hrot, který jest v nejbližším skoro styku s výčnělkem na hlavě embrya. (Obr. 2.) Na hlavě rozeznáváme zřetelně rýhy žaberních oblouků (žaberní oblouk pro horní a dolní čelist). Na proximálním konci hlavovém, na povrchu, jest defekt povstalý neuzavřením centrálního nervstva. Tento

defekt jest skoro kruhovitý a centrální nervstvo přechází, jak na řezech dobře viděti lze, přímo na zevní straně do epidermis. Při pohledu z předu, hlavně však při srovnání s modelem normálně vzrostlého embrya jest nápadným sploštění proximální části hlavové, zejména v místě, které by mělo odpovídati sekundárnímu přednímu váčku mozkovému (telencephalon a rhinencephalon). V krajině, kde má končiti rhinencephalon, vyniká malý výčnělek na stranu zevní — proboscis. Hlava rozšiřuje se pak nápadně v místech žaberních oblouků a konfigurace odpovídá tu úplně normálním poměrům. (Obr. 3.)

Při prohlížení modelu části hlavové při silnějším zvětšení viděti lze opět již dříve uvedený rozštěp proximální části centrálního nervstva (neuzavření téhož). Dále pak význačným jest výběžek nalézající se upro-

Obr. 3.
Hlava embrya se strany pravé (dle ploténkového modelu).

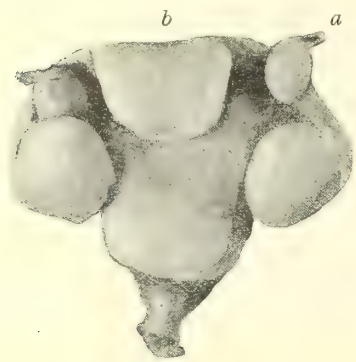
Obr. 4.
Centrální nervstvo embrya dle ploténkového modelu.

střed obličejové části embrya nad obloukem pro horní čelist (t. zv. proboscis), který vyskytuje se skoro pravidelně u foetů cyklopických. Pod tímto výčnělkem uložen jest val probíhající po obou stranách paralelně s výběžkem pro horní čelist. Na něm možno rozpoznati nepatrnou dutinku, od povrchu do hloubi se táhnoucí, jež nám označuje místo, kde vzal původ váček pro čočku, který dosud jest na zevní stranu otevřen a souvisí s epidermis.

Poněvadž při mikroskopickém vyšetřování byly nápadnými zvláštní poměry ve vytváření se centrálního nervstva, bylo nutno zhotoviti ploténkový model, na kterémž patrno, že mozek sestává z jedné přední, poněkud užší, však silně proximálně vystupující části. (Obr. 4.) Tato jest jen mělkou rýhou oddělena od poněkud mohutnější části mozkové, jež vybíhá taktéž na proximální stranu. Na této mohutnější části mozkové nalézáme v části dorsální defekt, který jest na zevní stranu otevřen a přechází v epidermis. Odtud pokračuje centrální nervstvo do myelencephalon a nevykazuje

žádných nápadnějších změn. Od uvedené části centrálního nervstva na stranu ventrální i přední zúžuje se tkáň nervová, vytváří se měchýřkovitý útvar, který přechází přímo ve složené oko, nalézající se na přední straně hlavové. Na basi pod měchýřkovým útvarem nalézáme hypophysis, souvisící ještě s dutinou roury zažívací. Vidíme zcela jasně, že celá přední část mozková, která dává původ rhinencephalon a telencephalon, tudíž hemisférám velkého mozku, v tomto případě úplně chybí a jest vytvořeno pouze diencephalon a mesencephalon, na kterém nalézá se ona neuzavřená část, na zevní stranu otevřená.

Tvar oka popisovaného embrya ,vyniká zvláště na modelu při silném zvětšení. (Obr. 5.) Při pohledu se strany laterální běží o oko, nalézající se ve stadiu sekundárního váčku očního. Na straně do předu je neuzavřená rýha. Do váčku očního vniká čočka, souvisící ještě s epiblastem.



Obr. 5.
Obraz dvojitého oka embrya dle ploténkového modelu při silnějším zvětšení.

Poměr ten je týž v pravo i v levo při pohledu se strany laterální

Zcela jiného obrazu nabudeme při pohledu se strany frontální. Tu možno viděti, že na straně dorsální jest spojen retinální list strany pravé s listem strany levé a vytváří jednu společnou ploténku (*b*). Na straně ventrální jest jeden společný list odpovídající zadnímu retinálními listu společnému oběma očím v místech odstupu stopky pro nerv zrakový a zároveň jest to místo širokého otevření přední resp. ventrální stěny obou očí, neboť v místech těchto běží o vstup cév do vnitř oka, o kterýchžto poměrech poučí nás nejlépe řezy.

Dále na tomto modelu patrna na zadní stěně na straně pravé hluboká rýha, která odděluje částečně zadní list retinální jedné poloviny oka od mozku, vlastně od stopky nervu zrakového. — Spojení váčků očních na zadní stěně s ostatním mozkem záleží pouze v jedné stopce nervové, která jest, jak na řezech uzříme, velice široká.

Vchlípený list retinální odpovídá svou stavbou úplně normálním poměrům.

Zadní list pigmentový má již zlatožlutý pigment.

Pozoruhodnou však jest veliká dutina mezi vchlípeným listem retinálním, listem pigmentovým, kterážto dutina táhne se až do stopky nervové k mozku.

Čočky nalézají se ve stadiu dutého váčku a jsou spojeny s epiblastem (*a*).

Velké cévy vnikají se strany ventrální do otevřeného místa spojení očí a vydávají četné větévky opřádající čočku, tudíž cévy kapsulolenti-

kulární. Jedna společná rohovka táhne se přes spojené oko jako jednolitá blána. Mesodermální buňky obrůstají bez veškerého přerušení obě oči.

Poznamenati dlužno, že oba dva nervi oculomotorii jsou úplně normálně vyvinuty vystupujíce z mozku několika kořeny, které se v dalším průběhu spojí v jeden nerv, jenž končí v hustě uložených mesodermálních buňkách. O prvním páru nervů olfactorius není samozřejmě ani stopy.

Po tomto popisu modelů uvedu nálezy na jednotlivých řezech seriových.

Embryo řezáno kolmo na nejdelší osu. Při nápadném stočení hlavovém počínáme s popisem řezů ve výšce hypophysis. (Srv. tab. I., II. a III.)

Na těchto řezech vidíme u porovnání s normálním embryem nápadně malou část centrálního nervstva, které jest nepravidelně v dutině hlavové uloženo a vytváří mnohonásobné řasy. Nad dutinou zažívací roury hlavové části objeví se nám hypophysis, která — jak na dalším obraze řezu jest viděti — souvisí s epithelem dutiny zažívací. Jakmile v řezech postrádáme obraz hypophysy, objeví se přímo nad jejím zbytkem váček tkáně centrálního nervstva, jenž se na dalších řezech zvětšuje (jednotlivé řezy stopujeme ve směru proximálním). V místech objevení se zmíněného váčku není tkáň centrálního nervstva uzavřena, nýbrž přechází direktně do povrchového epithelu, vlastně do epidermis, což dokazuje, že nedošlo k uzavření předního váčku mozkového v těchto místech. Na dalších řezech zůstává neustále toto rozštěpení centrálního nervstva, charakterisující se četnými řasami, ku rozštěpu vystupujícími. Ku této části nervstva přibližuje se zmíněný válcovitý váčkový útvar, který na straně ventrální vykazuje nový váček napříč uložený. V dalších řezech vidíme splynutí těchto útvarů s centrálním nervstvem, na straně dorsální uloženým.

Posledně zmíněný váček příčně uložený rozšiřuje se ve strany laterální a na dalším postupu rozšiřuje se na obou laterálních stranách ve velké váčky.

Všechny tyto váčky, jichž stěna tvořena jest buňkami ependymálními centrálního nervstva, mají společné lumen. Na dalších řezech odštěpí se tyto příčně uložené váčky od centrálního nervstva, a tu je patrno, že tyto dolní váčky jsou dva splynulé sekundární váčky oční. Při prohlížení následujících řezů rozpoznáváme zadní pigmentový list, který obrací v před na stranu ventrální a přechází na laterálních stranách do listu retinálního sestávajícího z mnoha vrstev buněk. Týž list se pak poněkud obrací a stává se jednovrstevným pigmentovaným na straně ventrální, spojujícím obě retinální polovice. Jak z obrazu vidno, nepřikládá se zadní pigmentový list ku listu retinálnímu, nýbrž probíhá tento pigmentový list na straně dorsální, zadní v přímém směru, takže oba spojené sekundární váčky oční vykazují nápadně velikou měchýřkovitou dutinu. V těchto místech jest uložena bilaterálně čočka, která jest váčko-

vitá a souvisí několika málo buňkami s povrchovým epithelem. Centrální nervstvo vykazuje ustavičně — jak na obraze jest viděti — velice mnoho nepravidelně uložených řas. V dalších řezech, kde již tyto spojené váčky oční přestávají, rozdělí se od sebe i centrální nervstvo ve 2 části, z nichž ona ventrálně uložená pokračuje o několik řezů na stranu ventrální dále, mezi tím co dorsálně uložená část již z řezu vymizela. V řezech těch viděti, že nejproximálnější část — hlavová resp. obličejová — jest nápadně úzká, přechází na řezu v útvar trojúhelnikovitý, jehož vrchol jest ventrálně uložen. Tato část odštěpí se později a pokračuje ještě v délce několika řezů jako samostatný ovální průřez. Na konečných řezech vyniká pak na straně ventrální zhuštěnina epithelová, kterou možno až do posledního řezu stopovati. Tato zhuštěná část epithelová vykazuje na svém povrchu vchlípenou brázdičku. Při srovnávání patrno, že tato zhuštěná část úplně odpovídá buňkám vystýlajícím centrální nervstvo.

Prohlížíme-li dle těchto řezů zhotovený model ploténkový z centrálního nervstva, shledáme, že jest vyvinuto pouze diencephalon a mesencephalon, a že nalézáme na ventrální straně diencephalon v před vystupující část tkáně mozkové, na kterou nasedá v před obrácené spojené oko. Postrádáme úplně vyvinutí sekundárního předního váčku mozkového — tudíž telencephalon a rhinencephalon.

Srovnáváme-li normálně vytvořené embryo z té doby, nalezneme, že sekundární váčky oční nasedají na stopku příštího nervu zrakového, do kterézto vnikají cévy, příští arteria centr. retinae.

Na zrůdnosti popisované nelze nám označiti přesně stopku příštího nervu zrakového.

U tohoto embrya vstupují se stran lateralních cévy, které táhnou se pod ventrální a dolní části vchlípnutého listu retinálního, vstupují do široce otevřené části mezi oběma bulbi, vytvářejí společný oblouk táhnoucí se na přední straně spojené dutiny oční. Od oblouku toho vnikají dále cévy hyaloidální, vytvářející cévní košíček kolem čoček.

Na modelu oka zhotoveného při velkém zvětšení vidíme, že na váčkovité rozšířené části centrálního nervstva nasedá útvar, ve kterém rozpoznáváme sekundární váčky oční, kteréž mají na dorsální straně jeden společný zadní pigmentový list, obracející se uprostřed na přední stranu. Oba váčky jsou na přední straně se široka otevřeny.

Tato rozšířenina společná oběma sekundárním váčkům očním jest na dorsální straně a to na straně levé dosti hlubokou rýhou oddělena od centrálního nervstva a po nálezu cév, které vnikají pod sekundárními váčky očními, vytvářejícími společný oblouk na přední části společné oběma očím, usuzujeme, že jen tato rozšířenina váčkovitá odpovídá společné stopce nervu zrakového pro splynulé oko.

Při vyšetřování řezů silnějším zvětšením pokud se týká struktury spojeného oka nutno poznamenati, že zadní list sestává z jednoduché vrstvy buněk vedle sebe uložených, které jsou zlatohnědým pigmentem

vyplněny. Na přechodu do listu retinálního stává se tento pigmentový list tlustším, buňky jsou vyšší, cylindrické, ve dvou vrstvách nad sebou uložené. List retinální jest tvořen buňkami cylindrickými, asi v 8 vrstvách nad sebou uloženými, jichž jádra jsou protažena — ovální. Na přední straně těchto buněk vidíme zrnité protoplasma buněčné, bezjaderné. Mitotické dělení buněk jader jest v tomto listě, hlavně na straně zadní. Váček čočkový jest na straně zevní tenký, vykazuje jednu vrstvu buněk cylindrických. Na straně zadní, do vnitř oka směřující, jest stěna váčku daleko mohutnější, vícevrstevná. Nalézají se zde buňky s dlouhým jádrem oválním, temně se barvícím. Vedle těchto jsou zde ještě buňky taktéž s jádrem oválním, ale světlým. Oba váčky čočkové, jak již dříve uvedeno, souvisí ještě v malém rozsahu s povrchovým epithelem. Do otevřené dutiny přední strany spojeného bulbu vnikají mesodermální buňky s protoplasmatem tvořícím velice dlouhé, jemné výběžky. Tyto buňky nalézají se v základní hmotě, sestávající z velice jemných vlákenek. Mezi povrchovým epithelem v místech, kde vytváří se později rohovka, a vchlípnutým váčkem očním vyskytují se řídké mesodermální buňky tvaru hvězdovitého s jemňounkými výběžky. Buňky této vrstvy vazivové nevnikají do dutiny bulbu.

Po tomto popisu změn u uvedeného embrya docházíme k tomu úsudku, že běží o vývin oka resp. dvou očí, jichž zadní stěna, tudíž nevchlípnutá část pohárku očního tvoří jednu společnou blánu, kdežto přední část vchlípená se stran laterálních jest pro každou polovici oka pro sebe zahnuta; přední mediální horní část vchlípené stěny jest společná. Vidíme však, že laterální, ventrální vchlípnutá část odpovídá taktéž jenom jednomu oku a jen následkem neuzavřené veliké štěrbiny povstal zdánlivý obraz dvou očí nasedajících na jednu stopku společnou, dutou a silně roztaženou.

Z tohoto nálezu při tak malém embryu 6 *mm* délky je patrný velice pokročilý vývin tohoto oka i nutno za to míti, že již v nejmladším stadiu, prvních počátcích vývinových musela z nějakých příčin nastati porucha ve vývinu a tím úchylka od normálního vývoje.

Jak známo z udajů literatury, zakládají se oči již v prvotní brázdičce pro centrální nervstvo a to v její hlavové části, kde vytváří se na plochách laterálních, tvořících brázdičku, dvě malá místa, určitě ohraničená jak lze se mikroskopem přesvědčiti. Buňky v těchto bodech jsou cylindrické, mnohem vyšší než buňky ostatní. Při uzavření se centrálního nervstva vyrůstá v těchto místech epithel do mesoblastu a počnou se vytvářeti prvotní váčky oční, jež jsou z počátku široce otevřeny do předního váčku mozkového. V dalším pak vývoji dochází to k vytvoření bilaterálně uložených očí.

Z uvedeného možno si lehce vysvětliti vznik různých zrůdností oka, na př. asymetrické uložení očí, posunutí očí blízko sebe a konečně i splynutí obou očí v jedno oko velké, po případě splynutí a vytvoření jednoho

oka, třeba velice malého. Začátky tvořících se váčků očních mohou totiž dospěti k sobě, nedojde-li to k vytvoření ventrální části roury centrálního nervstva mezi nimi ležící, totiž diencephalon. Tu při dalším vzrůstu musí dojíti až k vytvoření jediného váčku. Má-li nastati toto splynutí, je samozřejmo, že celá část, a to ventrální část váčku mozkového, zůstala zpět ve vývoji z neznámé příčiny a veškeré útvary berouci původ z této části mozkové, jsou úplně eliminovány.

K takovéto anomalii může to dospěti i při zavřené rouře centrálního nervstva, resp. i při vytvoření telencephalon, ovšem budou asi škodlivé vlivy, jichž následkem jest nedostatečný vývoj zmíněné části diencephalon, uplatňovati se při vývoji celé ostatní části nejproximálnějšího oddílu centrálního nervstva.

Porucha nastala pouze v brázdičce centrálního nervstva a proto útvary berouci původ z mesodermálních buněk a epiblastu hlavové části mohou zůstati po případě úplně beze změn.

Že se tak děje, ukazuje nám velice dobře náš popsaný případ, kde bez ohledu na poruchu centrálního nervstva vytvořeny jsou dvě čočky, které vzrůstaly proti společnému prvotnímu váčku očnímu a došlo k vytvoření váčků sekundárních se stran laterálních.

Byl-li vytvořen jeden jediný společný váček oční, totiž po splynutí obou jednotlivých váčků následkem — jak již dříve uvedeno — nevyvinutí se ventrální části roury centrálního nervstva, musily splynouti také přirozeně stopky v jednu, která by vedla k vytvoření jediného nervu očního. Nutno tudíž dle uvedeného zařaditi případ náš do skupiny cyclops monophthalmus, přes to, že jsou zdánlivě dvě oči se dvěma čočkami vytvořeny (mezi 5. a 6. skup. Bockovu).

O vzniku cyklopie je několik theorií. Má se za to, že buď vzniká dvojité oko ze společného místa, nebo jsou založeny oči dvě, jež během vyvoje se k sobě blíží a srostou (Meckel, Geoffroy, St. Hilaire posledního náhledu).

Huschke vykládal vznik cyklopického oka neúplným rozdělením společného základu pro oko normálně přicházejícího.

Dareste vysvětluje vznik cyklopie předčasným uzavřením roury medulární, následkem čehož nemůže ektoderm vzrůstající odděliti od sebe pigmentové skvrny oční, původně medianě spolu splývající. Za příčinu všeho považuje Dareste tlak, jejž způsobuje příliš úzké amnion na oddíl hlavový embrya.

Speman však namítá, že toto úzké uzavření medulární roury může býti také následkem primarně defektního základu roury medulární a má za to, že cyklopické oko vzniká ze společného základu ne však srůstem původně rozdělených pigmentových skvrn očních.

Podobně Fischel se domnívá, že základní buňky, z nichž jednotlivé orgány mají se vyvinouti, mohou v jednu hmotu splývati.

Hippel sám také odporuje náhledu Daresteovu o vzniku cyklopie a praví, že amniogenní původ byl by pravděnepodobný, podaří-li se dokázati, že uváděná zrůdnost buď ve změnách medullární roury, nebo ve velice časných stadiích vývojových vězí, a že současné vyskytování se kolobomu, mikrophthalmu atd. při cyklopii dokazuje, že příčina zrůdnosti leží pravděpodobněji v anomalii zárodku než v působení škodlivin.

Z nálezu a popisu případu našeho doposud nejmenší popsané zrůdnosti cyklopické přikloňujeme se k náhledu těch, již shledávají vznik této zrůdnosti v prvních počátcích vytváření se ploténky pro centrální nervstvo. Ploténka tato vytváří později brázdičku, kde již v této době byla ona část buněk, ležících na straně ventrální, z nichž vytváří se celé diencephalon. Tato ploténka vzala poruchu a tím povstala úchylka od vývoje normálního.

Že by porucha tato týkající se vývinu ústrojí zrakového a sekundárního předního váčku mozkového byla původu amniogenního, jest pochybno, ačkoliv na druhé straně mohl by amniogenní výklad snad postačiti pro neuzavření se centrálního nervstva, jak náš případ ukazuje.

Výklad tabulek I. až III.

Veškeré obrazy jsou fotografovány při stejném zvětšení a odpovídají obrazům nejdůležitějších řezů, které jsou vyjmuty z úplné serie:

H = Hypophysis
O = Dvojité oko
L = Čočka
Pr = Proboscis
Sch = Defekt — neuzavření centrálního nervstva.

POUŽITÁ LITERATURA.

Ahlfeld, Mißbildungen des Menschen 1882 cit. dle Hermann Josephy.

Batujew, Drei Fälle von Zyklopie beim Menschen. Wratsch. Nr. 21. u. 22. 1906. Ref. Jahresber. f. Ophthalm. 1907, S. 269.

Berger, Demonstration eines Zyklopen im Bilde. Bericht über die Herbstsitzung der Vereinigung der Augenärzte der Provinz Sachsen, Anhalts und der Thüringer Lande. November 1911. Ref. Klin. Monatsbl. f. Augh. 1912.

Bock, Beschreibung eines atypischen Cyclops. Klin. Monatsbl. f. Augh. 1889. S. 508.

Born, Die künst. Vereinigung lebender Teilstücke von Amphibienlarven. Arch. f. Entwicklungsmech. III. 1897.

Dareste, Mode de formation de la cyclopie Ann. d'ocul. CVI S. 171 1891.

Drescher, Eine zyklopische Mißbildung. Münch. med. Wochenschr. 1900. Nr. 711.

Duyse van, Pathogénie de la Cyklopie. Arch. d'opht. T. XVIII. 1898, p. 481, 581, 623.

Duyse van, Cyclopie avec cryptophthalmus et Kystes colobomateux. Arch. d'opht. T. XXIX. 1910. p. 26.

Duyse van, L'oeil cyclopéen dans la diprosopie. Ann. de la soc. de Méd. de Gand. V. LXXXIV. 1904. Ref. Arch. d'ophth. T. XXV. 1905, p. 581.

Dursy, Zur Entwicklung des Kopfes des Menschen und der höheren Wirbeltiere. Cit. dle Hippela.

Fischel, Über den gegenwärtigen Stand der experimentellen Teratologie, in Verhandl. d. deut. pathol. Ges. Bd. V, 5. 1903. S. 255—356.

Förster, Mißbildungen des Menschen. 1861, cit. dle Hermann Josephy.

Gabriélidés, Examen microscopique d'un oeil cyclope observé sur un embryon suidé. Arch. d'ophth. T. XVI. 1896, p. 627.

Hayashi, Beiträge zur Kenntnis der pathologischen Anatomie und Pathogenese der Zyklopie. Graefes Archiv f. Ophth. LXXX. S. 135.

Hecht, Zur Kasuistik der Mißbildungen. Münch. med. Wochenschr. 1904. Nr. 2092.

Hippel v., Die Mißbildungen und angeborenen Fehler des Auges. Graefe-Saemisch, Handbuch der gesamten Augenh. B. II. 1908.

Hippel v., Die Mißbildungen des Auges. Schwalbes Morphologie der Mißbildungen des Menschen und der Tiere. Jena 1909.

Hörrmann, Zur Kenntnis der Zyklopie mit besonderer Berücksichtigung ihrer Aetiologie. Inaug.-Diss. München 1903, cit. dle Seefeldera.

Huschke, Erste Entwicklung des Auges und die damit zusammenhängende Cyklopie. Arch. f. Anat. und Phys., 1832.

Hermann Josephy, Über Rüsselbildung bei Zyklopie. Virchows Archiv, B. 206, 1911.

Kundrat, Arhinencephalie als typische Art von Mißbildung, Graz 1882.

Leonowa v., Cyklopie, kombin. mit Mikro- und Arhinencephalie. Arch. f. Psych., Bd. XXXVIII, 1904, cit. dle Paul Ernst.

Mayon, Cyklops. Transact. of the ophth. Soc. of the U. K. Vol. XXIV. 1906, p. 340, cit. dle Seefeldera.

Mizuo (Osaka, Japan), Ein Fall von vollkommener Zyklopie, Bericht über die XXXV. Versamml. der deutschen ophthalm. Ges. in Heidelberg 1908.

Monakow, Über Mißbildungen des Zentralnervensystems. Lubarsch-Ostertag, Ergebnisse 1901.

Monakow v., Zur path. Entwicklung des Zentralnervensystems. Naturf. Vers. Frankfurt. II. Teil. II. Hälfte. S. 280, 1896, cit. dle Hippela.

Monakow v., Zyklopie mit Verdoppelung des Rückenmarkes. Wien. med. Wochenschr., 1896. Nr. 51.

Naegeli, Über eine neue mit Zyklopie verknüpfte Mißbildung des Zentralnervensystems. Arch. f. Entwicklungsmechanik. Bd. V. H. 1. 1897.

Natanson A., Zyklopie. Moskauer augenärtzliche Gesellschaft. Dezember 1908. Ref. v Klin. Monatsbl. 1909.

Oye van, Zur Kenntnis der Zyklopenaugen. Ann. de la Soc. de Méd. de Gand. Vol. LXXXIV. 1904, cit. dle Seefeldera.

Nieden, Ueber Anophthalmia cyclopica. Arch. f. Augenh. XXII. S. 61. 1890.

Paul Ernst, Mißbildungen des Nervensystems. Schwalbes Morphologie der Mißbildungen des Menschen und der Tiere. Jena, 1909.

Peters, Über die bei Mißbildungen des Gesichtes vorkommende Rüsselbildung. Bericht über die XXXVI. Vers. der Ophth. Ges. Heidelberg, 1910.

Raband, Recherches embryologique sur les cyclocephaliens. Journ. de l' Anat. et de la Phys. T. XXXVII. 1902 et T. XXXVIII. 1904, p. 510, cit. dle Seefeldera.

Seefelder, Zur Kenntnis der pathologischen Anatomie und Pathogenese der Zyklopie. Graefes Archiv f. Ophth. B. LXVIII. 1908. S. 242.

Seefelder, Kolobom des Augapfels und Rüsselbildung. Bericht über d. XXXVI. Vers. d. Ophth. Ges. Heidelberg, 1910.

Seefelder, Die angeborenen Anomalien und Mißbildungen des Auges. Ergebnisse d. allg. Path. u. path. Anat. d. Auges. Lubarsch-Ostertag, 1910.

Spemann, Über experimentell erzeugte Doppelmißbildungen mit zyklopischem Defekt. Zoolog. Jahrb. Suppl. z. Festschr. f. Weismann 1904, cit. dle Seefeldera.

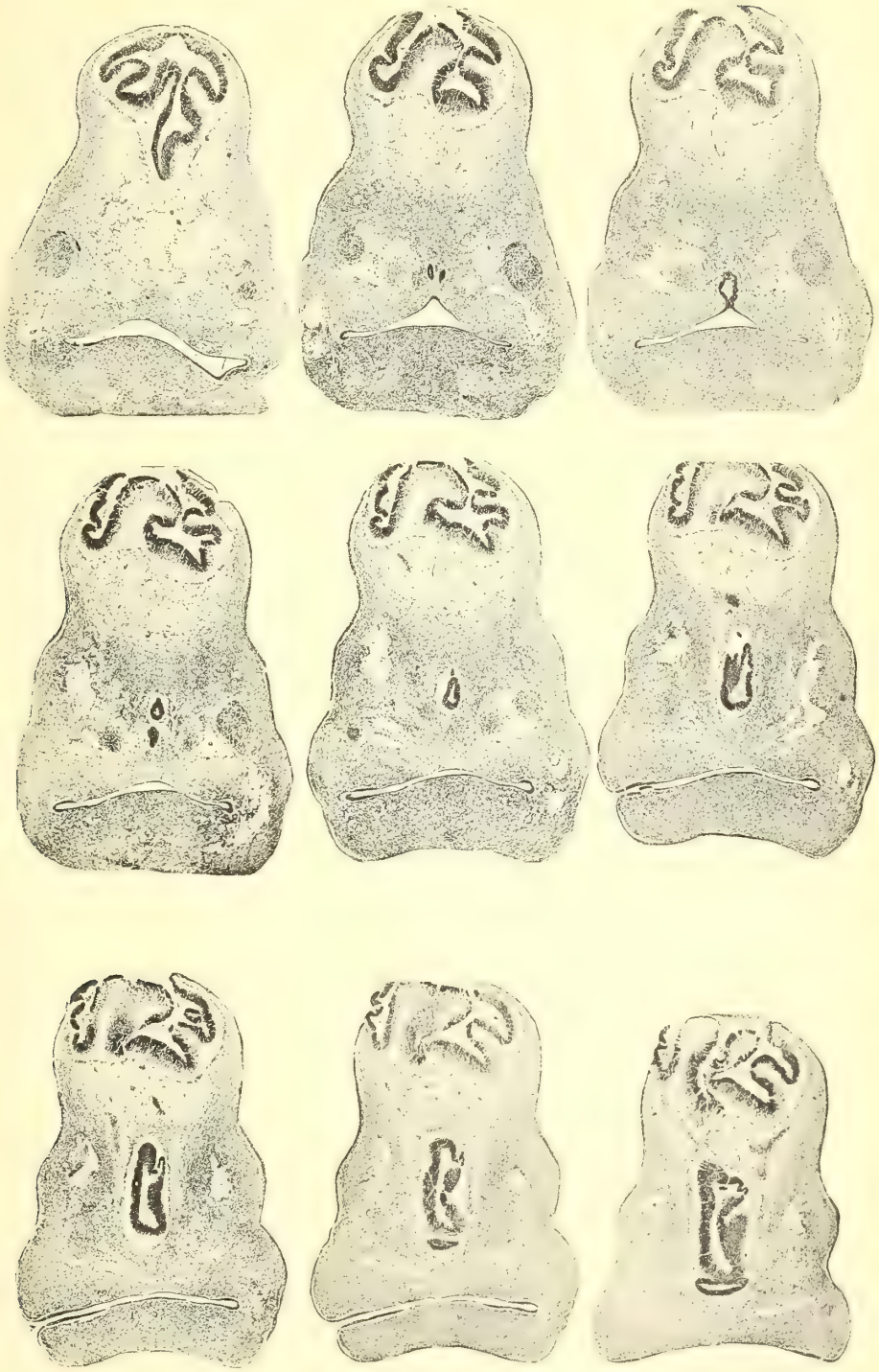
Štýbr Josef, Dva případy cyklopie sdružené s různými vrozenými vadami vývoje. Sborník lékařský. Svazek třetí, 1889.

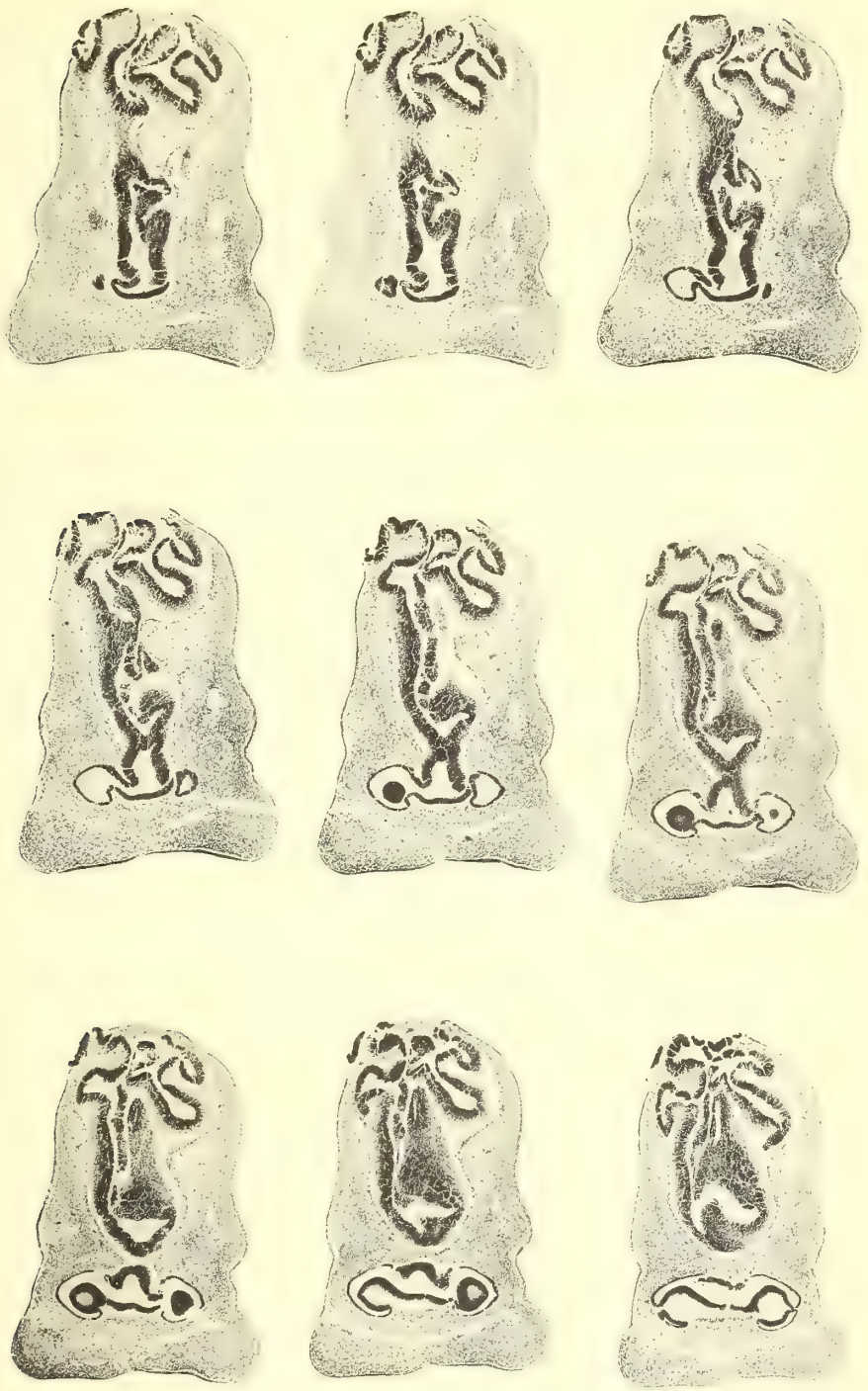
Tschemolossoff, Über den anatomischen Befund bei einem Diprosopus triophthalmus. St. Petersb. ophth. Ges. Sitz. v. 18. Nov. 1899. Ref. Jahresber. f. Ophth. 1899. S. 344.

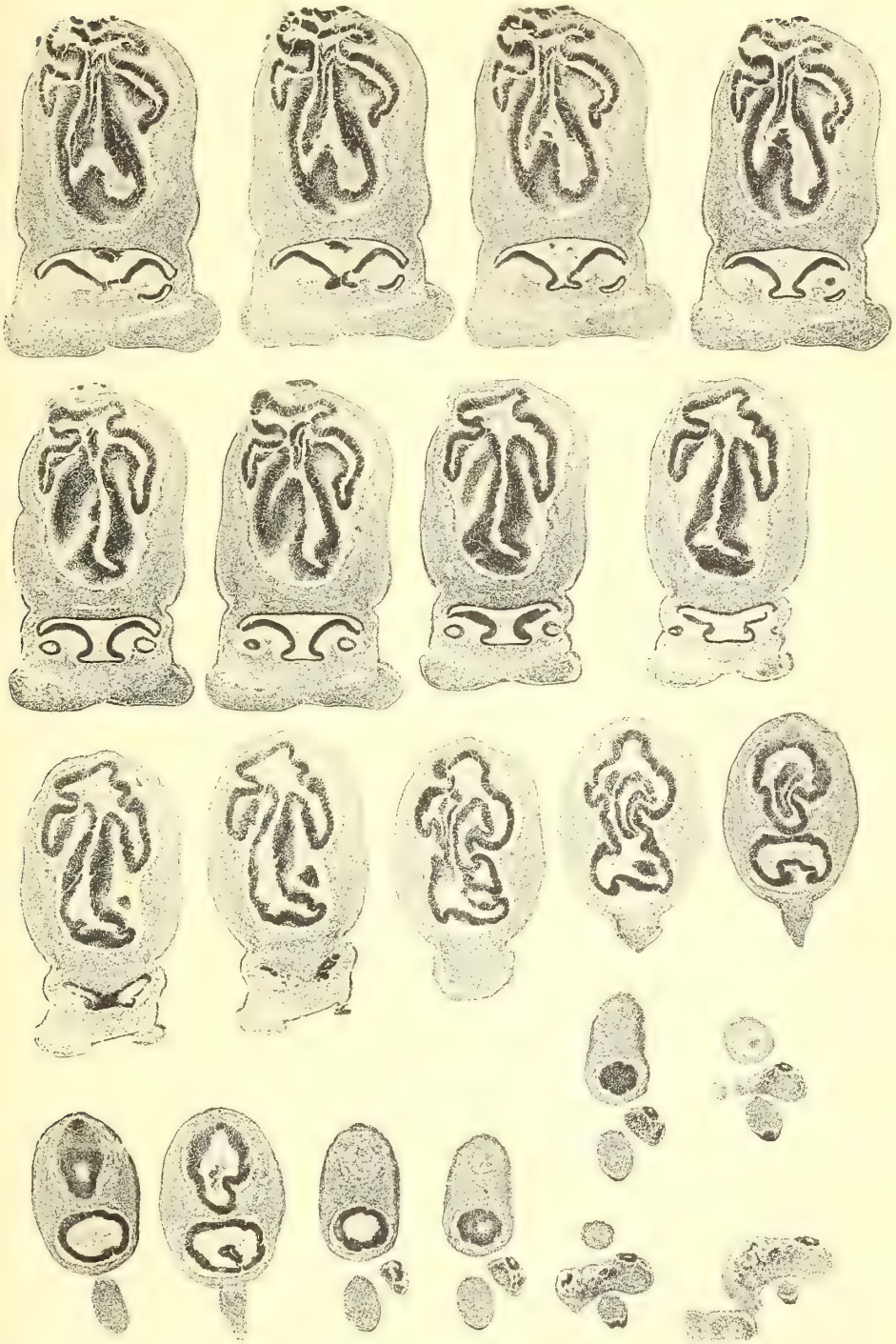
W. M. de Vries, Cébocéphalie et oeil cyclope, p. 1106 et 1256. Nederlandsch Tijdschrift voor Geneeskunde (Tome II.). Ref. v Archives d'ophtalmologie, 1910.

W. M. de Vries, Le dévéloppement de l'oeil dans les malformations cyclopiques, p. 1426. Nederlandsch Tijdschrift voor Geneeskunde. Tome I. Ref. v Archives d'ophtalmologie, 1910.

Zingerle, Über Störungen der Anlage des Zentralnervensystems auf Grundlage von Gehirn und Rückenmarksmißbildungen. Arch. f. Entwicklungsmech. B. XIV. 1902. S. 65, cit. dle Seefeldera.







O pohybech různých kapalin v kapillárách účinkem elektrických sil.

Napsal

Josef Kadlec.

(S 9 obr. v textu.)

(Předloženo dne 15. listopadu 1912.)

Námětem k předložené práci byla mi úvaha následující: Nabíjíme-li kapalinovou kapku resp. meniskus kapalinový v kapiláře na vysoký potenciál, musí se skládati síly v povrchu působící, totiž povrchové napětí a elektrostatický tlak ve výslednici, která vede k deformaci kapky resp. menisku a také k pohybu menisku v kapiláře. Dle názoru prof. Kučery bylo by možno tímto způsobem měřiti vysoké potenciály.

Jako orientační pokus o účinnosti el. st. tlaku opakoval jsem experiment Herwigův (Wied. Ann. 1. 1887) o splošťování rtuťové kapky spočívající na isol. podložce elektrickým nábojem.

Deformaci silně nabité kapky takové lze vysvětliti účinkem el. stat. tlaku, který na každém místě nabitého svodiče obnáší $2\pi\sigma^2$ na plošnou jedničku, značí-li σ povrchovou hustotu náboje.

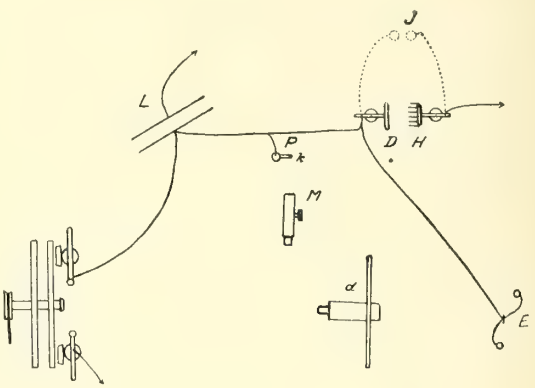
Hustota σ je rozložena na svodiči podle křivosti povrchu a na silně zakřivených bocích kapky je největší. V místě, kde je povrch svodiče konvexní, má el. st. tlak směr ze svodiče ven, a tedy musí se patrně nabitá kapka vzhledem k převaze bočných tahů zploštiti.

Změřiti toto zploštění a uvésti je ve vztah s potenciálem bylo by však velmi obtížné, neboť snadno se mění plocha, jíž kapka na isolující podklad dosedá.

Výsledek tohoto orient. pokusu vedl mne k závěru, že se musí el. st. tlak projeviti též pohybem kapalinového sloupce v *U* trubici, jejíž jedno

rameno je kapillární, druhé pak široké. V rameni kapillárním má meniskus kapaliny značnou křivost, v širokém rameni pak může býti křivost jeho zanedbána.

Elektrický náboj přiváděn kapalině přístroj naplňující platinovým drátkem, vtaveným do širokého ramene. Světlost kapill. ramene činila 0·1—0·4 *mm*, širokého pak asi 20 *mm*.



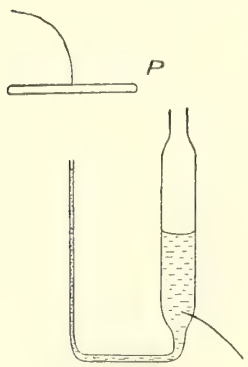
Obr. 1.

Uspořádání znázorňuje obr. 1. Ku měření potenciálu, dodávaného Holtzovou elektrikou, motorem hnanou, používáno Heydweillerova elektrometru *E*, velká kapacita *L* měla za úkol zameziti náhlým skokům potenciálu, jehož výše regulována hrabicí *H*. Elektrometr prokalibrován použitím Edelmanova jiskřiště *J* zařazeného při kalibraci parallelně s hrotovým zařízením *D*—*H*. Vliv tlaku a teploty při kalibraci se navzájem téměř úplně elliminoval, obnášeje méně než $^1/_4\%$, kdežto kalibrace doskokovým zařízením provedená dává přesnost asi na $^1/_2\%$.*)

Výše sloupce kapaliny v kapill. rameni pozorována mírně zvětšujícím mikroskopem opatřeným okul. mikrometrem *M*.

U kapalin sklo smáčejících, tedy s meniskem konkavním, lze očekávati při elektrisaci *klesání* sloupce v kapill. rameni přístroje, kdežto u rtuti naopak výstup, ježto meniskus její je konvexní.

Účinek náboje lze sesíliti přiblížením kovové desky do země odvedené nad otvor kapill. ramene a zároveň pohyb menisku se stane klidnějším. Přístroj s deskou vyznačuje obr. 2.



Obr. 2.

Vlastní pozorování.

1. *Přístroj naplněn mírně okyselenou vodou* (1 kapka H_2SO_4 na 40 cm^3) destill. vody.

Kapaliny voleno vždy takové množství, aby meniskus v kapill. rameni nebyl od otvoru téhož vzdálen více než 6—8 *mm*, což dává výsledky nejlepší. Je-li meniskus v kapilláře hluboko pod otvo-

*) B. Kučera: Exp. studie o novém způsobu měření velmi vysokých potenciálů. Rozpr. Č. Akad. XIX. č. 56.

rem, působí asi rušivě páry kapaliny srážející se na vnitřních stěnách kapilláry nad meniskem, jež činí je vodivými.

Proměření je dosti obtížné, ježto vystupují rušivé vlivy jako smočení kapilláry ustoupivším meniskem, změna koncentrace kyseliny na menisku a j.

Potenciálu dáno zvolna růsti od nully až do nejvyšších hodnot elektrikou poskytovaných a pozorováno vždy maximální klesnutí menisku v kapillárním rameni, odpovídající určitému potenciálu, který po jistou dobu udržován konstantním.

Výsledkem měření při negativní elektrisaci je diagram I, při positivní pak diagram II.

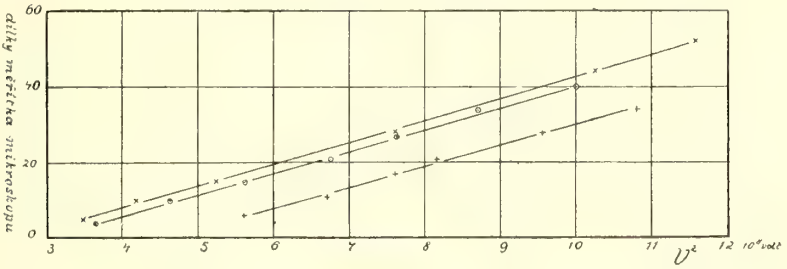


Diagram I.

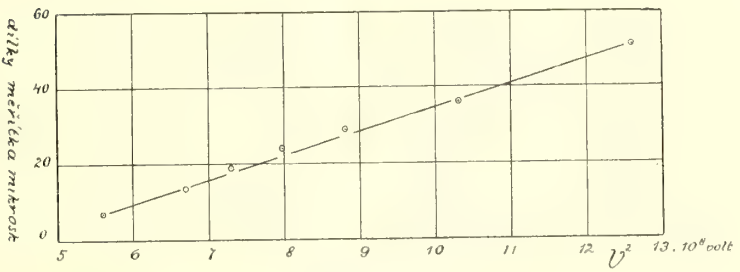


Diagram II.

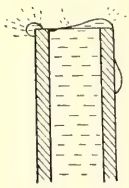
Obdržené body ukazují dosti dobře na linearní souvislost exkurse menisku d s kvadrátem příslušné pot. difference V. Tři přímky v diagramu I. odpovídají třem posicím kovové desky P nad ústím kapilláry a sice při prvém pozorování (+ — + — +) byla deska od otvoru kapilláry nejvíce, při třetím pak (× — × — ×) nejméně vzdálena. Rovnoběžnost všech tří přímek charakterisuje účinnost destičky.

Při positivní elektrisaci není pohyb menisku dosti klidným, pročež pozorování je méně spolehlivé. Tento jistý rozdíl mezi elektrisací positivní a negativní vystoupí překvapujícím způsobem, užijeme-li k naplnění přístroje destill. vody neokyselené a tedy špatně vodivé.

Destillovaná voda neokyselená. Obě elektřiny dávají zjevy zcela různé.

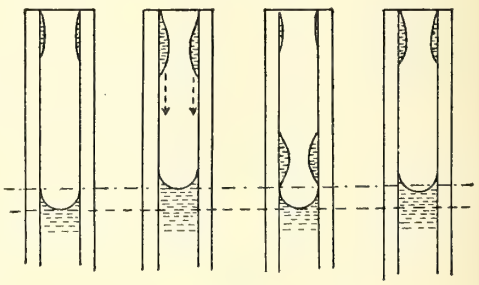
Užijeme-li neg. elektřiny, *klesá* s rostoucím potenciálem meniskus v kapiláře dosti klidně ať potenciál roste náhle či zvolna.

Elektrisujeme-li však positivně, jeví meniskus vždy nejprve tendenci *vystoupiti*, načež někdy klesne pod svoji pův. polohu, avšak prudce oscilluje, jindy opět od okamžiku, kdy počneme elektrisovati toliko stoupá, je předháněn vodou z něho po stěnách vzhůru vypuzovanou, jež se slije v otvoru kapilláry v kapku, k níž se pak meniskus připojí a celý sloupec drží se okraje při čemž voda přetéká a rozstřikuje se (viz obr. 3).



Obr. 3.

Obr. 4. podává časový postup po několik minut udržené hry menisku a prstence kapalinového stále znovu se u otvoru kapilláry tvořícího.

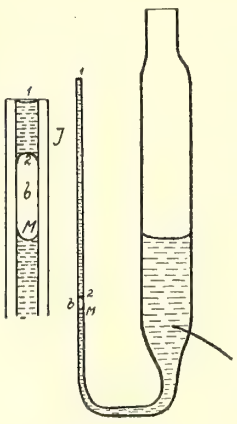


Obr. 4.

Sestrojiti diagsam pro souvislost posice menisku s potenciálem nemá pro nepravidelnost zjevu vůbec smyslu.

Zajímavý zjev nastává, utvoříme-li vzduchovou bublinu v kapill. rameni přístroje, jež je jinak až po okraj destill. vodou vyplněno.

Spojíme-li přístroj s positivním pólem elektriky, zůstane hořejší meniskus *1* indexu horního *J* nad bublinou lpěti pevně u okraje trubice kapillární a jen poněkud se zploští, zatím co vzduchová bublina *b* se pošinuje rovnoměrným pohybem v kappiláře dolů neměníc své velikosti. Pohyb se děje dosti rychle, takže za necelé dvě minuty proběhne bublina 20 *cm* dlouhou kapilláron do širokého ramene přístroje, kdež se vznese ku hladině. (Viz obr. 5.)



Obr. 5.

Index vodní *I* nad bublinou roste a tedy zřejmě přechází voda stojící pod bublinou vzhůru. Experiment daří se s bublinou 10 *mm* dlouhou právě tak dobře, jako s bublinou délky ½ *mm*. Zastavíme-li elektrisaci, zastaví se též pohyb bubliny.

Spojíme-li však přístroj s neg. pólem elektriky, počne se bublina pohybovati *směrem opačným a tedy vzhůru*, horního indexu *I* stále ubývá až na jisté minimum (asi 1·5 *mm*), na němž další elektrisace ani s největším potenciálem, jejž elektrika dávala ničeho nezměnila. Experiment tento je naprosto spolehlivý a lze jej kdykoli opakovati jedním i druhým směrem.

Toto pozorování vedlo mne k dalším experimentům o elektrickém transportu kapalin, o nichž bude pojednáno v závěru.

K elektrisaci destill. vody budiž ještě podotčeno, že dlouhotrvající elektrisace jednoho znamení má po nějakou dobu ještě vliv při následující elektrisaci opačné.

Poznámka o osvětlených effektech.

Kdykoli meniskus ať positivně nebo negativně elektrisované vody v kapiláře klesá, lze v zatemnělé síni spatřovati jasný fialový sloupec světelný vyplňující kapiláru nad meniskem a od okraje jejího vějířovitě se rozptylující do okolí. Při negativní elektrisaci je světelný effekt slabší než při positivní.

Zvedá-li se však meniskus při positivní elektrisaci nad svoji původní polohu, při čemž voda po stěnách vzhůru před meniskem se pošinuje, spatřujeme tuto vzhůru vypuzovanou vodu světélkovati a kdežto fialový jasný sloupec světelný zmizel, vysílá *okraj* trubice jednotlivé trsy světelné.

Ethylalkohol dává tytéž výsledky jako destill. voda.

Kyselina dusičná, solná a mravenčí. Meniskus positivně elektrisovaný jeví zprvu velmi nepatrnou tendenci vystoupiti, ale ihned pak klesá pod původní polohu. Neg. elektřina způsobuje toliko klesání menisku. Světelný sloupec v kapiláře lze pěkně pozorovati.

Kyselina sírová. Meniskus *oběma* elektřinami při dlouhotrvající elektrisaci se zdvihá až ku okraji kapiláry. Světelného sloupce v kapiláře není a veškeren světelný effekt záleží v několika malých paprskovitých trsech rozestavených nepravidelně kolem otvoru kappiláry. Centry jejich jsou kapinky kyseliny buď z menisku nábojem rozstříknuté nebo z par sražené. Po setření těchto kapiček objeví se trsy níže v kapiláře na stěnách.

Jemné krůpěje kyseliny přejímají asi, jsouce značně vodivy, pro svoji velikou křivost většinu náboje, který z nich rychle srší do okolního vzduchu.

Experiment se širokou trubicí.

Destill. vodou (neokyselenou) naplněn přístroj téhož tvaru jako byl dosud užívaný, avšak rameno prve kapillární zvoleno nyní 2·5 *mm* široké, kdežto druhé rameno mělo průměr 25 *mm*. Elektrisována-li voda positivně, vyrazily z menisku proužky kapaliny po skle *vzhůru* a meniskus stoupal tím více, čím větší část trubice se smáčela vodou před meniskem běžící. Použito-li neg. elektřiny, zůstal meniskus n e p o h n u t (elektrost. tlak v široké trubici je příliš malý) a teprve, když přiblížen k otvoru kapiláry předmět se zemí spojený (na př. ruka, deska), *klesl* mírně pod nullovou polohu.

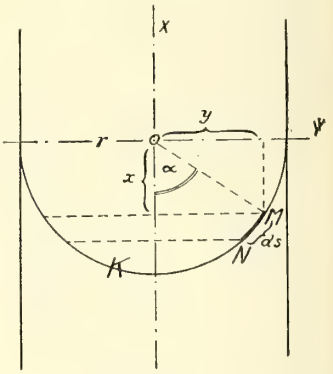
Elektrisujeme-li rtuť v přístroji *U*, stoupá v kapill. rameni účinkem obou elektřin. Meniskus může se nacházeti v kapiláře kdekoli, ježto rušivé vlivy (smáčení stěny atd.) podadají. Proměření však je těžko proveditelné, poněvadž rtuť zůstává lpěti v posicích do nichž vystoupila a otřesem se vrací do původní polohy jen náhodně. Příčinou toho budou asi volné náboje

sedící na skle a oxydace rtuti; tato velmi silně vystupuje při elektrisaci positivní.

Pokus o přibližnou theorii pohybu menisku.

Meniskus kapaliny stojící v kapiláře může býti v prvém přiblížení považován za kulovou plochu.

Obr. 6. předvádí osový řez kapillárou orientovaný vzhledem k pravoúhlé soustavě $X\ Y$. Polokruh K představuje profilovou křivku povrchu kapaliny. El. st. tlak na plošnou jedničku povrchu činí $2\ \pi\ \sigma^2$, je-li σ hustota náboje (na kulové ploše v každém místě stejná).



Obr. 6.

Příspěvek elementárního pásu kulového dP, který vznikne rotací oblouku ds kolem osy X, k výslednému vertikálnímu tlaku v trubici činí:

$T' = 2\ \pi\ \sigma^2 \cos\ \alpha\ .\ 2\ \pi\ y\ d\ s$. Hlavní řez má rovnici $x^2 + y^2 = r^2$, tedy $y\ d\ s = r\ d\ x$, $\cos\ \alpha = \frac{x}{r}$ a tedy $T' = 4\ \pi^2 \sigma^2 x\ dx$. Integrací v mezích o, r obdržíme pak celkový vertikální tlak v kapiláře: $T = 2\ \pi^2 \sigma^2 r^2$, což je polovina veškerého tlaku účinkujícího na meniskus bez ohledu na směr.

Zavedeme-li celkový náboj e rozložený na menisku obdržíme $T = \frac{e^2}{2r^2}$, aneb $T = konst.\ V^2$ značí-li V potenciál.

Oba poslední vzorce lze zahrnouti jediným:

$$T = const\ \frac{V^2}{r^2}$$

Slovy: *Vertikální el. st. tlak v trubici kapillární je přímo úměrný čtverci potenciálu a obráceně úměrný čtverci poloměru trubice.*

Pozorování vyznačené na diagramech I. a II. souhlasí s tímto výsledkem dosti dobře.

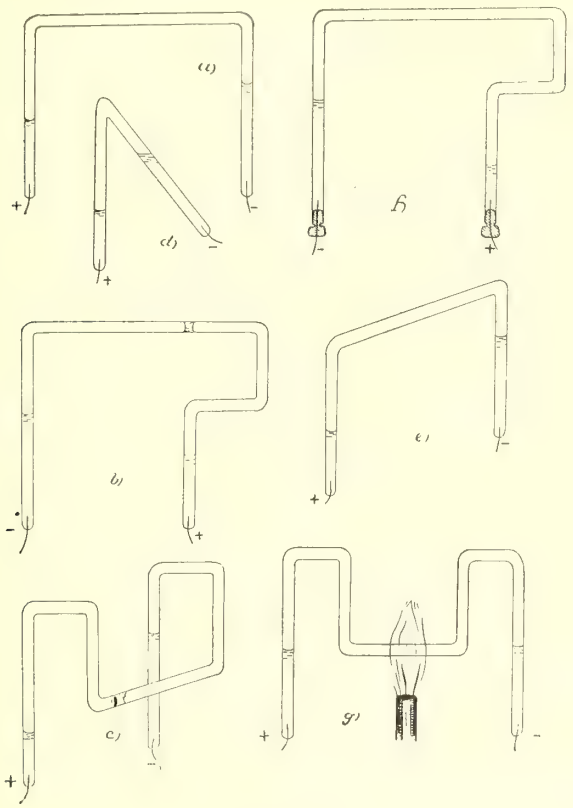
Transport kapalin z positivního pólu na negativní.

Pohyb bubliny vzduchové v kapillárním rameni U-přístroje tak jak byl v předchozím již popsán vedl mne k následujícímu experimentu:

Skleněná trubice průměru 4 *mm* ohnuta do formy U, naplněna z části destill. vodou, v obrácené poloze zatavena obě ramena a vtaven do obou

platinový drátek. Po vychladnutí rozdělena voda setřepáním ze spojovací trubice do obou ramen , jimž dána poloha vertikální a jedno pak spojeno s +, druhé s — pólem elektriky opět hnané motorem.

Již po několika minutách stal se rozdíl hladin vody v obou ramenech patrným a sice zjištěno, že *na positivním pólu vody ubývá, na negativním, pak přibývá.* Ježto na stěnách nebylo lze pohybu kapaliny pozorovati, zdálo se, jakoby se transport dál parami, avšak když použito přístroje se



Obr. 7.

zabroušenými zátkami (viz obr. 7 *f*), v němž lze docíliti naplnění vertikálních ramen, aniž by se spojovací trubice v nejmenším smočila, transport se nedostavil, až když trubice spojovací úmyslně byla smočena.

Taktéž experiment v obr. 7 *g*) vyznačený — spojovací trubice v jistém místě zahřívána — vedl k závěru, že *k transportu je nutno, aby spojovací trubice byla smočena.*

Když pak se zdařilo docíliti *zvlášť silného* transportu vody, bylo možno týž v ostře osvětleném přístroji i pouhým okem sledovati na stěnách trubic.

Transport nastává i když odvedeme jedno rameno přístroje k zemi; spojivše toliko druhé s positivním nebo negativním pólem elektriky, v prvém případě děje se transport od kladení elektrody k elektrodě se zemí spojené, ve druhém pak od elektrody spojené se zemí k eletrodě negativní.

Pozorování konaná na přístrojích různých tvarů, tak jak v obr. 7. vyznačeny vedou k poznatku, že *transport nastává i tehdy, když mechanická attraktivní síla mezi oběma opačně zelektrovanými menisky nedává žádné komponenty do směru možného pohybu.*

Těsná analogie s pokusem s bublinou vzduchovou je patrna; také tam jsou v trubici proti sobě dva opačně zelektrované menisky a sice jeden přímo nabitý kladně nebo záporně, druhý pak indukcí opačně, takže v prvém případě voda přechází ze sloupce pod bublinou stojícího po stěnách vzhůru na sloupec stojící nad bublinou a tedy tato se zdánlivě pohybuje dolů v kapiláře, ve druhém případě pak musí bublina zdánlivě postupovati vzhůru následkem opačného pohybu vody v trubici.

Naplněny-li přístroje v obr. 7 vyznačené nějakou vodivou kapalinou, nenastává transport žádný, ježto elektřině dána dobře vodivá cesta v trubici. V souhlasu s tím nenastává také pohyb bubliny v kapiláře *U*-přístroje, naplněn-li vodivou kapalinou.

Ether a alkohol dávají sice pohyb bubliny, ne však transport v přístrojích vyznačených v obr. 7. Příčinou toho bude, že obě tyto lehce prchavé tekutiny odpaří se ihned, sotva byla jim trubice smočena, takže podmínka pro transport není splněna.

* * *

Na konec uvádím dřívější experimentální práce o tlaku elektrostatickém. Jsou to:

H. Herwig: Wied. Ann. 1. 1887.

Blondlot: Journal de Ph. 2. série 3. 1884. (Pozorování výstupu menisku vodního v evak. *U*-trubici proti nabíjené kovové destičce).

Selim Lemström: K. Svensk. Vet. Akad. 27 (1) Nro. 225 1901—2. Pozorování výstupu menisku vodního v kapiláře ponořené do vody, jež spojena s positivním pólem elektriky, kdežto nad kapillárou nacházel se kovový hrot s neg. pólem spojený.

Pienkovski: Bulletins de Belg. 1910.

(Měřil sílu působící mezi 2ma rovinným řezem oddělenými částmi nabitého svodiče z mosaz. plechu majícího formu koule nebo ellipsoidu.)

Budiž mi na tomto místě dovoleno vysloviti svoji vděčnost panu dvor. radovi prof. Dru V. Strouhalovi a svému učiteli panu prof. Dru B. Kučerovi za vzácné rady a pokyny jakož i umožnění této práce.

Ve fysikálním ústavě české university v Praze 1912.

Další příspěvek ku seznání barviv rosaminových.

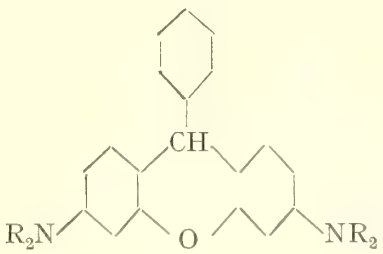
Podává

Dr. VÍTĚZSLAV VESELÝ.

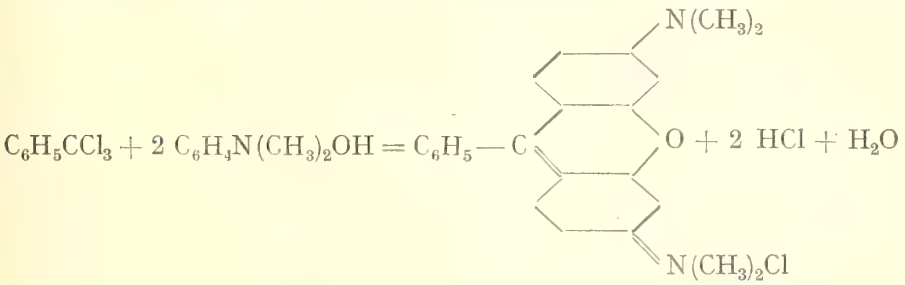
(Předloženo Akademii dne 29. listopadu 1912)

ČÁST THEORETICKÁ.

První z rosaminů t. j. barviv odvozených od alkylovaného diaminofenylxanthenu



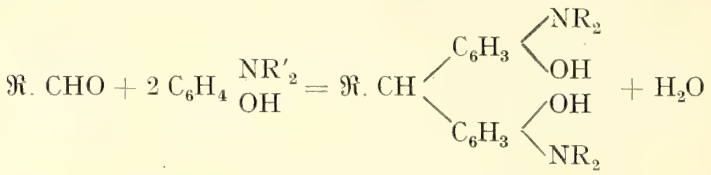
připraven byl Heumannem a Reyem (B. B. 22, 3001) kondensací benzotrichloridu s dimethyl-m-aminofenolem. Reakce probíhá dle rovnice:



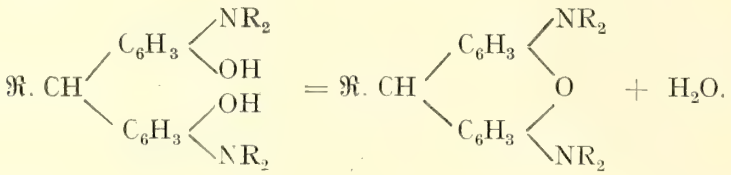
Místo benzotrichloridu může se použiti podobně jako při přípravě barviv trifenylmethánových benzaldehydu anebo jeho substitučních produktů, což jest předmětem patentu firmy F. Bayer & Co. v Elberfeldu (N. Ř. P. 62574). Aldehydy reagují dle tohoto patentu velmi snadno s alkylovanými m-aminofenoly a to v některých případech i bez konden-

sačních činidel. U méně reaktivních aldehydů užívá se jako kondensačních činidel minerálních kyselin, jež se přidávají k alkoholickému roztoku koncentrované kyseliny sírové, buď pouhé anebo ve směsi s ledovou kyselinou octovou, nebo konečně bezvodého chloridu zinečnatého v roztoku alkoholickém, kyseliny octové nebo koncentrované kyseliny solné.

Při této kondensaci vznikají dle rovnice:



o-dioxyderiváty tetraalkylovaných diaminotrifenylmethánů, jež zahřívány s činidly vodu odnímajícími, jako jest koncentrovaná kyselina sírová nebo bezvodý chlorid zinečnatý na 100°, přecházejí v anhydridy:



Anhydridy tyto chovají se jako leukoderiváty krásně červených barviv, jež se ustalují na živočišných vláknech v odstínech podobných rhodaminům. Jejich roztoky v kyselinách krásně fluoreskují, což jest charakteristickou vlastností barviv obsahujících jádro pyronové.

V uvedeném patentu praví se dále, že při zahřívání s koncentrovanou kyselinou sírovou vznikají vedle hlavního podílu leukolátky pouze stopy barviva a to působením vzduchu anebo oxydační působností kyseliny sírové a proto získá se barvivo z kyselého roztoku leukolátky, přidá-li se k němu oxydačního činidla jako jest burel, dusan sodnatý, chlorid železitý, dvojchroman draselnatý, červená krevní sůl, chloranil atd.

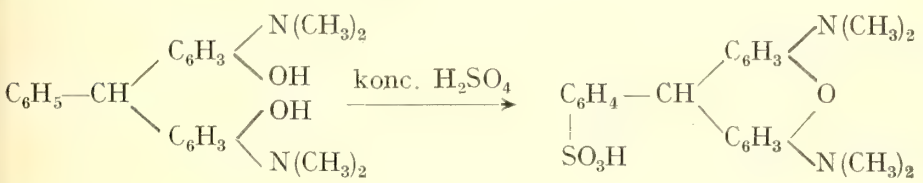
Později bylo popsáno v patentní literatuře ještě několik barviv této řady, k jichž přípravě užívá se různě alkylovaných m-aminofenolů a různě substituovaných benzaldehydů. Ačkoliv tedy dle patentů známa jest těchto barviv celá řada, nacházíme ve vědecké literatuře přesně popsány pouze tři, a to rosamin z benzaldehydu v pracech Biehringerových (J. pr. (2) 54, 250 a Ann. 392.), rosamin z protokatechualdehydu popsaný Liebermannem (B. B. 36, 2927) a rosamin z dimethyl-p-aminobenzaldehydu, jejž připravili Noelting a Gerlinger (B. B. 39, 2054).

Zabývaje se studiem kondensačních produktů dimethyl-m-aminofenolu připravil jsem, kondensuje tuto látku s o-, m- i p-oxy- a methoxybenzaldehydy, příslušné rosaminy, při čemž učinil jsem několik pozorování,

jež jednak potvrzují jednak také blíže vysvětlují poznatky Biehringerovy a Liebermannovy.

Kondensace oxy- a methoxybenzaldehydů probíhá v roztoku alkoholickém za přítomnosti zředěné kyseliny sírové nebo koncentrované kyseliny solné v některých případech velmi hladce a získáváme tak příslušné oxy- a methoxyderiváty dioxytetramethyldiaminotrifenylmethánu ve formě krystalické. U salicylaldehydu a m-oxybenzaldehydu tvoří se však vedle normální látky ještě také látka jiná, již nebylo lze získati krystalovanou. Elementární analysa amorfní látky poukazuje k tomu, že se nejspíše tvoří vedle trioxytetramethyldiaminotrifenylmethánu, kde slučuje se 1 mol. aldehydu s 2 mol. aminofenolu také produkt v poměru 1 : 1 obdobný asi látce, již získal Liebermann kondensací salicylaldehydu s resorcinem (B. B. 37, 2730).

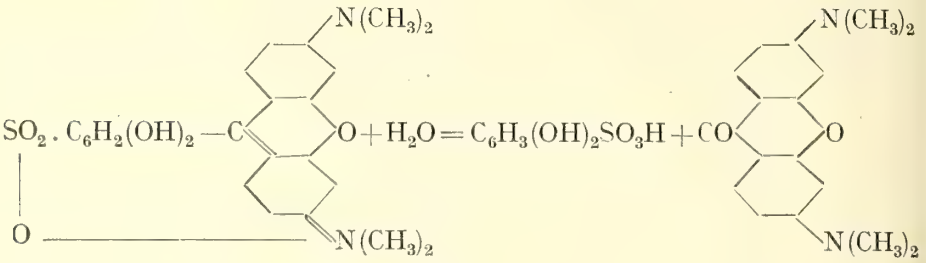
Působením koncentrované kyseliny sírové v tyto trioxytetramethyldiaminotrifenylmethány získána byla ve všech případech jako u produktu Biehringerova a Liebermannova sulfokyselina anhydrisované látky. Nápadný jest však rozdíl, jak při anhydrisaci s konc. kyselinou sírovou postupuje zároveň oxydace. Biehringer pozoroval, že při zahřívání 2 . 2′-dioxytrifenylmethánu vzniká při této operaci pouze leukoderivát kyseliny rosaminsulfonové:



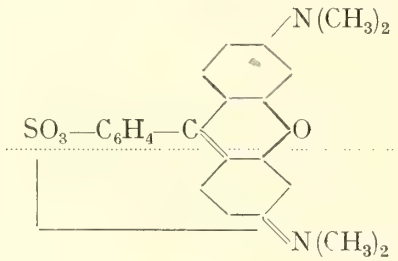
kdežto Liebermann získal za těchže podmínek z 3 . 4 . 2′ . 2″ tetraoxy-4′ . 4″ . tetramethyldiaminotrifenylmethánu přímo barvivo, totiž kyselinu dioxyrosaminsulfonovou. Příčinu této různé okysličovatelnosti Liebermann neudává. Podobný rozdíl pozoroval jsem i při anhydrisaci kondensačních produktů z dimethyl-m-aminofenolu a různých oxy- a methoxybenzaldehydů. Kdežto derivát z m-oxy- a m-methoxybenzaldehydu choval se úplně analogicky jako derivát z benzaldehydu, odpovídaly ortho- a para-látky produktu Liebermannovu. V prvním případě i po několikahodinném zahřívání s koncentrovanou kyselinou sírovou zabarvila se směs pouze slabě žlutě a po zředění vodou slabě růžově, v druhém případě však vznikly s kyselinou sírovou roztoky hnědé, které zředěny vodou zbarvily se temně červeně. Jak však Liebermann později sám dodává, nejsou tyto roztoky zoxydovány úplně, o čemž můžeme se přesvědčiti, zahříváme-li je s roztokem dusanu sodnatého; zbarví se při tom ještě mnohem temněji.

Ještě však znatelněji liší se ortho- a paraderiváty těchto látek od příslušných metasloučenin, a to chováním se jak vzniklých barviv tak i jich

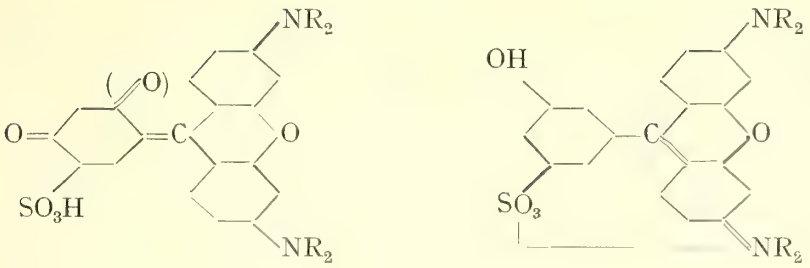
leukosloučenin k alkalickým roztokům. Liebermann (B. B. 37, 203) již shledal, že roztok kyseliny dioxyrosaminsulfonové štěpí se neobyčejně snadno, zahříváme-li jej s alkalickým louhem nebo s ammoniakem v tetramethyldiaminoxanthon a kyselinu dioxybenzol-sulfonovou:



kdežto u obdobného derivátu z benzaldehydu, t. j. u kyseliny rosaminsulfonové za těchto podmínek štěpení nastává teprve po dlouhém vaření a děje se ve smyslu úplně různém, jak totiž jest naznačeno tečkovanou čarou:



Liebermann odůvodňuje tuto snadnou štěpitelnost derivátu protokatechualdehydového tím, že zde volné benzolové jádro, které není vázáno kyslíkem pyronovým, jest „zatíženo“ dvěma hydroxyly a skupinou sulfonovou, kdežto u rosaminu z benzaldehydu obdobné jádro nese pouze jednu sultoskupinu. Správnějším zdá se mi však názor, že tuto labilnost způsobuje vazba parachinonová, která nejspíše látce této přísluší. Pozoroval jsem totiž, že stejně jako „protočerveň“ Liebermannova štěpí se i sulfokyseliny p-oxy-, p-methoxy-, a o-methoxyrosaminu, kdežto m-oxy- a m-methoxyderiváty jsou vůči alkaliím stály tak jako kyselina rosaminsulfonová. Úkaz ten se dá vysvětliti tím, že ortho- a paraoxyrosaminy mají volné benzolové jádro vázáno vazbou chinonovou, jež u metaderivátů možnou není a že tudíž ona snadná štěpitelnost alkaliemi přísluší pouze všem takovým rosaminům, kde volné benzolové jádro, jež nesouvisí s jádrem pyronovým, vázáno jest k methánovému uhlíku chinonovou vazbou. Složení sulfokyselin jednak o- a p-oxyrosaminu a jednak m-oxyrosaminu bylo by pak toto:

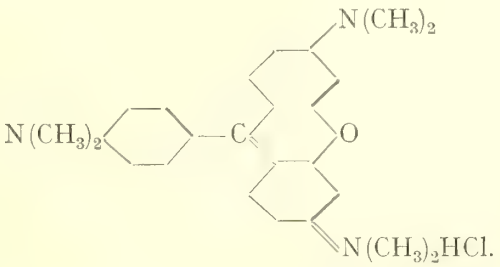


Poloha sulfoskupiny v těchto látkách ovšem určena dosud není. Protočerveň Liebermannova, jež má jeden z hydroxylů v parapoloze, měla by pak také vazbu parachinonovou.

U methoxyderivátů by se pak při vzniku chinonové vazby odštěpoval methylalkohol a utvořená barviva byla by totožna s barvivy z oxyderivátů. Protože odstín barviv této skupiny se při různé substituci jen nepatrně mění, není možno o správnosti tohoto předpokladu dle odstínu vzniklých barviv se přesvěd iti. Odštěpování methylalkoholu nedalo se při tak těžko přístupném materiálu experimentálně dokázati.

Liebermann dále tvrdí, že štěpení alkalickými roztoky nastává pouze u barviv samých, „ne však anebo jen velmi těžko u jejich leukoderivátů“, při tom však sám uvádí, že vedle tetramethyldiaminoxanthonu nalezl při štěpení protočerveni i příslušný xanthen, jenž vznikl z leukosloučeniny barviva. Přesvědčil jsem se, že se leukobarviva právě tak snadno štěpí jako barviva sama a ač toto faktum právě uvedenou hypothesu o příčině štěpitelnosti nevyvrací, vyložiti se jí nedá.

Bylo dále zajímavo zkusiti jak chovají se k alkalickým louhům aminorosaminy. Noelting a Gerlinger připravili, jak už jsem se zmínil, kondensací dimethyl-p-aminobenzaldehydu s dimethyl-m-aminofenolem látku, jež anhydrisována a oxydována poskytuje nesulfonovaný rosamin složení:



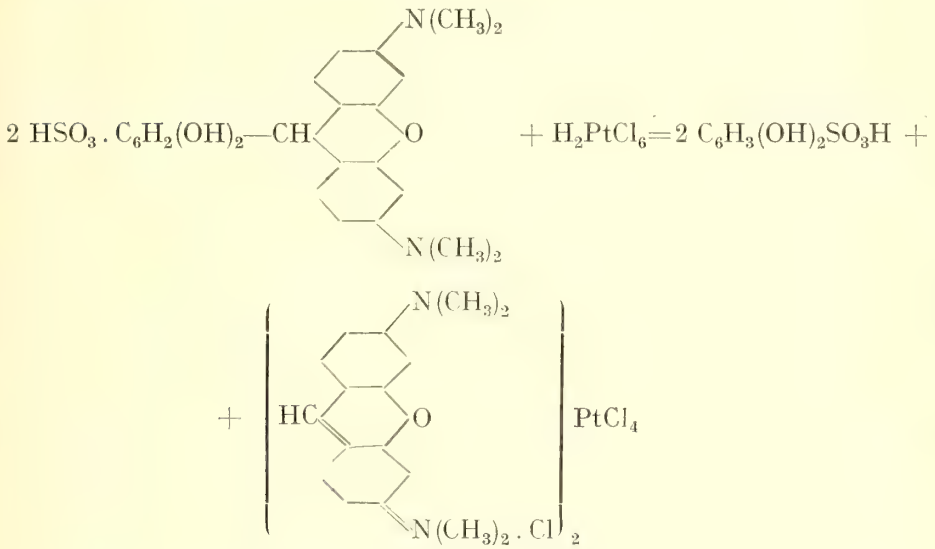
Opakoval jsem přípravu této látky a shledal jsem, že dimethylaminorosamin lze z kyselého roztoku sodnatým louhem nejen vysrážeti ale i delší dobu vařiti aniž se štěpí. Zdá se tudíž, že u aminorosaminů chinonimidová vazba není na dimethylaminové skupině volného jádra benzolového nýbrž na některé z druhých těchto skupin, jak ve vzorci jest naznačeno.

Liebermann isoloval svoji kyselinu dioxyrosaminsulfonovou z roztoku koncentrované kyseliny sírové pouhým srážením vodou, protože však sulfokyseliny monooxyrosaminů jsou ve vodě vesměs velmi snadno rozpustny, pokusil jsem se srážeti je roztokem chloridu zinečnatého i podařilo se mi u p-oxy, p-methoxy a o-methoxyderivátu získati takto krásně krystalovaná červená barviva, jež jsem považoval původně také za podvojné soli oxyrosaminů s chloridem zinečnatým. Protože tyto látky síru vůbec neobsahovaly, domníval jsem se zároveň, že se oxyrosaminy v roztoku koncentrované kyseliny sírové nesesulfonovaly.*) Když jsem však zkusil tutéž operaci s protočervení, charakterisovanou Liebermannem jako kyselinu dioxyrosaminsulfonovou, shledal jsem, že i zde sráží se chloridem zinečnatým z roztoku kyseliny sírové krystalované barvivo, které rovněž neobsahuje síru. Příčina dala by se hledati nejdříve v tom, že snad protočerveň sulfokyselinou není, nýbrž síranem dioxyrosaminu a že chloridem zinečnatým vzniká pak podvojná sůl zásaditého barviva. Náhled tento však proto správným není, protože protočerveň, jak už Liebermann udává, nedává ve vodném roztoku ani po několikahodinném vaření s chloridem barnatým sedliny a roztok tudiž neobsahuje iontů kyseliny sírové. Sedlina však vznikne v krátké chvíli, přidáme-li k roztoku za tepla něco kyseliny dusičné, což si snadno vysvětlíme labilností sulfoskupin kyselin o-fenolsulfonových. Protože pak i při stanovení síry v protočerveni jsem dospěl k témuž výsledku jako Liebermann, byla správnost formulace tohoto barviva dokázána a zbývalo rozhodnouti, jakým způsobem se při této operaci protočerveň štěpí, zdali se zde pouze sulfoskupina odštěpuje anebo zdali štěpení probíhá tímže způsobem jako v alkalickém prostředí. Odštěpovala-li by se sulfoskupina, musel by matečný louh, z něhož se podvojná sůl s chloridem zinečnatým vyloučila, obsahovati kyselinu sírovou, tomu však tak není, s chloridem barnatým vzniká v matečném louhu sedlina teprve při zahřívání se zředěnou kyselinou dusičnou a jest tudiž patrno, že i zde nachází se dosud sulfoskupina ve vazbě fenolsulfonové. Zbývá tudiž jediné rozřešení této otázky, že se totiž zde přidáním roztoku chloridu zinečnatého k roztoku kyseliny dioxyrosaminsulfonové barvivo a jeho leukosloučenina rozštěpila v podvojnou sůl buď tetramethyldiaminoxanthonu nebo pyroninu a kyselinu dioxybenzolsulfonovou. Analysa pak skutečně ukázala, že vzniklá sůl jest podvojnou solí chloridu zinečnatého s pyroninem. Že zde vznikla sůl pyroninu a nikoliv xanthonu vysvětliti se dá pouze tím, že při zahřívání s koncentrovanou kyselinou sírovou anhydrolátka jen částečně se zoxydovala. Protože Biehringer, jenž jediný soli pyroninu popsal, tuto sůl ve své práci neuvádí, srážel jsem také roztok protočerveni, okyselený kyselinou solnou, kyselinou chloroplatičitou a získal jsem krystalickou sedlinu, jež ve všech

*) Viz můj článek „Contributions à l'étude des rosamines" ve zprávách 8. Mezinárodního kongressu pro použitou chemii v New-Yorku.

vlastnostech i rozborem shoduje se s chloroplatičitanem pyroninu popsaného Biehringerem. Za týchž podmínek srážel jsem také protočerveň kyselinou pikrovou a procentové množství dusíku vzniklé krystalické sedliny zjevně nasvědčuje tomu, že zde získán byl pikran pyroninu a ne rosaminu.

Reakce probíhá tudiž takto:



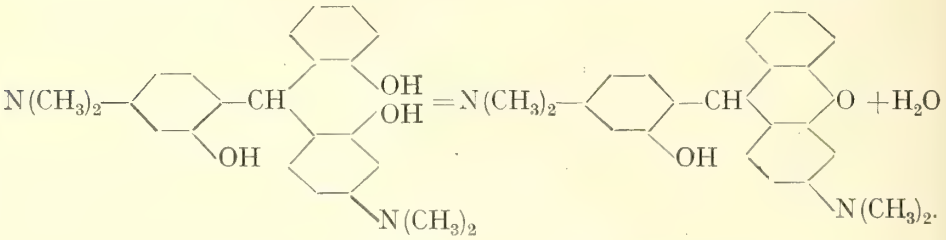
Toto štěpení nenastává však vůbec, vaříme-li protočerveň s koncentrovanou kyselinou solnou, zůstáváť v tom případě látka úplně nezměněna. Musíme tudiž předpokládati, že jest kyselina leuko-dioxyrosaminsulfonová v kyselém roztoku jen slabě hydrolyticky rozštěpena v kyselinu dioxybenzolsulfonovou a tetramethyldiaminoxanthydrol, přidáme-li pak k roztoku nějaké látky s níž xanthydrol tvoří těžko rozpustnou sloučeninu, poruší se rovnováha a nastává odštěpení xanthydrolu.

Protože poskytuje leukoprotočerveň v kyselém prostředí těžko rozpustné soli pyroninu, zkusil jsem, zdali také oxydované barvivo dává soli tetramethyldiaminoxanthonu, což se mi také podařilo. Roztok krystalované leukočerveni zoxydoval jsem dusanem sodnatým a přidav k tomuto roztoku kyseliny chloroplatičité, získal jsem krystalickou sedlinu, jejíž složení odpovídalo úplně známému chloroplatičitanu tetramethyldiaminoxanthonu.

Úplně stejně jako leukoprotočerveň chovají se látky získané působením koncentrované kyseliny sírové v kondensační produkty p-oxy-, p-methoxy- a o-methoxobenzaldehydu s dimethyl-m-aminofenolem. Dávají také z roztoku kyseliny sírové těžko rozpustné krystalované podvojné soli s chloridem zinečnatým, kyselinou chloroplatičitou a pikrovou. Všechny tyto produkty jsou se solemi, získanými z protočerveni, totožny a shledány v nich soli pyroninu. Nestálost těchto oxyrosaminů znemožňuje jejich

isolování z roztoku kyseliny sírové srážením alkalickými louhy i vysolováním chloridem zinečnatým, protože však jejich sulfokyseliny nejsou ve vodě těžko rozpustny jako jest tomu u protočerveni, můžeme souditi na jich existenci vůbec pouze z analogie s protočervení.

Odchylně od těchto tří látek chová se kondensační produkt ze salicylaldehydu. Zahříván s koncentrovanou kyselinou sírovou dává jeho roztok s louhem jen poměrně slabou sedlinu — nejspíše xanthonu — a chloridem zinečnatým sůl pyroninová se vůbec nevylučuje. Úkaz tento dá se snadno vyložiti orthohydroxyskupinou salicylaldehydu, která může s hydroxylem některé z obou molekul dimethyl-m-aminofenolu tvořiti pyrominové jádro, takže anhydrisaci můžeme, vedle normální, mysliti si zde také takto:



Protože tato druhá látka oxydována, nemůže obsahovati vazbu chinonovou, jest vůči alkalickým roztokům stálá. Zdá se, že se obě látky při anhydrisaci tvoří současně.

Jak se dalo očekávati, jsou rosaminy vzniklé působením koncentrované kyseliny sírové v kondensační produkty z m-oxy- a m-methoxybenzaldehydu vůči alkalickým louhům a ammoniaku stály. Roztoky těchto dvou barviv v kyselině sírové se louhem sodnatým ani po delším vaření nekalí, z čehož plyne, že se jednak vůbec v xanthon neštěpí, jednak také, že se sesulfonovaly a mají charakter kyselý a sice kyselejší nežli o jednu hydroxyskupinu chudší kyselina rosaminsulfonová, která se ještě silným louhem sráží. Kyselé jejich roztoky chloridem zinečnatým rovněž se nesráží.

ČÁST EXPERIMENTÁLNÍ.

Co výchozího dimethyl-m-aminofenolu použito bylo jednak preparátu fy C. A. F. Kahlbaum, jenž vykazoval správný bod tání 85—6°, a jednak méně čistého preparátu fy F. Schuchardt. Při čištění této látky osvědčil se co nejjednodušší způsob překrystalování z benzolu, s nímž mnohem příjemněji se pracuje nežli s ligroinem nebo sirouhlíkem a vzniklé ztráty jsou menší nežli po destilaci ve vakuu.

Kondensace p-oxybenzaldehydu s dimethyl-m-aminofenolem.

3 *g* dimethyl-m-aminofenolu a 1·3 *g* p-oxybenzaldehydu rozpuštěno za tepla ve 24 cm^3 lihu, přidáno 28 *g* zředěné kyseliny sírové (1 : 6) a za-

hříváno v baňce zpětným chladičem opatřené 6 hodin na vodní lázni. Slabě temněčerveně zbarvený roztok ochlazen, zředěn trochu vodou a roztokem octanu sodnatého sražen z něho reakční produkt. Srazí-li se látka mazovitá, nutno ji zbaviti matečného louhu, rozpustiti v zřed. kyselině solné a znovu sraziti octanem sodnatým, čímž získáme produkt již krystalovaný. Tento odsajeme, vysušíme a vyčistíme tím, že ho rozpustíme v lihu neb acetonu a opatrně srážíme vodou, načež látka vylučuje se v slabě růžových jehličkách tajících při 218—9°. Výtěžek čistého produktu obnáší 60—70% theorie. Látka jest snadno rozpustná v acetonu, méně snadno v lihu a téměř nerozpustná v benzolu a toluolu.

Nalezeno:	Theorie pro: $C_{23}H_{26}N_2O_3$
73·01% C	73·02% C
7·41% H	6·88% H
7·14% N	7·41% N

Kondensace p-methoxybenzaldehydu s dimethyl-m-aminofenolem.

3 *g* dimethyl-m-aminofenolu a 1·5 *g* anisaldehydu rozpuštěno ve 24 *cm*³ lihu a 28 *g* zřed. kyseliny sírové (1 : 6) a zahříváno 7 hodin na vodní lázni v baňce opatřené zpětným chladičem; přebytečný líh a anisaldehyd vyhnán vodní parou a přidáním octanu sodnatého vyloučena velmi objemná, narůžovělá sedlina, jež odssáta a vysušena na porovitém talíři. Z roztoku benzolového krystaluje látka v krásných růžových drůzách, jež jsou už úplně čisty, dají se však teprve několikahodinným sušením na 100° zbaviti benzolu a proto byla látka ku elementární analyse přehlacena ještě z lihu. Při 156—7° taje, při čemž temně zčervená. Výtěžek obnáší pouze asi 50% theorie protože značný podíl látky v benzolu se nerozpouští a tvoří amorfní odpadek, podobný onomu, jenž dále jest popsán u produktu ze salicylaldehydu. Látka jest velmi snadno rozpustná v methyl- i ethylalkoholu, poněkud nesnadněji v benzolu a toluolu.

Nalezeno:	Theorie pro: $C_{24}H_{28}N_2O_3$
73·47% C	73·47% C
7·62% H	7·15% H

Kondensace o-oxybenzaldehydu s dimethyl-m-aminofenolem.

3 *g* dimethyl-m-aminofenolu a 1·3 *g* salicylaldehydu rozpuštěny ve 24 *cm*³ lihu a 28 *g* zřed. kyseliny sírové (1 : 6) a vařeny 10 hodin v baňce zpětným chladičem opatřené na vodní lázni. Místo kyseliny sírové přidány při jiném pokusu 3 *cm*³ koncentrované kyseliny solné a kondensace nastala už po dvouhodinném vaření na vodní lázni. V obou případech chovají se vzniklé produkty úplně stejně. Po kondensaci odstraněn z roztoku vodní parou přebytečný aldehyd a líh, produkt sražen roztokem octanu sodnatého a vysušen na porovitém talíři. Suchá látka byla extrahována toluolem,

v němž jenom část se rozpouští. Vyloučené krystaly byly promíseny amorfním růžovým práškem a teprve mnohokrát opakovaným překrystalováním z toluolu získána čistá látka v drobných nafialovělých krystalech, které sušením při vyšší teplotě červenají. Produkt byl ku elementární analyse ještě přehlacen ze zředěného lihu. Taje za současného rozkladu při 177—8°. Jest dosti těžko rozpustný v benzolu a toluolu, velmi snadno v lihu. Složení této látky odpovídá složení trioxytetramethyldiaminotrifenylmethánu.

Nalezeno:	Theorie pro: $C_{23}H_{26}N_2O_3$
72·66% C	73·02% C
7·36% H	6·88% H

Druhou látku v toluolu těžko rozpustnou nepodařilo se získati ve tvaru krystalickém. Dle elementární analysy zdá se, že jest to směs prvé látky s látkou, jež vůbec barviva netvoří, analogickou s produktem, jenž vzniká při kondensaci salicylaldehydu s resorcinem.

Nalezeno:	Theorie pro: $C_{23}H_{26}N_2O_3$	pro: $C_{15}H_{17}O_3N$
70·93% C	73·02% C	69·49% C
6·94% H	6·88% H	6·56% H
6·39% N	7·41% N	5·40% N

Kondensace o-methoxybenzaldehydu s dimethyl-m-aminofenolem.

Potřebný methylsalicylaldehyd připraven byl ze salicylaldehydu a methyljodidu působením kysličníku stříbrnatého. (Viz *Irvine*, Soc. 79, 669).

3 *g* dimethyl-m-aminofenolu a 1·5 *g* methylsalicylaldehydu kondensováno v lihovém roztoku za přidání zřed. kyseliny sírové jako u předešlých látek. Roztokem octanu sodnatého vyloučený produkt překrystalován z benzolu a potom ze zředěného lihu; taje při 166—7°. Jest v benzolu, toluolu i lihu snadno rozpustný. Výtěžek (asi 50% theorie) jest značně lepší nežli u popsané látky nemethylované.

Nalezeno:	Theorie pro: $C_{24}H_{28}N_2O_3$
73·25% C	73·47% C
7·32% H	7·15% H

Kondensace m-oxybenzaldehydu s dimethyl-m-aminofenolem.

3 *g* dimethyl-m-aminofenolu a 1·3 *g* m-oxybenzaldehydu kondensovány jako v předešlých případech v roztoku lihu a zřed. kyseliny sírové. Produkt, jenž srazíme roztokem octanu sodnatého, odsajeme a vysušíme na porovitém talíři, dá se v tomto případě velmi těžko vyčistiti, neboť podobně jako u o-oxyderivátu vylučují se z benzolového i toluolového roztoku krystaly současně s jinou amorfní látkou. Po mnohokráte opěto-

vaném přehlacování z toluolu získána byla konečně čistá, konstantně při 193—4° tající látka ve výtěžku velmi špatném. Látka z lihu nekrystalovala a protože se dá sušením špatně zbaviti benzolu, nalezeno trochu vyšší číslo pro procenta uhlíku. Rozpouští se v benzolu a toluolu dosti nesnadno, mnohem snáze v lihu.

Nalezeno:	Theorie pro $C_{23}H_{26}N_2O_3$:
73·45% C	73·02% C
7·31% H	6·88% H

Druhá, amorfní látka analysována nebyla.

Kondensace m-methoxybenzaldehydu s dimethyl-m-aminofenolem.

Potřebný m-methoxybenzaldehyd byl připraven methylací m-oxybenzaldehydu methyljodidem.

2·4 *g* dimethyl-m-aminofenolu a 1·3 *g* m-methoxybenzaldehydu rozpuštěno bylo ve 20 *cm*³ lihu a 25 *g* zřed. kyseliny sírové (1 : 6) a vařeno 8 hodin na vodní lázni v baňce opatřené zpětným chladičem. Látka byla zpracována úplně stejně jako oba předešlé methoxyderiváty, krystalována z benzolu a konečně ze zředěného lihu, taje při 153—4°. Rozpouští se snadno v benzolu a toluolu, ještě snáze v lihu. Výtěžek asi 50% theorie.

Nalezeno:	Theorie pro: $C_{24}H_{28}N_2O_3$
73·65% C	73·47% C
7·06% H	7·15% H

Kondensace protokatechualdehydu s dimethylm-aminofenolem.

6 *g* dimethyl-m-aminofenolu a 3 *g* protokatechualdehydu rozpuštěny v 60 *g* lihu a 75 *g* zřed. kyseliny sírové (1 : 6) a vařeny v baňce zpětným chladičem opatřené 10 hodin na vodní lázni. Ochlazený roztok zředěn vodou a přidáno octanu sodnatého; vyloučí se mazovitá sedlina, která se znovu rozpustí ve zřed. kyselině solné a srazí octanem sodnatým při čemž vyloučí se produkt již krystalický. Abychom jej úplně vyčistili, rozpustíme jej ve směsi lihu a acetonu, roztok odbarvíme spodiem, odpařením zkoncentrujeme a opatrným přidáním vody získáme téměř bezbarvé krystaly téhož vzhledu jako popsaný derivát z p-oxybenzaldehydu, tající při 213—4° a tudíž souhlasný s produktem Liebermannovým (B. B. 36, 2919). Výtěžek vyčištěné látky obnáší asi 70% theorie.

Kondensace dimethyl-p-aminobenzaldehydu s dimethyl-m-aminofenolem,

provedena přesně dle Noeltinga a Gerlingera (B. B. 39, 2054) s dosti dobrým výtěžkem. Produkt tál krystalován ze zředěného lihu nepřesně v mezích 168—174°. Ježto jmenovaní autoři určovali v látce pouze dusík, bylo provedeno i určení uhlíku a vodíku.

Nalezeno:	Theorie pro: $C_{25}H_{31}O_2N_3$
73·94% C	74·17% C
8·29% H	7·66% H

Látky získané působením koncentrované kyseliny sírové v deriváty 2 . 2-dioxytetramethyldiaminotrifenylmethánu.

Příprava Liebermannovy protočerveni.

3 . 4 . 2′ . 2″ . -tetraoxy-4′ . 4″ . -tetramethyldiaminotrifenylmethán rozpuštěn ve 20 dílech koncentrované kyseliny sírové a zahříván 6 hodin na vodní lázni. Reakční směs zředěna ještě za tepla asi 5 díly vody, načež po vychladnutí vyloučí se vzniklé barvivo v červených šupinkách. Tyto znovu rozpuštěny v konc. kyselině solné a roztok zředěn horkou vodou; po vychladnutí vykrystaluje látka úplně čistá. Určena síra dle methody Asbóthovy.

Nalezeno:	Theorie: pro $C_{23}H_{22}N_2SO_6+H_2O$
7·06% S	S=6·78%

Látka polita zředěným sodnatým louhem nebo ammoniakem promění se při zahřívání záhy ve skoro bezbarvý krystalický produkt, který rozpuštěn v ledové kyselině octové vylučuje se vodou ve žlutých krystalech tajících při 244°. Jest tudiž totožný s tetramethyldiaminoxanthonem, kterýžto nález shoduje se s Liebermannovým.

Působení roztoku chloridu zinečnatého v roztok protočerveni.

Krystalovaná protočerveň rozpuštěna v konc. kyselině solné, zředěna horkou vodou a přidáno konc. roztoku chloridu zinečnatého. Již za horka počne se vylučovati krásně krystalovaná červená látka, jež byla překrystalována z lihu, sušena při 105° a podrobena analyse. Zkouška provedená methodou Asbóthovou ukázala, že produkt neobsahuje síru.

Nalezeno:	Theorie pro: $(C_{17}H_{21}N_2OCl)ZnCl_2$ (sůl pyroninu)	$(C_{23}H_{25}N_2O_3Cl)ZnCl_2$ (sůl dioxyleukorosaminu)
46·52% C	46·26% C	50·18% C
4·90% H	4·76% H	4·54% H
23·16% Cl	24·12% Cl	19·34% Cl
14·03% Zn	14·82% Zn	11·89% Zn

Sůl tato byla dále rozpuštěna ve vodě, zalkalisována opatrně sodnatým louhem až hydroxyd zinečnatý se rozpustil aniž však při tom roztok se zahřál a roztok vytřepán étherem. Z étherického extraktu krystaluje za nedlouho tetramethyldiaminoxanthon v pěkných krystalech o bodu tání 244° a v odpařeném roztoku nalezen vedle něho také tetramethyldiaminoxanthen tající při 113°.

Působení roztoku kyseliny chloroplatičité v roztok protočerveni.

Protočerveň rozpuštěna v konc. kyselině solné, zředěna vodou a přidán vodný roztok kyseliny chloroplatičité. Ihned vyloučí se tmavomodré jehličky zeleného kovového lesku. Produkt po ochlazení odsát, vymyt vodou, lihem a konečně étherem a sušen v exsikátoru nad kyselinou sírovou několik dní ke konstantní váze. Může se, jak později bylo shledáno, sušiti i při 100° aniž se rozkládá.

Nalezeno:	Theorie pro: $2(C_{17}H_{21}N_2OCl)\,PtCl_4$	$2(C_{23}H_{25}N_2O_3Cl)PtCl_4$
20·69% Pt	20·64% Pt	16·80% Pt
43·45% C	43·13% C	47·50% C
4·51% H	4·44% H	4·30% H

Roztok protočerveni vařen byl dále ještě půl hodiny s roztokem dusanu sodnatého při čemž značně ztemněl, a sražen kyselinou chloroplatičitou; vytvořila se v něm nepěkně krystalovaná sedlina, jež byla překrystalována z kyseliny solné, z níž vyloučila se v červených jehličkách. Složení její odpovídá chloroplatičitanu tetramethyldiaminoxanthonu.

Nalezeno:	Theorie pro: $2(C_{17}H_{19}N_2O_2Cl)\,PtCl_4$
19·96% Pt	20·04% Pt

Působení roztoku kyseliny pikrové v roztok protočerveni.

K horkému vodnému roztoku protočerveni přidáno asi stejné množství kyseliny pikrové rovněž ve vodě rozpuštěné. Pikran vyloučí se okamžitě v cihlově červených, krystalických vločkách, jež jsou ve vodě téměř nerozpustny a můžeme je tudiž horkou vodou ku odstranění kyseliny pikrové promýti. Velmi pěkně krystalují z lihu a lze je při 100° sušiti aniž se rozloží.

Nalezeno:	Theorie pro: $C_{17}H_{20}N_2O+C_6H_3N_3O_7$	$C_{23}H_{24}N_2O_3+C_6H_3N_3O_7$
14·02% N	14·08% N	11·31% N
14·16% N		

Působení koncentrované kyseliny sírové v 4 . 2'. 2''.-trioxy-4'. 4''.-tetramethyldiamino-trifenylmethán.

Kondensační produkt z p-oxybenzaldehydu a dimethyl-m-aminofenolu rozpuštěn ve 20 dílech koncentrované kyseliny sírové a zahříván pak ještě 6 hodin na vodní lázni. Tmavohnědá směs zředěna vodou, při čemž temně zrudne a zůstává i po ochlazení úplně čirou. Přidáme-li k tomuto roztoku sodnatého louhu, zkalí se mlékovitě, a vaříme-li tento alkalický roztok asi hodinu na vodní lázni, vyloučí se olejovitá látka, která po vychladnutí ztuhne krystalicky. Produkt vyčištěný opětovaným srážením vodou

z roztoku ledové kyseliny octové, taje při 244°, jeví v alkoholickém roztoku krásnou fialovou fluorescenci a souhlasí s tetramethyldiaminoxanthonem.

Nalezeno:	Theorie pro: $C_{17}H_{18}N_2O_3$
72·06% C	72·30% C
6·69% H	6·38% H

Roztokem chloridu zinečnatého v roztok kyseliny sírové získán stejný krystalovaný produkt jako z roztoku protočerveni. Látka tato rovněž neobsahuje síry a odpovídá svým složením soli pyroninu.

Nalezeno:	Theorie pro: $(C_{17}H_{21}N_2OCl)\ ZnCl_2$
23·72% Cl	24·12% Cl

Působením kyseliny chloroplatičité v dusanem sodnatým oxydovaný roztok získána chloroplatičitá sůl, jež má vlastnosti a složení soli tetramethyldiaminoxanthonu.

Nalezeno:	Theorie pro: $2(C_{17}H_{19}N_2O_2Cl)\ PtCl_4$
19·58, 19·84% Pt	20·04% Pt

Obdobně také připraven byl pikran z neoxydovaného roztoku, který rovněž má složení pikranu pyroninu.

Nalezeno:	Theorie pro: $C_{17}H_{20}N_2O+C_6H_3N_3O_7$
14·00% N	14·08% N

Působení koncentrované kyseliny sírové v 2.-methoxy- a 4.-methoxy-2' . 2''. -dioxytetramethyldiaminotrifenylmethán.

Kondensační produkty z anisaldehydu a z methylsalicylaldehydu s dimethyl-m-aminofenolem chovají se ke konc. kyseliny sírové zcela obdobně jako deriváty protokatechualdehydu a p-oxybenzaldehydu. Roztok kyseliny sírové dává u obou látek s louhem sodnatým mlékovitý zákal, jenž vařen vylučuje krystalický tetramethyldiaminoxanthon tající po vyčištění při 244°. Chloridem zinečnatým, kyselinou chloroplatičitou a pikrovou získáme z roztoku obou látek krystalované soli pyroninu. Analysovány byly z nich toliko pikrany.

Nalezeno: u o-produktu	u p-produktu	Theorie pro: $C_{17}H_{20}N_2O+C_6H_3N_3O_7$
13·92% N	14·21% N	14·08% N

Z roztoků vzniklých působením konc. kyseliny sírové v 3 . 2' . 2''.-trioxy- a 3.-methoxy-2' . 2''. -dioxytetramethyldiaminotrifenylmethán nepodařilo se získati žádných krystalovaných látek a platí o nich pouze to, co řečeno bylo v theoretické části této práce.

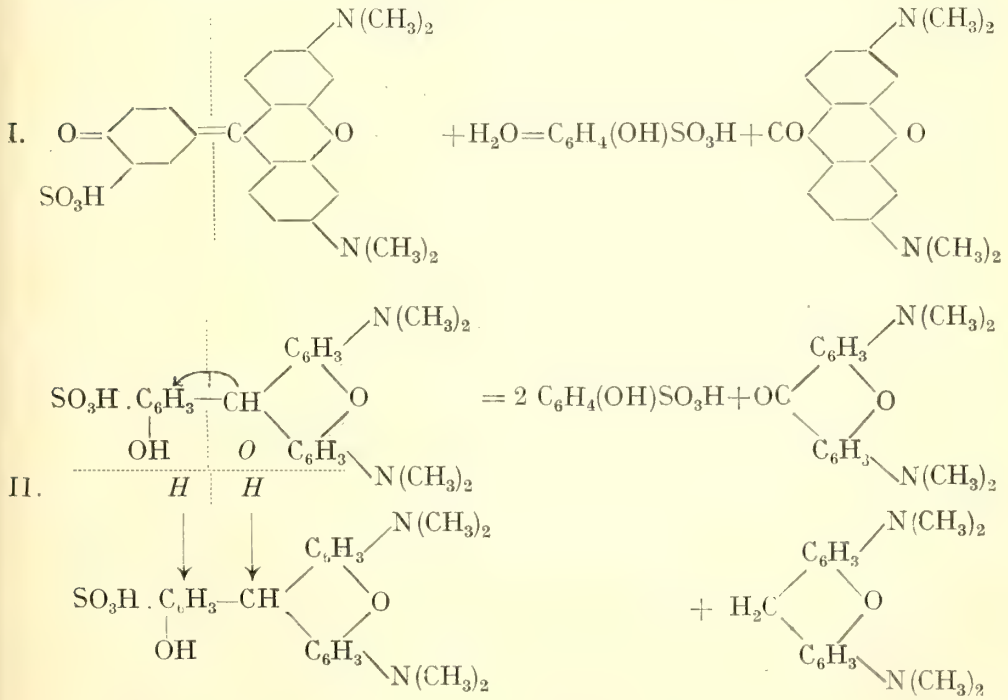
Působení koncentrované kyseliny sírové v 4.-dimethylamino-2'. 2''. dioxy-tetramethyldiaminotrifenylmethán.

Kondensační produkt z dimethyl-p-aminobenzaldehydu s dimethyl-m-aminofenolem rozpuštěn ve 20 dílech konc. kyseliny sírové a zahříván ještě 3 hodiny na vodní lázni. Temně hnědý roztok potom zředěn vodou, při čemž zrudne, přidáno k němu trochu roztoku dusanu draselnatého a zahříváno ještě asi ½ hodiny na vodní lázni; alkalisací sodnatým louhem srazí se z roztoku barvivo v červenofialových klcích, jež byly odssáty a překrystalovány z lihu: Získáme tak temně červený krystalický prášek tající nepřesně v mezích 95—100°.

Nalezeno:	Theorie pro: $C_{25}H_{27}ON_3$
10·26% N	10·39% N

Résumé.

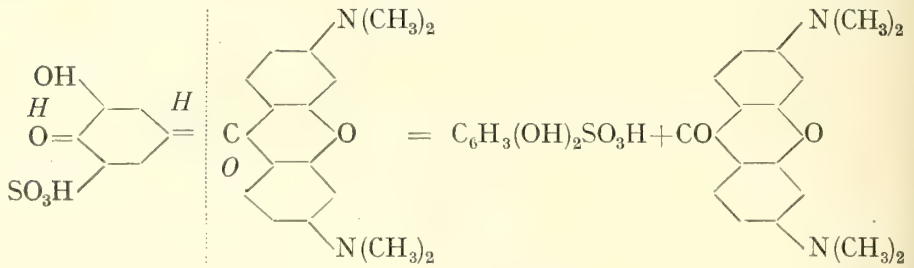
1. Jako kyselina dioxyrosaminsulfonová a její leukosloučenina, odštěpují i látky, jež vznikají působením koncentrované kyseliny sírové v kondensační produkty p-oxy-, p-methoxy- a o-methoxybenzaldehydu s dimethyl-m-aminofenolem, velmi snadno při vaření s alkalickými louhy nebo s ammoniakem volné jádro benzolové, jež není vázáno kyslíkem pyronovým a vzniká tetramethyldiaminoxanthon a tetramethyldiaminoxanthen dle rovnic:



2. Látky vznikající působením koncentrované kyseliny sírové v kondensační produkty m-oxy-, m-methoxy a dimethyl-p-aminobenzaldehydu s dimethyl-m-aminofenolem tomuto snadnému štěpení nepodléhají a chovají se stejně jako kyselina tetramethyl-rosaminsulfonová.

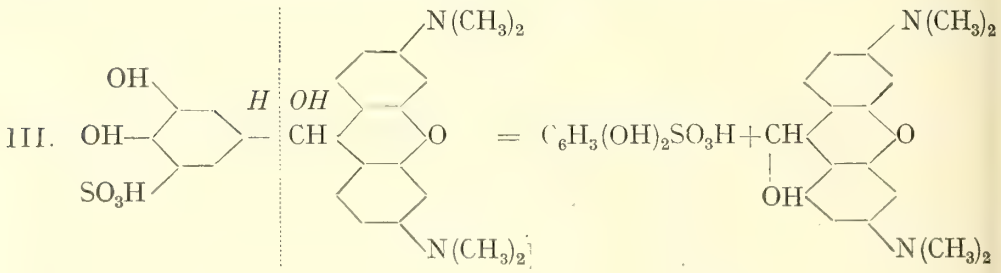
3. Kyseliny oxyrosaminsulfonové a jejich leukoderiváty, které se snadno rozkládají alkalickými louhy, štěpí se i v kyselém prostředí, přidáme-li k jich roztoku takové látky, s níž tetramethyldiaminoxanthon anebo xanthydrol tvoří těžko rozpustné soli, jako jsou podvojné soli s chloridem zinečnatým, s kyselinou chloroplatičitou a pikrovou. Štěpení probíhá takto:

I.

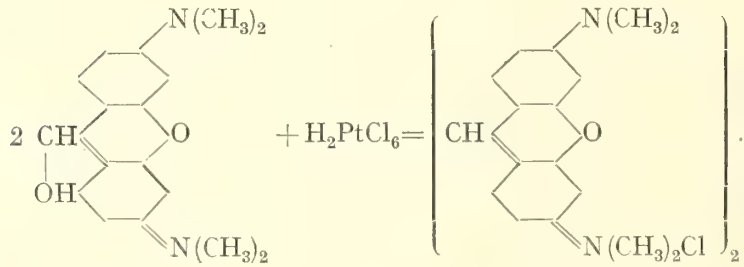


II. $$2\,C_{17}H_{18}N_2O_2 + H_2PtCl_6 = (2\,C_{17}H_{18}N_2O_2 \,.\, HCl)PtCl_4.$$

III.



IV.



Z laboratoře organické chemie na české vysoké škole technické v Praze.

O ohybu elektromagnetických vln na dvou parallelních, kruhových válcích.

Podává Dr. **Frant. Záviška,** s. docent české university.

(S obr. v textu.)

(Předloženo dne 5. listopadu 1912.)

Přesné řešení ohybových problémů vyžaduje integraci Maxwellových rovnic se zřetelem k podmínkám, jež musí býti splněny na rozhraní, což jest úkol velmi nesnadný; provedení jeho zdařilo se až dosud jen v několika málo případech. K nim patří v první řadě ohyb způsobený ostrou, rovnou hranou nekonečně dlouhého stínítka, kterouž úlohu přesně řešil poprvé Sommerfeld[1]); řešení jeho později rozšířil Schwarzschild[2]) i na nekonečně dlouhou štěrbinu. Tím podařilo se uspokojivě vysvětliti polarisační zjevy spojené s diffrakcí na ostré hraně; za to však vliv materiálu stínítka, pokusy také zjištěný, zůstal nevyložen; neboť řešení Sommerfeldovo jest omezeno na předpoklad, že stínítko jest z látky buď dokonale zrcadlící nebo úplně černé, takže jakýkoliv vliv konstant charakterisujících optické vlastnosti materiálu jest z theorie a priori vyloučen. Naproti tomu ukázalo se později, že jest možno zpracovati některé diffrakční problémy bez této zjednodušující supposice; tak nejdříve podali Ignatowsky[3]) a Seitz[4]) téměř současně řešení ohybu elektromagnetické rovinné vlny na nekonečně dlouhém kruhovém válci, později řešil Mie[5]) týž problém pro kouli. Postup řešení jest ostatně v obou případech týž; výrazy pro složky elektrické a magnetické síly obdržíme ve formě nekonečných Fourierových řad, v jichž koëfficientech vystupují Besselovy, resp. sférické funkce. Tyto řady však konvergují dostatečně rychle jen potud, pokud jest poloměr válce, resp. koule dosti malý proti délce dopadající vlny, takže experimentální stvrzení theoretických výsledků jest

[1]) A. Sommerfeld, Math. Ann. *47*, 317. 1895.
[2]) K. Schwarzschild, Math. Ann. *55*, 117. 1902.
[3]) W. v. Ignatowsky, Ann. d. Phys. *18*, 495. 1905.
[4]) W. Seitz, Ann. d. Phys. *16*, 746. 1905 a *19*, 1906.
[5]) G. Mie, Ann. d. Phys. *25*, 377. 1908.

vlastně omezeno jen na Hertzovy vlny, kdež se dá tato podmínka snadno splniti. Při tom se ukazuje, že vliv konstanty vodivosti jest poměrně nepatrný, a není-li poloměr válce nebo koule extrémně malý proti délce vlny, možno vždy vodivost látky pokládati za nekonečně velikou; takže značnější vliv konstant materiálu dá se očekávati jen u dielektrik. Ohyb rovinné elektromagnetické vlny na kruhovém válci z dielektrika řešil obšírně Schaefer a společně s Grossmanem[6]) provedl i měření, jež vzhledem k dosti značným obtížím, s nimiž jest spojeno, potvrzuje theoretické výsledky velice dobře. Podobně Debye[7]) řešil ohyb vln vznikající na dielektrické kouli a stanovil hodnotu tlaku, jímž záření na kouli působí, při čemž pomocí nových semikonvergentních rozvojů pro Besselovy funkce podařilo se mu rozšířiti úvahy i na případ vln optických. Schaefer a Reiche[8]) konečně podali theorii ohybu rovinné vlny na mřížce složené z válcových tyčí, omezivše se ovšem na ten jednoduchý případ, že vzdálenost jednotlivých válců od sebe jest tak veliká, že jich vzájemný vliv možno zanedbati, a účinek celé mřížky jest pak dán superposicí účinků jednotlivých válců. Theorie vykládá hlavně zjev již dříve experimentálně známý, že totiž, pokud jest délka vlny dosti veliká proti poloměru válců, mřížka propouští snadněji kmity, jichž rovina polarisační jest s osami válců rovnoběžná, než kmity polarisované k nim kolmo (t. zv. Hertzův effekt), že však s klesající délkou vlny tento rozdíl mizí, až konečně pro délky vlny dosti malé se poměry obrátí; mřížka propouští více kmity polarisované kolmo k osám válců, jak nalezl du Bois[9]) pro viditelné záření (t. zv. effekt du Boisův). Konečně budiž ještě uvedeno, že Sieger[10]) řešil ohyb rovinné vlny na elliptickém válci, ale za předpokladu, že vodivost jeho jest nekonečně velká.

Účelem této práce jest podati přesnou theorii ohybu vznikajícího na dvou nekonečně dlouhých, parallelních válcích kruhových, jichž vzájemná vzdálenost může býti libovolná, takže účinek obou válců na sebe nikterak nevylučujeme. Vlna dopadající budiž rovinná, lineárně polarisovaná a nechť se šíří směrem k osám obou válců kolmým. Při tom budeme rozeznávati dva hlavní případy: oba válce jsou vzhledem ku směru, jímž dopadající vlna se šíří, buď vedle sebe — směr dopadající vlny jest kolmý k rovině proložené jich osami — nebo za sebou — směr dopadající vlny jest s rovinou jich osami proloženou rovnoběžný. V prvním případě, který jest patrně pro měření důležitější, budeme ještě předpokládati, že oba válce jsou úplně identické, tedy z téhož materiálu a stejného poloměru, poněvadž počet se tím patrně značně zjednoduší; v druhém případě,

---

[7]) P. Debye, Ann. d. Phys. *30*, 57. 1909.

[6]) C. Schaefer a F. Grossmann, Ann. d. Phys. *31*, 455. 1910.

[8]) C. Schaefer a F. Reiche, Ann. d. Phys. *32*, 577. 1910 a *35*, 817. 1911.

[9]) H. du Bois, Wied. Ann. d. Phys., *46*, 542. 1892 a *48*, 546. 1893.

[10]) B. Sieger, Ann. d. Phys. *27*, 626. 1908.

jehož řešení bude podáno hlavně za tím účelem, aby bylo možno vyložiti některé odchylky od theorie, jež pozorovali Schaefer a Grossmann v uvedené práci při měření ohybu způsobeného jedním válcem z dielektrika, mohou býti oba válce různé. Elektromagnetické konstanty látky válců nechť mají hodnotu libovolnou; jediný předpoklad, který ještě učiníme, jest ten, že poloměr válců jest dosti malý proti délce dopadající vlny — řešení jest tedy opět omezeno jen na vlny Hertzovy. Směr kmitů v dopadající vlně může býti také libovolný; je však patrno, že stačí projednati oba základní případy, kdy totiž dopadající vlna jest polarisována buď parallelně s osami válců nebo k nim kolmo; obecný případ obdržíme pak jednoduše superposicí těchto dvou.

Maxwellovy rovnice, o jichž řešení tu jde, transformujeme nejdříve na válcové souřadnice r, φ, z, v nichž souřadnice x a y pravoúhlé soustavy v prostoru jsou nahraženy rovinnými polárními souřadnicemi r a φ; osa z nechť jest rovnoběžná s osami válců. Rovnice Maxwellovy pak znějí

$$\begin{aligned}
\frac{1}{c}\left(\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial t}+4\pi\sigma E_z\right)&=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r H_\varphi)-\frac{1}{r}\frac{\partial H_r}{\partial\varphi}\\
\frac{1}{c}\left(\varepsilon\frac{\partial E_r}{\partial t}+4\pi\sigma E_r\right)&=\frac{1}{r}\frac{\partial H_z}{\partial\varphi}-\frac{\partial H_\varphi}{\partial z}\\
\frac{1}{c}\left(\varepsilon\frac{\partial E_\varphi}{\partial t}+4\pi\sigma E_\varphi\right)&=\frac{\partial H_r}{\partial z}-\frac{\partial H_z}{\partial r}\\
\frac{\mu}{c}\frac{\partial H_z}{\partial t}&=-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r E_\varphi)+\frac{1}{r}\frac{\partial E_r}{\partial\varphi}\\
\frac{\mu}{c}\frac{\partial H_r}{\partial t}&=-\frac{1}{r}\frac{\partial E_z}{\partial\varphi}+\frac{\partial E_\varphi}{\partial z}\\
\frac{\mu}{c}\frac{\partial H_\varphi}{\partial t}&=-\frac{\partial E_r}{\partial z}+\frac{\partial E_z}{\partial r},
\end{aligned}\qquad\ldots\ldots\ldots(1)$$

kdež E_z, E_r, E_φ jsou složky síly elektrické, H_z, H_r, H_φ složky síly magnetické, ε značí dielektrickou konstantu, μ permeabilitu, σ konstantu vodivosti a konečně c rychlost světla ve vakuu.

V našem případě patrně nic nezávisí na z; rovnice (1) následkem toho se rozpadají na dva systémy na sobě nezávislé, totiž

$$\begin{aligned}
\frac{1}{c}\left(\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial t}+4\pi\sigma E_z\right)&=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r H_\varphi)-\frac{1}{r}\frac{\partial H_r}{\partial\varphi}\\
\frac{\mu}{c}\frac{\partial H_r}{\partial t}&=-\frac{1}{r}\frac{\partial E_r}{\partial\varphi}\\
\frac{\mu}{c}\frac{\partial H_\varphi}{\partial t}&=\frac{\partial E_z}{\partial r},
\end{aligned}\qquad\ldots\ldots\ldots(2)$$

a

$$\frac{\mu}{c}\frac{\partial H_z}{\partial t} = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r E_\varphi) + \frac{1}{r}\frac{\partial E_r}{\partial \varphi}$$

$$\frac{1}{c}\left(\varepsilon\frac{\partial E_r}{\partial t} + 4\pi\sigma E_r\right) = \frac{1}{r}\frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \qquad \ldots\ldots(2').$$

$$\frac{1}{c}\left(\varepsilon\frac{\partial E_\varphi}{\partial t} + 4\pi\sigma E_r\right) = -\frac{\partial H_z}{\partial r}$$

První systém odpovídá případu, kdy dopadající vlna jest polarisována k osám obou válců kolmo, kdy tedy kmity elektrické síly se dějí k nim parallelně. V tom případě jest totiž v dopadající vlně $E_r = E_\varphi = 0$, a ze symmetrie jest patrno, že totéž platí jak pro vlny na obou válcích odražené, tak pro vlny lomené dovnitř, takže jest všude výsledná elektrická síla rovnoběžná s osou z. Z první rovnice (2′) plyne pak, že jest i $H_z = 0$, a všechny rovnice (2′) jsou nyní splněny identicky, takže zbývají jen rovnice (2). Je-li naopak dopadající vlna polarisována paralelně s osami obou válců, elektrická síla tedy k nim kolmo, jest opět magnetická síla s osami válců parallelní, takže v dopadající vlně jest pak $H_r = H_\varphi = 0$, a jest patrno, že to platí všude. Z toho plyne $E_z = 0$, a nyní jsou rovnice (2) identicky splněny.

Přikročme nyní k řešení jednotlivých případů.

A. Oba válce vedle sebe.

1. Dopadající vlna jest polarisována kolmo k osám válců.

V tom případě tedy platí rovnice (2). Poněvadž jde o děje čistě periodické, klademe

$$E_z = Z e^{i\omega t} \qquad H_r = P e^{i\omega t} \qquad H_\varphi = \Phi e^{i\omega t},$$

kdež jest $\omega = \frac{2\pi}{\tau}$, τ značí periodu kmitů. Komplexní veličiny Z, P, Φ, jež v dalším budeme nazývati krátce amplitudami, nechť jsou na t nezávislé. Po dosazení do rovnic (2) a zkrácení obdržíme

$$\frac{1}{c}(4\pi\sigma + i\varepsilon\omega) Z = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\Phi) - \frac{1}{r}\frac{\partial P}{\partial \varphi}$$

$$\frac{\mu}{c} i\omega P = -\frac{1}{r}\frac{\partial Z}{\partial \varphi} \qquad \frac{\mu}{c} i\omega \Phi = \frac{\partial Z}{\partial r}. \qquad \ldots\ldots(3)$$

Dosadíme-li nyní z posledních dvou rovnic za P a Φ do rovnice první, obdržíme differenciální rovnici pro Z ve tvaru

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial Z}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 Z}{\partial \varphi^2} + k^2 Z = 0 \qquad \ldots\ldots(4),$$

kdež kladeno

$$k^2 = \frac{\mu\,\varepsilon}{c^2}\,\omega^2 - \frac{4\,\pi\,\sigma\,\mu\,\omega}{c^2}\,i \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5).$$

Hodnota veličiny k závisí patrně v první řadě na konstantách media. Jde-li o isolátor, jest $\sigma = 0$, a k reálné. Máme pak

$$k^2 = \frac{\mu\,\varepsilon}{c^2}\,\omega^2,$$

a

$$k = \frac{2\,\pi}{\lambda}\,\sqrt{\mu\,\varepsilon} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5'),$$

kdež $\lambda = c\,\tau$ značí patrně délku vlny odpovídající ve vakuu periodě τ, $\frac{\lambda}{\sqrt{\mu\,\varepsilon}}$ značí ostatně délku vlny odpovídající téže periodě v isolátoru. Ve vodičích jest k komplexní; v dobrých vodičích, jako jsou na př. kovy, jest ovšem hodnota dielektrické konstanty ε neznáma, jest však patrno, že možno tu ve výrazu (5) pro k^2 první člen obsahující ε zanedbati proti členu druhému, což vlastně neznamená nic jiného než, že v dobrých vodičích zanedbáváme Maxwellův proud posunutí vůči proudu Ohmovu. Jest tedy pak k^2 čistě maginární; abychom odstranili neurčitost znamení u k, budeme pro ně v dalším vždy voliti tu hodnotu, jejíž imaginární část má znamení záporné. Platí tedy v kovech

$$k = \frac{2\,\pi}{c}\,\sqrt{\frac{\sigma\,\mu}{\tau}}\,(1 - i) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5'').$$

Jde nyní o to stanoviti obecný integrál rovnice (4), což lze provésti dosti jednoduše. Nejdříve je patrno, že Z musí býti periodickou funkcí úhlu φ, rozvineme-li ji tedy ve Fourierovu řadu, vidíme, že partikulárními integrály rovnice (4) jsou výrazy

$$Z = R\cos n\,\varphi \quad \text{a} \quad Z = R\sin n\,\varphi,$$

kdež n jest libovolné číslo celé a kladné, R pak závisí jen na r. Dosazením do (4) obdržíme differenciální rovnici pro R, jež zní

$$\frac{1}{r}\,\frac{d}{dr}\left(r\,\frac{dR}{dr}\right) + \left(k^2 - \frac{n^2}{r^2}\right)R = 0 \quad \ldots\ldots \quad (6),$$

jež opět substitucí $u = k\,r$ přejde ve známou rovnici Besselovu

$$\frac{1}{u}\,\frac{d}{du}\left(u\,\frac{dR}{du}\right) + \left(1 - \frac{n^2}{u^2}\right)R = 0 \quad \ldots\ldots \quad (6').$$

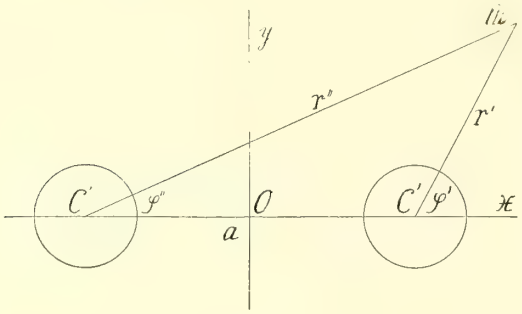
Jest tedy R obecnou Besselovou funkcí n-tého řádu, argumentu $k\,r$, takže, značí-li F_n a G_n dvě libovolné Besselovy funkce, jsou partikulárními integrály rovnice (4) výrazy

$$Z = F_n\,(k\,r)\,cos\,n\,\varphi \qquad Z = G_n\,(k\,r)\,sin\,n\,\varphi,$$

obecný integrál jest pak

$$Z = \sum_{n=0}^{\infty} [F_n\,(k\,r)\,cos\,n\,\varphi + G_n\,(k\,r)\,sin\,n\,\varphi] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7).$$

Tvar funkcí F_n a G_n dá se nyní specialisovati. — Prostor mimo válce, o němž pro jednoduchost hodláme předpokládati, že jest vyplněn vzduchem, takže v něm jest $\varepsilon = \mu = 1$, označíme indexem 1, prostor uvnitř válců indexem 2. Elektromagnetický rozruch v prostoru vnějším skládá se jednak z vlny dopadající, jednak z vln na obou válcích odražených. Vlna dopadající šíří se směrem osy y (viz výkres), budeme předpokládati, že přichází od kladných hodnot y, takže můžeme pro ni klásti v komplexním tvaru



Obr. 1.

$$Z_{1d} = e^{i\frac{2\pi}{\lambda}y} = e^{i\,k_1 y},$$

kdež $k_1 = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ značí hodnotu konstanty k definované rovnicí (5) resp. (5′) v prostoru vnějším; amplituda dopadající vlny volena rovna jedné.

Vzhledem k symmetrii celého uspořádání budeme užívati v dalším dvou polárních soustav; vrchol první z nich (r', φ') nechť jest ve středu pravého válce C', vrchol druhé (r'', φ'') ve středu válce levého C'', jak naznačeno na připojeném výkresu. V obou soustavách jest patrně

$$y = r'\,sin\,\varphi' = r''\,sin\,\varphi'',$$

takže možno klásti buď

$$Z_{1d} = e^{i\,k_1\,r'\,sin\,\varphi'} \qquad \text{nebo} \qquad Z_{1d} = e^{i\,k_1\,r''\,sin\,\varphi''}.$$

Oba tyto výrazy možno snadno rozvinouti v řadu Fourierovu; dle známého vzorce[11]) jest totiž

[11]) Srv. na př. H. Weber, Partielle Differentialgleichungen d. mathemat. Physik, 1900. p. 156.

$$e^{i x \sin\varphi} = J_0(x) + 2 J_2(x) \cos 2\varphi + 2 J_4(x) \cos 4\varphi + \ldots$$
$$+ 2 i (J_1(x) \sin\varphi + J_3(x) \sin 3\varphi + \ldots),$$

kdež $J_n(x)$ jest Besselova funkce prvního druhu, n-tého řádu. V našem případě máme tedy buď

$$Z_{1d} = J_0(k_1 r') + 2 J_2(k_1 r') \cos 2\varphi' + 2 J_4(k_1 r') \cos 4\varphi' + \ldots$$
$$+ 2 i [J_1(k_1 r') \sin\varphi' + J_3(k_1 r') \sin 3\varphi' + \ldots] \ldots\ldots (8),$$

aneb

$$Z_{1d} = J_0(k_1 r'') + 2 J_2(k_1 r'') \cos 2\varphi'' + 2 J_4(k_1 r'') \cos 4\varphi'' + \ldots$$
$$+ 2 i [J_1(k_1 r'') \sin\varphi'' + J_3(k_1 r'') \sin 3\varphi'' + \ldots] \ldots\ldots (8'),$$

oba vzorce jsou patrně identické.

Ve výrazu pro vlnu odraženou nutno Besselovy funkce voliti tak, aby výraz (7) pro velmi veliká r' resp. r'' představoval postupnou vlnu šířící se směrem rostoucího r', po případě r'', s amplitudou klesající k nulle, poněvadž patrně vliv obou válců ve veliké vzdálenosti vymizí. Jak Ignatowsky[12]) ukázal, vyhovuje této podmínce jedině funkce

$$Q_n = K_n - i \frac{\pi}{2} J_n \ldots\ldots\ldots\ldots (9),$$

kdež J_n jest Besselova funkce prvního druhu, již dříve zmíněná, K_n jest Besselova funkce druhého druhu, jak ji Heine zavedl ve svých „Kugelfunctionen“; Q_n samo se liší ostatně jen konstantním faktorem od t. zv. druhé funkce Hankelovy. Pro malé argumenty možno ku stanovení J_n a K_n užiti dosti rychle konvergujících řad

$$J_n(x) = \frac{x^n}{2 . 4 . 6 \ldots 2 n} \left(1 - \frac{x^2}{2 (2 n + 2)} + \frac{x^4}{2 . 4 (2 n + 2) (2 n + 4)} - \ldots\right),$$

$$K_n(x) = J_n(x) \log \frac{2}{\gamma x} + \left(1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n}\right) J_n(x) \ldots (10),$$
$$+ \frac{n!}{2} \sum_{s=0}^{n-1} \frac{1}{n - s} \left(\frac{2}{x}\right)^{n-s} \frac{J_s(x)}{s!} + \sum_{s=1}^{\infty} (-1)^s \frac{n + 2 s}{s (n + s)} J_{n+2s}(x),$$

kdež $\log \gamma = 0{\cdot}57722$, jest to t. zv. Mascheroni-ho konstanta. Pro argumenty veliké naproti tomu dají se funkce J_n a K_n rozvinouti v semikonvergentní řady; omezíme-li se v nich jen na první člen, což jest tím správnější, čím jest x větší a řád Besselovy funkce n nižší, máme

$$J_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin\left(x - \frac{2 n - 1}{4} \pi\right)$$
$$K_n(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2 x}} \cos\left(x - \frac{2 n - 1}{4} \pi\right) \ldots\ldots (11),$$

[12]) W. v. Ignatowsky, loc. cit.

takže pro dosti veliká r možno klásti

$$Q_n(k_1 r) = \sqrt{\frac{\pi}{2 k_1 r}}\, e^{-i\left(k_1 r - \frac{2n-1}{4}\pi\right)},$$

čili

$$Q_n(k_1 r) = i^n \sqrt{\frac{\pi}{2 k_1 r}}\, e^{-i\left(k_1 r + \frac{\pi}{4}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots (11'),$$

což vskutku představuje vlnu postupnou, šířící se směrem rostoucího r, s amplitudou klesající k nulle jako $r^{-\frac{1}{2}}$. Má-li tedy výraz (7) odpovídati vlně odražené, musíme klásti

$$F_n = A_n Q_n \qquad G_n = B_n Q_n,$$

kdež A_n a B_n jsou dosud neznámé konstanty, takže v polárních souřadnicích r', φ' obdržíme pro vlnu odraženou výraz

$$\sum_{n=0}^{\infty} (A_n' \cos n\varphi' + B_n' \sin n\varphi')\, Q_n(k_1 r'),$$

podobně mohli bychom v souřadnicích r'', φ'' klásti pro odraženou vlnu

$$\sum_{n=0}^{\infty} (A_n'' \cos n\varphi'' + B_n'' \sin n\varphi'')\, Q_n(k_1 r''),$$

a konečně je patrno, že i součet obou těchto výrazů vyhovuje všem podmínkám, jež odražená vlna má splňovati, takže celkem klademe pro ni

$$Z_{1r} = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n' \cos n\varphi' + B_n' \sin n\varphi')\, Q(k_1 r') + \sum_{n=0}^{\infty} (A_n'' \cos n\varphi'' + B_n'' \sin n\varphi'')\, Q_n(k_1 r'').$$

To možno ještě zjednodušiti. Ze symmetrie totiž plyne, že v bodu M', jenž leží k bodu M symmetricky vzhledem k ose y, jest elektrická i magnetická síla táž. Zaměníme-li tedy r' a r'', píšeme-li dále $180 - \varphi''$ místo φ' a $180 - \varphi'$ místo φ'', nesmí se poslední výraz pro Z_{1r} změniti. Snadný počet vede tak k relacím

$$A_n' = (-1)^n A_n'' = A_n \qquad B_n' = (-1)^{n-1} B_n'' = B_n,$$

takže pro amplitudu odražené vlny obdržíme konečně výraz

$$Z_{1r} = \sum_{n=0}^{\infty} A_n [Q_n(k_1 r') \cos n\varphi' + (-1)^n Q_n(k_1 r'') \cos n\varphi''] + \sum_{n=1}^{\infty} B_n [Q_n(k_1 r') \sin n\varphi' + (-1)^{n-1} Q_n(k_1 r'') \sin n\varphi''].$$

Komplexní amplituda výsledné síly elektrické v prostoru mimo válce jest pak

$$Z_1 = Z_{1d} + Z_{1r},$$

čili po dosazení

$$Z_1 = e^{ik_1 y} + \sum_{n=0}^{\infty} A_n [Q_n (k_1 r') \cos n \varphi' + (-1)^n Q_n (k_1 r'' \cos n \varphi'']$$
$$+ \sum_{n=1}^{\infty} B_n [Q_n (k_1 r') \sin n \varphi' + (-1)^{n-1} Q_n (k_1 r'') \sin n \varphi''] \quad \ldots (12).$$

Ve výrazech pro vlny lomené do válců mohou se vyskytovati jen Besselovy funkce prvního druhu, poněvadž všechny ostatní stávají se nekonečně veliké pro $r = 0$, což ovšem nastati nesmí. Jest tedy tu

$$F_n = C_n J_n \qquad G_n = D_n J_n ,$$

kdež C_n a D_n jsou nové konstanty. Pro vlnu lomenou do pravého válce klademe pak

$$Z_2' = \sum_{n=0}^{\infty} (C_n \cos n \varphi' + D_n \sin n \varphi') J_n (k_2 r') \quad \ldots (13),$$

podobně vlna lomená do levého válce jest dána výrazem

$$Z_2'' = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (C_n \cos n \varphi'' - D_n \sin n \varphi'') J_n (k_2 r'') \quad \ldots (13'),$$

při čemž v tomto druhém výrazu jsou již konstanty voleny tak, aby byla splněna dříve zmíněná podmínka symmetrie; dále k_2 značí hodnotu konstanty k definované rovnicí (5) v prostoru uvnitř válců.

Zbývá tedy nyní ještě stanoviti hodnoty konstant A_n, B_n, C_n a D_n. Ty plynou z podmínek, jež musí býti splněny na povrchu obou válců, a dle nichž tangenční složka elektrické i magnetické síly musí se měniti spojitě při přechodu z prostoru vnějšího do vnitřního. Ze symmetrie všech výrazů jest patrno, že, vyhovíme-li podmínkám hraničným na povrchu válce jednoho, budou již splněny podmínky i na povrchu druhého válce, takže stačí se omeziti na válec jediný, na př. na pravý; v dalším pak polárními souřadnicemi r a φ, na něž jsou vztaženy Maxwellovy rovnice (2), budeme rozuměti souřadnice r' a φ', jichž vrcholem jest střed pravého válce C'. Poloměr válců označíme ϱ, pak musí pro $r' = \varrho$ a pro každé φ' platiti

$$Z_1 = Z_2' \qquad \Phi_1 = \Phi_2' \quad \ldots (14),$$

kterážto druhá podmínka dá se také psáti vzhledem k rovnicím (3) ve tvaru

$$\frac{1}{\mu_1} \frac{\partial Z_1}{\partial r'} = \frac{1}{\mu_2} \frac{\partial Z_2'}{\partial r'} \quad \ldots (14').$$

Nyní musíme nejdříve výraz (12) pro Z_1 vyjádřiti úplně jako funkci proměnných r' a φ'. Poněvadž $e^{i k_1 y}$ již vyjádřeno jest, a to rovnicí (8), zbývá jen učiniti totéž se součiny $Q_n(k_1 r'') \cos n\varphi''$ a $Q_n(k_1 r'') \sin n\varphi''$, jakož i s jich derivacemi dle r'. To se dá jednoduše a elegantně provésti takto. V trojúhelníku $C'C''M$ označíme úhel $C''C'M$ na chvíli ϑ, takže jest $\vartheta = 180 - \varphi'$, dále vzdálenost os obou válců $C'C''$ označíme a. Pak platí patrně

$$r''^2 = a^2 + r'^2 - 2ar' \cos\vartheta,$$

mimo to jest

$$r'' \cos\varphi'' = a - r' \cos\vartheta$$
$$r'' \sin\varphi'' = r' \sin\vartheta.$$

Násobíme-li poslední rovnici imaginární jednotkou i a přičteme-li ji jednou k rovnici první, podruhé pak odečteme, máme

$$r'' e^{i\varphi''} = a - r' e^{-i\vartheta} \qquad r'' e^{-i\varphi''} = a - r' e^{i\vartheta},$$

z čehož dělením plyne

$$e^{-2i\varphi''} = \frac{a - r' e^{i\vartheta}}{a - r' e^{-i\vartheta}},$$

a odmocněním obdržíme

$$e^{-i\varphi''} = \left(\frac{a - r' e^{i\vartheta}}{a - r' e^{-i\vartheta}}\right)^{\frac{1}{2}},$$

kdež znamení odmocniny nutno voliti tak, aby pro $r' = 0$ byla rovna $+1$, poněvadž pak jest patrně $\varphi'' = 0$.

Máme tedy celkem

$$Q_n(k_1 r'') e^{in\varphi''} = \left(\frac{a - r' e^{i\vartheta}}{a - r' e^{-i\vartheta}}\right)^{-\frac{n}{2}} Q_n\left(k_1 \sqrt{a^2 + r'^2 - 2ar' \cos\vartheta}\right).$$

Tento výraz rozvineme nyní v řadu postupující dle Besselových funkcí prvního druhu; podle vzorce poprvé Grafem[13]) odvozeného totiž platí

$$\left(\frac{a - r' e^{i\vartheta}}{a - r' e^{-i\vartheta}}\right)^{-\frac{n}{2}} G_n\left(k_1 \sqrt{a^2 + r'^2 - 2ar' \cos\vartheta}\right)$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} G_{n+m}(k_1 a) J_m(k_1 r') e^{im\vartheta} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15),$$

kdež G_n může býti ostatně libovolná Besselova funkce, o níž zde chceme předpokládati, že pro reálné argumenty zůstává reálnou; řada na pravé

[13]) J. H. Graf, Mathematische Annalen, *43*, 143. 1893.

straně konverguje jistě, je-li $r' < a$, což jest v sousedství povrchu válce patrně vždy splněno. Ty Besselovy funkce, jichž řád jest tu dán číslem záporným, jsou definovány relacemi

$$G_{-n}(x) = (-1)^n G_n(x) \qquad J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x).$$

Zavedeme-li tedy zpět φ' místo ϑ, máme

$$G_n(k_1 r'') e^{in\varphi''} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m G_{n+m}(k_1 a) J_m(k_1 r') e^{-im\varphi'},$$

aneb, nahradíme-li dvojitou řadu na pravé straně řadou jednoduchou,

$$G_n(k_1 r'') e^{in\varphi''} = G_n(k_1 a) J_0(k_1 r') + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m J_m(k_1 r') [G_{n+m}(k_1 a) e^{-im\varphi'} + (-1)^m G_{n-m}(k_1 a) e^{im\varphi'}],$$

z čehož konečně rozloučením části reálné a imaginárné obdržíme hledané rozvoje nejdříve pro funkci G_n, a pak, klademe-li jednou $G_n = K_n$, podruhé $G_n = J_n$, i pro Q_n. Píšeme je ve tvaru

$$\begin{aligned} Q_n(k_1 r'') \cos n\varphi'' &= \sum_{m=0}^{\infty} a_{nm} \cos m\varphi' \\ Q_n(k_1 r'') \sin n\varphi'' &= \sum_{m=1}^{\infty} b_{nm} \sin m\varphi'' \end{aligned} \quad \ldots\ldots (16),$$

kdež kladeno

$$\begin{aligned} a_{n0} &= Q_n(k_1 a) J_0(k_1 r') \\ a_{nm} &= (-1)^m J_m(k_1 r') [Q_{n+m}(k_1 a) + (-1)^m Q_{n-m}(k_1 a)] \quad \ldots (16'). \\ b_{nm} &= (-1)^{m-1} J_m(k_1 r') [Q_{n+m}(k_1 a) + (-1)^{m-1} Q_{n-m}(k_1 a)]. \end{aligned}$$

Specielně pro $n = 0$ máme

$$a_{00} = Q_0(k_1 a) J_0(k_1 r'), \qquad a_{0m} = 2(-1)^m Q_m(k_1 a) J_m(k_1 r'), \quad b_{0m} = 0.$$

Derivací rovnic (16) dle r' obdržíme další rozvoje, jež píšeme ve varu

$$\begin{aligned} \frac{1}{k_1}\frac{d}{dr'}(Q_n(k_1 r'') \cos n\varphi'') &= \sum_{m=0}^{\infty} c_{nm} \cos m\varphi' \\ \frac{1}{k_1}\frac{d}{dr'}(Q_n(k_1 r'') \sin n\varphi'') &= \sum_{m=1}^{\infty} d_{nm} \sin m\varphi' \end{aligned} \quad \ldots\ldots (17),$$

kdež jest

$$\begin{aligned} c_{n0} &= Q_n(k_1 a) J'_0(k_1 r') \\ c_{nm} &= (-1)^m J_m'(k_1 r') [Q_{n+m}(k_1 a) + (-1)^m Q_{n-m}(k_1 a)] \quad \ldots (17') \\ d_{nm} &= (-1)^{m-1} J_m'(k_1 r') [Q_{n+m}(k_1 a) + (-1)^{m-1} Q_{n-m}(k_1 a)], \end{aligned}$$

při čemž kladeno

$$J_m'(x) = \frac{d J_m(x)}{d x}.$$

Speciellně pro $n = 0$ máme opět

$$c_{00} = Q_0 (k_1 a)\, J_0' (k_1 r'), \quad c_{0m} = 2 (-1)^m Q_m (k_1 a)\, J_m' (k_1 r'), \quad d_{0m} = 0.$$

Tyto vztahy nyní zavedeme do rovnice (12) pro amplitudu výsledné elektrické síly v prostoru mimo válce, a po jednoduché úpravě obdržíme vzhledem k rovnici (8)

$$Z_1 = J_0 (k_1 r') + 2 \sum_{m=1}^{\infty} J_{2m} (k_1 r') \cos 2m\varphi' + 2i \sum_{m=1}^{\infty} J_{2m-1} (k_1 r') \sin (2m-1)\varphi'$$

$$+ \sum_{m=0}^{\infty} [A_m Q_m (k_1 r') + A_0 a_{0m} - A_1 a_{1m} + A_2 a_{2m} - \ldots] \cos m\varphi'$$

$$+ \sum_{m=1}^{\infty} [B_m Q_m (k_1 r') + B_1 b_{1m} - B_2 b_{2m} + B_3 b_{3m} \ldots] \sin m\varphi',$$

a derivací dle r' obdržíme dále

$$\frac{1}{k_1} \frac{dZ_1}{dr'} = J_0' (k_1 r') + 2 \sum_{m=1}^{\infty} J_{2m}' (k_1 r') \cos 2m\varphi'$$

$$+ 2i \sum_{m=1}^{\infty} J_{2m-1}' (k_1 r') \sin (2m-1)\varphi'$$

$$+ \sum_{m=0}^{\infty} [A_m Q_m' (k_1 r') + A_0 c_{0m} - A_1 c_{1m} + A_2 c_{2m} \ldots] \cos m\varphi'$$

$$+ \sum_{m=1}^{\infty} [B_m Q_m' (k_1 r') + B_1 d_{1m} - B_2 d_{2m} + B_3 d_{3m} \ldots] \sin m\varphi'.$$

Výraz pro vlnu lomenou do pravého válce i pro její derivaci dle r' plyne přímo z rovnice (13). Dosadíme tedy nyní do rovnic (14) a (14') vyjadřujících podmínky na rozhraní a porovnáme faktory u $\cos m\varphi'$ a $\sin m\varphi'$ na obou stranách. Tím obdržíme lineární rovnice mezi koëfficienty A_m, B_m, C_m a D_m, jež se rozpadnou na dva na sobě nezávislé systémy; první z nich obsahuje jen koëfficienty A_m a C_m, druhý jen B_m a D_m. Označíme-li ještě pro stručnost

$$k_1 \varrho = p_1 \qquad k_2 \varrho = p_2 \qquad \frac{\mu_1}{\mu_2} \frac{k_2}{k_1} = \eta \quad \ldots \ldots \quad (18),$$

jest první systém

$$\begin{aligned}
&A_0 Q_0 (p_1) + A_0 a_{00} - A_1 a_{10} + A_2 a_{20} - \ldots + J_0 (p_1) = C_0 J_0 (p_2) \\
&A_1 Q_1 (p_1) + A_0 a_{01} - A_1 a_{11} + A_2 a_{21} - \ldots = C_1 J_1 (p_2) \\
&A_2 Q_2 (p_1) + A_0 a_{02} - A_1 a_{12} + A_2 a_{22} - \ldots + 2 J_2 (p_1) = C_2 J_2 (p_2) \quad \ldots . \quad (19) \\
&A_3 Q_3 (p_1) + A_0 a_{03} - A_1 a_{13} + A_2 a_{23} - \ldots = C_3 J_3 (p_2) \\
&\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&A_0 Q_0'(p_1) + A_0 c_{00} - A_1 c_{10} + A_2 c_{20} - \ldots + J_0'(p_1) = C_0 \eta J_0'(p_2)\\
&A_1 Q_1'(p_1) + A_0 c_{01} - A_1 c_{11} + A_2 c_{21} - \ldots = C_1 \eta J_1'(p_2)\\
&A_2 Q_2'(p_1) + A_0 c_{02} - A_1 c_{12} + A_2 c_{22} - \ldots + 2 J_2'(p_1) = C_2 \eta J_2'(p_2) \quad \ldots \quad (19')\\
&A_3 Q_3'(p_1) + A_0 c_{03} - A_1 c_{13} + A_2 c_{23} - \ldots = C_3 \eta J_3'(p_2)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

a analogicky druhý systém

$$
\begin{aligned}
&B_1 Q_1(p_1) + B_1 b_{11} - B_2 b_{21} + B_3 b_{31} - \ldots + 2 i J_1(p_1) = D_1 J_1(p_2)\\
&B_2 Q_2(p_1) + B_1 b_{12} - B_2 b_{22} + B_3 b_{32} - \ldots = D_2 J_2(p_2)\\
&B_3 Q_3(p_1) + B_1 b_{13} - B_2 b_{23} + B_3 b_{33} - \ldots + 2 i J_3(p_1) = D_3 J_3(p_2) \quad \ldots \quad (20)\\
&B_4 Q_4(p_1) + B_1 b_{14} - B_2 b_{24} + B_3 b_{34} - \ldots = D_4 J_4(p_2)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&B_1 Q_1'(p_1) + B_1 d_{11} - B_2 d_{21} + B_3 d_{31} - \ldots + 2 i J_1'(p_1) = D_1 \eta J_1'(p_2)\\
&B_2 Q_2'(p_1) + B_1 d_{12} - B_2 d_{22} + B_3 d_{32} - \ldots = D_2 \eta J_2'(p_2)\\
&B_3 Q_3'(p_1) + B_1 d_{13} - B_2 d_{23} + B_3 d_{33} - \ldots + 2 i J_3'(p_1) = D_3 \eta J_3'(p_2) \quad \ldots \quad (20')\\
&B_4 Q_4'(p_1) + B_1 d_{14} - B_2 d_{24} + B_3 d_{34} - \ldots = D_4 \eta J_4'(p_2)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

při čemž ovšem nutno do rovnic (16′) a (17′) pro koëfficienty $a_{n\,m}$, $b_{n\,m}$ atd. dosaditi $r' = \varrho$, tedy $k_1 r' = k_1 \varrho = p_1$.

V první řadě jsou to hodnoty koëfficientů A_m a B_m, jež nutno stanoviti, poněvadž jen ty se vyskytují ve výrazu (12) pro amplitudu výsledné elektrické síly v prostoru mimo válce; vyloučíme-li tedy ještě z rovnic (19) a (19′) koëfficienty C_n, pak z rovnic (20) a (20′) D_n, obdržíme nejdříve pro koëfficienty A_n rovnice

$$
\begin{aligned}
&A_0 [Q_0'(p_1) J_0(p_2) - \eta Q_0(p_1) J_0'(p_2)] + A_0 [c_{00} J_0(p_2) - \eta a_{00} J_0'(p_2)]\\
&\quad - A_1 [c_{10} J_0(p_2) - \eta a_{10} J_0'(p_2)] + \ldots = - J_0'(p_1) J_0(p_2) + \eta J_0(p_1) J_0'(p_2)\\
&A_1 [Q_1'(p_1) J_1(p_2) - \eta Q_1(p_1) J_1'(p_2)] + A_0 [c_{01} J_1(p_2) - \eta a_{01} J_1'(p_2)]\\
&\quad - A_1 [c_{11} J_1(p_2) - \eta a_{11} J_1'(p_2)] + \ldots = 0 \quad \ldots\ldots \quad (21)\\
&A_2 [Q_2'(p_1) J_2(p_2) - \eta Q_2(p_1) J_2'(p_2)] + A_0 [c_{02} J_2(p_2) - \eta a_{02} J_2'(p_2)]\\
&\quad - A_1 [c_{12} J_2(p_2) - \eta a_{12} J_2'(p_2)] + \ldots = - 2 J_2'(p_1) J_2(p_2) + 2 \eta J_2(p_1) J_2'(p_2)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

a podobně další rovnice pro koëfficienty B_n

$$
\begin{aligned}
&B_1 [Q_1'(p_1) J_1(p_2) - \eta Q_1(p_1) J_1'(p_2)] + B_1 [d_{11} J_1(p_2) - \eta b_{11} J_1'(p_2)]\\
&\quad - B_2 [d_{21} J_1(p_2) - \eta b_{21} J_1'(p_2)] + \ldots = - 2 i J_1'(p_1) J_1(p_2) + 2 i \eta J_1(p_1) J_1'(p_2)\\
&B_2 [Q_2'(p_1) J_2(p_2) - \eta Q_2(p_1) J_2'(p_2)] + B_1 [d_{12} J_2(p_2) - \eta b_{12} J_2'(p_2)]\\
&\quad - B_2 [d_{22} J_2(p_2) - \eta b_{22} J_2'(p_2)] + \ldots = 0 \quad \ldots\ldots \quad (21')\\
&B_3 [Q_3'(p_1) J_3(p_2) - \eta Q_3(p_1) J_3'(p_2)] + B_1 [d_{13} J_3(p_2) - \eta b_{13} J_3'(p_2)]\\
&\quad - B_2 [d_{23} J_3(p_2) - \eta b_{23} J_3'(p_2)] + \ldots = - 2 i J_3'(p_1) J_3(p_2) + 2 i \eta J_3(p_1) J_3'(p_2)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

Kdyby válce byly z látky nekonečně dobře vodivé, což ostatně bez veliké chyby možno supponovati vždy, jde-li o válce kovové, a není-li jich poloměr ϱ velmi malý, pak na místo podmínek (14) a (14′) na rozhraní nastoupí podmínka jediná: na povrchu válců musí totiž vymizeti tangenční složka elektrické síly. Jest tedy $Z_1 = 0$ pro $r' = \varrho$, a pro koëfficienty A_m a B_m obdržíme rovnice stejné jako jsou (19) a (20), pouze pravé strany nutno položiti rovny nulle.

Rovnice (21) a (21′) dají se řešiti velmi jednoduše, je-li, jak již řečeno, poloměr válců ϱ malý proti délce vlny dopadající λ, je-li tedy $p_1 = \frac{2\pi}{\lambda}\varrho$ malé. V tom případě totiž hodnoty koëfficientů A_m a B_m s rostoucím indexem klesají velmi rychle k nulle, takže zpravidla stačí, známe-li hodnoty prvních dvou, nanejvýš tří, ostatní možno už zanedbati. To je patrno z rovnic samých, uvážíme-li, že pro malé argumenty jest $Q_m(p)$ řádu p^{-m}, $Q_0(p)$ jest řádu $\log p$, tedy $Q_m'(p)$ řádu $p^{-(m+1)}$, kdežto $J_m(p)$ jest řádu p^m, a $J_m'(p)$ řádu p^{m-1}, $J_0'(p)$ řádu p. Jest tedy A_m i B_m obecně řádu p^{2m}, takže pro malé hodnoty p s rostoucím indexem m hodnoty obou koëfficientů vskutku dosti rychle klesají. K tomu přistupuje dále ta okolnost, že měření pole diffrakcí vzniklého možno konati jen v dosti veliké vzdálenosti od válců, poněvadž jinak proud v měřícím přístroji (thermoelementu, bolometru a pod.) vznikající indukuje zpět proud ve válcích a modifikuje pole jimi vzbuzené, jak ukázali Schaefer a Grossmann v citované práci, a jak v dalším ještě bude i theoreticky dokázáno. Je nyní patrno, že v tak velikých vzdálenostech eventuellní nehomogennost pole ve válcích nepadá tak na váhu. To je viděti i z výrazu pro vlnu odraženou v rovnici (12), kdež u koëfficientů A_m i B_m stojí faktor $Q_m(k_1 r')$. V bezprostředním sousedství válců jest r' a také $k_1 r'$ malé, $Q_m(k_1 r')$ jest pak řádu $(k_1 r')^{-m}$, s rostoucím m tedy roste, kdežto pro dosti veliká r' jest $Q_m(k_1 r')$, nezávisle na indexu, řádu $\frac{1}{\sqrt{k_1 r'}}$; vliv členů závisejících na φ' jest tedy tu daleko menší než v prvním případě.

Z toho plyne jednoduchá methoda k určení koëfficientů A_m a B_m. V první rovnici (21) nejdříve zanedbáme členy s A_1, A_2, atd., čímž obdržíme

$$A_0 [Q_0'(p_1) J_0(p_2) - \eta Q_0(p_1) J_0'(p_2)] + A_0 (c_{00} J_0(p_2) - \eta a_{00} J_0'(p_2)] = -J_0'(p_1) J_0(p_2) + \eta J_0(p_1) J_0'(p_2),$$

a z této rovnice stanovíme přibližnou hodnotu A_0. Tu dosadíme do druhé rovnice (21), v níž zatím zanedbáme členy s A_2, atd., a obdržíme přibližnou hodnotu A_1, podobně mohli bychom z třetí rovnice stanoviti přibližnou hodnotu A_2, atd. Dosadíme-li nyní do prvé rovnice (21) takto získané hodnoty $A_1, A_2, \ldots$, vypočteme z ní přesnější hodnotu A_0, podobně z druhé rovnice dostaneme přesnější hodnotu A_1, a další postup jest už beze všeho

patrný. Stejně stanovíme koëfficienty B_1, B_2, atd. Tato methoda vede velmi rychle k cíli, a zpravidla stačí úplně již znalost prvních přibližných hodnot A_0, A_1 a B_1. Tak na př. pro dva vodní válce ($\varepsilon = 81$) poloměru $\varrho = 0{\cdot}4\ cm$, v kontaktu, tedy $a = 0{\cdot}8\ cm$, a pro $\lambda = 10\,\pi = 31{\cdot}4\ cm$, takže $p_1 = \frac{2\,\pi}{\lambda}\,\varrho = 0{\cdot}08$, vede první počet k těmto hodnotám:

$$A_0 = -0{\cdot}0858 - 0{\cdot}294\,i, \qquad A_1 = 0{\cdot}0003 + 0{\cdot}0009\,i, \qquad B_1 = 0{\cdot}0005\,i.$$

Hodnoty koëfficientů A_1 a B_1 jsou tedy nepatrné, a při výpočtu vnějšího pole můžeme je i při poměrně malých vzdálenostech od válců (na př. 10 cm) zanedbati a omeziti se pouze na konstantní člen s A_0. Druhý počet dává pro A_0 hodnotu $-0{\cdot}0853 - 0{\cdot}295\,i$, změna jest tedy velmi malá.

Jsou-li nyní koëfficienty A_m a B_m známy, pak dosazením do (12) obdržíme hodnotu komplexní amplitudy výsledné elektrické síly v prostoru mimo válce a připojením časového faktoru $e^{i\,\omega\,t}$ i hodnotu výsledné síly samé. Klademe-li tedy $Z_1 = M + i\,N$, kdež M a N jsou reálné, jest v komplexní formě

$$E_{1z} = (M + i\,N)\,e^{i\,\omega\,t},$$

a podržíme-li pouze část reálnou,

$$E_{1z} = M\,cos\,\omega\,t - N\,sin\,\omega\,t.$$

Měření udávají zpravidla střední časovou hodnotu čtverce E_{1z}^2, tedy

$$\overline{E}_{1z}^2 = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} E_{1z}^2\,dt,$$

kdež τ značí periodu kmitů. Po dosazení za E_{1z} a provedení jednoduchého počtu obdržíme

$$\overline{E}_{1z}^2 = \frac{1}{2}\,(M^2 + N^2).$$

Táž střední hodnota v dopadající vlně, čili v poli, jež vzniká bez válců, jest rovna $\frac{1}{2}$, takže možno říci, že $M^2 + N^2$ udává poměr mezi střední intensitou pole vzniklého v určitém místě ohybem na válcích a mezi „původní" střední hodnotou pole, t. j. tou, jež byla na témž místě dříve než byly válce vloženy dopadající vlně v cestu. Tento poměr označíme v dalším R^2.

Abychom jej stanovili, klademe

$$A_n = \alpha_n + i\,\gamma_n \qquad B_n = \beta_n + i\,\delta_n,$$

dále jest

$$Q_n = K_n - i\,\frac{\pi}{2}\,J_n,$$

při čemž Besselovy funkce K_n a J_n jsou pro reálné argumenty $k_1 r'$ a $k_1 r''$ taktéž reálné. Dosazením do rovnice (12) a rozloučením části reálné a imaginárné obdržíme

$$M = \cos k_1 y + P \qquad N = \sin k_1 y + Q,$$

kdež jest

$$\begin{aligned} P = &\sum_{n=0}^{\infty} K_n (k_1 r') (\alpha_n \cos n\varphi' + \beta_n \sin n\varphi') \\ &+ \frac{\pi}{2} \sum_{n=0}^{\infty} J_n (k_1 r') (\gamma_n \cos n\varphi' + \delta_n \sin n\varphi') \\ &+ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n K_n (k_1 r'') (\alpha_n \cos n\varphi'' - \beta_n \sin n\varphi'') \\ &+ \frac{\pi}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n J_n (k_1 r'') (\gamma_n \cos n\varphi'' - \delta_n \sin n\varphi'') \end{aligned} \quad \ldots (22),$$

$$\begin{aligned} Q = &\sum_{n=0}^{\infty} K_n (k_1 r') (\gamma_n \cos n\varphi' + \delta_n \sin n\varphi') \\ &- \frac{\pi}{2} \sum_{n=0}^{\infty} J_n (k_1 r') (\alpha_n \cos n\varphi' + \beta_n \sin n\varphi') \\ &+ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n K_n (k_1 r'') (\gamma_n \cos n\varphi'' - \delta_n \sin n\varphi'') \\ &- \frac{\pi}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n J_n (k_1 r'') (\alpha_n \cos n\varphi'' - \beta_n \sin n\varphi'') \end{aligned} \quad \ldots (22'),$$

a z toho plyne dále

$$M^2 + N^2 = R^2 = 1 + P^2 + Q^2 + 2 (P \cos k_1 y + Q \sin k_1 y) \ldots (23).$$

Obecná diskusse těchto vzorců je patrně nemožná; značné zjednodušení však nastane, omezíme-li se na případ, kdy vzdálenosti r' a r''' pozorovacího místa od obou válců jsou tak veliké proti délce vlny λ, že Besselovy funkce J_n a K_n v rovnicích (22) a (23′) dají se vyjádřiti asymptotickými vzorci (11). Klademe-li tu

$$\psi' = k_1 r' + \frac{\pi}{4}, \qquad \psi'' = k_1 r'' + \frac{\pi}{4} \ldots\ldots (24),$$

obdržíme po snadném počtu pro P a Q výrazy, jež možno psáti ve tvaru

$$P = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\lambda}{r'}}\,(F' \cos \psi' + G' \sin \psi') + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\lambda}{r''}}\,(F'' \cos \psi'' + G'' \sin \psi''),$$

$$Q = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\lambda}{r'}}\,(G' \cos \psi' - F' \sin \psi') + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\lambda}{r''}}\,(G'' \cos \psi'' - F'' \sin \psi''),$$

kdež klademe

$$\begin{aligned} F' &= \alpha_0 - (\gamma_1 \cos \varphi' + \delta_1 \sin \varphi') - (\alpha_2 \cos 2\varphi' + \beta_2 \sin 2\varphi') \\ &\quad + (\gamma_3 \cos 3\varphi' + \delta_3 \sin 3\varphi') + \ldots \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \ldots\ldots\ldots \quad (25), \\ G' &= \gamma_0 + (\alpha_1 \cos \varphi' + \beta_1 \sin \varphi') - (\gamma_2 \cos 2\varphi' + \delta_2 \sin 2\varphi') \\ &\quad - (\alpha_3 \cos 3\varphi' + \beta_3 \sin 3\varphi') + \ldots \end{aligned}$$

a výrazy pro F'' a G'' obdržíme z výrazů pro F' a G', klademe-li v nich $180 - \varphi''$ místo φ'. Po dosazení do rovnice (23) máme pak

$$\begin{aligned} R^2 &= 1 + \frac{\lambda}{4r'}(F'^2 + G'^2) + \frac{\lambda}{4r''}(F''^2 + G''^2) \\ &+ \frac{\lambda}{2\sqrt{r'r''}}[(F'F'' + G'G'')\cos(\psi' - \psi'') - (F'G'' - F''G')\sin(\psi' - \psi'')] \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \ldots \quad (26). \\ &+ \sqrt{\frac{\lambda}{r'}}[(F\cos(k_1 y + \psi') + G'\sin(k_1 y + \psi')] \\ &+ \sqrt{\frac{\lambda}{r''}}[(F''\cos(k_1 y + \psi'') + G''\sin(k_1 y + \psi'')] \end{aligned}$$

Poslední dva členy jsou periodické; intensita pole mění se tedy obecně periodicky s polohou pozorovacího místa, a vznikají interferenční pruhy. Ovšem diskusse i tohoto vzorce jest obtížná, poněvadž koëfficienty F', G', F'' a G'' závisejí mezi jiným i na φ' a φ'', změní-li se tedy poloha pozorovacího místa, změní se jich hodnota také. Ale přes to můžeme je pokládati s dosti velikou přesností za stálé, jednak protože, jak již řečeno, hodnoty koëfficientů α_n, β_n, atd. klesají dosti rychle s rostoucím indexem, takže vliv členů závisejících na φ' a φ'' jest nepatrný, jednak také proto, že ve velikých vzdálenostech od válců úhly φ' a φ'' se mění poměrně zvolna.

Z rovnice (26) jest pak patrno, že bude nejlépe stopovati průběh intensity na křivkách, pro něž rozdíl $\psi' - \psi''$ má hodnotu stálou. Poněvadž jest $\psi' - \psi'' = \frac{2\pi}{\lambda}(r' - r'')$, jsou to patrně hyperboly, jichž ohniska spadají do středů obou válců; v prostoru jsou to vlastně hyperbolické válce. Pro $\psi' - \psi'' = 0$ přijdou obě hyperboly v osu symmetrie, pro $\psi' - \psi'' = \pm \frac{2\pi}{\lambda} a$ v přímky k ose symmetrie kolmé a jdoucí ze středu válců do nekonečna. Vzhledem k tomu, že vyšetřujeme pole ve velikých vzdálenostech od válců, možno vždycky příslušnou část hyperboly nahraditi její asymptotou, ovšem musí tu býti r' a r'' dosti veliké nejen proti délce vlny λ, ale i proti vzdálenosti obou válců a. Úhel asymptoty se zápornou osou y-ovou (viz výkres) označíme χ, v dalším budeme jej nazývati úhlem ohybovým.

Přejdeme-li nyní podle některé z těchto přímek od jednoho maxima nebo minima k nejblíže následujícímu, a vzroste-li při tom y o Δy, ψ'

nebo ψ'' o $\Delta\psi$ — vzrůst obou jest stejný — jest dle rovnice (26) tím přesnější, čím jest větší r' a r'',

$$k_1 \Delta y + \Delta\psi = 2\pi.$$

Z rovnice (24) plyne $\Delta\psi = k_1 \Delta r$, kdež r značí vzdálenost pozorovacího místa od osy kteréhokoliv z válců, aneb také od počátku soustavy O. Dále jest patrně $y = -r\cos\chi$, tedy $\Delta y = -\Delta r\cos\chi$, a pro vzdálenost dvou po sobě následujících maxim a minim, jež odpovídají ohybovému úhlu χ, obdržíme z poslední rovnice

$$\Delta r = \frac{\lambda}{1 - \cos\chi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (27).$$

V rovině symmetrie, ale před válci, jest $\chi = \pi$, tu tedy jsou interferenční pruhy nejhustší, jich vzdálenost obnáší $\frac{\lambda}{2}$, v rovině proložené osami válců jest $\chi = \pm\frac{\pi}{2}$, tedy $\Delta r = \lambda$, vzdálenost interferenčních pruhů jest tu tedy dvakrát větší než v předešlém případě, konečně v rovině symmetrie, ale za válci, jest $\chi = 0$, tedy Δr nekonečně veliké, interferenční pruhy tu tedy vůbec nevznikají, aspoň ne ve velikých vzdálenostech. Ze vzorce (26) plyne, že intensita pruhů klesá s rostoucí vzdáleností od válců; jest také zajímavo, že se nemění symmetricky vzhledem k intensitě původní (bez válců), poněvadž v rovnici (26) neperiodický člen se obecně liší od jedné. Poloha jednotlivých maxim a minim, jakož i jich intensita, tím ovšem dosud není stanovena, ta závisí na všech konstantách vyskytujících se v rovnici (26), tedy v první řadě na vzdálenosti válců, na jich poloměru a konečně i na jich materiálu. Pokud se týče závislosti na vzdálenosti válců, jest patrno z rovnice (26) aspoň tolik, že intensita pole v určitém místě se mění periodicky, vzdalují-li se válce od sebe, což patrně souvisí s interferencí obou vln odražených na válcích; nějaký jednoduchý vztah se tu však udati nedá, aspoň potud, pokud není vzdálenost válců tak veliká, že je možno jich vzájemný účinek zanedbati.

Rovnice (26) se ještě zjednoduší, jde-li o válce poloměrů velmi malých. Pak podle toho, co řečeno dříve, můžeme ve výrazech (25) pro F' a G' a podobně i v F'' a G'' vynechati všechny členy vyjma první, takže máme

$$F' = F'' = \alpha_0 \qquad G' = G'' = \gamma_0;$$

se stejnou přesností ponecháme na levé straně první rovnice (21) jen první dva členy s A_0. Dále plyne z rovnice (10) vzhledem k tomu, že $p_1 = \frac{2\pi}{\lambda}\varrho$ jest velmi malé,

$$J_0(p_1) = 1 \quad J_0'(p_1) = -\frac{p_1}{2} \quad Q_0(p_1) = \log\frac{2}{\gamma p_1} \quad Q_0'(p_1) = -\frac{1}{p_1}.$$

Jde-li nyní o válce z dielektrika, jest $p_2 = p_1 \sqrt{\varepsilon}$ — permaebilitu μ volíme pro jednoduchost rovnu jedné — také malé, a pro $J_0(p_2)$, $J_0'(p_2)$, atd. platí podobné vzorce. Dosazením do první rovnice (21) a zanedbáním veličin vyššího řádu obdržíme pak vzhledem k tomu, že jest tu $\eta = \sqrt{\varepsilon}$,

$$A_0 = 2\left(\frac{\pi\varrho}{\lambda}\right)^2(\varepsilon - 1),$$

z čehož plyne

$$F' = 2\left(\frac{\pi\varrho}{\lambda}\right)^2(\varepsilon - 1), \qquad G' = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (28),$$

takže konečně z rovnice (26) obdržíme s toutéž přesností

$$R^2 = 1 + 2(\varepsilon - 1)\frac{\pi^2\varrho^2}{\lambda^{\frac{3}{2}}}\left(\frac{1}{\sqrt{r'}}\cos(k_1 y + \psi') + \frac{1}{\sqrt{r''}}\cos(k_1 y + \psi'')\right) \ldots (28').$$

Poněvadž ve velikých vzdálenostech od válců r' a r'' se liší poměrně málo, možno ve jmenovatelích periodického členu klásti $r' = r''$; poloha maxim a minim jest pak určena maximy resp. minimy výrazu

$$\cos(k_1 y + \psi') + \cos(k_1 y + \psi'')$$
$$= 2\cos\frac{\psi' - \psi''}{2}\cos\left(k_1 y + \frac{\psi' + \psi''}{2}\right) \ldots\ldots (28'').$$

V posledním faktoru na pravé straně možno klásti

$$\psi' + \psi'' = k_1(r' + r'') + \frac{\pi}{2} = k \cdot 2r + \frac{\pi}{2},$$

kdež r značí vzdálenost pozorovacího místa od středu O, dále jest $y = -r\cos\chi$, takže celkem obdržíme

$$k_1 y + \frac{\psi' + \psi''}{2} = \frac{2\pi}{\lambda}[r(1 - \cos\chi)] + \frac{\pi}{4};$$

maximum tedy nastane, je-li

$$r = \left(n - \frac{1}{8}\right)\frac{\lambda}{1 - \cos\chi},$$

minimum, je-li

$$r = \left(n + \frac{3}{8}\right)\frac{\lambda}{1 - \cos\chi};$$

n značí tu číslo celé. Z toho plyne zajímavý výsledek, že poloha maxim a minim jest nezávislá na dielektrické konstantě ε, jež se tu vůbec nevyskytuje; ovšem intensita interferenčních pruhů s ε roste, jak patrno z rovnice (28′). Tato nezávislost poloh maxim a minim na dielektrické konstantě jest splněna velice přesně i při malých vzdálenostech od válců, jak pro případ jediného válce z dielektrika dokázali Schaefer a Grossmann numerickým výpočtem. Intensita interferenčních pruhů závisí dále na hodnotě rozdílu $\psi' - \psi''$ a mění se s ním periodicky, jak patrno z výrazu (28″); v těch místech, kde jest $\psi' - \psi'' = (2n + 1)\pi$, čili $r' - r'' = (n + \frac{1}{2})\lambda$, interferenční pruhy vůbec nevznikají. Tak na př. pro body položené v rovině jdoucí osami válců jest $r' - r'' = a$; interferenční pruhy tu tedy nevzniknou, je-li vzdálenost válců a rovna $(n + \frac{1}{2})\lambda$. To patrně souvisí s již zmíněnou interferencí obou reflektovaných vln; z výrazu pro A_0 jest ostatně viděti, že v tomto přiblížení zanedbáváme vzájemný účinek válců, a výsledné pole jest pak dáno jednoduše interferencí polí, jež by vzbuzovaly oba válce samy o sobě.

Ze vzorce (28′), který ostatně již Rayleigh-ovi [14]) byl znám je také patrno, že modifikace původního pole válci způsobená — velikost její udává druhý člen na pravé straně té rovnice — roste se čtvercem poloměru válců a mimo to jest tím větší, čím jest kratší dopadající vlna. Dopadá-li tedy na válce záření, v němž jsou zastoupeny různé délky vlny, pak ve vlně odražené bude záření kratších délek vlny sesíleno; kdyby tedy šlo o záření viditelné, bude odražené světlo zbarveno modravě.

Jsou-li válce z materiálu vodivého, na př. z kovu, pak jest nejdříve k_2 komplexní, jak patrno z rovnice (5″). Konstanta vodivosti kovů σ, která tu musí býti dána v jednotkách elektrostatických, jest velmi veliká, tak na př. pro měď máme $\sigma = 5{\cdot}25 \,.\, 10^{17}$, pro platinu jest $\sigma = 6{\cdot}2 \,.\, 10^{16}$. Za obvyklých poměrů, jak se vyskytují u Hertzových vln, jest pak i k_2 dáno velikým číslem, a totéž platí i o $p_2 = k_2 \varrho$, pokud ovšem není poloměr válců ϱ extrémně malý. Pro měděný válec na př. poloměru $\varrho = 0{\cdot}1\ cm$ a při délce vlny $\lambda = 30\ cm$ jest $p_2 = 480\,(1 - i)$, jest tedy vskutku veliké.

Zanedbáme-li nyní v první rovnici (21) členy s A_1, A_2, atd., obdržíme pro A_0 hodnotu, již píšeme ve tvaru

$$A_0 = \frac{m}{n - Q_0(k_1 a)\, m},$$

kdež kladeno

$$m = \frac{J_0'(p_2)}{J_0(p_2)} J_0(p_1) - \frac{k_1}{k_2} J_0'(p_1),$$

$$n = -\frac{J_0'(p_2)}{J_0(p_2)} Q_0(p_1) + \frac{k_1}{k_2} Q_0'(p_1).$$

[14]) Lord Rayleigh, Phil. Mag. *12*, 81. 1881.

Poněvadž p_2 má tu hodnotu velmi velikou, možno ku stanovení poměru $\frac{J_0'(p_2)}{J_0(p_2)}$ užiti asymptotických vzorců (11). Dle nich jest

$$J_0(p_2) = \sqrt{\frac{2}{\pi p_2}} \sin\left(p_2 + \frac{\pi}{4}\right),$$

což jest správné až na veličiny řádu $\frac{1}{p_2}$; s toutéž přesností obdržíme dále

$$J_0'(p_2) = \sqrt{\frac{2}{\pi p_2}} \cos\left(p_2 + \frac{\pi}{4}\right),$$

takže jest

$$\frac{J_0'(p_2)}{J_0(p_2)} = \cot\left(p_2 + \frac{\pi}{4}\right).$$

Pro komplexní argumenty, jichž imaginární část jest negativní a velmi veliká, konverguje *cot* k hodnotě i; máme tedy

$$\frac{J_0'(p_2)}{J_0(p_2)} = i\,;$$

hodnota tohoto podílu jest tedy vždy konečná. Naproti tomu jest $\frac{k_1}{k_2}$ velmi malé, takže, pokud není, jak již řečeno, ϱ extrémně malé proti délce vlny, můžeme v posledním výrazu pro A_0 členy s $\frac{k_1}{k_2}$ zanedbati, a tím obdržíme

$$A_0 = -\frac{J_0(p_1)}{Q_0(p_1) + Q_0(k_1 a) J_0(p_1)}.$$

V tomto výrazu se konstanty charakterisující materiál válců vůbec nevyskytují, a je patrno, že bychom obdrželi pro A_0 touž hodnotu, kdybychom v první rovnici (19) položili pravou stranu rovnou nulle, kdybychom tedy supponovali, že jsou válce z látky nekonečně dobře vodivé; konstanta vodivosti nemá tedy vlivu ani na rozdělení, ani na intensitu interferenčních pruhů.

Poněvadž p_1 jest malé, zjednoduší se poslední vzorec ještě dále, takže jest

$$A_0 = -\frac{1}{\log \frac{2}{\gamma p_1}} = -\frac{1}{\log \frac{\lambda}{\gamma \pi \varrho}},$$

a z toho plyne dále

$$F' = -\frac{1}{\log \frac{\lambda}{\pi \gamma \varrho}} \qquad G' = 0 \quad \ldots\ldots (29),$$

a dosazením do rovnice (26) dostaneme konečně

$$R^2 = 1 - \frac{\sqrt{\lambda}}{\log \frac{\lambda}{\pi \gamma \varrho}} \left(\frac{1}{\sqrt{r'}} \cos (k_1 y + \psi') + \frac{1}{\sqrt{r''}} \cos (k_1 y + \psi'') \right) \ldots (29').$$

Interferenční pruhy vznikají tu tedy na týchž místech jako, jsou-li válce z dielektrika, avšak maxima a minima jsou zaměněna. I jiné rozdíly se tu ukazují, srovnáme-li tento vzorec se vzorcem (28') platícím pro válce dielektrické. Intensita vlny na válcích odražené mění se tu s poloměrem válců daleko pomaleji, poněvadž ϱ se tu vyskytuje v logarithmu, mimo to jest tu menší, je-li délka vlny dopadající kratší; takže, kdyby na válce dopadalo viditelné záření, bude odražené světlo zbarveno červenavě. Vzorec (29') udal poprvé J. J. Thomson[15]; rozsah platnosti jeho jest však daleko menší než vzorce (28').

Zajímavý jest také průběh intensity výsledného pole v rovině symmetrie, ale za válci; jak již řečeno, v distancích dosti velikých tu interferenční pruhy nevznikají, takže, vzniknou-li vůbec, jest jich počet jistě konečný. Poněvadž jde o děje na ose symmetrie, jest $r' = r''$, $\psi' = \psi''$, $F' = F''$, $G' = G''$, dále za válci jest y záporné, a je-li r' veliké i proti vzdálenosti os obou válců a, možno klásti $y = -r'$, takže jest $k_1 y + \psi' = \frac{\pi}{4}$, a z rovnice (26) plyne jednoduše

$$R^2 = 1 + \sqrt{\frac{2\lambda}{r'}} (F' + G') + \frac{\lambda}{r'} (F'^2 + G'^2) \ldots \ldots (30).$$

Ve velikých vzdálenostech od válců mění se veličiny F' a G' poměrně zvolna; můžeme je tedy pokládati přibližně za stálé. Je-li nyní $F' + G'$ kladné, jest za válci všude $R^2 > 1$, nastává tedy sesílení původní intensity pole, jež ovšem s rostoucí vzdáleností od válců klesá. Je-li $F' + G'$ záporné, pak ve vzdálenostech velmi velikých jest pole jistě seslabeno, poněvadž vždy možno voliti r' tak veliké, aby v posledním výrazu pro R^2 druhý člen byl větší než třetí; ve vzdálenostech menších může býti pole buď také seslabeno nebo sesíleno. V prvním případě intensita pole za válci s rostoucí vzdáleností neustále stoupá, blížíc se k hodnotě původní, v druhém případě s počátku klesá, dosáhne minima a pak už jen stoupá. Který z těchto uvedených tří případů nastane, to možno rozhodnouti jen přímým vypočtením hodnot koëfficientů F' a G'; pouze, je-li ϱ velmi malé, možno počet provésti přímo. Jde-li o válce z dielektrika, je tu F' a G' dáno rov-

[15]) J. J. Thomson, Recent Researches in Electricity and Magnetism, Oxford. 1893, pag. 431.

ničemi (28), takže dosazením do rovnice (30) obdržíme, zanedbáme-li současně veličiny vyššího řádu,

$$R^2 = 1 + 2\sqrt{\frac{2}{r'}}\,(\varepsilon - 1)\,\frac{\pi^2\,\varrho^2}{\lambda^{3/2}};$$

pole jest tedy za válci sesíleno. U vodičů jest F' a G' dáno rovnicemi (29); z rovnice (30) plyne pak

$$R^2 = 1 - \sqrt{\frac{2\,\lambda}{r'}}\,\frac{1}{log\,\frac{\lambda}{\pi\,\gamma\,\varrho}};$$

v tomto případě jest tedy pole za válci seslabeno, jak se ostatně dalo očekávati přímo.

Všechny tyto úvahy ovšem platí jen pro případ, že pozorovací místo jest od válců značně vzdáleno, a celkem lze říci, že v těchto velikých vzdálenostech jest průběh intensity pole u dvou válců docela podobný jako u válce jediného, umístěného v O. Také tam vznikají interferenční pruhy, jichž vzdálenost, ba i poloha maxim a minim souvisejí s délkou vlny λ a s ohybovým úhlem χ docela tak, jak bylo nalezeno v případě zde uvažovaném. To lze snadno vysvětliti. Jde-li o ohyb na jednom válci, máme jedinou odraženou vlnu, naproti tomu u dvou válců vznikají odražené vlny dvě, jež jsou dány zcela podobnými výrazy jako u válce jednoho; tyto dvě vlny spolu interferují. Když nyní vyšetřujeme průběh intensity pole ve veliké vzdálenosti a v určitém ohybovém úhlu χ, pak podél celé této přímky (asymptoty) zůstává rozdíl $r' - r''$, a tedy i fásová difference obou interferujících vln stálá, takže vliv interference se jeví pouze ve stejnoměrné změně intensity; poloha i rozdělení interferenčních pruhů jest však totéž. Z toho lze souditi dále, že, je-li vzdálenost obou válců malá proti délce vlny, pak i v bodech dosti blízko u válců ležících bude průběh zjevů podobný jako u válce jednoho, poněvadž fázový rozdíl obou interferujících vln nikde nedosahuje značnější hodnoty. Tak na př. ukázal S e i t z přímým numerickým výpočtem pro jeden válec kovový, a podobně S c h a e f e r pro válec dielektrický, že v bodech ležících za válcem interferenční pruhy vůbec nevznikají, ani v bezprostředním sousedství válců, nýbrž u kovových válců intensita pole s rostoucí vzdáleností neustále stoupá od hodnoty téměř nullové — nejde-li o velmi jemný drát — k hodnotě původní (bez válců), kdežto u dielektrických válců jest průběh složitější. Pokud jest totiž poloměr válce malý, jest pole bezprostředně za válcem sesíleno, intensita jeho pak s rostoucí vzdáleností klesá k původní hodnotě; toto sesílení spočátku roste s poloměrem válce, pak dosahuje maxima a klesá. Nyní nastane druhý případ; intensita pole s rostoucí vzdáleností klesne až pod původní hodnotu, dosáhne minima a pak stoupá, konečně, je-li poloměr válce ještě větší, jest pole za válcem seslabeno, a intensita jeho

stoupajíc s rostoucí vzdáleností se blíží k původní hodnotě. Je patrno, že celkem tytéž vztahy lze očekávati i v případě ohybu na dvou válcích, je-li jich vzdálenost malá proti délce vlny; také tu za válci nevznikají interferenční pruhy, a průběh intensity, jakož i jeho závislost na poloměru válců bude celkem docela podobná.

Je-li ovšem vzdálenost válců větší, pak interferenční pruhy na ose symmetrie, za válci, mohou vzniknouti, a v případě, že vzdálenost válců jest velmi veliká proti délce vlny, dá se přímo dokázati, že vskutku vzniknou. To plyne ze vzorce (24), jenž nyní platí patrně pro všechny body osy symmetrie, na níž mimo to se ještě zredukuje a zní

$$R^2 = 1 + \frac{\lambda}{\gamma'}(F'^2 + G'^2) + 2\sqrt{\frac{\lambda}{\gamma'}}\,[F' \cos(k_1 y + \psi') + G' \sin(k_1 y + \psi')].$$

Uprostřed mezi válci (na ose x-ové) jest $y = 0$, tedy argument obou periodických členů jest $\psi = \frac{\pi}{\lambda} a + \frac{\pi}{4}$, ve velmi veliké vzdálenosti od válců naproti tomu jest, jak již ukázáno, $\psi = \frac{\pi}{4}$; pro dosti veliká a vytvoří se tedy na ose symmetrie vždy maxima a minima, ovšem v konečném počtu.

Tab. 1.

$\sigma = 5{\cdot}25 \,.\, 10^{17}$ $\qquad \varrho = 0{\cdot}05\ cm$ $\qquad \lambda = 31{\cdot}4\ cm$

d	$a = 1\ cm$			$a = 15\ cm$		
	$x=0,\ y \geqq 0$	$y=0$	$x=0,\ y \leqq 0$	$x=0,\ y \geqq 0$	$y=0$	$x=0,\ y \leqq 0$
0 *cm*	0·180	0·180	0·180	1·555	1·555	1·555
2·5	0·869	0·488	0·314	1·951	1·404	1·164
5	1·533	0·886	0·458	2·038	0·968	0·913
7·5	1·636	1·181	0·537	1·629	0·000	0·773
10	1·266	1·375	0·589	0·952	0·760	0·716
12·5	0·809	1·458	0·626	0·488	0·996	0·686
15	0·638	1·437	0·655	0·555	1·104	0·672
17·5	0·838	1·329	0·678	1·049	1·139	0·668
20	1·182	1·147	0·697	1·521	1·126	0·669
22·5	1·355	0·997	0·712	1·583	1·087	0·673
25	1·223	0·850	0·726	1·210	1·037	0·677
27·5	0·930	0·758	0·738	0·748	0·990	0·682
30	0·744	0·737	0·748	0·589	0·957	0·689
32·5	0·817	0·783	0·758	0·844	0·942	0·695
35	1·064	0·882	0·766	1·261	0·945	0·700
37·5	1·253	1·006	0·773	1·466	0·962	0·707
40	1·162	1·125	0·781	1·287	0·986	0·712

Tab. 2.

$\varepsilon = 81$ $\varrho = 0{\cdot}25\ cm$ $\lambda\ 31{\cdot}4\ cm$

d	$a = 1\ cm$			$a = 15\ cm$		
	$x=0,\ y\geqq 0$	$y=0$	$x=0,\ y\leqq 0$	$x=0,\ y\geqq 0$	$y=0$	$x=0,\ y\leqq 0$
0 *cm*	2·033	2·033	2·033	0·682	0·682	0·682
2·5	0·651	1·191	1·703	0·556	0·741	0·870
5	0·349	0·655	1·427	0·633	0·953	1·006
7·5	0·830	0·495	1·315	0·961	—	1·082
10	1·419	0·507	1·253	1·318	1·092	1·120
12·5	1·609	0·648	1·214	1·437	0·952	1·138
15	1·315	0·867	1·187	1·242	0·911	1·147
17·5	0·987	1·097	1·167	0·905	0·913	1·150
20	0·621	1·285	1·152	0·706	0·940	1·150
22·5	0·790	1·399	1·139	0·793	0·977	1·149
25	1·160	1·416	1·129	1·066	1·008	1·147
27·5	1·387	1·344	1·120	1·279	1·129	1·144
30	1·283	1·207	1·114	1·155	1·037	1·142
32·5	0·964	1·036	1·108	1·028	1·037	1·138
35	0·725	0·878	1·103	0·809	1·033	1·134
37·5	0·771	0·766	1·098	0·785	1·014	1·132
40	1·039	0·723	1·094	0·964	0·998	1·130

V připojených dvou tabulkách (tab. 1. a 2.) jest propočítán průběh intensity pole v bezprostředním sousedství válců; v první pro dva válce měděné (konstanta vodivosti $\sigma = 5{\cdot}25 \cdot 10^{17}$ v absol. míře elstat.) poloměru $\varrho = 0{\cdot}05\ cm$, v druhé pro dva válce vodní (dielektrická konstanta $\varepsilon = 81$) poloměru $\varrho = 0{\cdot}25\ cm$. Délka vlny $\lambda = 31{\cdot}4\ cm$, vzdálenost os obou válců volena jednou $a = 1\ cm$, podruhé $a = 15\ cm$; v prvním případě jest tedy malá proti délce vlny, v druhém rovna asi její polovici. Hodnoty d v prvním sloupci uvedené značí vzdálenost pozorovacího místa od bodu O (viz výkres); v druhém resp. pátém sloupci jsou uvedeny hodnoty intensity pole na ose symmetrie před válci ($x = 0,\ y \geqq 0$), ve čtvrtém resp. sedmém hodnoty intensity pole na ose symmetrie za válci ($x = 0,\ y \leqq 0$), konečně v třetím a šestém sloupci jest udán průběh intensity pole v rovině proložené osami obou válců ($y = 0$). Z tabulek jest patrno, že, jak před válci, tak v rovině jdoucí osami válců vznikají interferenční pruhy; jest zajímavo, že, pokud vzdálenost válců jest malá proti délce vlny, jest vzdálenost, ba i poloha maxim a minim velmi přibližně stejná, jak bylo nalezeno pro body od válců značně vzdálené. Odlehlost dvou po sobě následujících maxim a minim má obnášeti v rovině symmetrie před válci $\frac{\lambda}{4}$, v rovině $y = 0$ pak $\frac{\lambda}{2}$, obojí jest dosti dobře splněno; také se

ukazuje, že, vzniká-li ohyb jednou na válcích kovových, podruhé na válcích z dielektrika (poloměru dosti malého), jest poloha maxim a minim přibližně zaměněna. Je-li vzdálenost os obou válců téhož řádu jako délka vlny, vystupuje interference obou odražených vln; to je v našem případě nejlépe viděti z průběhu intensity v rovině $y = 0$, kde pro body, jež leží mimo válce ($d > 7{\cdot}5\ cm$) intensita se mění s polohou pozorovacího místa poměrně nepatrně; účinek obou válců se tu totiž seslabuje následkem toho, že jich vzdálenost se rovná přibližně poloviční délce vlny. V rovině symmetrie za válci interferenční pruhy nevznikají; pro $a = 1\ cm$ intensita se tu mění způsobem již dříve popsaným, pro $a = 15\ cm$ vytvoří se za válci minimum resp. maximum intensity, a je patrno, že s rostoucí vzdáleností obou válců budou vznikati nová maxima a minima, a vytvoří se interferenční pruhy.

Jinou důležitou otázkou jest, jak se mění intensita pole v libovolném místě za válci s rostoucí vzdáleností os obou válců a. Z rovnic (21) a (22) pro koëfficienty A_n a B_n, v nichž členy s a_{mn}, b_{mn}, atd. odpovídají vzájemnému účinku obou válců, je patrno, že vzájemný účinek obou válců mění se periodicky, vzdalují-li se válce od sebe, ve výrazech pro a_{mn}, b_{mn}, atd. vyskytuje se totiž periodická funkce $Q_n(k_1 a)$; periodou jest tu přibližně délka vlny λ, a sice tím přesněji, čím jest větší vzdálenost obou válců, ovšem současně klesá amplituda těchto změn. To vše lze ostatně pochopiti i přímo. Vzniká-li ohyb na jediném válci, jak již řečeno, v rovině kolmé ku směru dopadající vlny ($y = 0$) vytvoří se interferenční pruhy, vzdálenost sousedního maxima a minima obnáší tu zhruba polovici délky vlny; mimo to, jde-li o válec kovový, můžeme s velikou přibližností předpokládati, že první minimum leží ve válci samém. Z toho můžeme nyní souditi, že, je-li vzdálenost válců rovna lichému počtu poloviční délek vlny, budou se válce ve svém vlivu na změnu pole navzájem seslabovati, a poněvadž účinek jediného válce v případě nyní uvažovaném, kdy totiž dopadající vlna jest polarisována na kolmo k osám válců, jeví se v tom, že intensita pole za válcem jest seslabena, čili, jak říkáme, válec stíní, bude u dvou válců tento stín seslaben; naproti tomu, je-li vzdálenost válců rovna sudému počtu půlvln, čili celému počtu vln, bude stín za válci sesílen. To ovšem platí jen pro body, jichž vzdálenost od válců jest dosti veliká; v bodech blízkých přistupuje i vliv interference obou odražených vln, jak již vyloženo, a tu jsme opět odkázáni na číselný výpočet. V připojené tab. 3. jsou udány hodnoty intensity pole dvou měděných válců poloměru $\varrho = 0{\cdot}05\ cm$, při různé vzdálenosti os a a téže délce vlny co dříve. Pole stanoveno v místě, jež leží 10 cm za rovinou proloženou osami obou válců ($y = -10\ cm$), a to jednou na ose symmetrie ($x = 0$), podruhé za jedním z válců $\left(\varphi' = -\frac{\pi}{2}\right)$; konečně v posledním sloupci jsou připojeny hodnoty intensity pole, jež by vzbuzoval jediný válec v tom místě, kde se právě nachází válec druhý. Jest viděti, že pole se mění

periodicky s rostoucí vzdáleností válců; na ose symmetrie vystoupí jeho intensita dosti značně nad hodnotu původní, kdežto v bodech za válcem položených nikdy jí nedosáhne; tam tedy vzniká vždycky stín. Je-li vzdálenost os válců malá, nastává seslabení pole v obou případech; jest také viděti z hodnot v tabulce uvedených, že stín, který oba válce tvoří, neroste bez přestání, když oba válce k sobě přibližujeme, nýbrž jest největší při určité jich vzdálenosti, jež v našem případě obnáší asi 6 *cm*. Tato vzdálenost se mění s polohou pozorovacího místa; pro body velmi vzdálené jest rovna asi 13 *cm*, což odpovídá poloze prvního maxima v případě ohybu způsobeného jedním válcem.

Tab. 3.

$\sigma = 5{\cdot}25.10^{17}$ $\varrho = 0{\cdot}05\ cm$ $y = -10\ cm$ $\lambda = 31{\cdot}4\ cm.$

a	$x = 0$	$\varphi' = -\frac{\pi}{2}$	Jeden válec	a	$x = 0$	$\varphi' = -\frac{\pi}{2}$	Jeden válec
1 *cm*	0·589	0·589	0·372	25 *cm*	1·136	0·862	0·863
3	0·563	0·526	0·726	30	1·266	0·721	0·810
5	0·480	0·497	0·959	35	1·403	0·590	0·930
7·5	0·456	0·505	1·168	40	1·538	0·553	1·107
10	0·483	0·579	1·292	45	1·543	0·685	1·175
15	0·716	0·845	1·299	50	1·359	0·829	1·110
20	0·974	0·912	1·085	∞	1·000	0·708	

Vyšetřujeme-li intensitu pole v určitém bodě za válci, na př. na ose symmetrie, jako funkci poloměru ϱ, pak u válců vodivých, jak lze očekávati přímo, bude s rostoucím poloměrem její velikost klesati, naproti tomu u válců z dielektrika jest tato závislost složitější. Pro jediný válec nalezl Schaefer, jak již uvedeno, že intensita pole spočátku stoupá zároveň s ϱ, jsouc pro malé hodnoty ϱ úměrna ϱ^2, pak dosahuje maxima, jež na př. u vodního válce nastává, je-li poměr $\frac{\varrho}{\lambda}$ něco málo větší než 0·1, potom rychle klesá, pro $\frac{\varrho}{\lambda} = 0{\cdot}2$ (přibližně) nastane dosti hluboké minimum, pak následuje mírné stoupání, potom náhle ostré maximum, po němž ihned přijde opět hluboké minimum, a tento průběh, jak se zdá, se periodicky opakuje. Schaefer také ukázal, že tato maxima souvisejí s vlastními kmity válce; měřením podařilo se potvrditi průběh této závislosti aspoň spočátku (první maximum a minimum). Jest patrno, že pro dva válce lze očekávati podobné vztahy, aspoň pokud jich vzdálenost jest malá proti délce vlny, a počet to potvrzuje. Vzájemný účinek válců jeví se v tom, že se maximum poněkud posunuje k menším hodnotám ϱ; tak na př. pro délku vlny $\lambda = 31{\cdot}4\ cm$ nastává u jediného válce

vodního ($\varepsilon = 81$) maximum, je-li $\varrho = 0{\cdot}34\ cm$, u dvou válců ve vzdálenosti $a = 3{\cdot}0\ cm$ jest maximum asi při $\varrho = 0{\cdot}26\ cm$, konečně, je-li $a = 0{\cdot}8\ cm$, nastává maximum pro $\varrho = 0{\cdot}23\ cm$.

Vliv délky vlny λ možno přehlédnouti velmi snadno; z rovnic (21) a (21′) jest totiž patrno, že koëfficienty A_n a B_n závisejí jen na poměrech $\frac{\varrho}{\lambda}$ a $\frac{a}{\lambda}$, z rovnice (12) pak jest viděti, že intensita pole v libovolném pozorovacím místě závisí mimo to jen na poměrech $\frac{r'}{\lambda}$ a $\frac{r''}{\lambda}$. Je-li tedy znám průběh pole pro určitou délku vlny λ, jest tím již znám i pro jakoukoliv jinou její hodnotu, předpokládaje, že i poloměr válců ϱ i jich vzdálenost a se změnily v témž poměru jako délka vlny.

Ku konci vrátíme se ještě k rovnicím (21) a (21′). Koëfficienty a_{mn}, b_{mn}, c_{mn} a d_{mn} v nich se vyskytující odpovídají, jak již řečeno, vzájemnému účinku obou válců; kdybychom vynechali členy, jež je obsahují, obdržíme pro A_n a B_n tytéž rovnice, jaké vyvodili Ignatowsky a Seitz v případě ohybu rovinné vlny na jediném válci. Ostatně je patrno z rovnic (16′) a (17′), že, je-li vzdálenost válců a veliká proti délce vlny λ, jsou tyto koëfficienty řádu $\sqrt{\frac{\lambda}{a}}$, takže, je-li a nekonečně veliké, vypadnou; vzájemný účinek válců vymizí. Pro veliká a dají se pak rovnice (21) a (21′) značně zjednodušiti. Dle rovnic (11′) jest totiž tu nejdříve

$$Q_{n+m}(k_1 a) = i^m Q_n(k_1 a),$$

dále jest patrně

$$Q_{n-m}(k_1 a) = i^{n-m}\sqrt{\frac{\pi}{2 k_1 a}}\, e^{-i\left(k_1 a + \frac{\pi}{4}\right)} = (-1)^m i^{n+m}\sqrt{\frac{\pi}{2 k_1 a}}\, e^{-i\left(k_1 a + \frac{\pi}{4}\right)},$$

čili

$$Q_{n-m}(k_1 a) = (-1)^m Q_{n+m}(k_1 a),$$

takže po dosazení do rovnic (16′) a (17′) obdržíme

$$a_{nm} = 2(-i)^m Q_n(k_1 a) J_m(p_1), \qquad b_{nm} = 0,$$
$$c_{nm} = 2(-i)^m Q_n(k_1 a) J'_m(p_1), \qquad d_{nm} = 0,$$

kdež jest všude $m > 0$, dále za $k_1 r'$ kladeno $p_1 = k_1 \varrho$, jak se také děje v rovnicích vyjadřujících podmínky na rozhraní.

Dosadíme-li nyní tyto hodnoty do rovnic (19), (19′), (20) a (20′), pak je nejdříve patrno, že v posledních dvou systémech odpadnou všechny členy, jež odpovídají vzájemnému účinku obou válců, takže i nyní dostaneme pro B_n tytéž hodnoty, jako kdyby šlo o jediný válec. Jest patrně $B_{2m} = 0$. V rovnicích (19) a (19′) můžeme u členů obsahujících koëfficienty a_{mn} a c_{mn} dosaditi za A_n hodnoty, jež platí pro případ ohybu na jediném

válci, a jež můžeme pokládati za přibližně správné. Obdržíme je z oněch rovnic, položíme-li v nich $a_{mn} = c_{mn} = 0$, a označíme je pro jednoduchost $\bar{A}_n$; jest nyní opět $\bar{A}_{2m+1} = 0$. Klademe-li pak ještě

$$\bar{A}_0 Q_0 (k_1 a) + \bar{A}_2 Q_2 (k_1 a) + \ldots = M,$$

znějí rovnice (19) a (19′)

$$\begin{aligned}
A_0 Q_0 (p_1) + \quad & M J_0 (p_1) + \quad J_0 (p_1) = C_0 J_0 (p_2) \\
A_1 Q_1 (p_1) - 2\, i\, & M J_1 (p_1) \qquad\quad = C_1 J_1 (p_2) \\
A_2 Q_2 (p_1) - 2 \quad & M J_2 (p_1) + 2 J_2 (p_1) = C_2 J_2 (p_2) \\
A_3 Q_3 (p_1) + 2\, i\, & M J_3 (p_1) \qquad\quad = C_3 J_3 (p_2) \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

a

$$\begin{aligned}
A_0 Q_0' (p_1) + \quad & M J_0' (p_1) + \quad J_0' (p_1) = C_0 \eta J_0' (p_2) \\
A_1 Q_1' (p_1) - 2\, i\, & M J_1' (p_1) \qquad\quad = C_1 \eta J_1' (p_2) \\
A_2 Q_2' (p_1) - 2\, & M J_2' (p_1) + 2 J_2' (p_1) = C_2 \eta J_2' (p_2) \\
A_3 Q_3' (p_1) + 2\, i\, & M J_3' (p_1) \qquad\quad = C_3 \eta J_3' (p_2), \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

z nichž možno hodnoty koëfficientů A_n přímo stanoviti. Ostatně možno také tyto rovnice interpretovati velmi jednoduše. Jsou patrně tytéž jako v případě ohybu rovinné vlny na jediném válci, avšak k původní dopadající vlně, jež se šíří směrem klesajících y, přistupuje tu vlna nová. Její komplexní amplituda jest

$$M [J_0 (k_1 r') - 2\, i\, J_1 (k_1 r') \cos \varphi' - 2 J_2 (k_1 r') \cos 2 \varphi' + 2\, i\, J_3 (k_1 r') \cos 3 \varphi' + \ldots],$$

aneb, vzhledem k tomu, že platí rozvoj

$$e^{-i k_1 r' \cos \varphi'} = J_0 (k_1 r') + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-i)^m J_m (k_1 r') \cos m \varphi',$$

jednodušeji

$$M\, e^{-i k_1 r' \cos \varphi'}.$$

Tato vlna šíří se tedy směrem rostoucích x, jest to patrně vlna na levém válci odražená a dopadající na válec pravý, na nějž hraničné podmínky vyjádřené rovnicemi (19) a (19′) jsou vztaženy. Střední časová hodnota její intensity jest rovna polovici čtverce modulu komplexní veličiny M, mění se tedy periodicky se vzdáleností válců a. Jak již v úvodu bylo řečeno, podali Schaefer a Reiche theorii ohybu rovinné vlny elektromagnetické na mřížce složené z válcových tyčí za předpokladu,

že vzdálenost válců od sebe jest tak veliká proti délce vlny, že jich vzájemný účinek dá se zanedbati; předešlý počet ukazuje, jak by bylo možno tento účinek vziti v úvahu aspoň v prvním přiblížení.

Z rovnic (21) a (21′) jest dále patrno, že i při poměrně malých vzdálenostech válců jest jich vzájemný účinek nepatrný, je-li jich poloměr ϱ dosti malý. Při tom jsou poměry poněkud rozdílné, dle toho, jde-li o válce kovové nebo o válce z dielektrika, při čemž v prvním případě opět předpokládáme, že poloměr ϱ není extrémně malý. Pak jest totiž u kovů p_2 velmi veliké komplexní číslo, a poměr $\frac{J_n'(p_2)}{J_n(p_2)}$ liší se velmi málo od i. V první rovnici (21), jež slouží ku stanovení koëfficientů A_0, jest nyní první faktor u A_0 pro velmi malá p_1 řádu $\frac{1}{p_1}$, naproti tomu druhý faktor, odpovídající účinku obou válců na sebe, jest i při malých a nanejvýš řádu $\log k_1 a_1$, při čemž jest vždy $k_1 a \geq 2 p_1$, jest tedy vskutku malý proti faktoru prvnímu. Jsou-li válce z dielektrika, pak jest nejdříve $p_2 = p_1 \sqrt{\varepsilon}$ také malé a téhož řádu jako p_1, první faktor u A_0 jest opět řádu $\frac{1}{p_1}$, druhý faktor jest však řádu $p_1 \log k_1 a$, tedy značně menší než v případě předešlém. To tedy znamená, že u dvou válců kovových jest vzájemný účinek vždy větší než u dvou stejně velikých válců dielektrických umístěných v téže vzdálenosti od sebe. To je i přímo pochopitelno; v prvním případě jsou patrně proudy ve válcích indukované daleko intensivnější než v případě druhém. Ostatně ještě lépe ukazuje to přímý výpočet. Pro vodní válec poloměru $\varrho = 0{\cdot}10\ cm$ a při délce vlny $\lambda = 31{\cdot}4\ cm$ obdržíme pro koëfficient A_0, na němž patrně nejvíce záleží, hodnotu $0{\cdot}0172 - 0{\cdot}0005\, i$. Máme-li dva vodní válce téhož poloměru ve vzdálenosti $a = 3\ cm$, jest $A_0 = 0{\cdot}0173 - 0{\cdot}0009\, i$, tedy málo rozdílné, ano ještě pro $a = 0{\cdot}8\ cm$ jest $A_0 = 0{\cdot}0177 - 0{\cdot}001\, i$, ani tu se nejeví vzájemný účinek válců značněji. Naproti tomu pro měděný drát téhož poloměru a při téže délce vlny jest $A_0 = -0{\cdot}215 - 0{\cdot}084\, i$, pro dva měděné dráty ve vzdálenosti $a = 3{\cdot}0\ cm$ jest $A_0 = -0{\cdot}154 - 0{\cdot}102\, i$, konečně, je-li vzdálenost drátů $a = 0{\cdot}8\ cm$, máme $A_0 = -0{\cdot}132 - 0{\cdot}069\, i$, tu je tedy vliv válců na sebe zřejmě patrný.

2. Dopadající vlna jest polarisována parallelně s osami válců.

Tento případ dá se experimentálně daleko obtížněji realisovati než předešlý, také theoreticky jest méně zajímavý; proto pojednáme o něm stručně. Výsledná magnetická síla jest tu všude parallelní s osou z, a platí tu rovnice (2′). Klademe-li zase

$$H_z = Z e^{i\omega t} \qquad E_r = R e^{i\omega t} \qquad E_\varphi = F e^{i\omega t} \quad \ldots \quad (31),$$

obdržíme po dosazení a zkrácení $e^{i\omega t}$ rovnice

$$\frac{1}{c}(4\pi\sigma + \varepsilon i\omega) R = \frac{1}{r}\frac{\partial Z}{\partial \varphi} \qquad \frac{1}{c}(4\pi\sigma + \varepsilon i\omega) F = -\frac{\partial Z}{\partial r}$$

$$\frac{\mu}{c} i\omega Z = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rF) + \frac{1}{r}\frac{\partial R}{\partial \varphi} \quad \ldots \quad (32).$$

Eliminací R a F z těchto rovnic obdržíme differenciální rovnici pro Z tvaru

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial Z}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 Z}{\partial \varphi^2} + k^2 Z = 0,$$

kdež k jest opět stanoveno rovnicí (5). Jest to patrně táž differenciální rovnice jako jsme obdrželi dříve pro amplitudu výsledné elektrické síly Z (rovnice 4), jejím obecným integrálem bude tedy zase

$$Z = \sum_{n=0}^{\infty} [G_n(kr)\cos n\varphi + H_n(kr)\sin n\varphi],$$

kdež G_n a H_n jsou obecné Besselovy funkce n-tého řádu. Ty se dají specialisovati jako dříve, a tak obdržíme pro komplexní amplitidu výsledné magnetické síly ve vnějším prostoru výraz

$$Z_1 = e^{ik_1 y} + \sum_{n=0}^{\infty} A_n [Q_n(k_1 r')\cos n\varphi' + (-1)^n Q_n(k_1 r'')\cos n\varphi''] \quad \ldots \quad (33)$$
$$+ \sum_{n=1}^{\infty} B_n [Q_n(k_1 r')\sin n\varphi' + (-1)^{n-1} Q_n(k_1 r'')\sin n\varphi''],$$

dále pro amplitudu magnetické síly uvnitř pravého válce máme

$$Z_2' = \sum_{n=0}^{\infty} (C_n \cos n\varphi' + D_n \sin n\varphi') J(k_2 r'),$$

a konečně uvnitř válce levého jest

$$Z_2'' = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (C_n \cos n\varphi'' - D_n \sin n\varphi'') J_n(k_2 r'').$$

Podmínky na rozhraní, jež vyžadují spojitost tangenční složky elektrické i magnetické síly na povrchu válců, znějí tu vzhledem ke druhé rovnici (32)

$$Z_1 = Z_2' \qquad \frac{1}{\zeta_1}\frac{\partial Z_1}{\partial r'} = \frac{1}{\zeta_2}\frac{\partial Z_2'}{\partial r'} \quad \ldots \quad (34),$$

kdež jest

$$\zeta = \frac{1}{c}(4\pi\sigma + \varepsilon i\omega) \quad \ldots \quad (34').$$

a ξ_1 značí hodnotu této konstanty v prostoru vnějším, ξ_2 uvnitř válců. Poněvadž supponujeme, že v prostoru vnějším jest vzduch resp. vakuum; jest patrně $\xi_1 = \frac{i\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} i = k_1 i$; jsou-li pak válce z dielektrika, jest $\xi_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \varepsilon i = k_1 \varepsilon i$, jsou-li z materiálu vodivého, máme jednoduše $\xi_2 = \frac{4\pi}{c} \sigma$.

Rovnice (34) jsou patrně úplně podobné rovnicím (14) a (14′), jež vyjadřují podmínky na rozhraní, je-li dopadající vlna polarisována kolmo k osám válců, a poněvadž i výrazy pro Z_1, Z_2', Z_2'' jsou tu tytéž jako pro Z_1, Z_2', Z_2'' tam, plyne z toho, že pro koëfficienty A_n, B_n, C_n a D_n obdržíme stejné rovnice co dříve. Platí tu tedy zase rovnice (19), (19′), (20) a (20′), resp. (21) a (21′), jen s tím rozdílem, že nyní jest vzhledem ke druhé rovnici (32)

$$\eta = \frac{\xi_1}{\xi_2} \cdot \frac{k_2}{k_1} = \frac{k_1}{k_2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (35),$$

jak plyne ihned z rovnic (5) a (32′); permeabilita látky válců volena tu zase rovna jedné. Jsou-li válce z dielektrika, jest

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}.$$

Jsou-l stanoveny koëfficienty A_n a B_n, pak dosazením do (33) obdržíme amplitudu výsledné magnetické síly ve vnějším prostoru, a z prvních dvou rovnic (32) i amplitudy obou složek elektrické síly F_1 a R_1. Klademe-li $F_1 = K + i L$, $R_1 = M + i N$, jest

$$E_{1\varphi} = (K + i L)\, e^{i\omega t} \qquad E_{1r} = (M + i N)\, e^{i\omega t},$$

takže, podržíme-li opět jen část reálnou, máme

$$E_{1\varphi} = K \cos \omega t - L \sin \omega t \qquad E_{1r} = M \cos \omega t - N \sin \omega t;$$

čtverec výsledné elektrické síly v prostoru vnějším jest pak

$$E_1^2 = (K \cos \omega t - L \sin \omega t)^2 + (M \cos \omega t - N \sin \omega t)^2,$$

a konečně pro střední jeho časovou hodnotu obdržíme

$$\overline{E_1^2} = \frac{1}{2}(K^2 + L^2 + M^2 + N^2).$$

Diskusse tohoto výrazu dá se provésti zcela jako dříve a vede k podobným výsledkům, nebudeme tedy ji prováděti, a to tím spíše, že, jak

se dá snadno ukázati, ohyb válci způsobený jest v tomto případě daleko slabší než v případě předešlém. Pro jednoduchost budeme zase předpokládati, že poloměr válců jest velmi malý.

U válců kovových jest nejdříve $\mu = \frac{k_1}{k_2}$ velmi malé, tak na př. u mědi jest při délce vlny $\lambda = 30\ cm$ řádu 10^{-5}. Zanedbáme-li tedy v první rovnici (21) členy s A_1, A_2, atd., obdržíme pro A_0 hodnotu

$$A_0 = \frac{m}{n - Q_0 (k_1 a)\, m},$$

kdež jest

$$m = \frac{k_1}{k_2} \frac{J_0' (p_2)}{J_0 (p_2)} J_0 (p_1) - J_0' (p_1), \quad n = - \frac{k_1}{k_2} \frac{J_0' (p_2)}{J_0 (p_2)} Q_0 (p_1) + Q_0' (p_1),$$

z čehož vynecháním členů s $\frac{k_1}{k_2}$ plyne jednodušeji

$$A_0 = - \frac{J_0' (p_1)}{Q_0' (p_1) + Q_0 (k_1 a)\, J_0' (p_1)},$$

a pro velmi malé p_1 obdržíme konečně $A_0 = - \frac{p_1^2}{2}$. V předešlém případě, kdy dopadající vlna byla polarisována kolmo k osám válců, bylo A_0 řádu $\frac{1}{\log p_1}$; jest tedy nynější jeho hodnota vskutku malá, a účinek válců nepatrný proti jich účinku v dříve uvažovaném případě.

Totéž platí, jsou-li válce z dielektrika. Tu je opět p_1 i $p_2 = p_1 \sqrt{\varepsilon}$ velmi malé, a vzhledem k tomu, že jest nyní $\eta = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}$, obdržíme snadno pomocí rozvodů (10) pro Besselovy funkce že A_0 jest řádu p_1^4, kdežto dříve bylo řádu p_1^2. Celkem tedy lze říci, že ohyb válci způsobený v případě, kdy dopadající vlna jest polarisována parallelně k osám válců, jest značně menší než, je-li vlna dopadající polarisována k osám válců kolmo.

Totéž platí i o vzájemném účinku obou válců. Vyjma tedy body válcům velmi blízké, můžeme vždy říci jednoduše, že pole jest i v přítomnosti válců totéž, jako bylo bez nich.

Dopadá-li vlna polarisovaná kolmo k ose válce na válec kovový, pak jest pole v místech za válcem seslabeno; možno tedy také říci, že kovový válec propouští snáze kmity polarisované parallelně k jeho ose než kmity polarisované k ní kolmo. Totéž platí i pro válce dva; jak patrno z hodnot uvedených v tab. 3. pod záhlavím $\varphi' = -\frac{\pi}{2}$, jest pole za jedním z válců vždycky seslabeno, je-li dopadající vlna polarisována k ose válců kolmo; ovšem toto seslabení mění se značně s polohou druhého válce

a někdy jest i velmi nepatrné. Válce z dielektrika chovají se naopak, ty propouštějí snáze kmity polarisované kolmo k jich osám, aspoň pokud jich poloměr jest dosti malý proti délce vlny; s rostoucím poloměrem se i tu poměr obrátí.

B. Oba válce za sebou.

Přejdeme nyní k případu, kdy jsou oba válce umístněny za sebou, kdy tedy směr, jímž se šíří vlna dopadající, jest rovnoběžný s rovinou proloženou jich osami. Vlna šíří se pak směrem osy x-ové (viz výkres, pag. 6); supponujeme, že přichází od kladných hodnot souřadnice x. Poloměry obou válců nemusí býti nyní stejné; označíme poloměr pravého válce ϱ', poloměr válce levého ϱ''; válce mohou býti také z různého materiálu. Omezíme se dále na případ, kdy dopadající vlna jest polarisována kolmo k osám válců, takže výsledná síla elektrická jest všude s nimi parallelní, a platí tu rovnice (2). Jich řešení bylo provedeno již dříve, takže zbývá jen výrazy pro jednotlivé vlny upraviti vzhledem k podmínkám nyní splněným.

Pro vlnu dopadající klademe nyní

$$Z_{1d} = e^{i k_1 x},$$

při čemž její amplituda volena opět rovna jedné; položíme-li počátek pravoúhlé soustavy nyní do středu pravého válce C', jest patrně

$$Z_{1d} = e^{i k_1 r' \cos \varphi'} = e^{i k_1 (r'' \cos \varphi'' - a)}.$$

Vzhledem k relaci

$$e^{i k r \cos \varphi} = J_0 (k r) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} i^m J_m (k r) \cos m \varphi$$

možno oba výrazy pro Z_{1d} snadno rozvinouti ve Fourierovy řady postupujících dle násobků úhlu φ' resp. φ''. Pro vlny na obou válcích odražené platí docela podobné výrazy co dříve; jest ovšem patrno, že nyní jest symmetrie kol osy x-ové, takže členy obsahující $\sin n \varphi'$ a $\sin n \varphi''$ tu odpadnou. Jest pak

$$Z_{1r} = \sum_{n=0}^{\infty} A_n Q_n (k_1 r') \cos n \varphi' + \sum_{n=0} B_n Q_n (k_1 r'') \cos n \varphi'',$$

a pro komplexní amplitudu výsledné elektrické síly v prostoru vnějším obdržíme

$$Z_1 = e^{i k_1 x} + \sum_{n=0}^{\infty} A_n Q_n (k_1 r') \cos n \varphi' + \sum_{n=0}^{\infty} B_n Q_n (k_1 r'') \cos n \varphi'' \quad \ldots \quad (36).$$

Pro vlnu lomenou do pravého válce klademe nyní

$$Z_2' = \sum C_n J_n (k_2' r') \cos n \varphi' \quad \ldots \quad (36'),$$

kdež k_2' značí hodnotu konstanty k definované rovnicí (5) uvnitř pravého válce; pro vlnu lomenou do válce levého pak klademe

$$Z_2'' = \Sigma D_n J_n (k_2'' r'') \cos n \varphi'' \quad \ldots\ldots\ldots (36'')$$

k_2'' značí tu hodnotu konstanty k ve válci levém.

Podmínky, jimž nutno vyhověti na povrchu obou válců, jsou dány zase rovnicemi (14) a (14'), musíme však je formulovati pro každý válec zvlášť. Jde-li nejdříve o válec pravý, rozvineme součin $Q_n (k_1 r'') \cos n \varphi''$, jakož i jeho derivaci dle r' ve Fourierovu řadu postupující po násobcích úhlu φ'. Počet jest docela týž co dříve; dosazením do hraničných podmínek obdržíme rovnice

$$\begin{aligned}
&A_0 Q_0 (p_1) + B_0 a_{00} + B_1 a_{10} + \ldots . \quad + J_0 (p_1) = C_0 J_0 (p_2) \\
&A_1 Q_1 (p_1) + B_0 a_{01} + B_1 a_{11} + \ldots . + 2 i J_1 (p_1) = C_1 J_1 (p_2) \\
&A_2 Q_2 (p_1) + B_0 a_{02} + B_1 a_{12} + \ldots . - 2 \; J_2 (p_1) \; = C_2 J_2 (p_2) \quad \ldots . (37) \\
&A_3 Q_3 (p_1) + B_0 a_{03} + B_1 a_{13} + \ldots . - 2 i J_3 (p_1) = C_3 J_3 (p_2) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

a

$$\begin{aligned}
&A_0 Q_0' (p_1) + B_0 c_{00} + B_1 c_{10} + \ldots . + \quad J_0' (p_1) = C_0 \eta J_0' (p_2) \\
&A_1 Q_1' (p_1) + B_0 c_{01} + B_1 c_{11} + \ldots . + 2 i J_1' (p_1) = C_1 \eta J_1' (p_2) \\
&A_2 Q_2' (p_1) + B_0 c_{02} + B_1 c_{12} + \ldots . - \; 2 J_2' (p_1) = C_2 \eta J_2' (p_2) \ldots (37') \\
&A_3 Q_3' (p_1) + B_0 c_{03} + B_1 c_{13} + \ldots . - 2 i J_3' (p_1) = C_3 \eta J_3' (p_2) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

kdež kladeno

$$p_1 = k_1 \varrho', \qquad p_2 = k_2' \varrho', \qquad \eta = \frac{\mu_1}{\mu_2'} \cdot \frac{k_2'}{k_1} \quad \ldots . (37''),$$

a koëfficienty a_{mn}, c_{mn} jsou zase dány rovnicemi (16') a (17'), ovšem nutno do nich dosaditi p_1 za $k_1 r'$.

Podobně, abychom vyvodili rovnice plynoucí z podmínek na povrchu levého válce, musíme napřed $Q_n (k_1 r') \cos n \varphi'$, jakož i derivaci tohoto výrazu dle r'' rozvinouti v řadu Fourierovu odpovídající úhlu φ''. To lze snadno provésti podobnou cestou, jako jsme to učinili dříve. Z trojúhelníka $C' C'' M$ plynou relace

$$\begin{aligned}
r' \cos \varphi' &= r'' \cos \varphi'' - a \\
r' \sin \varphi' &= r'' \sin \varphi'';
\end{aligned}$$

násobíme-li druhou rovnici jednou i, podruhé $-i$, a sečteme-li pokaždé obě rovnice, obdržíme

$$r' e^{i\varphi'} = r'' e^{i\varphi''} - a \qquad r' e^{-i\varphi'} = r'' e^{-i\varphi''} - a ,$$

z čehož dělením plyne

$$e^{2i\varphi'} = \frac{a - r'' e^{i\varphi''}}{a - r'' e^{-i\varphi''}},$$

a vzhledem k tomu, že pro $r'' = 0$ jest $\varphi' = \pi$, máme pak

$$e^{i\varphi'} = -\left(\frac{a - r'' e^{i\varphi''}}{a - r'' e^{-i\varphi''}}\right)^{\frac{1}{2}},$$

kdež znamení odmocniny nutno tak voliti, aby pro $r'' = 0$ byla rovna $+ 1$.

Dále platí

$$r'^2 = a^2 + r''^2 - 2\,a\,r''\cos\varphi'',$$

takže, značí-li G_n jakoukoliv Besselovu funkci, jež pro reálné argumenty zůstává reálnou, jest

$$G_n(k_1 r')\,e^{-in\varphi'} = (-1)^n\left(\frac{a - r'' e^{i\varphi''}}{a - r'' e^{-i\varphi''}}\right)^{-\frac{n}{2}} G_n\left(k_1\sqrt{a^2 + r''^2 - 2\,a\,r''\cos\varphi''}\right).$$

Vzhledem k rovnici (15) platí tu

$$G_n(k_1 r')\,e^{-in\varphi'} = (-1^n)\sum_{m=-\infty}^{\infty} G_{n+m}(k_1 a)\,J_m(k_1 r'')\,e^{im\varphi''},$$

aneb, nahradíme-li zase řadu dvojitou řadou jednoduchou,

$$G_n(k_1 r')\,e^{-in\varphi'} = (-1)^n\,G_n(k_1 a)\,J_0(k_1 r'')$$

$$+ (-1)^n \sum_{m=1}^{\infty} J_m(k_1 r'')\,[G_{n+m}(k_1 a)\,e^{im\varphi''} + (-1)^m\,G_{n-m}(k_1 a)\,e^{-im\varphi''}].$$

Rozloučením části reálné a imaginárné obdržíme rozvoj pro $G_n(k_1 r')\cos n\varphi'$, a z toho, klademe-li jednou $G_n = K_n$, podruhé $G_n = J_n$, násobením druhé rovnice $i\,\frac{\pi}{2}$ a přičtením k první, i pro $Q_n(k_1 r')\cos n\varphi'$.

Klademe

$$Q_n(k_1 r')\cos n\varphi' = \sum_{m=0}^{\infty} \alpha_{nm}\cos m\varphi'' \quad \ldots\ldots\ldots (38),$$

kdež jest

$$\alpha_{n0} = (-1)^n\,Q_n(k_1 a)\,J_0(k_1 r'')$$
$$\alpha_{nm} = (-1)^n\,[Q_{n+m}(k_1 a) + (-1)_m\,Q_{n-m}(k_1 a)]\,J_m(k_1 r'') \quad \ldots (38')$$

Derivací dle r'' obdržíme další rozvoje, jež píšeme ve tvaru,

$$\frac{1}{k_1}\frac{d}{dr''}[Q_n(k_1 r')\cos n\varphi'] = \sum_{m=0}^{\infty} \gamma_{nm} \cos m\varphi'' \quad \ldots \quad (39),$$

kdež jest

$$\begin{aligned} \gamma_{n0} &= (-1)^n Q_n(k_1 a) J_0'(k_1 r'') \\ \gamma_{nm} &= (-1)^n [Q_{n+m}(k_1 a) + (-1)^m Q_{n-m}(k_1 a)] J_m'(k_1 r'') \end{aligned} \quad \ldots \quad (39').$$

Tyto rozvoje zavedeme nyní do rovnice (36) pro amplitudu výsledné elektrické síly ve vnějším prostoru, načež dosazením do rovnic (14) a (14') vyjadřujících podmínky na rozhraní obdržíme rovnice

$$\begin{aligned} &B_0 Q_0(\pi_1) + A_0 \alpha_{00} + A_1 \alpha_{10} + \ldots + J_0(\pi_1) e^{-ik_1 a} = D_0 J_0(\pi_2) \\ &B_1 Q_1(\pi_1) + A_0 \alpha_{01} + A_1 \alpha_{11} + \ldots + 2i J_1(\pi_1) e^{-ik_1 a} = D_1 J_1(\pi_2) \\ &B_2 Q_2(\pi_1) + A_0 \alpha_{02} + A_1 \alpha_{12} + \ldots - 2 J_2(\pi_1) e^{-ik_1 a} = D_2 J_2(\pi_2) \\ &B_3 Q_3(\pi_1) + A_0 \alpha_{03} + A_1 \alpha_{13} + \ldots - 2i J_3(\pi_1) e^{-ik_1 a} = D_3 J_3(\pi_2) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned} \quad \ldots \quad (40)$$

$$\begin{aligned} &B_0 Q_0'(\pi_1) + A_0 \gamma_{00} + A_1 \gamma_{10} + \ldots + J_0'(\pi_1) e^{-ik_1 a} = D_0 \zeta J_0'(\pi_2) \\ &B_1 Q_1'(\pi_1) + A_0 \gamma_{01} + A_1 \gamma_{11} + \ldots + 2i J_1'(\pi_1) e^{-ik_1 a} = D_1 \zeta J_1'(\pi_2) \\ &B_2 Q_2'(\pi_1) + A_0 \gamma_{02} + A_1 \gamma_{12} + \ldots - 2 J_2'(\pi_1) e^{-ik_1 a} = D_2 \zeta J_2'(\pi_2) \\ &B_3 Q_3'(\pi_1) + A_0 \gamma_{03} + A_1 \gamma_{13} + \ldots - 2i J_3'(\pi_1) e^{-ik_1 a} = D_3 \zeta J_3'(\pi_2) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned} \quad (40')$$

kdež jest

$$\pi_1 = k_1 \varrho'', \qquad \pi_2 = k_2'' \varrho'', \qquad \zeta = \frac{\mu_1}{\mu_2''}\frac{k_2''}{k_1} \quad \ldots \quad (40'').$$

O řešení těchto rovnic platí totéž, co bylo řečeno již dříve, a nebudeme se jím zabývati, ale užijeme odvozených rovnic k tomu, abychom vysvětlili některé odchylky od theoretických výsledků, jež pozorovali Schaefer a Grossmann při měření ohybu způsobeného jedním válcem dielektrickým. Zdrojem vln byl tu Hertzův oscillátor umístěný v ohniskové linii parabolického zrcadla, takže vlnu vycházející možno pokládati za rovinnou. Jí v cestu byl postaven dlouhý válec z tenkého skla, naplněný vodou, jehož osa byla rovnoběžná s ohniskovou linií válce; střední časová intensita pole měřena byla Klemenčičovým thermoelementem naladěným na oscillátor. Ohyb válcem způsobený stanoven tím, že v pozorovacím místě stanovena nejdříve střední intensita pole bez válce, pak vlně vložen v cestu válec, měřena intensita znova, a vypočten poměr obou takto stanovených hodnot. Autorům podařilo se velice pěkně potvrditi výsledky theorie, souhlas vzhledem ku značným obtížím měření jest velice dobrý, jen při dlouhých vlnách, kdy vzdálenost thermoelementu od válce byla poměrně malá proti délce vlny, ukázaly se odchylky. Tak na př. plyne z úvah theoretických, že v místech za válcem položených

interferenční pruhy nikdy nevznikají; střední intensita pole tu buď neustále klesá nebo stoupá, nebo nanejvýš spočátku klesá, až dosáhne minima, pak bez ustání stoupá. Naproti tomu hodnoty měřením získané ukazovaly s počátku periodické změny intensity, a teprvé v bodech od válce značněji vzdálených nastalo neustálé stoupání, po případě klesání intensity. Tyto odchylky vykládají autoři zpětným působením thermoelementu na válec, a my se nyní pokusíme o bližší jich vysvětlení.

Za tím účelem mysleme si thermoelement nahražen nekonečně dlouhým, válcovým drátem, poloměru velmi malého; ohyb dopadajících vln vzniká pak účinkem obou válců a, měříme-li intensitu pole buď za válcem nebo před ním (vzhledem ku směru, jímž se šíří dopadající vlna), je patrno, že máme případ právě uvažovaný. Jde-li tedy na př. o intensitu pole za válcem, pak levý válec (viz výkres, str. 6) nám nahražuje thermoelement, takže ϱ'' jest velmi malé. Rovnice (37) a (37′) se pak velmi zjednoduší, poněvadž, jak již několikrát řečeno, koëfficienty B_n s rostoucím indexem klesají velmi rychle k nulle, a stačí úplně, podržíme-li jen první z nich, B_0, jenž odpovídá stálému členu. Neznamená to vlastně nic jiného, než předpoklad, že v rozsahu tak tenkého drátu intensita pole jest konstantní, nezávislá na φ''. Vyloučíme-li nyní z těch rovnic koëfficienty C_n obdržíme pro A_n hodnoty tvaru

$$A_0 = m_0 + n_0 B_0 \qquad A_1 = m_1 + n_1 B_0, \quad \text{atd.},$$

kdež jest

$$m_0 = -\frac{J_0'(p_1) J_0(p_2) - \eta J_0(p_1) J_0'(p_2)}{Q_0'(p_1) J_0(p_2) - \eta Q_0(p_1) J_0'(p_2)}, \qquad n_0 = Q_0(k_1 a)\, m_0$$

$$\ldots \quad (40'''),$$

$$m_1 = -2i\frac{J_1'(p_1) J_1(p_2) - \eta J_1(p_1) J_1'(p_2)}{Q_1'(p_1) J_1(p_2) - \eta Q_1(p_1) J_1'(p_2)}, \qquad n_1 = i Q_1(k_1 a)\, m_1, \quad \text{atd.}$$

Koëfficienty n_0, n_1, atd. patrně odpovídají zpětnému účinku thermoelementu na válec, kdyby ho nebylo, bylo by jednoduše $A_0 = m_0$, $A_1 = m_1$, atd. Z rovnic (40) a (40′) zbývají nyní jen dvě první; dosadíme-li do nich za A_0, A_1, atd., můžeme z nich stanoviti koëfficienty B_0 a D_0.

Úchylka galvanometru spojeného s thermoelementem jest úměrna čtverci intensity proudu v thermoelementu indukovaného, a tedy i čtverci intensity pole, resp. jeho časové střední hodnotě. Intensita pole uvnitř thermoelementu jest dána rovnicí (36″), zanedbáme-li v ní členy závisející na φ'', máme jednodušeji

$$Z_2'' = D_0 J_0(k_2 r''),$$

místo čehož vzhledem k tomu, že v celém rozsahu válce pole se mění velmi málo, možno bez veliké chyby zavésti hodnotu odpovídající ose

válce, tedy $r'' = 0$, takže jest pak $Z_2'' = D_0$. Řešením obou zbývajících rovnic (40) a (40′) obdržíme

$$Z_2'' = \frac{u}{J_0(\pi_2)} \frac{r - \frac{1}{\zeta}\frac{J_0(\pi_2)}{J_0'(\pi_2)} s}{\frac{1}{\zeta}\frac{J_0(\pi_2)}{J_0'(\pi_2)} t - u} + \frac{r}{J_0(\pi_2)} \quad \ldots \ldots \quad (41),$$

kdež kladeno

$$\begin{aligned} r &= J_0(\pi_1)\, e^{-ik_1 a} + m_0\, \alpha_{00} + m_1\, \alpha_{10} + \ldots \\ s &= J_0'(\pi_1)\, e^{-ik_1 a} + m_0\, \gamma_{00} + m_1\, \gamma_{10} + \ldots \\ t &= Q_0'(\pi_1) + n_0\, \gamma_{00} + n_1\, \gamma_{10} + \ldots \\ u &= Q_0(\pi_1) + n_0\, \alpha_{00} + n_1\, \alpha_{10} + \ldots \end{aligned} \quad \ldots \ldots \quad (41')$$

Tento vzorec se ještě značně zjednoduší vzhledem k tomu, že jest poloměr drátu ϱ'' velmi malý, a tedy i $\pi_1 = k_1 \varrho''$ jest malé. Pak můžeme klásti $J_0(\pi_1) = 1$, dále jest $J_0'(\pi_1)$ řádu π_1, tedy také velmi malé, a totéž platí i o s, jež obsahuje $J_0'(\pi_1)$ jako faktor, jak patrno z rovnic (39′). Poněvadž i $\frac{1}{\zeta}$ jest malé, můžeme na pravé straně rovnice (41) zanedbati člen $\frac{1}{\zeta}\frac{J_0(\pi_2)}{J_0'(\pi_2)} s$ vedle r. Podobně ve výrazu pro t zanedbáme členy s γ_{00}, γ_{10}, atd. vedle $Q_0'(\pi_1)$. Klademe-li pak

$$K = \frac{1}{\zeta}\frac{J_0(\pi_2)}{J_0'(\pi_2)} Q_0'(\pi_1),$$

obdržíme z rovnice (41)

$$Z_2'' = \frac{r}{J_0(\pi_2)}\left(\frac{u}{K-u} + 1\right) = \frac{r}{J_0(\pi_2)}\frac{K}{K-u} \quad \ldots \quad (42).$$

V tomto výrazu vyskytují se koëfficienty n_0, n_1, atd., jež odpovídají zpětnému účinku thermoelementu na válec, jen ve členu u, kdybychom je zanedbali, jest, jak patrno z poslední rovnice (41), $u = Q_0(\pi_1)$, a my máme

$$Z_2 = \frac{r}{J_0(\pi_2)}\frac{K}{K - Q_0(\pi_1)} \quad \ldots \ldots \quad (42').$$

Dá se snadno ukázati, že tento výraz můžeme skutečně pokládati za míru výsledné elektrické síly, již vybuzuje pravý válec sám o sobě v místě, kde jest měřící thermoelement. Jest totiž patrno, že jediný člen na pravé straně poslední rovnice (42′), jenž závisí na konstantách pravého válce a na vzdálenosti měřícího thermoelementu od něj, jest r, všechny ostatní členy závisejí jen na konstantách thermoelementu samého a na délce vlny, i můžeme je tedy pokládati za faktor úměrnosti, aspoň pokud

délka vlny jest táž. Poněvadž π_1 jest velmi malé, plyne z rovnice (38′), do níž nutno dosaditi $k_1 r'' = \pi_1$,

$$\alpha_{n0} = (-1)^n Q_n (k_1 a),$$

a dosadíme-li tedy do první rovnice (41′), obdržíme

$$r = e^{-ik_1 a} + m_0 Q_0 (k_1 a) - m_1 Q_1 (k_1 a) + \ldots,$$

kdež, jak již řečeno, m_0, m_1, atd. rovnají se hodnotám koëfficientů A_0, A_1, atd. v případě, když diffrakci thermoelementem způsobenou zanedbáváme. Potom však výraz (36) pro komplexní amplitudu výsledné elektrické síly ve vnějším prostoru zní jednodušeji

$$Z_1 = e^{ik_1 x} + \sum_{n=0}^{\infty} A_n Q_n (k_1 r') \cos n \varphi',$$

a poněvadž podle předpokladu thermoelement jest ve vzdálenosti a za pravým válcem, jest tu $x = -a$, $r' = a$, $\varphi' = \pi$, a pro Z_1 obdržíme dosazením hodnotu

$$Z_1 = e^{-ik_1 a} + A_0 Q_0 (k_1 a) - A_1 Q_1 (k_1 a) + \ldots,$$

jež, vzhledem k tomu, že $A_0 = m_0$, $A_1 = m_1$ atd., jest identická s hodnotou r. V dalším budeme nazývati Z_2 theoretickou hodnotou výsledné elektrické síly ve vnějším prostoru.

Měření naproti tomu udávají hodnotu Z_2'' danou rovnicí (42), jež se liší od hodnoty theoretické faktorem úměrnosti. Tento však se mění se vzdáleností a thermoelementu od válce; členy na a závisející vyskytují se v u, jak patrno z rovnic (41′), (40‴) a (38′). Dosadíme-li za u, a označíme-li pro jednoduchost

$$K - Q_0 (\pi_1) = \frac{1}{\zeta} \frac{J_0 (\pi_2)}{J_0' (\pi_2)} - Q_0 (\pi_1) = -L,$$

obdržíme pro poměr obou hodnot

$$\frac{Z_2}{Z_2''} = 1 + \frac{n_0 \alpha_{00} + n_1 \alpha_{10} + \ldots}{L}.$$

Poněvadž měření thermoelementem týkají se vlastně středních časových hodnot Z_2 a Z_2'', jež jsou dány poloviční čtverci jich modulů, jest patrně poměr q mezi theoretickou hodnotou střední intensity pole a mezi hodnotou měřenou dán čtvercem modulu komplexního výrazu na pravé straně poslední rovnice. Označíme-li jej tedy $M + i N$, jest

$$q = M^2 + N^2.$$

Pro veliké vzdálenosti thermoelementu od válce dá se tento výraz opět zjednodušiti. Podržíme-li nejdříve jen člen s n_0, na němž patrně nejvíce záleží, máme pro veliké hodnoty a vzhledem k rovnici (11)

$$n_0 = m_0 Q_0 (k_1 a) = m_0 \sqrt{\frac{\pi}{2 k_1 a}} e^{-i\left(k_1 a + \frac{\pi}{4}\right)},$$

$$\alpha_{00} = Q_0 (k_1 a) = \sqrt{\frac{\pi}{2 k_1 a}} e^{-i\left(k_1 a + \frac{\pi}{4}\right)},$$

položíme-li pak

$$\frac{m_0}{L} = p_1 + i p_2,$$

obdržíme po snadném počtu a zanedbání veličin vyššího řádu

$$q = 1 + \frac{\lambda}{2 a}\left[p_1 \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda} a + \frac{\pi}{4}\right) + p_2 \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} a + \frac{\pi}{4}\right)\right].$$

Poměr q mění se tedy periodicky s klesající amplitudou, periodou jest tu $\frac{\lambda}{2}$. Totéž můžeme očekávati s dosti velikou přibližností i v bodech bližších.

Tab. 4.

$\varepsilon = 81 \qquad \varrho' = 0{\cdot}8\ cm \qquad \lambda = 62{\cdot}8\ cm.$

a	Theoretická hodnota intensity pole	Pt drát, $\varrho'' = 5.10^{-4}\ cm$		Pt drát, $\varrho'' = 10^{-2}\ cm$	
		Měřená int. pole	q	Měřená int. pole	q
4 *cm*	1·848	2·414	0·766	3·011	0·614
7	1·448	1·747	0·825	1·956	0·741
10	1·282	1·414	0·907	1·436	0·893
15	1·147	1·120	1·024	1·076	1·066
20	1·076	1·003	1·073	0·964	1·116
25	1·040	0·997	1·043	0·987	1·054
30	1·017	1·027	0·990	1·047	0·971
35	1·002	1·043	0·961	1·070	0·936
40	0·991	1·023	0·969	1·033	0·959
50	0·979	0·953	1·027	0·937	1·045
60	0·971	0·970	1·001	0·977	0·994
70	0·963	0·983	0·981	0·990	0·973
85	0·962	0·946	1·017	0·941	1·024
100	0·961	0·976	0·985	0·982	0·978

Tab. 5.

$\varepsilon = 81, \quad \varrho' = 1{\cdot}2\ cm \quad \lambda = 62{\cdot}8\ cm.$

a	Theoretická hodnota intensity pole	*Pt* drát, $\varrho'' = 5.10^{-4}\ cm$		*Pt* drát, $\varrho'' = 10^{-2}\ cm$	
		Měřená int. pole	q	Měřená int. pole	q
4 *cm*	0·273	0·371	0·737	0·409	0·668
7	0·218	0·255	0·854	0·264	0·827
10	0·227	0·218	1·043	0·204	1·115
15	0·278	0·252	1·102	0·239	1·165
20	0·327	0·309	1·058	0·305	1·073
25	0·369	0·374	0·988	0·384	0·963
30	0·405	0·426	0·951	0·440	0·921
35	0·436	0·452	0·965	0·456	0·956
40	0·462	0·459	1·006	0·432	1·022
50	0·505	0·492	1·027	0·486	1·039
60	0·538	0·550	0·978	0·559	0·962
70	0·564	0·566	0·997	0·563	1·002
85	0·599	0·596	1·005	0·597	1·003
100	0·626	0·630	0·993	0·629	0·994

Pro srovnání s měřeními, jež provedli Schaefer a Grossmann, jsou v připojených tabulkách 4. a 5. propočítány dva případy: vodní válec poloměru $\varrho' = 0{\cdot}8\ cm$ při délce vlny $\lambda = 62{\cdot}8\ cm$ a vodní válec poloměru $\varrho' = 1{\cdot}2\ cm$ při téže délce vlny. V prvním sloupci tabulek jsou uvedeny vzdálenosti pozorovacího místa od válce, v druhém theoretické hodnoty střední intensity pole, v třetím hodnoty měřené, při čemž thermoelement si myslíme nahražen platinovým drátem poloměru $\varrho'' = 5{\cdot}10^{-4}\ cm$, ve čtvrtém jest udán poměr q mezi hodnotou theoretickou a měřenou, konečně v posledních dvou sloupcích jsou uvedeny analogické hodnoty pro platinový drát poloměru $\varrho'' = 10^{-2}\ cm$. Z tabulek jest viděti, že poloměr q se vskutku mění periodicky s rostoucí vzdáleností a, perioda jest dosti přesně rovna $\frac{\lambda}{2}$. Poloha maxim a minim mění se s poloměrem thermoelementu ϱ'' velmi málo, za to ovšem roste amplituda periodických změn, roste-li ϱ'', což jest přímo pochopitelno. V diagrammech, jež uvádějí Schaefer a Grossmann (loc. cit. pag. 497), dají se s případy tu propočítanými nejlépe srovnati vodní válce poloměru 0·74 *cm* a 0·98 *cm* při délce vlny $\lambda = 58\ cm$. Souhlas jest tak dobrý, jak možno čekati vzhledem k obtížím měření i vzhledem k tomu, že podmínky theoretické tu nejsou zcela splněny. Poloha maxim a minim jest stejná, vzdálenost sousedního maxima a minima obnáší $\frac{\lambda}{4}$; hlavně ukazuje se dobře, že při větším polo-

měru válce ϱ' první maximum poměru q, a tedy i první minimum měření střední intensity pole dostavuje se již při menších vzdálenostech od válce. Amplitudy změn pozorovaných autory jsou daleko větší než hodnoty zde vypočtené, což při obvyklé konstrukci Klemenčičova thermoelementu — autoři detailní popis neuvádějí — dá se očekávati.

V Praze, v říjnu 1912.

Dvojnásobné body křivek šestého stupně.

Dr. **Boh. Bydžovský.**

Předloženo dne 15. listopadu 1912.

1. U všech algebraických křivek až do stupně pátého lze libovolně předepsati polohu všech vícenásobných bodů, jež má křivka míti. Naproti tomu existují dva druhy křivek šestého stupně, jichž vícenásobné body nemají polohu navzájem nezávislou; jsou to křivky rodu 1 a rodu 0 s body jen dvojnásobnými. Předložená práce je věnována odvození podmínek, jimž tyto body musí vyhovovati, a vlastnostem křivek s nimi souvisícím.[1])

2. Odvodím nejprve dvě pomocné věty týkající se Jacobiánu sítě křivek. Budiž

$$\lambda f(x_i) + \mu g(x_i) + \nu h(x_i) = 0$$

rovnice sítě a tedy — užijeme-li obvyklého označení parciálních derivací —

$$F(x_i) \equiv \begin{vmatrix} f_1, f_2, f_3 \\ g_1, g_2, g_3 \\ h_1, h_2, h_3 \end{vmatrix} = 0$$

rovnice Jacobiánu sítě. Všechny křivky sítě procházející bodem Jacobiánu tvoří, jak známo, svazek o společné tečné v tomto bodu; jedna křivka svazku má tento bod za dvojnásobný. Vezměme za (f) — t. j. křivku o rovnici $f(x_i) = 0$ — křivku procházející daným bodem Jacobiánu jednoduše; za (h) tu křivku, jež tento bod má za dvojnásobný; za (g) křivku sítě, jež daným bodem neprochází. Tato volba je přípustna, neboť tři křivky (f), (g), (h) skutečně vytvořují danou síť. V daném bodu Jacobiánu platí pak

$$f = 0;\ g \gtrless 0;\ h = 0,\ h_i = 0 \text{ pro } i = 1, 2, 3$$

[1]) Je mi známa v literatuře jediná zmínka týkající se téhož předmětu; je obsažena v Cayley-ově pojednání z r. 1870: „A second memoir on quartic surfaces" (The collected mathematical papers, vol. VII., str. 256—7.). Srv. další poznámky.

Určíme hodnoty derivací funkce $F(x_i)$ v daném bodu; užijeme-li ihned podmínek právě napsaných, obdržíme

$$F_i = \begin{vmatrix} f_1, & f_2, & f_3 \\ g_1, & g_2, & g_3 \\ h_{1i}, & h_{2i}, & h_{3i} \end{vmatrix}$$

Násobíme-li elementy sloupců po řadě souřadnicemi daného bodu — při čemž klademe $x_1 = 1$ — a přičteme k elementům prvého sloupce, obdržíme, užijeme-li opět předchozích podmínek,

$$F_i = \begin{vmatrix} 0, & f_2, & f_3 \\ ng, & g_2, & g_3 \\ 0, & h_{2i}, & h_{3i} \end{vmatrix} = -ng\,(f_2 h_{3i} - f_3 h_{2i})$$

kde n je stupeň křivek sítě. Jsou tedy dány: tečny křivky (h) rovnicí

$$\sum_{i,\,k} h_{ik}\, x_i\, x_k = 0, \tag{1}$$

tečna křivky (f) rovnicí

$$\sum_{i} f_i\, x_i = 0 \tag{2}$$

a křivky (F) rovnicí

$$\sum_{i} (f_2\, h_{3i} - f_3\, h_{2i})\, x_i = 0 \tag{3}$$

Určíme-li však poláru bodu $(0, -f_3, f_2)$, ležícího na tečné (2), vzhledem ke kuželosečce (1), obdržíme přímku o rovnici (3); tím je dokázána věta:

Tečna Jacobiánu v libovolném jeho bodu a společná tečna křivek sítě tímto bodem procházejících oddělují harmonicky obě tečny té křivky sítě, jež má daný bod za dvojnásobný.[2])

3. Uvažujme síť křivek kubických určenou sedmi body. Jacobián této sítě je křivka šestého stupně, mající dané body za dvojnásobné; i protíná mimo ně každou křivku sítě ještě ve čtyřech bodech. Uvažujme libovolnou křivku sítě a předpokládejme, že její body jsou — známým způsobem — vyjádřeny parametricky. Budiž c součet parametrů sedmi pevných bodů; u_1, u_2, u_3, u_4 pak parametry dalších průsečíků s Jacobiánem.

Dle definice Jacobiánu každá jiná křivka sítě procházející na př. bodem (u_1) dotýká se dané křivky v tomto bodu; i platí

$$2u_1 + c \equiv 0 \qquad \text{a podobně}$$

$$2u_2 + c \equiv 0,\ 2u_3 + c \equiv 0,\ 2u_4 + c \equiv 0$$

[2]) Nevím, zda-li tato jednoduchá a zajímavá věta je známa. Není uvedena ani v učebnicích (Salmon, Clebsch), ani v Pascalově „Repertoriu".

Interpretujeme-li geometricky tyto čtyři kongruence, obdržíme větu:

Jacobián sítě kubických křivek procházejících sedmi body protíná každou křivku sítě mimo tyto body ještě ve čtyřech bodech, jež jsou dotyčnými body tečen vedených k této křivce z bodu korresiduálního se sedmi danými.

4. Přistoupím nyní ke studiu křivek šestého stupně s body jen dvojnásobnými a to nejprve s *osmi*.

Budiž dáno osm obecně položených bodů $A_1, \ldots, A_8$. Existuje ∞^3 křivek šestého stupně K^6 majících tyto body za dvojnásobné; neboť osm dvojnásobných bodů platí za 24 podmínky a K^6 je určena 27 podmínkami. Určíme všechny rozpadající se K^6 náležející do tohoto systému. Ježto třemi dvojnásobnými a pěti jednoduchými body je určena jediná K^4 a pěti body jediná K^2, existuje konečný počet křivek K^6, jež se rozpadají na křivku stupně čtvrtého a kuželosečku (jež se ovšem také mohou ve zvláštních případech rozpadnouti). Totéž platí o rozpadnutí na křivku stupně pátého a přímku. Osmi body je určen svazek křivek stupně třetího; libovolné dvě z nich tvoří rozpadající se K^6 systému; takových křivek je tedy ∞^2. Rozpadnutí jiného způsobu není možno. Ježto tedy mocnost soustavy křivek K^6 je vyšší než mocnost křivek rozpadajících se, *existují nerozpadající se křivky K^6 mající osm daných bodů za dvojnásobné.*[3])

5. *Nerozpadající se křivka šestého stupně s osmi dvojnásobnými body neprochází bodem, který s těmito osmi tvoří basi svazku kubických křivek.*

Položme totiž libovolnou kubickou křivku body A_i; danou K^6 protne tato křivka mimo ně ještě ve dvou bodech. Jsou-li β, γ parametry těchto bodů na kubické křivce, podobně $\alpha_1, \ldots, \alpha_8$ parametry bodů A_i, platí kongruence

$$2\,(\alpha_1 + \ldots + \alpha_8) + \gamma + \beta \equiv 0$$

Je-li však α_9 parametr devátého bodu nahoře zmíněného, platí také

$$\alpha_1 + \ldots . + \alpha_9 \equiv 0$$

Spojíme-li tuto kongruenci s předchozí, obdržíme

$$\beta + \gamma \equiv 2\ \alpha_9$$

Kdyby křivka K^6 procházela také bodem (α_9), musilo by platiti $\beta \equiv \alpha_9$ a tedy také $\gamma \equiv \alpha_9$, t. j. libovolně zvolená kubická křivka dotýkala

---

[3]) Mimochodem připomínám, že lze každou K^6 s osmi dvojnásobnými body vyjádřiti ve tvaru

$$\lambda f g + \mu h k + \nu F^{(1)} + \varrho F^{(2)} = 0$$

jestliže (f), (g), (h), (k) jsou křivky kubické procházející danými osmi body; $F^{(1)}$ a $F^{(2)}$ křivky šestého stupně mající jeden z nich — každá jiný — za trojnásobný, ostatní za dvojnásobné.

by se dané K^6 v bodě (α_9), z čehož by plynulo, že všechny kubické křivky devíti body vedené se v jednom z nich dotýkají; to však není možné.

6. Osmi dvojnásobnými body A_i a jedním jednoduchým X je určena síť křivek K^6. Rovnici této sítě lze psáti ve tvaru zvláště jednoduchém takto: budiž

$$f(x_i) = 0$$

rovnice kubické křivky určené body A_i, X; ta je — dle předchozího — jediná. Budiž

$$g(x_i) = 0$$

rovnice jiné kubické křivky procházející osmi body A_i. Konečně nechť

$$F(x_i) = 0$$

je rovnice některé nerozpadající se křivky K^6 sítě. Pak

$$\lambda f^2(x_i) + \mu f(x_i)\, g(x_i) + \nu F(x_i) = 0$$

je rovnice sítě.

Jacobián sítě má rovnici

$$\begin{vmatrix} ff_1 & , & ff_2 & , & ff_3 \\ fg_1 + f_1 g, & & fg_2 + f_2 g, & & fg_3 + f_3 g \\ F_1 & , & F_2 & , & F_3 \end{vmatrix} = f^2 \cdot \begin{vmatrix} f_1, & f_2, & f_3 \\ g_1, & g_2, & g_3 \\ F_1, & F_2, & F_3 \end{vmatrix} = 0 .$$

Rozpadá se tedy Jacobián na dvojnásobnou křivku třetího stupně a křivku stupně devátého

$$J(x_i) = 0 .$$

Tato křivka neprochází při obecné poloze bodů A_i, X bodem X. Neboť známým způsobem lze upraviti determinant na tvar

$$\begin{vmatrix} f, & f_2, & f_3 \\ g & g_2, & g_3 \\ F, & F_2, & F_3 \end{vmatrix}$$

V bodě X má tento determinant hodnotu

$$g(f_3 F_2 - f_2 F_3)$$

V tomto součinu je $g \gtrless 0$; také druhý činitel je od nuly různý; neboť rovnice

$$f_3 F_2 - f_2 F_3 = 0$$

má vzhledem k současné platnosti rovnic

$$f = 0, \; F = 0$$

řešení

$$f_1 : f_2 : f_3 = F_1 : F_2 : F_3,$$

jež značí, že křivky (f) a (F) v bodě X se dotýkají. V tom případě však body A_i, X tvoří úplný systém (osmnácti) průsečíků obou křivek; to však není možné při obecné poloze těchto bodů.

Z toho tedy plyne, že křivka (J) je nezávisla na bodu X; i máme větu:

Všechny sítě křivek šestého stupně se společnými osmi dvojnásobnými body mají za Jacobián — vedle dvojnasob počítané křivky kubické — vždy tutéž křivku stupně devátého.

7. *Křivka (J) má body A_i za trojnásobné.*[4]) Neboť Jacobián sítě má každý společný dvojnásobný bod křivek sítě za pětinásobný; avšak dvojnásobná křivka (f) prochází každým bodem A_i dvakrát, křivka (J) tedy ještě třikráte.

O tečnách křivky (J) v těchto bodech platí zajímavá věta. Vezměme totiž takovou síť, jež obsahuje křivku $(F^{(1)})$, mající bod A_1 za trojnásobný, ostatní body A_i za dvojnásobné. K tomu stačí voliti bod X na křivce $(F^{(1)})$. I je pak

$$J(x_i) \equiv \begin{vmatrix} f_1, & f_2, & f_3 \\ g_1, & g_2, & g_3 \\ F_1^{(1)}, & F_2^{(1)}, & F_3^{(1)} \end{vmatrix} = 0$$

Snadno se zjistí, že prvé i druhé derivace J v bodu A_1 vymizí. Určíme třetí derivace v bodu A_1. V tomto bodu platí

$$f = 0, \; g = 0, \; F^{(1)} = 0, \; F_h^{(1)} = 0, \; F_{hi}^{(1)} = 0.$$

Užijeme pro determinanty známého stručného označení; jestliže hned vynecháme ty determinanty, jež očividně vymizí vzhledem k podmínkám právě napsaným, obdržíme

$$J_{hik} = (f_{1h}, g_2, F_{3\,ik}^{(1)}) + (f_1, g_{2h}, F_{3\,ik}^{(1)}) + (f_{1i}, g_2, (F_{3\,hk}^{(1)}) + \\ + (f_1, g_{2i}, F_{3hk}^{(1)}) + (f_{1k}, g_2, F_{3hi}^{(1)}) + (f_1, g_{2k}, F_{3\,hi}^{(1)}) + (f_1, g_2, F_{3hik}^{(1)}).$$

Násobíme-li elementy sloupců postupně x_1, x_2, x_3 a přičteme k prvému sloupci, obdržíme z prvních dvou determinantů — klademe hned $x_1 = 1$ —

[4]) Nikoliv dvojnásobné, jak uvádí Cayley l. c.

$$2\begin{vmatrix} f_h, & 0, & 0 \\ 0, & g_2, & g_3 \\ 0, & F^{(1)}_{2ik}, & F^{(1)}_{3ik} \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 0, & f_2, & f_3 \\ g_h, & 0, & 0 \\ 0, & F^{(1)}_{2ik}, & F^{(1)}_{3ik} \end{vmatrix}$$

a z posledního

$$3\begin{vmatrix} 0, & f_2, & f_3 \\ 0, & g_2, & g_3 \\ F^{(1)}_{hik}, & 0, & 0 \end{vmatrix}$$

Součet tří determinantů zde napsaných — bez číselných koeficientů — je však jediný determinant

$$(f_h, g_2, F^{(1)}_{3ik})$$

Doplníme-li podobně další dvě dvojice determinantů posledním na jediný, obdržíme

$$J_{hik} = 2\,(f_h, g_2, F^{(1)}_{3ik}) + 2\,(f_i, g_2, F^{(1)}_{3hk}) + 2\,(f_k, g_2, F^{(1)}_{3hi})$$

$$- 3\begin{vmatrix} 0, & f_2, & f_3 \\ 0 & g_2, & g_3 \\ F^{(1)}_{hik}, & 0, & 0 \end{vmatrix}$$

Prvé tři determinanty jsou rovny nule; neboť je-li některý z indexů h, i, k roven 2 nebo 3, je to samozřejmé; je-li však roven 1, lze docíliti úpravou, které jsme užívali v předchozím, aby elementy prvého sloupce byly veskrze nuly. Je tedy

$$J_{hik} = 3\,F^{(1)}_{hik}\,(f_3\,g_2 - f_2\,g_3)$$

Koeficient v závorce není roven nule, neboť obě křivky (f) a (g) se v bodě A_1 nedotýkají; i jsou třetí derivace funkce J úměrny třetím derivacím funkce $F^{(1)}$, což znamená:

Křivka (J) má ve svých trojnásobných bodech tečny společné s těmi křivkami šestého stupně, jež příslušný bod mají za trojnásobný a ostatních sedm za dvojnásobné.

8. Udáme ještě některé zvláštní body ležící na křivce (J). Svazek kubických křivek

$$\lambda\, f\,(x_i) + \mu\, g\,(x_i) = 0$$

obsahuje dvanáct křivek s bodem dvojnásobným; t ě c h t o d v a n á c t d v o j n á s o b n ý c h b o d ů l e ž í n a k ř i v c e (J). Neboť v každém tomto bodě platí

$$\lambda f_i + \mu\, g_i = 0$$

a vhodným spojením obou prvních řádků v determinantu pro (J) obdrží se pro elementy jednoho z nich vesměs nuly.

Některé křivky K^6 určené danými dvojnásobnými body se rozpadají, jak víme; mimo případ, že nastane rozpadnutí na křivky kubické, leží průsečíky příslušných součástí mimo osm daných bodů rovněž na (J), jak se snadno zjistí. Naproti tomu *neobsahuje — v obecném případě — křivka* (J) *bodu* A_9, *který s body* $A_1, \ldots, A_8$ *tvoří basi svazku kubických křivek.*[5]) Neboť v tomto bodu je $f = 0$, $g = 0$; upravíme-li determinant známým způsobem, obdržíme

$$J = F\,(f_2\,g_3 - f_3\,g_2)$$

Víme (v odst. 5.), že $F \gtrless 0$; vymizení výrazu v závorce by vyznačovalo, že křivky (f), (g) se v bodě A_9 dotýkají, což při obecné poloze bodů A_i je vyloučeno.

Zároveň dovedeme ihned udati, jak musí býti specialisována poloha bodů $A_1, \ldots, A_8$, aby křivka (J) procházela bodem A_9. Neboť křivky (f), (g) se mohou v bodě A_9 dotýkati jen, je-li tento bod totožný s některým z ostatních bodů A_i; budiž na př. $A_8 \equiv A_9$. Ale pak je zřejmo, že A_8 je bod na Jacobiánu sítě kubických křivek určených body $A_1, \ldots, A_7$. Ostatně nastane v tom případě ještě další zjednodušení, o němž bude jednáno později. (odst. 16.).

9. Jestliže existuje nerozpadající se křivka K^6 s *devíti* dvojnásobnými body $A_1, \ldots, A_8, B$, nemohou tyto body míti polohu navzájem nezávislou; neboť devíti obecně položenými body je určena jediná křivka kubická, jež počítána dvojnásob je křivka žádaných vlastností.[6])

Rovněž není možno, aby bod B byl totožný s bodem A_9, již častěji připomínaným. Neboť pak by libovolným bodem křivky K^6 byla určena kubická křivka protínající K^6 v devatenácti bodech (devíti dvojnásobných a jednom jednoduchém), i musila by se K^6 rozpadnouti.

Naproti tomu je jasno, že body $A_1, \ldots, A_8, B$ musí tvořiti úplnou basi svazku křivek K^6 a existuje tedy nekonečně mnoho takových K^6 s týmiž dvojnásobnými body. Neboť je-li (F) křivka, jejíž existenci předpokládáme, a (f) křivka kubická určená body A_i, B — a ta je jediná — je

$$\lambda\, f^2\,(x_i) + \mu\, F\,(x_i) = 0$$

rovnice zmíněného svazku. Žádná křivka tohoto svazku pro $\mu \gtrless 0$ nerozpadá se na dvě křivky kubické; rozpadnutí jiným způsobem je pak možné — jak se snadno shledá — jen při speciální poloze bodů A_i, B (na př. v přímku jen, jestliže tři tyto body leží v přímce, atd.), rozhodně však nastane jen

[5]) Uvádí bez důkazu Cayley.

[6]) Cayley, l. c.

v konečném počtu případů. Obsahuje tedy napsaný svazek nekonečně mnoho křivek, jež se nerozpadají.

10. Určíme nyní nutnou podmínku pro to, aby devět bodů mohlo tvořiti soustavu dvojnásobných bodů křivky K^6. Jediná křivka kubická, kterou lze položiti těmito devíti body, protne K^6 jen v těchto bodech. Jsou-li $\alpha_1, \ldots, \alpha_8, \beta$ parametry těchto bodů na kubické křivce, platí tedy

$$2\,(\alpha_1 + \ldots + \alpha_8 + \beta) \equiv 0$$

Je-li α_9 parametr bodu A_9, platí také

$$2\,(\alpha_1 + \ldots + \alpha_8 + \alpha_9) \equiv 0$$

Spojením obou těchto kongruencí obdržíme

$$2\,\beta \equiv 2\,\alpha_9$$

Ježto (β) a (α_9) jsou body nutně různé, má nalezená podmínka ten geometrický význam, že body (β) a (α_9) mají společný bod tečnový. *Tato nutná podmínka také — obecně — stačí, t. j. je-li dáno devět bodů nalezené vlastnosti, existuje nerozpadající se K^6 mající je za dvojnásobné.*

Důkaz: nechť body A_i, B vyhovují nalezené podmínce. Každá K^6 mající body $A_1, \ldots, A_8$ za dvojnásobné a procházející bodem B dotýká se kubické křivky v tomto bodu. Všechny tyto křivky procházející mimo to libovolným bodem X tvoří svazek o společné tečně v bodu B. V takovém svazku existuje, jak známo, jediná křivka s dvojnásobným bodem v B. Tato křivka se v obecném případě nerozpadá, volíme-li vhodně bod X. Neboť neleží-li tento bod na (jediné) kubické křivce určené body A_i, B, nemůže se příslušná K^6 rozpadnouti na křivky kubické; rozpadnutí jiným způsobem lze rovněž vyloučiti, ježto takových rozpadajících se křivek je jen konečný počet.

Platí tedy věta:

Devět dvojnásobných bodů nerozpadající se křivky stupně šestého vyplňuje jedinou podmínku spočívající v tom, že na kubické křivce jimi určené má kterýkoli z nich týž tečnový bod jako devátý průsečík této kubické křivky s libovolnou jinou procházející ostatními osmi body.

11. Je tedy osm dvojnásobných bodů A_i l i b o v o l n ý c h;[7]) devátý B vyhovuje j e d n é podmínce.

---

[7]) Vzhledem k tomu je nutno pokládati za nesprávný výrok, který je učiněn o devíti dvojnásobných bodech křivky K^6 v 2. vyd. Salmonově „Treatise". Praví se tam totiž (mám po ruce franc. překlad „Traité de géométrie analytique", str. 45): „Ba není ani možno vzíti v tomto případě libovolně osm bodů z devíti dvojnásobných." Důvod není udán.

Z toho plyne, že při daných bodech A_i bod B vyplňuje křivku. Tato křivka je geometrické místo bodů majících na kubických křivkách svazku určeného body A_i společný tečnový bod s devátým bodem base A_9. Vedeme-li tedy ke křivce svazku tečnu v bodě A_9 a určíme druhý její průsečík, leží dotyčné body dalších tří tečen vedených z tohoto průsečíku ke křivce na zmíněném geometrickém místě. Pro toto g. místo je každý z bodů $A_1, \ldots, A_8$ t r o j n á s o b n ý. Tečnové body tečen v A_9 ke křivkám svazku vyplňují totiž křivku stupně čtvrtého K_9^4, jež je vytvořena svazkem kubických křivek a svazkem tečen v A_9, jenž je s ním projektivní. Tato K_9^4 prochází všemi body A_i; bod A_9 má ovšem za trojnásobný, neboť každý bod base je inflexním bodem pro tři křivky svazku.[8]) Podobně obdržíme pro tečnové body bodu A_1 křivku K_1^4 s trojnásobným bodem A_1. Obě křivky K_1^4, K_9^4 protnou se: v A_1 a A_9 vždy třikráte, v $A_2, \ldots A_8$ jednoduše, což dává 13 průsečíků; zbývající tři jsou body, jež jsou současně tečnové pro A_1 i A_9. Proběhne tedy geometrické místo třikráte každým bodem $A_1, \ldots, A_8$. Bodem A_9 pak neprochází, ježto dva dotyčné body nemohou splynouti. Spočítáme-li nyní průsečíky tohoto g. místa s libovolnou křivkou svazku, shledáme ihned, že hledané g. místo je křivka stupně devátého Ježto však dvojnásobné body křivek libovolné sítě určené dvojnásobnými body $A_1, \ldots, A_8$ leží nutně na Jacobiánu této sítě, je hledané g. místo totožno s křivkou (J) výše nalezenou.[9])

12. Dokázali jsme, že každý bod B hovící určitému vztahu je dvojnásobný pro nerozpadající se K^6. Avšak na křivce (J) jsou body, pro něž tento vztah ztrácí význam; jsou to dvojnásobné body kubických křivek svazku určeného body A_i, počtem dvanáct. V takovém bodu D nelze totiž vésti určité tečny, t. j. spojnice dvou nekonečně blízkých bodů. Skutečně bod D nemůže býti dvojnásobným pro nerozpadající se K^6; neboť K^6 mající dvojnásobné body $A_1, \ldots, A_8, D$ protne kubickou křivku svazku s dvojným bodem D celkem ve 20 průsečících. Jiných výjimečných bodů na (J) není.

Vyslovíme dosavadní výsledky větou:

Všechny deváté dvojnásobné body nerozpadajících se křivek šestého stupně majících daných osm bodů dvojnásobných leží na křivce (J) stupně devátého; obráceně každý bod této křivky může býti dvojnásobným bodem nerozpadající se K^6, mimo dvanáct bodů D.[10])

---

[8]) Rovnice Hessiánu obsahuje totiž parametr svazku ve stupni třetím.

[9]) Pokládal jsem za záhodno, tuto totožnost výslovně dokázati. Není totiž nemyslitelno, že křivka (J) by se rozpadla a jen jedna její součást by obsahovala deváté dvojnásobné body nerozpadajících se K^6.

[10]) Nalezení křivky st. 9ho jako g. místa pro deváté dvojnásobné body je hlavním výsledkem Cayleyova pojednání, pokud se týká křivek šestého stupně. C. onu křivku nazývá „dianodální". Uvádí dvě její vlastnosti; v. pozn. 4. a 5. Praví-li C. dále: „Devátý dvojnásobný bod křivky K^6 může býti kterýkoli bod křivky dianodální", je to správné; avšak jsou v tom pak zahrnuty některé křivky se rozpadající, jak plyne z výkladu v textu.

13. Devět bodů $A_1, \ldots, A_8$ B tvoří (v odst. 9.) basi křivek K^6 s devíti dvojnásobnými body. Tečné ve dvojnásobných bodech má ovšem každá křivka svazku jiné; specielně také v bodu B.

Dle věty dokázané v odst. 2. musí však tyto tečné harmonicky oddělovati tečnu ke křivce (J) a společnou tečnu ostatních K^6 bodem B procházejících. Z toho plyne, že *tečny křivek svazku určeného devíti dvojnásobnými body tvoří involuci, jejíž samodružné elementy jsou tečna ke křivce (J) a tečna ke křivce kubické určené těmi devíti body.* Ale tyto samodružné elementy jsou tečné těch křivek, jež mají bod úvratu v bodě B. Jedna z nich je dvojnásobná křivka kubická; druhá se tedy dotýká křivky (J). I nabyli jsme výsledku:

Křivka (J), jež je geometrickým místem devátých dvojnásobných bodů křivek šestého stupně majících osm dvojnásobných bodů předepsaných, je zároveň obálkou všech tečen úvratu těchto křivek.

14. *Poznámka.* V předchozích úvahách užívali jsme svazku křivek K^6 se společnými osmi body dvojnásobnými a se společným bodem dotyčným, jenž ležel na křivce (J). Uvažujme podobný svazek, jehož společný bod dotyčný X_1 nechť však neleží na křivce (J). Všechny křivky o těchto společných bodech se protínají ještě ve dvou bodech X_2, X'_2. Ve svazku musí býti obsažena křivka mající v X_1 bod dvojnásobný. To nemůže býti nerozpadající se K^6, vzhledem k volbě bodu X_1; může to býti jen křivka kubická K^3, určená body A_i, X_1 a počítaná dvojnásob. Tato křivka tedy musí náležeti do svazku, t. j. obsahovati také body X_2, X'_2. Ale každá K^6 svazku protne nalezenou K^3 mimo pevné body A_i (16 průsečíků) a bod X_1 [jeden průsečík; dotyk není možný, ježto X_1 neleží na křivce (J)] již jen v jednom bodě a ten je dle známé vlastnosti kubické křivky rovněž pevný. Protne tedy K^3 všechny křivky svazku v jediném bodu $X_2 \equiv X'_2$; z toho plyne zároveň, že všechny křivky svazku v bodě X_2 se navzájem dotýkají.

Máme větu: *Mají-li dvě K^6 společných osm dvojnásobných bodů a mimo to se v jednom jednoduchém bodu dotýkají, dotýkají se nutně ještě ve druhém bodu jednoduchém.*

15. Zvolme devět bodů $A_1, \ldots, A_8, B$ takových, jež vyhovují podmínce výše nalezené a budiž — v. odst. 9. —

$$\lambda f^2(x_i) + \mu F(x_i) = 0 \tag{1}$$

rovnice svazku křivek šestého stupně s dvojnásobnými body $A_1, \ldots A_8, B$. Jestliže obsahuje tento svazek křivku, mající ještě *desátý* dvojnásobný bod C, musí tento bod ležeti na křivce (J) určené body $A_1, \ldots, A_8$, na níž leží také B. Jestliže však sestrojíme křivku (J_1), určenou body $A_2, \ldots, A_8$, B tak, jako je křivka (J) určena body $A_1 \ldots, A_8$ pak na této křivce nutně leží bod A_1, neboť to je devátý dvojnásobný bod při osmi daných $A_2, \ldots, A_8$, B; ale leží na ní také bod C. Lze tedy desáté dvojnásobné body hledati jen mezi průsečíky obou křivek (J), (J_1), ovšem mimo

body $A_1, \ldots, A_8, B$. Avšak body právě napsané platí za 69 průsečíků, jak se snadno spočítá; vedle toho je pak ještě 12 průsečíků. Běží o to zjistiti, zda-li každý z těchto 12 průsečíků je skutečně desátým dvojnásobným bodem křivky svazku (1).

16. Nežli to obecně rozhodneme, projednáme tento zvláštní případ: vezměme za B jeden bod D (v odst. 12.). Křivky mající $A_1, \ldots, A_8, D$ za dvojnásobné se rozpadají. Body C nalezneme určením křivky (J_1) určené body $A_2, \ldots, A_8, D$. Tato křivka je geometrické místo těch bodů na kubických křivkách svazku určeného osmi uvedenými body, jež mají s devátým bodem base společný tečnový bod. Ježto D leží na Jacobiánu sítě určené body $A_2, \ldots A_8$, je tento bod zároveň devátým bodem base, t. j. všechny křivky uvedeného svazku se v D dotýkají. Avšak dle věty odst. 3. dotknou se další tři tečny vedené z tečnového bodu příslušného bodu D křivky v jejích průsecích s Jacobiánem. Rozpadne se tedy křivka (J_1) a to tak, že jednu její součást tvoří zmíněný Jacobián (J_1'). Druhou součást tvoří kubická křivka (J_1'') svazku mající D za bod dvojnásobný, neboť tečna v D stává se pro tuto křivku neurčitou, tak že každý její bod lze pokládati za tečnový a ostatní dotyčné vyplňují tedy celou tuto křivku. Křivka (J'_1) protne křivku (J) mimo $A_2 \ldots, A_8, D$ v 11 bodech. Křivka (J''_1) protne křivku (J) mimo $A_1, \ldots, A_8, D$ ještě v jednom bodu D'. Těchto dvanáct průsečíků tvoří hledané body C pro daný bod D. Neboť prvých 11 jsou další dvojnásobné body kubických křivek svazku určeného body $A_1, \ldots, A_8$; křivka (J_1'') s kteroukoli z nich je totiž K^6 mající na křivce (J) dva dvojnásobné body, totiž dva body D. Bod D' pak lze pokládati za bod C, neboť křivka (J_1'') dvojnásob počítaná je K^6 mající na křivce (J) další dvojnásobny bod, totiž D'.

Pro tuto zvláštní volbu bodu B je tedy odpověď na hořejší otázku kladna. Je však třeba povšimnouti si ještě jedné věci: jestliže obráceně je známo, že bod C je jeden z bodů D, lze tvrditi, že bod B je buď také jedním z bodů D nebo jedním z bodů D'. Ježto totiž křivka (J_1) příslušná bodům $A_2, \ldots A_8, B$ obsahuje bod D, jsou body $A_2, \ldots A_8, B, D$ dvojnásobné body křivky K^6; i obsahuje křivka (J_2) příslušná bodům $A_2, \ldots, A_8, D$ také bod B. Ale (J_2) v tomto případě se rozpadá na Jacobián (J_1') (v. nahoře) a kubickou křivku; i protne (J_2) křivku (J) jen v bodech D a v jednom bodu D'; B pak je nutně jeden z nich.

17. Nyní lze přistoupiti k zodpovědění obecné otázky. Vyjděme z bodů $A_1, \ldots, A_8, B$, při čemž výslovně předpokládejme, že B není žádný z bodů D, D'. Uvažujme libovolný průsečík X obou křivek (J), (J_1). Tímto bodem prochází jediná křivka K^6 svazku (1). Vzhledem k definici křivek (J), (J_1) dotýká se tato K^6 v X kubické křivky určené body $A_1, \ldots, A_8, X$ a také kubické křivky určené body $A_2, \ldots, A_8, B, X$. Avšak tyto dvě křivky nemají v bodě X společnou tečnu; neboť to by znamenalo, že X leží na Jacobiánu (J_1') a je tedy jedním z bodů D; dle předchozího by

tedy bod B musil býti jedním z bodů D, D'; ale to jsme výslovně vyloučili. Ježto tedy obě kubické křivky v bodě X mají jen jeden průsečík a křivka K^6 s každou z nich dva, musí K^6 míti bod X za dvojnásobný. Je tedy i obecná otázka zodpovědena kladně. Lze pak snadno zjistiti, že při obecné volbě bodu B žádná z dvanácti křivek s desátým dvojnásobnym bodem se nerozpadá; způsob je týž, jakého jsme již dříve užívali.

Vyslovíme tedy větu:

Svazek křivek šestého stupně o společných devíti dvojnásobných bodech obsahuje dvanáct křivek, jež mají desátý dvojnásobný bod; tyto křivky obecně se nerozpadají.

Běži-li tedy o sestrojení K^6 s desíti dvojnásobnými body, lze osm z nich vzíti libovolně; devátý libovolně na křivce devátého stupně; desátý je pak tím již určen, ovšem nikoliv jednoznačně.

18. V předchozím jsme vyloučili z úvahy případ, že by bod B se stotožnil s některým bodem D'. Vezměme nyní za B jeden z nich, jejž označíme D_1'. Křivka (J') určená body $A_2, \ldots, D_1'$ prochází nutně jedním bodem D, na př. D_1; není možno, aby procházela ještě jiným bodem D, na př. D_2. Neboť křivka (J_1) určená body $A_2, \ldots, A_8, D_1$ obsahuje bod D'_1; musila by pak také křivka (J_2) určená body $A_2, \ldots, A_8, D_2$ obsahovati bod D'_1. Víme však, že (J_1) a (J_2) se rozpadnou; i musil by bod D'_1 býti společný bod obou křivek kubickych procházejicich body $A_1, \ldots, A_8$, z nichž jedna má dvojnásobný bod D_1, druhá D_2. I musil by bod D_1' býti totožný se známým bodem A_9; ale to není možno, neboť bod A_9 neleží na křivce (J) určené body $A_1 \ldots A_8$ (odst. 6.)

Z toho však plyne, že z dvanácti křivek K^6, jež vedle bodů $A_1, \ldots, A_8$, D' mají ještě desátý dvojnásobný bod, obecně jen jedna se rozpadá.

19. Je nyní zřejmo, že skupina desíti dvojnásobných bodů křivky šestého stupně je charakterisována touto vlastností: *Sestrojme kterékoli dvě křivky kubické obsahující všech deset bodů; osm z nich mají společných, mimo to každá obsahuje ještě jeden devátý. Tečna v každém z těchto dvou bodů k příslušné křivce protne ji v témže bodu, ve kterém ji protne tečna vedená v devátém průsečíku obou křivek.*

Tuto konstrukci lze ovšem provésti 45 způsoby; stačí však zjistiti, že ji lze provésti dvěma způsoby; neboť pak leží těchto deset bodů na známých dvou křivkách devátého stupně a existuje K^6 mající je za dvojnásobné.

Příspěvky k poznání nižších hub.

VI. Nová Saprolegniacea.

Napsal Dr. **Bohumil Němec** v Praze.

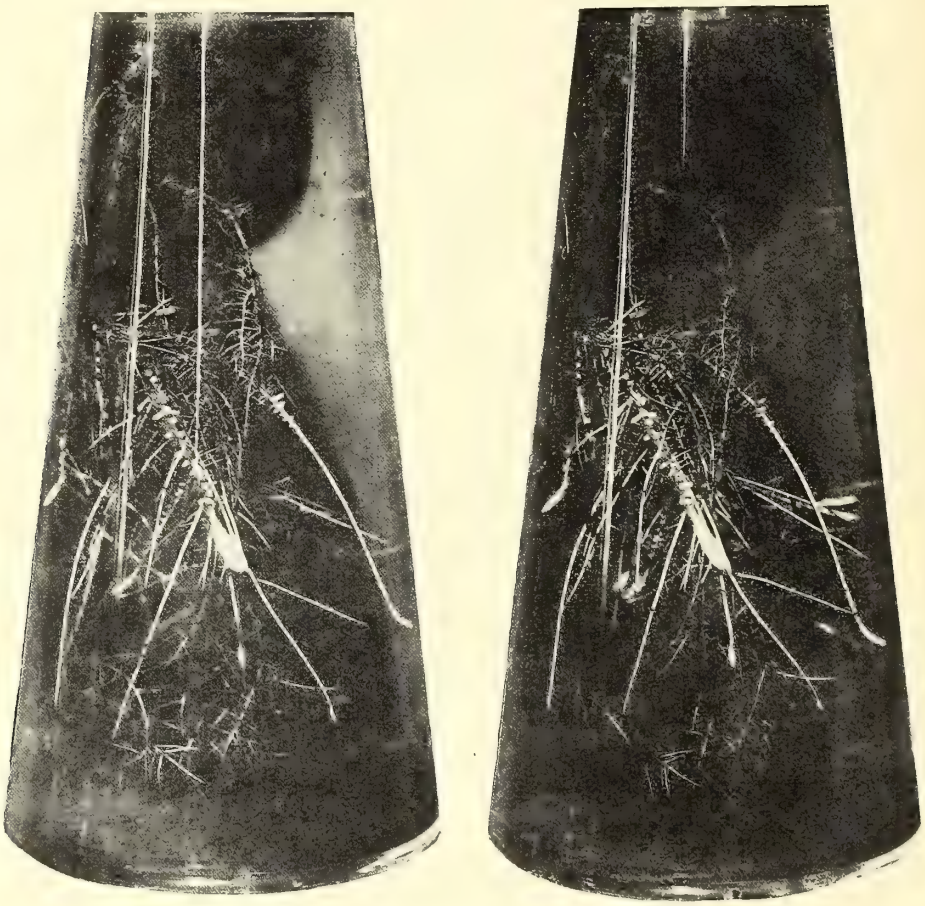
S 12 obrazy v textu.

(Předloženo dne 29. listopadu 1912.)

Počátkem prosince r. 1908 zpozoroval jsem ve vodní kultuře vrby *Salix purpurea*, která byla ve studeném skleníku přezimována, že většina vrcholů kořenových je nadu̇řena. Kultura byla založena v časném jaře téhož roku a vycházela od řízku větévky asi 1 *cm* tlusté, jenž byl 25 *cm* dlouhý. Dvoulitrový válec naplněn byl vodou z pražského vodovodu, v níž vrby znamenitě rostou. Také kultura, o kterou jde, vytvořila od jara do zimy velmi bohatý systém kořenový a několik statných větévek. Kulturu jsem občas prohlížel, ale po celé léto jsem nadu̇řenin kořenových nezpozoroval. Proto se domnívám, že se objevily teprve k podzimu. Nadu̇řeniny jsou omezeny na vrcholy kořenové a jak obrazy 1. *a*, 1. *b*) ukazují, kteréž jsou fotografiemi téže kultury v hyacintové sklenici, vzaté při dvou různých zastaveních, jsou velmi nápadné. Snad by bylo možno přehlédnouti na kořenech interkalární nadu̇řeniny, ale vrcholových přehlédnouti nelze, tak jsou nezvyklé. Proto právě, jak jsem právě řekl, se domnívám, že se nadu̇řeniny vyvinuly teprve asi k podzimu, dle stadia cizopasníka, jenž nadu̇řeniny způsobuje, soudil bych, že se tak stalo asi v říjnu.

Při drobnohledném vyšetření objevilo se ihned, že příčinou nadu̇řenin vrcholů kořenových je podivuhodná cizopasná houba, jejíž mycelium vegetativní žije uvnitř kořenu, rozplozovací orgány však vynikají na povrch kořenu a jsou omezeny pouze na kořenové vrcholy. Nebylo též dlouho pochybnosti, že houba patří k Saprolegniaceím, ale že ji nelze identifikovati se žádným do té doby známým druhem, ba že ji ani není možno do žádného ze známých rodů zařaditi. Proto označuji houbu názvem *Jaraia Salicis* n. g. n. sp. V tomto sdělení chci podati zprávu pouze o morfologických a systematicky důležitých znacích nové houby, ponechávaje si zprávy cytologické do práce, již delší dobu připravované, kteráž uveřejněna bude na jiném místě.

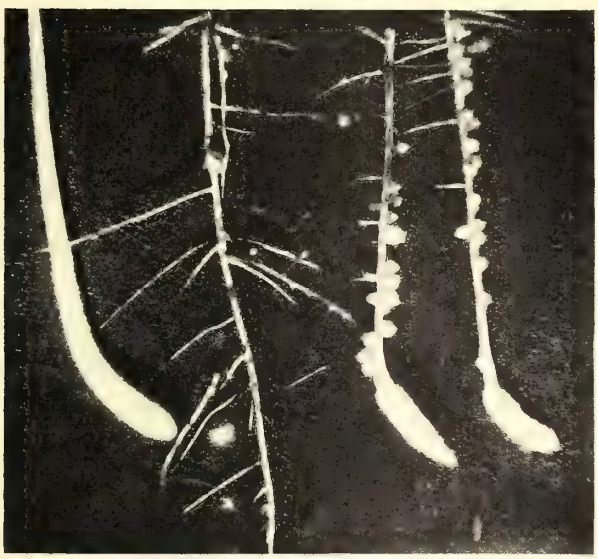
Infekce houbou *Jaraia Salicis* jeví se pouze naduřením meristematických vrcholů kořenových. Ani na vyrostlých částech kořenových, ani na větévkách ve vodě ponořených nebo částech větévek nelze zevních znaků infekce pozorovati. Pozoroval jsem houbu od r. 1908 až do nynějška v četných vodních kulturách, ale mimo naduřeniny kořenové nikdy jsem



Obr. 1. Vodní kultura vrby *Salix purpurea* v hyacintové sklenici, čtyři týdny po infekci houbou *Jaraia Salicis*; dva snímky při různém zastavení.

jiných zevních následků infekce neshledal. Zde také již poznamenávám, že mycelium houby naší z meristematických částí kořenových sice se rozšiřuje též do vyrostlých a starých částí kořenových, ale nemohl jsem je dosud stanoviti v osních částech, z nichž kořeny vyrůstají. Ani do zcela mladých větévek, které z úžlabních pupenů někdy vyrůstají pod vodou, mycelium nevniká, ač tu má houba k disposici meristematické pletivo.

Naduřují pouze meristematické části zdravých, ještě dobře rostoucích kořenů a sice nejen relativně hlavních (vlastně adventivních kořenů, jež vznikají na větévkách ke kulturám užitých), nýbrž také postranních. Při tom infikovány jsou kořeny postranní sotva ven z kořenu hlavního vynikly, tak že pak jich naduřeniny přímo přisedají na kořen mateřský. (Obr. 2., 3.) Habitus vodní kultury vrby (*Salix purpurea*) asi čtyři týdny po infekci dobře se jeví na obr. 1. *a*) a 1. *b*), což jsou fotografie téže kultury v hyacintové sklenici, vzaté při různém zastavení. Vedle kořenů s vrcholy naduřelými jsou též některé nenaduřelé, které však nechovaly již meri-

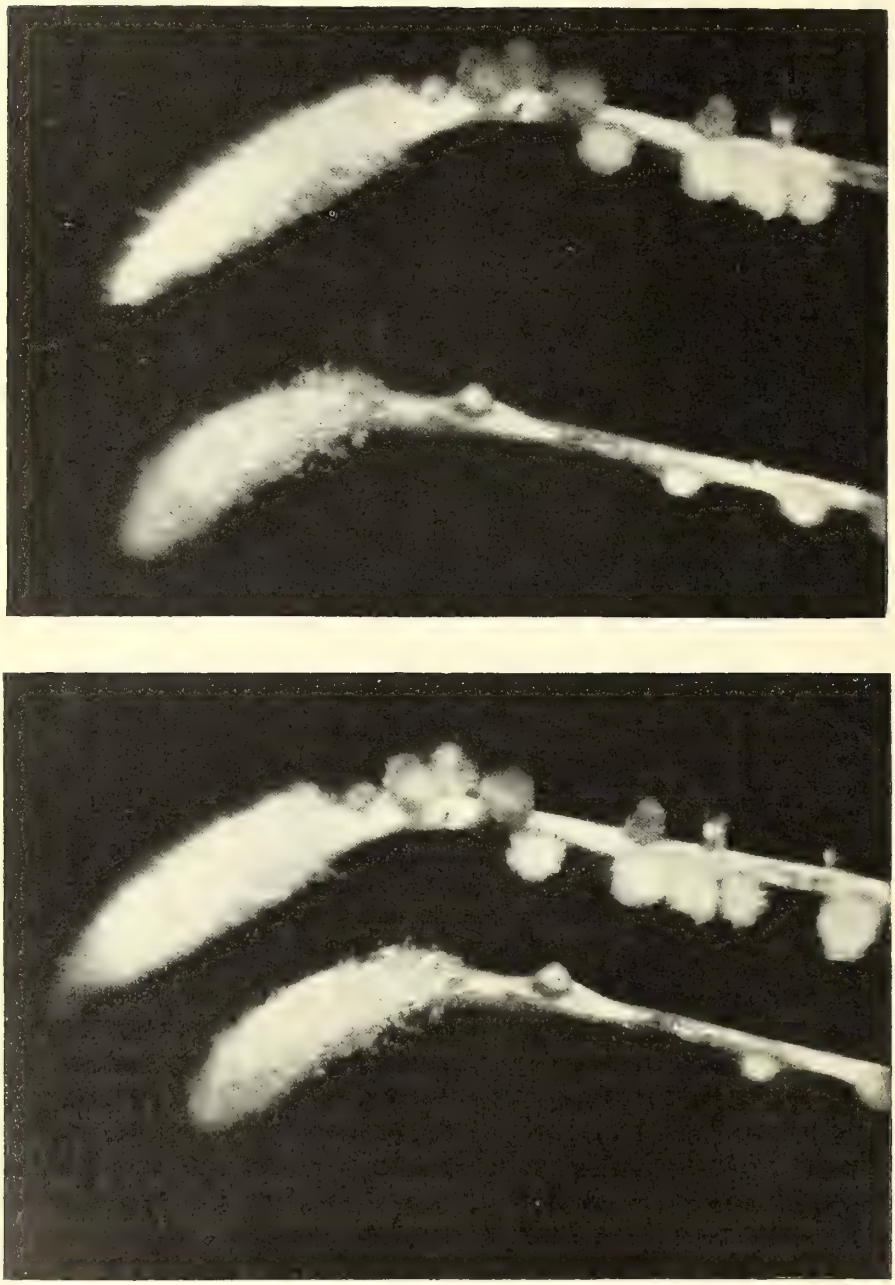


Obr. 2. Kořen vrby *Salix purpurea* infikovaný houbou *Jaraia Salicis*. Některé postranní kořeny sotva vynikly z kořenu mateřského, naduřely. Starší postranní kořeny nenaduřely. 4 : 1.

stematického pletiva a nerostly. Z obrazů 1—3 je vidno, že naduřen, vrcholů je velmi značné, vrchol stává se jím dvakráte až i třikráte tlustšími než byl ve stavu normálním. Část toho naduření je však jenom zdánlivá, ježto je kořen pokryt zoosporangiemi a oogoniemi cizopasné houby, které v podobě bílých tělísek na obr. 2. dobře lze viděti. Někdy naduřuje vrchol kořenový kolkolem stejnoměrně, jindy na jedné straně více než na druhé a pak se vrchol kořenový zakřivuje na jednu stranu, jak na obrazech 1., 2. a 3. lze viděti.

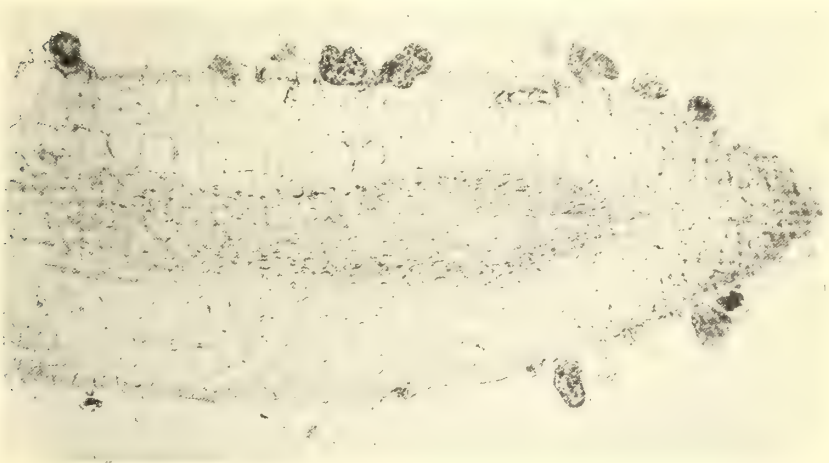
Naduřelý kořen zastavuje svůj vzrůst nedlouho po infekci a později odumírá. Od počátku tloustnutí vrcholu až k odumření vrcholu uběhne 5 až 7 týdnů a uvidíme, že vrchol kořenový odumírá po vytvoření oospor.

Kořen jednou naduřelý již neprorůstá, mezi tisíci infikovaných kořenů ani jednou jsem toho nepozoroval.



Obr. 3. Kořeny jako v obr. 2., fotografované při dvou různých zastaveních. Na povrchu naduřelých vrcholů lze viděti oddělující se zoosporangia a oogonia. 14 : 1.

Příčinou naduření vrcholu kořenového je houba, kteráž do vrcholu vniká a dráždí buňky periblemové k silnějšímu vzrůstu ve směru radiálním a k zastavení vzrůstu do délky. Se silnějším vzrůstem ve směru radiálním souvisí velmi často, zvláště u silnějších kořenů, též buněčné dělení ve směru tomto. Naduření tedy není pouhou hypertrofií, nýbrž leckdy spojeno je též s hyperplasií. Počíná v zoně přechodu pletiva meristematického v pletivo prodlužovací a postupuje směrem k vrcholu. Přece však i nadutý vrchol zachovává v celku tvar ovální, vzácněji má tvar kyjovitý. Současně s nadutím objeví se na povrchu vrcholu zoosporangia, zprvu roztroušeně a ojediněle, později jsou hojnější a hojnější.

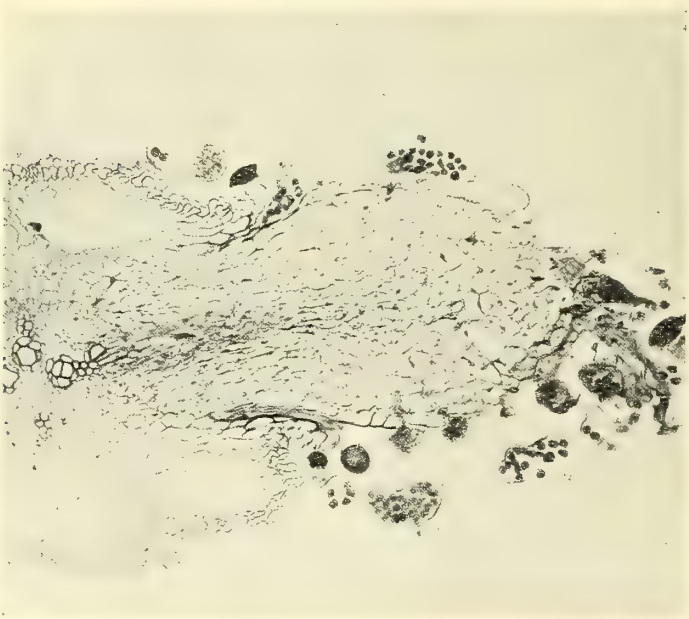


Obr. 4. Podélný řez vrcholem kořenu vrby *Salix purpurea* infikovaného houbou *Jaraia Salicis*. Na kořenu vznikají první zoosporangia. Reich. obj. 4, ok. 2.

Vlákna houbová probíhají ve vrcholech kořenových mezi buňkami a nemohl jsem na nich pozorovati žádných haustorií, kteráž by vnikala do vnitř buněk. Stěny buněčné jsou tak tenké, že asi není třeba zvláštních haustorií, aby houba dostatečné množství výživy mohla vstřebati. Ve vyrostlých částech kořenu probíhají v celku podélně, v meristematickém pletivu vrcholovém zahýbají vlákna též k okraji vrcholu, až dosáhnou dermatogenu, mezi jehož buňkami se protlačí ven. Jakmile se to stalo, t. j. jakmile pronikla z dermatogenu, naduří silně, do nadutěniny vejde hojnost cytoplasmy s četnými jádry a celá nadutěnina stane se zoosporangiem (viz obrazy 4. a 6.). Zpočátku objeví se na povrchu kořenového vrcholu roztroušeně jenom ojedinělá zoosporangie (obraz 4.), ale objevují se stále hojněji (obr. 6.), až konečně mohou vrchol kořenový docela pokrýti.

Konec houbového vlákna nadutřující v zoosporangium oddělí se příčnou přehrádkou, často silně ztlustlou, od ostatního obsahu vlákna, které jinak je bez přehrádek a chová velmi četná jádra. Zpočátku je tvar

zoosporangia nízce kyjovitý, ale v dospělém stadiu je velice rozmanitý. V celku převládá tvar kyjovitý, ale zoosporangia jsou též široce rozšířena, opatřená různými vchlípeninami a vypuklinami, takže resultují tvary často velice dobrodružné. O rozmanitosti tvarů zoosporangií svědčí obraz 10. Bylo by nemožno a také zbytečno všecky různé tvary zde popsati, ježto se nenaleznou ani dvě zoosporangia tvaru zcela stejného. Velmi význačnými pro zoosporangia jsou vyprazdňovací trubičky, krátké, válcovité, z zoosporangia vyrůstající, s tenkými stěnami, které na svém konci po

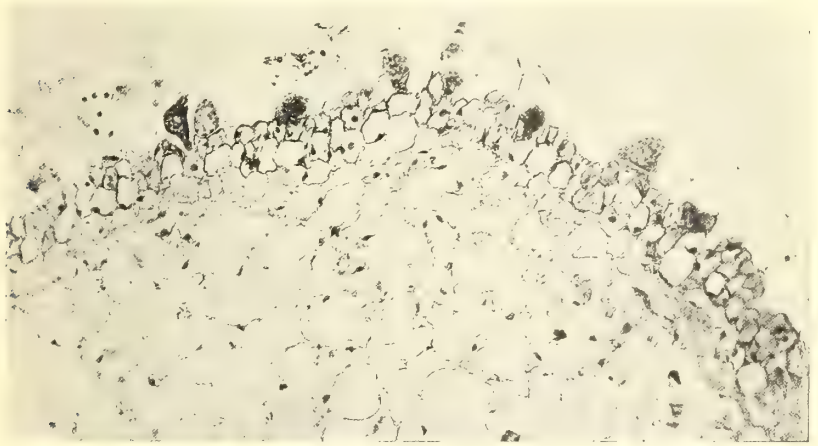


Obr. 5. Podélný řez krátkým, infikovaným kořenem postranním, na němž jsou zralá i mladá oogonia. 80 : 1.

uzrání zoospor rozplynutím blány se otevírají. Jimi pak vyrejdí ven zoospory. Trubičky mají (obraz 10.) stěny tenčí než je ostatní stěna zoosporangia, kteráž je však hladká, bez nějakých skulptur. Každé zoosporangium má několik vyprazdňovacích trubiček, nejméně dvě, často tři, méně často čtyři nebo pět, vzácně 6. Po vyrejdění zoospor hyfa pod prvním zoosporangiem znova může naduřeti, což se může asi třikráte opakovati. Tím vznikají při nerušeném vývoji vrstvy zoosporangií vyprázdněných, pod nimiž leží zoosporangia mladší. Obyčejně však zevní vrstvy vyprázdněných zoosporangií odpadávají, když pod nimi nová byla vznikla, takže na řezech lze na vrcholu kořenovém nejvýše dvě vrstvy zoosporangií pozorovati (obr. 7.).

Zoospory jsou poněkud protáhlé, na jednom konci zašpičatělé a na tom opatřeny bičíkem. V zoosporangiu vyvíjí se jich veliké množství.

Po nějaké době, nejdříve však po dvou týdnech, nastupuje místo vytváření zoosporangií rozplozování pohlavní, během něhož zpravidla již se netvoří zoosporangia. Výminky jsou vzácné. Na celém vrcholu kořenovém tvoří se tedy buďto jen zoosporangia anebo jenom oogonia, což beze vší pochyby souvisí s množstvím živných látek, které má cizopasník na vrcholu kořenovém k disposici. Když byl již vyčerpal ve vrcholu živné látky, přechází od rozplozování vegetativního k pohlavnímu. Na kořenových vrcholech, které počaly před dvěma nebo třemi týdny naduřovati, nalézáme na povrchu jednu nebo dvě vrstvy vyprázdněných zoosporangií (obraz 8.), pod nimiž leží vrstva oogonií (obraz 9.). Na povrchovém sagitálním řezu podélném při vyšším postavení mikroskopu vidíme pouze

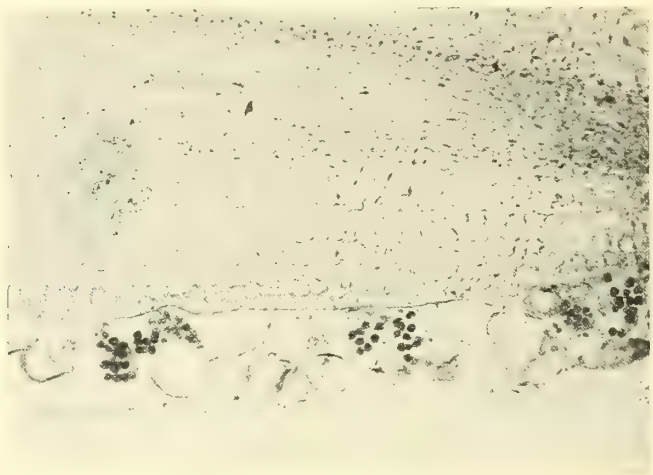


Obr. 6. Příčný řez infikovaným vrcholem kořenovým, na němž vznikají zoosporangia. Některá jsou již vyprázdněná. 100 : 1.

vyprázdněná zoosporangia (mezi nimi však často nálevníky, někdy též řasy, bakterie) při postavení nižším vidíme však oogonie, které jsou po případě již vyplněny oosporami (obraz 8., 9.). Na obraze 7. vidíme mezi a pod prázdnými zoosporangiemi oogonie chovající již oospory.

Obraz 5. je mikrofotografií podélného řezu skrze zcela krátký, ale již naduřelý kořen postranní. Vedle několika vyprázdněných zoosporangií vidíme zde také několik oogonií obsahujících oospory, dále však též několik právě vznikajících oogonií. Povstávají zcela tak jako zoosporangia naduřením konců houbových vláken, ale velmi záhy přikládá se jiná, méně naduřelá hyfa k basi oogonia, kteráž způsobí zúrodnění a je tedy antheridiem. Oogonium i antheridium jsou zprvu kyjovitého tvaru, často lze dokázati, že antheridium vzniká naduřením postranní větévky vlákna, které na svém konci v oogonium naduřelo. To se přihází u Saprolegniaceí

kořenového, takže na řezech jejich průběh nelze vždy zcela spolehlivě sledovati na větší vzdálenost. Antheridium má blánu tenčí než-li oogonium a záhy vniká téměř celou svou šíří do oogonia, aniž vytvořuje nějakou oplozovací trubičku, jak to u jiných Saprolegniaceí nalézáme. Antheridium má blánu tenčí nežli oogonium, vniknuvši do oogonia má tvar kyjovitý, vakovitý, válcovitý, zvonovitý atd. Tatáž rozmanitost tvaru, kterou jsme vytkli pro zoosporangia a která také u oogonií se dá stanoviti, je význačnou též i pro antheridium vniklé do oogonia. Antheridium vniknuvší do oogonia na svém konci se otevře, tudy obsah jeho vynikne ven a způsobí zúrodnění. Ještě ve zcela uzrálých oogoniích možno shledati zbytek vyprázdněného antheridia (obr. 11., 12.).



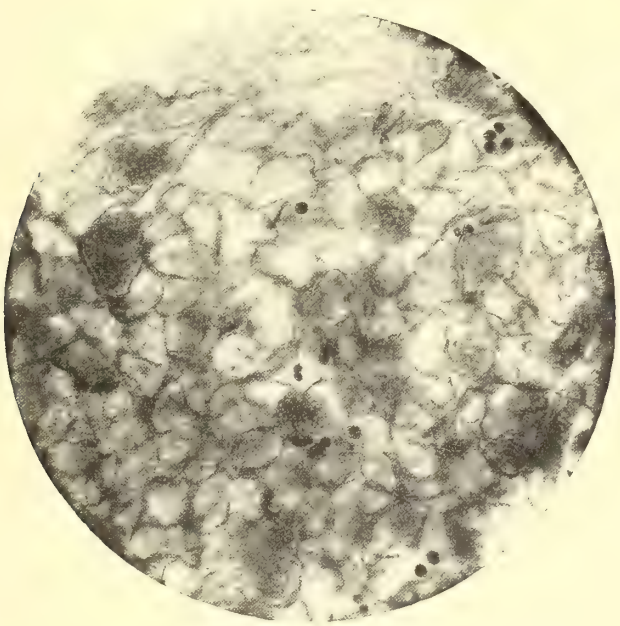
Obr. 7. Podélný řez infikovaným vrcholem kořenovým, na němž jsou vyprázdněná zoosporangia a zralá oogonia. 100 : 1.

velmi často. Zdali tomu u *Jaraia Salicis* je tak vždycky, nelze bezpečně tvrditi, jelikož hyfy poměrně nepravidelně probíhají při periferii vrcholu

Oospory vznikající po zúrodnění jsou kulaté, opatřené blanou hladkou, bezbarvou, ne příliš tlustou (obr. 10.). Obsahují malé olejové krůpěje, které jsou vždycky jednostranně nahromaděny. Druhý pól chová homogenní, bezbarvou plasmu. Oospor vzniká v oogoniu veliké množství, lze jich napočítati na mediáním optickém řezu 30 až 50, i zdá se, že každé oogonium obnáší chová 100 oospor. Jelikož jsou oogonia různé velikosti, kolísá také počet oospor velmi značně. Bohužel nepodařilo se mi další osud oospor vyšetřiti.

Oospory uvolňují se z oogonií tím, že se rozruší stěna oogonií. Ve visutých kapkách lze dobře pozorovati, kterak bakterie stěny oogonií naduřují a pak úplně rozpouštějí. Oospory pak vypadávají jednotlivě nebo

ve skupiny nahloučeny ke dnu nádoby. Zde bez pochyby odpočívají delší dobu, nežli vyklíčí — dle analogie snad v rejdivé výtrusy. Podnět ke klíčení dají snad nové kořeny ve vodě rostoucí. Neboť přidáme-li detritus ze dna nádoby, v níž rostla vrba *Jaraii* infikovaná a v němž nalézají se odpočívající oospory, k vodní kultuře s čerstvými rostoucími kořeny, počnou as po 14 dnech kořeny naduřovati. Zdá se tedy, že přítomností meristematických vrcholů ve vodě jsou oospory k dalšímu vývoji podníceny a způsobí infekci kořenů. Také jsem nezjistil, zda infikují nejprve mladé či starší části kořenů.

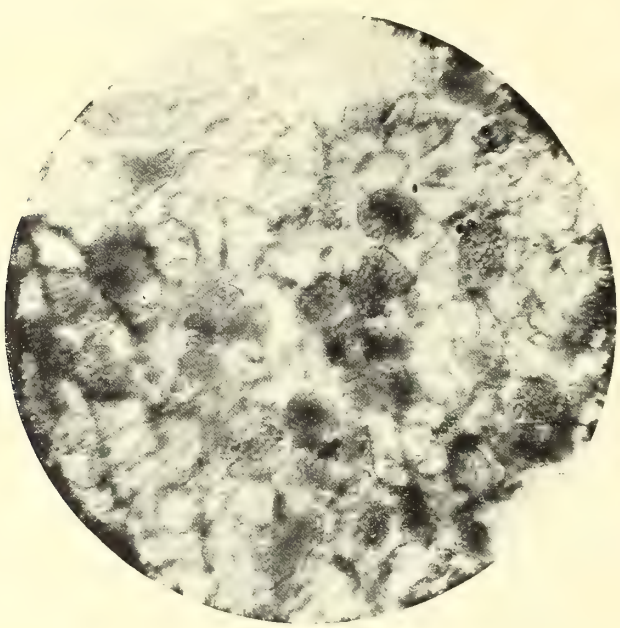


Obr. 8. Sagitální povrchový řez infikovaným kořenovým vrcholem vrby *Salix purpurea*. Při tomto zastavení lze vidět pouze prázdná zoosporangia. 80 : 1.

Infekce však se děje velmi snadno. Je pouze třeba k vodní kultuře vrby *Salix purpurea*, která má dobře rostoucí zdravé kořeny, přidati několik *Jaraii* infikovaných kořenových vrcholů a po deseti až čtrnácti dnech počnou již některé kořeny naduřovati. Nejprve se tak děje na tenkých postranních kořenech, tlustší vrcholy relativně hlavních kořenů počínají vždy naduřovati později. Zkoušel jsem, zdali by se infekce podařila také u rostlin v písku pěstovaných. Za tím účelem k písku, v němž rostliny ve květináčích byly pěstovány, přídáno několik infikovaných kořenů. Ve květináčích vlhce držených (postaveny byly do nízké misky, v níž stále stála voda as do výše $^1/_2$ *cm*) objevila se infekce asi po čtyřech týdnech,

tedy později než ve vodě. V kulturách, kde písek byl jen málo navlhčován, infekce se nedostavila. Ač jsem houbu naši ve přírodě nenalezl, přece možno souditi z těchto pokusů, že ani ve přírodě nemusí býti infekce omezena na kořeny přímo ve vodě rostoucí, nýbrž že i kořeny ve vlhkém písku vegetující, na příklad na břehu řek a rybníků, mohou býti infikovány a že se infekce z nich může šířiti.

Jak již na počátku jsem pověděl, objevila se *Jaraia Salicis* nejprve na vrbě *Salix purpurea*. Přišla však též na jiné druhy a sice na *viminalis*



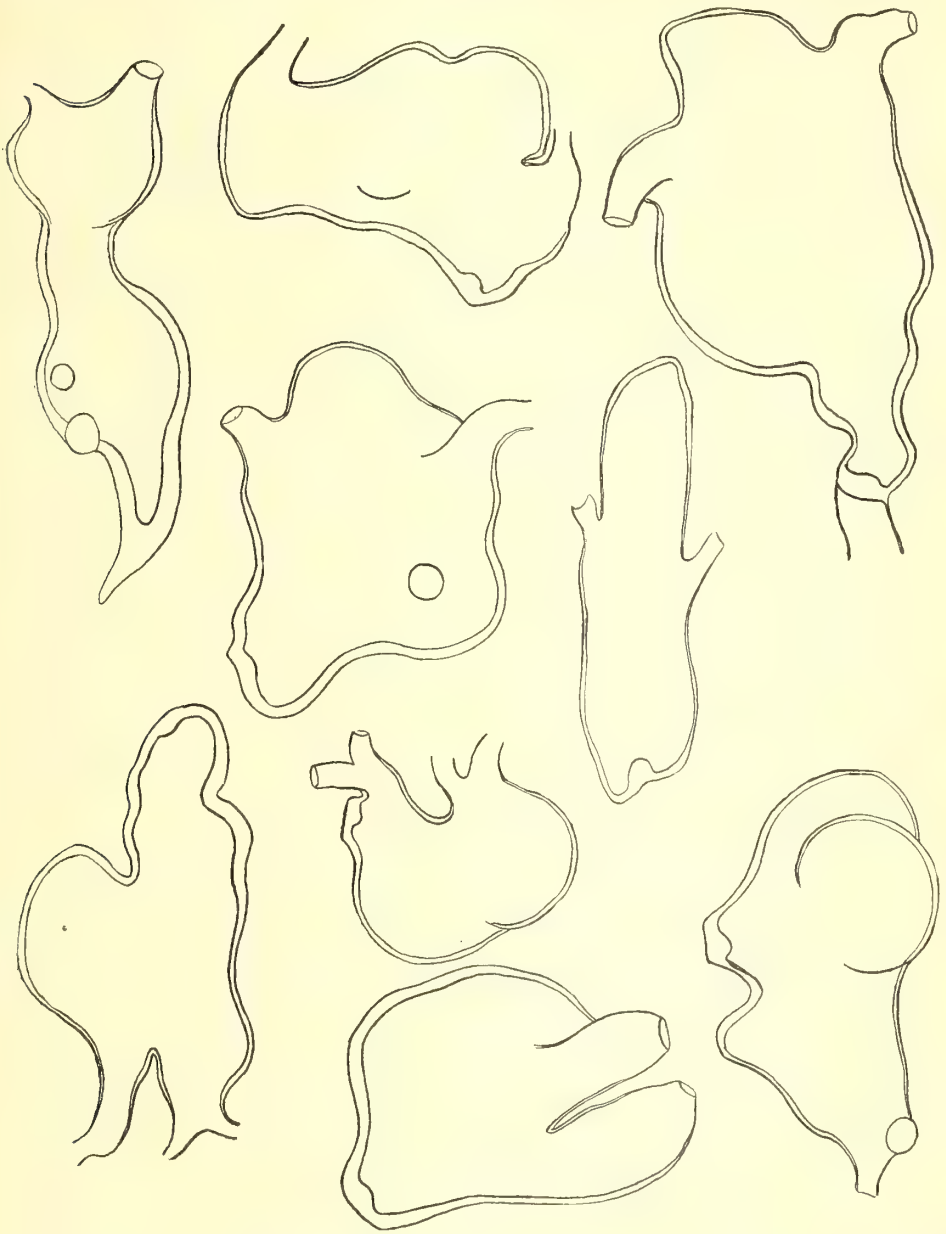
Obr. 9. Týž řez jako v obr. 8., při nižším zastavení. Je vidět oogonia s oosporami. 100 : 1.

a *amygdalina*, které spolu se druhem *purpurea* ve velmi četných odrůdách byly pěstovány. Obdržel jsem odrůdy ty od ředitelství panství zbraslavského, jemuž tuto za prokázanou mi laskavost vyslovuji své díky. Přes četné pokusy nepodařilo se mi přiměti houbu, aby infikovala druh *Salix alba*, kterýž tedy je — soudě dle mých pokusů — oproti *Jaraii* imunním.

Také na jiné rody nepřešla *Jaraia*, ač zkoušeny vodní kultury těchto rostlin: *Populus pyramidalis, nigra, Alnus glutinosa, Veronica Beccabunga, Batrachium aquatile, Cardamine pratensis, Scrophularia nodosa, Sagittaria sagittifolia, Glyceria spectabilis.*

Systematické postavení houby *Jaraia Salicis* je jasné. Nelze pochybovati, že to je *Saprolegninea* a v této řadě že patří k čeledi *Saprolegniaceí* (srovnej nejnovější zpracování u v. *Minden*, v díle Kryptogamen-

flora der Mark Brandenburg, sv. V., seš. 3, 4, 1911, 1912). *Jaraia* má rozvětvené hyfy nepřehrádkované a nečlánkované zaškrceninami (jako *Lepto-*

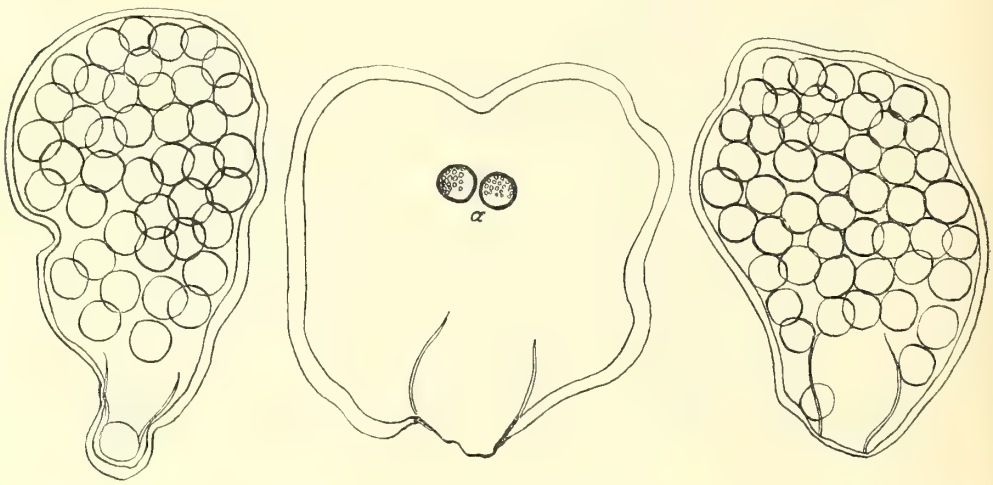


Obr. 10. Různé tvary zoosporangií. 250 : 1.

mitaceae), na konci hyf jednotlivých povstávají zoosporangia, ke konci doby vegetační však oogonia, jež jsou zúrodňována antheridiem. V nich

vytváří se hojnost oospor. Periplasmy tu není, veškerá plasma oogonií přejde v oospory.

Ale v četných podrobnostech liší se *Jaraia* ode všech dosud známých Saprolegniaceí. Především žije zcela cizopasně ve vyšší — jevnosnubné — rostlině a zaviňuje hálkovité naduření vrcholu kořenového. Pozoruhodno je, že vytvořuje rozplozovací orgány pouze na meristematické části vrcholů kořenových. Je velmi málo Saprolegniaceí, jež cizopasí v živých rostlinách. Jsou to jen některé druhy rodu *Aphanomyces*, které cizopasí v živých buňkách Conjugat, dle B u s s e h o a jiných autorů účastní se *Aphanomyces laevis* na spále cukrovky. Zdali tu však je primárním cizopasníkem, je velmi pochybno. Tedy již svým způsobem života a vzbuzováním hálek je *Jaraia* zjevem zcela ojedinělým.



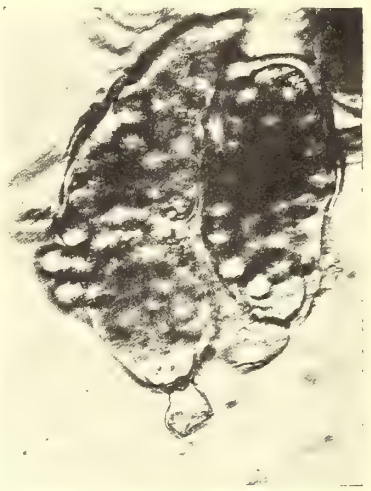
Obr. 11. Oogonia s oosporami a se zbytkem antheridia uvnitř oogonií. 11 a dvě oospory s jednostranně uloženými krůpějemi olejovými. 250 : 1.

Vegetativní mycelium úplné je skryto v kořenovém vrcholu, ven vynikají pouze zoosporangia a oogonia s antheridiemi, ač i ty často zůstávají volně pokryty postranními vrstvami čepičky. Zoosporangia tolikéž se podstatně liší od zoosporangií Saprolegniaceí dosud známých. Především jsou ve svém tvaru tak proměnlivé, že není příkladu toho u jiných *Saprolegniaceí*. Nemůže jedinou příčinou toho snad býti okolnost, že těsně vedle sebe leží, tedy mechanická deformace, neboť výtrusnice jsou variabilní i když osamoceně vznikají, jak se děje při počátku fruktifikace houby (obraz 4.). Některé *Leptomitaceae*, *Pythiopsis* a *Thraustotheca* mají sice též výtrusnice krátké a nízké, kyjovité nebo ovální, ale vždy jsou orgány ty poměrně pravidelně utvářeny, přibližně stejného tvaru, o čemž zajisté u *Jaraia Salicis* mluviti nelze. Její výtrusnice lze v tom ohledu nejspíše ještě srovnati s vegetativní hlavní osou některých *Leptomitaceí*

a *Saprolegniaceí*, jejíž tvar tolikéž je velice proměnlivý. Mohl jsem se o tom sám nedávno přesvědčiti u jednoho druhu rodu *Blastocladia*, jejž jsem nalezl na hruškových plodech v basinu své soukromé zahrádky na Smíchově.

Ode všech Saprolegniaceí liší se rod *Jaraia* tím, že zoosporangia jsou opatřena několika trubičkovitě vytaženými vyprázdňovacími láčkami, jimiž upomínají na některé Chytridiaceae. Stěží však lze z toho souditi na nějakou příbuznost obou skupin.

Nepravidelně utvářená oogonia spíše již lze u některých *Saprolegniaceí* nalézti. Ale i v tom ohledu předstihuje *Jaraia* všecky dosud známé příbuzné rody a druhy. Ve své cytologické práci poukážu také, že vnitřní pochody během vývoje oogonia Jaraie se odehrávající se liší od vývojových pochodů ostatních *Saprolegniaceí*. Antheridie jsou kyjovité, jako u jiných druhů této čeledi, ale odchylný je způsob vnikání antheridia do oogonia. Nevytváří se totiž žádná zúrodňovací trubička, nýbrž antheridium vniká celou svou šířkou do oogonia. Počet oospor je velmi vysoký, obnáší vždy aspoň padesát, většinou však více nežli 100. V tom ohledu blíží se rodu *Jaraia* některé druhy rodu *Saprolegnia*, které vytvářejí ve svých oogoniích asi 50 oospor.



Obr. 12. Mikrofotografie dvou malých oogonií. 200 : 1.

Konečně budiž vytčeno, že vegetativní vlákna rodu *Jaraia* jsou úplně ukryta uvnitř kořenu, jakmile hyfy vyniknou z dermatogenu ven, ihned naduřují v zoosporangia, v oogonia nebo v antheridia. Často jsou při tom ještě pokryty buňkami čepičky. Jen jednou viděl jsem vegetativní vlákno dosti daleko z kořenu ven vynikající, které jsem mohl považovati za vlákno *Jaraie*, aniž na svém konci naduřelo.

TISKEM ALOISA WIESNERA V PRAZE, KNIHTISKAŘE ČESKÉ AKADEMIE CÍSAŘE FRANTIŠKA JOSEFA PRO VĚDY, SLOVESNOST A UMĚNÍ A C. K. ČESKÉ VYSOKÉ ŠKOLY TECHNICKÉ V PRAZE.

SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES
3 9088 01402 7593